ББК 22.1я72
У93

Ушакова О. Д.
У93 Считай без ошибок: Справочник школьника по математике. — СПб.: Издательский Дом «Литера», 2008. — 96 с.
ISBN 978-5-94455-131-3

ISBN 978-5-94455-131-3

Умение считать, думать, рассуждать, решать задачи вырабатывается с самых первых классов. Нужно быть внимательным, настойчивым и очень аккуратным; цифры должны быть написаны четко и понятно. При счете столбиком их надо писать точно друг под другом: стоит написать цифру левее или правее — и ошибка, сделанная в начале примера или задачи, приведет к тому, что вся работа пойдет насмарку.

Данное пособие содержит основы математических вычислений и правила их выполнения, основы геометрии, разбор решения некоторых задач, материал для углубления знаний о долях и дробях. Оно поможет ребятам закрепить знания, полученные на уроках, а родителям — вспомнить забытые основы математики.

Пособие составлено в рамках учебников по математике для начальной школы, выпущенных издательствами «Просвещение», «Дрофа», «Мнемозина».

ОБОЗНАЧЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Для счета предметов применяют *натуральные числа*. Любое натуральное число можно записать с помощью десяти цифр:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Такую запись называют десятичной.

Нуль *не относится* к натуральным числам.

Каждое натуральное число получается из предыдущего прибавлением единицы.

Например:

5 = 4 + 1; 10 = 9 + 1; 100 = 99 + 1.

Это правило имеет исключение: у числа 1 нет предыдущего числа, поэтому оно является наименьшим натуральным числом.

Каждое натуральное число получается из следующего вычитанием предыдущего.

Например:

4 = 5 – 1; 9 = 10 – 1; 99 = 100 – 1.

В натуральном ряду чередуются четные и нечетные числа.

Числа, которые делятся на 2, называются *четными*, а числа, которые не делятся на 2, — *нечетными*.

Например:

2, 4, 6, 8, 10... — четные числа,

1, 3, 5, 7, 9, 11... — нечетные числа.

Натуральное число называют *простым* числом, если его делителями являются только оно само и 1.

Например: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19...

Наименьшее простое число — 2. Это единственное простое четное число, остальные — нечетные.

Натуральное число, имеющее более двух делителей, называют *составным*. Всякое составное число можно представить в виде произведения простых чисел, т. е. *разложить на простые множители.*

Например: $70 = 7 \cdot 10$, $10 = 5 \cdot 2$, значит

$$70 = 2 \cdot 5 \cdot 7.$$

Единица делится только на себя, поэтому ее не относят ни к простым, ни к составным.

НУМЕРАЦИЯ

С помощью цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 можно записать любое многозначное число. Значение цифры зависит от того места, которое она занимает в записи чисел.

При счете каждые 10 единиц объединяются в десятки, 10 десятков — в сотни, а 10 сотен образуют тысячу, т. е. каждые 10 единиц одного разряда образуют единицу следующего разряда.

Для удобства чтения больших чисел их разбивают на классы: справа отделяют 3 цифры (I класс), затем еще 3 цифры (II класс) и т. д. Последний класс может иметь три, две или одну цифру. Между классами оставляется пробел.

Отсутствие единиц какого-либо разряда (кроме высшего) обозначается цифрой 0.

Например: запишем в таблицу многозначное число 74 273 521.

III класс класс миллионов			**II класс** класс тысяч			**I класс** класс единиц		
Число	7	4	2	7	3	5	2	1
Разряд	VIII	VII	VI	V	IV	III	II	I
Название разряда	Десятки миллионов	Единицы миллионов	Сотни тысяч	Десятки тысяч	Единицы тысяч	Сотни	Десятки	Единицы

Число 74 273 521 читается так:
74 миллиона 273 тысячи 521.

10 единиц — это 1 десяток;
10 десятков — это 1 сотня;
10 сотен — это 1 тысяча.

Тысячи считают так же, как простые единицы: 10 тысяч — это 1 десяток тысяч;
10 десятков тысяч — это 1 сотня тысяч;
10 сотен тысяч — это 1 тысяча тысяч.

Единицы — это единицы первого разряда;
десятки — это единицы второго разряда;
сотни — это единицы третьего разряда.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗНАКИ

ЗНАКИ СРАВНЕНИЯ

= равно (т. е. столько же)

Например: $5 + 2 = 7$.

> больше

< меньше

Из двух чисел меньше то, которое при счете называют раньше, и больше то, которое называют позже.

Например: $3 < 4$, а $4 > 3$;

$69 < 70$, а $70 > 69$.

ЗНАКИ ДЕЙСТВИЙ

+ плюс (сложить *с*..., прибавить *к*..., увеличить *на*...)

– минус (отнять *от*..., вычесть из..., уменьшить *на*...)

× или **·** умножить (увеличить *в*... раз)

: разделить (уменьшить *в*... раз)

ЧИСЛОВЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Числовое выражение — это числа, соединенные знаками арифметических действий.

Например:

$3 + 9$; $20 - (3 + 6)$; $10 : 2$; $4 \cdot 8$.

Выполнив указанные в выражении действия, находят *значение выражения*.

БУКВЕННЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

Выражения, содержащие буквы, называют *буквенными выражениями*. В этих выражениях буквы могут обозначать различные числа. Число, которым заменяют букву, называют *значением этой буквы*.

Например:

$a + b = c$; $7 + a$; $b - 2$; $a \cdot b = c$.

Для буквенных выражений используют строчные (маленькие) буквы латинского алфавита.

НАИБОЛЕЕ УПОТРЕБИМЫЕ БУКВЫ ЛАТИНСКОГО АЛФАВИТА

Aa — а	**Nn** — эн
Bb — бэ	**Oo** — о
Cc — це	**Pp** — пэ
Dd — дэ	**Rr** — эр
Ff — эф	**Ss** — эс
Gg — гэ	**Tt** — тэ
Kk — ка	**Uu** — у
Ll — эль	**Vv** — вэ
Mm — эм	**Xx** — икс

Yy — игрек

ЗАПИСЬ ЧИСЕЛ РИМСКИМИ ЦИФРАМИ ОТ 1 ДО 20

$\boxed{1 — I}$	11 — XI
2 — II	12 — XII
3 — III	13 — XIII
4 — IV	14 — XIV
$\boxed{5 — V}$	15 — XV
6 — VI	16 — XVI
7 — VII	17 — XVII
8 — VIII	18 — XVIII
9 — IX	19 — XIX
$\boxed{10 — X}$	20 — XX

Из таблицы видно, что числа записываются с помощью повторения некоторых знаков: I, V и X.

При этом если бо́льшая цифра стоит перед меньшей, то они складываются, а если меньшая стоит перед большей, то меньшая вычитается из большей.

Например: **IV = 4** (5 – 1); **VI = 6** (5 + 1); **IX = 9** (10 – 1); **XIX = 19** (10 + (10 –1)).

Подряд одна цифра ставится не более трех раз.

ОКРУГЛЕНИЕ НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Когда полная точность не нужна, числа *округляют*, т. е. заменяют точные данные числами с нулями на конце. При округлении чисел до некоторого разряда (до десятков, до сотен, до тысяч и т. д.) поступают следующим образом:

• если справа от нужного разряда расположена цифра 0, 1, 2, 3 или 4, то просто заменяют нулями все цифры, стоящие справа от указанного разряда.

Например:

12 146 округляют до 12 000;

• если справа от нужного разряда расположена цифра 5, 6, 7, 8 или 9, то заменяют нулями все цифры, стоящие справа от указанного разряда, а цифру в этом разряде увеличивают на единицу.

Например:

12 546 округляют до 13 000.

АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ

К арифметическим действиям относятся: сложение, вычитание, умножение и деление.

СЛОЖЕНИЕ

Сложить — значит *увеличить* число *на* несколько единиц.

3	+	4	=	7
Слагаемое		Слагаемое		Сумма
a	+	b	=	c

$$\underbrace{a + b}_{\text{Сумма}} = c$$

Читается так: сумма чисел 3 и 4 равна 7.

Перестановка слагаемых (Переместительное свойство сложения)

> От перестановки слагаемых сумма не изменяется.

Например: $2 + 5 = 5 + 2$;
$a + b = b + a$.

Проверка сложения

> Если из суммы двух слагаемых вычесть одно из них, то получится другое слагаемое.

Например: $7 + 2 = 9$, $a + b = c$,
$9 - 7 = 2$, $c - a = b$,
$9 - 2 = 7$; $c - b = a$.

Устное сложение

Для быстрого устного счета надо знать наизусть таблицу сложения.

Для простоты счета одно из слагаемых надо разложить так, чтобы одна из промежуточных сумм была равна 10.

Например:

$7 + 5 = 7 + (3 + 2) = (7 + 3) + 2 = 10 + 2 = 12;$

3 2

$14 + 3 = 10 + (4 + 3) = 10 + 7 = 17.$

10 4

Таблица сложения

Слагаемые

Слагаемые

Суммы

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	**11**	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Суммы находятся на пересечении прямых линий, проведенных от слагаемых.

Например: $5 + 6 = 11.$

Сложение любого числа с 1 и 0

Прибавить 1 — значит назвать следующее число.

Например: 1, 2, 3, 4, 5, 6...

$1 + 1 = 2$; $2 + 1 = 3$; $3 + 1 = 4$.

Сумма равна одному из слагаемых, если другое слагаемое равно 0, т. е. прибавить 0 — значит оставить число без изменения.

Например: $5 + 0 = 5$;
$a + 0 = a$.

Письменное сложение

Письменное сложение удобнее выполнять столбиком, при этом десятки пишут под десятками, единицы под единицами.

1. Сложение без перехода через десяток.

Единицы складываем с единицами, десятки с десятками.

Например:

$$\begin{array}{r} +\,37 \\ 42 \\ \hline 79 \end{array}$$

2. Сложение с переходом через десяток.

Если при сложении единиц получается число больше десяти, то один десяток запоминаем, затем складываем десятки и к ним прибавляем еще один.

Например:

$$\begin{array}{r} +\,48 \\ 36 \\ \hline 84 \end{array}$$

Объяснение:

1) $8 + 6 = 14$.

14 — это 1 десяток (дес.) и 4 единицы (ед.).

Пишем 4 ед., 1 дес. запоминаем;

2) $4 + 3 = 7$.

К 7 десяткам прибавляем 1 десяток, получаем 8 десятков.

Ответ: сумма равна 84.

Сложение нескольких чисел

> При сложении нескольких чисел результат не изменится, если соседние слагаемые заменить их суммой.

Например:

$$(3 + 5) + 7 = 3 + (5 + 7);$$
$$(3 + 5) + 7 = 15;\ 3 + (5 + 7) = 15.$$

Это свойство сложения можно использовать для сложения чисел в любом наиболее удобном порядке.

Например:

$$7 + 4 + 3 + 6 = (7 + 3) + (4 + 6) =$$
$$= 10 + 10 = 20;$$

$$a + b + c + d = (a + b) + (c + d) =$$
$$= (a + c) + (b + d) =$$
$$= (a + d) + (b + c) = f.$$

ВЫЧИТАНИЕ

Вычесть — значит *уменьшить* число *на* несколько единиц.

$$\begin{array}{ccccc} 7 & - & 5 & = & 2 \\ \text{Уменьшаемое} & & \text{Вычитаемое} & & \text{Разность} \end{array}$$

$$\underbrace{a \quad - \quad b}_{\text{Разность}} \quad = \quad c$$

Читается так: разность чисел 7 и 5 равна 2.

Проверка вычитания

Вычитание можно проверить сложением. Для проверки к разности нужно прибавить вычитаемое.

Например: $74 - 30 = 44.$

Проверка: $44 + 30 = 74.$

Если в результате проверки получится уменьшаемое, значит вычитание выполнено правильно.

Устное вычитание

I способ решения

Вычитаемое надо разложить так, чтобы одна из промежуточных разностей была равна 10.

Например:

15 – 7 = (15 – 5) – 2 = 10 – 2 = 8.

5 2

Объяснение: сначала нужно 7 разложить на 5 и 2, затем из 15 вычесть 5, получим 10.

После этого из 10 вычесть 2, получим 8.

II способ решения

Уменьшаемое нужно разложить на числа, одно из которых будет равно вычитаемому.

Например:

$15 - 7 = \underbrace{7 + 8 - 7} = 8 + (7 - 7) = 8.$

7 8

Объяснение: сначала нужно 15 разложить на 7 и 8, затем из 7 вычесть 7, и мы получим разность, равную 8.

Вычитание из любого числа 1 и 0

> Вычесть 1 — значит назвать предыдущее число.

Например: 1, 2, 3, 4, 5, 6...

2 – 1 = 1; 3 – 1 = 2; 4 – 1 = 3.

> Разность равна уменьшаемому, если вычитаемое равно 0, т. е. вычесть 0 — значит оставить число без изменения.

Например: 8 – 0 = 8;

b – 0 = b.

Письменное вычитание

Письменное вычитание удобно выполнять столбиком, при этом десятки пишут под десятками, единицы под единицами.

1. Вычитание без перехода через десяток.

Единицы вычитаются из единиц, десятки из десятков.

Например:

$$\begin{array}{r} -\,48 \\ 24 \\ \hline 24 \end{array}$$

2. Вычитание с переходом через десяток.

Под уменьшаемым записываем вычитаемое.

Например:

$$\begin{array}{r} _{-}345 \\ 86 \\ \hline \end{array}$$

Объяснение:

1) вначале вычитаем единицы: так как из 5 нельзя вычесть 6, необходимо занять 1 десяток и вычесть 6 ед. из 15 ед., — получим 9.

$$\begin{array}{r} _{-}3\dot{4}5 \\ 86 \\ \hline 9 \end{array}$$

Чтобы запомнить, что осталось не 4 десятка, а 3, над цифрой 4 ставят точку;

2) вычитаем десятки: в уменьшаемом было 4 дес., 1 дес. заняли, значит осталось 3 дес. Из 3 дес. нельзя вычесть 8 дес., поэтому необходимо занять 1 сотню и из 13 десятков вычесть 8 десятков:

$$\begin{array}{r} _{-}\dot{3}\dot{4}5 \\ 86 \\ \hline 59 \end{array}$$

3) в уменьшаемом было 3 сотни, 1 сотню заняли, значит осталось 2 сотни. В вычитаемом сотен нет, поэтому вниз сносим 2 сотни.

$$\begin{array}{r} _{-}\dot{3}\dot{4}5 \\ 86 \\ \hline 259 \end{array}$$

Ответ: разность равна 259.

Вычитание из числа, оканчивающегося несколькими нулями

Нужно запомнить:

$$100 - 1 = 99;$$

$$1000 - 1 = 999;$$

$$10\,000 - 1 = 9999.$$

Числа подписывают друг под другом так, чтобы единицы были под единицами, десятки под десятками и т. д.

Например:

$$\begin{array}{r} _{-}2000 \\ 253 \\ \hline 1747 \end{array}$$

Объяснение:

1) вычитаем единицы: из 0 нельзя вычесть 3 ед., поэтому занимаем 1 десяток. У нуля занять нельзя, у сотен также 0, поэтому у 2 тысяч занимаем 1 тысячу. Из 10 ед. вычесть 3 ед. будет 7 ед.

Если над 0 стоит точка, то это уже не 0, а 9, так как 1000 – 3 = 997;

2) вычитаем десятки: из 9 дес. вычесть 5 дес., получим 4 дес.;

3) вычитаем сотни: из 9 сот. вычесть 2 сот., получим 7 сот.;

4) у 2 тыс. занимали 1 тыс., значит осталась 1 тыс., сносим ее вниз.

$$\begin{array}{r} -\dot{2}\dot{0}\dot{0}0 \\ 253 \\ \hline 1747 \end{array}$$

Ответ: разность равна 1747.

ПОРЯДОК ДЕЙСТВИЙ. СКОБКИ

Действия, записанные в скобки, выполняют первыми.

Например:

$$12 - \underbrace{(4 + 3)}_{7} = 12 - 7 = 5.$$

> Если перед скобкой стоит минус, то при раскрытии скобок знаки меняются на противоположные.

Например:

$$12 - (4 + 3) = 12 - 4 - 3 = 5;$$

$$a - (b + c) = a - b - c;$$

$$a - (b - c) = a - b + c.$$

УМНОЖЕНИЕ

Умножить — значит *увеличить* число *в* несколько раз.

7	·	5	=	35
Множитель		**Множитель**		**Произведение**
a	·	b	=	c

$$\underbrace{a \cdot b}_{\text{Произведение}} = c$$

Переместительное свойство умножения

> От перестановки множителей произведение не изменяется.

Например: $5 \cdot 7 = 7 \cdot 5$;

$a \cdot b = b \cdot a$.

Сочетательное свойство умножения

$$(5 \cdot 3) \cdot 2 = 15 \cdot 2 = 30$$
$$5 \cdot (3 \cdot 2) = 5 \cdot 6 = 30$$
$$(5 \cdot 2) \cdot 3 = 10 \cdot 3 = 30$$
$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c) = b \cdot (a \cdot c)$$

Проверка умножения

Если произведение двух множителей разделить на один из них, то получится другой множитель.

Например:

$7 \cdot 8 = 56$,	$a \cdot b = c$,
$56 : 7 = 8$,	$c : a = b$,
$56 : 8 = 7$;	$c : b = a$.

Табличное умножение

Сложение одинаковых слагаемых можно заменить умножением.

Например:

$$7 + 7 + 7 + 7 + 7 = 7 \cdot 5 = 35;$$
$$a + a + a + a + a = a \cdot 5.$$

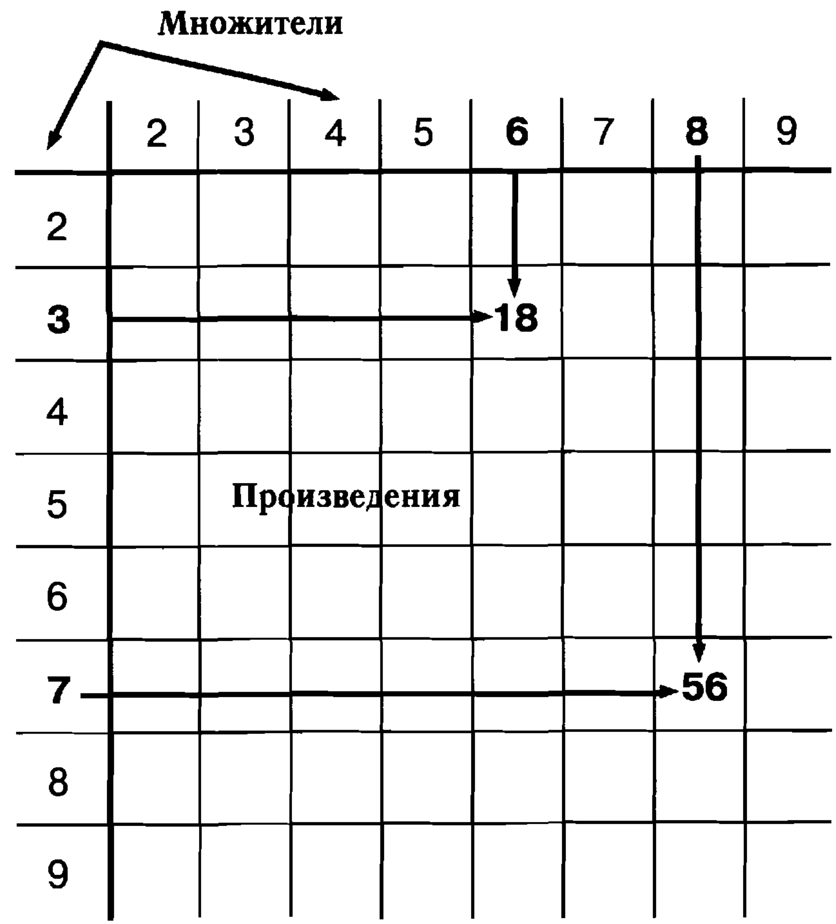
Читается так: взять 5 раз по 7, получится 35; или 7 умножить на 5, получится 35.

Для устного умножения нужно знать наизусть *таблицу умножения*.

Таблица умножения (деления)

	2	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Пример нахождения произведения по таблице умножения (деления)



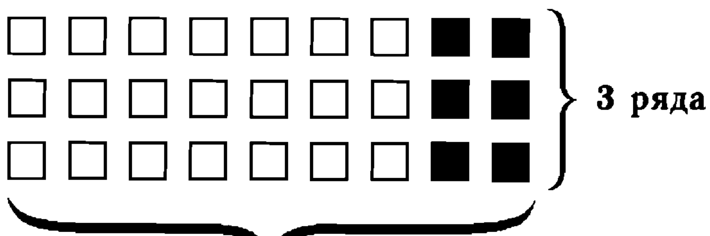
Произведение находится на пересечении линий, проведенных от множителей.

Например: $7 \cdot 8 = 56$;
$3 \cdot 6 = 18$.

Умножение суммы на число
(Распределительный закон умножения)

I способ решения: вычислить сумму и умножить ее на число.

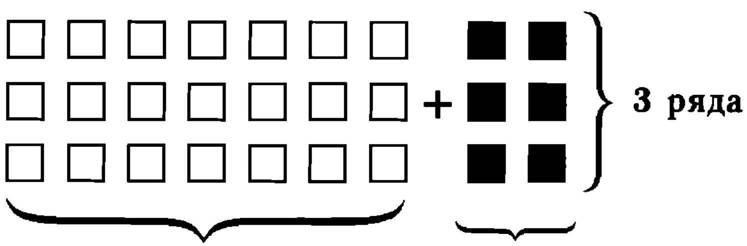
Например: $(7 + 2) \cdot 3 = 9 \cdot 3 = 27$.



$9 \cdot 3 = 27$

II способ решения: умножить на число каждое из слагаемых, полученные результаты сложить.

Например:
$(7 + 2) \cdot 3 = 7 \cdot 3 + 2 \cdot 3 = 21 + 6 = 27$



$7 \cdot 3 = 21$ $2 \cdot 3 = 6$

$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$

Умножение любого числа на 1 и 0

При умножении любого числа на 1 получается то число, которое умножали, т. е. если один из двух множителей равен 1, то произведение равно другому множителю.

Например: $18 \cdot 1 = 18$; $a \cdot 1 = a$.

При умножении любого числа на *нуль* получается *нуль*, т. е. если один из множителей равен нулю, то произведение равно нулю.

Например: $16 \cdot 0 = 0$; $a \cdot 0 = 0$.

Знаки умножения перед буквенными множителями

Перед буквенными множителями обычно не пишут знак умножения. Например:

вместо $5 \cdot a$ или $a \cdot 5$ пишут **5a**;
вместо $a \cdot b$ пишут **ab**.

Не ставят знак умножения и перед скобками. Например:

вместо $4 \cdot (a - b)$ пишут **4(a – b)**;
вместо $a \cdot (b \cdot c)$ пишут **abc**.

Приемы письменного умножения

Письменное умножение удобнее выполнять столбиком.

1. Умножение многозначного числа на однозначное.

Сначала умножают единицы, потом десятки, сотни и т. д.

Например:

$$\begin{array}{r} \times\,487 \\ 3 \\ \hline 1461 \end{array}$$

Объяснение:

1) *умножаем единицы*: 7 ед. умножаем на 3, получаем 21 ед. — это 2 дес. 1 ед.; 1 ед. пишем, 2 дес. запоминаем;

2) *умножаем десятки*: 8 дес. умножаем на 3, получаем 24 дес. — это 2 сот. 4 дес. Прибавляем 2 дес., которые запоминали, получаем 2 сот. 6 дес.; 6 дес. пишем, 2 сот. запоминаем;

3) *умножаем сотни*: 4 сот. умножаем на 3, получаем 12 сот., прибавляем к ним 2 сот., которые запоминали, получаем 14 сот.

Ответ: произведение равно 1461.

2. Умножение многозначного числа на двузначное, трехзначное и т. д. числа.

Множители подписывают друг под другом так, чтобы единицы были под единицами, десятки под десятками и т. д.

Например:

$$\begin{array}{r} \times\,329 \\ 64 \\ \hline \end{array}$$

Объяснение:

1) находим *первое неполное произведение*, т. е. число 329 умножаем на 4:

$$\begin{array}{r} \times\,329 \\ 4 \\ \hline 1316 \end{array}$$

2) находим *второе неполное произведение*, при этом пишем его под первым неполным произведением, сдвинув на один знак влево:

$$\begin{array}{r} \times\,329 \\ 64 \\ \hline +\,1316 \\ 1974 \end{array}$$

3) складываем неполные произведения:

```
    ×329
      64
  + 1316
   1974
   21056
```

Ответ: произведение равно 21 056.

3. Умножение многозначных чисел, оканчивающихся нулями.

Множители подписывают друг под другом так, чтобы нули остались в стороне.

Например:

```
×1260
  2400
```

Объяснение:

1) выполняем умножение, не обращая внимание на нули:

```
  ×1260
    2400
  + 504
   252
```


2) подсчитываем количество нулей в обоих множителях и приписываем их к произведению:

```
  ×1260
    2400
  + 504
   252
   3024000
```

Ответ: произведение равно 3 024 000.

4. Умножение многозначного числа на многозначное с нулем в середине.

Подписываем множители один под другим так, чтобы единицы были под единицами, десятки под десятками и т. д.

Например:

```
×241
 305
```

Объяснение: 1) находим первое неполное произведение:

```
 ×241
     5
  1205
```

2) при умножении на 0 в результате получается 0, поэтому эту строчку не пишем. Находим следующее неполное произведение и пишем его под первым, сдвинув влево на два знака:

$$
\begin{array}{r}
\times\begin{array}{r}241\\305\end{array}\\
\hline
+\begin{array}{r}1205\\723\end{array}\\
\hline
\end{array}
$$

3) складываем неполные произведения:

$$
\begin{array}{r}
\times\begin{array}{r}241\\305\end{array}\\
\hline
+\begin{array}{r}1205\\723\end{array}\\
\hline
73505
\end{array}
$$

Ответ: произведение равно 73 505.

ДЕЛЕНИЕ

Разделить — значит *уменьшить* число *в* несколько раз.

14	:	2	=	7
Делимое		Делитель		Частное
a	:	b	=	c

$$\underbrace{a : b}_{\text{Частное}} = c$$

Самое большое число в частном — делимое.

Частное показывает, во сколько раз делимое больше, чем делитель.

Делимое может делиться на делитель без остатка.

Например: 10 : 2 = 5.

$$\underbrace{\square\ \square}_{2}\ \underbrace{\square\ \square}_{2}\ \underbrace{\square\ \square}_{2}\ \underbrace{\square\ \square}_{2}\ \underbrace{\square\ \square}_{2}$$

Делимое может делиться на делитель с остатком.

Например: 10 : 3 = 3, в остатке 1.

$$\underbrace{\square\ \square\ \square}_{3}\ \underbrace{\square\ \square\ \square}_{3}\ \underbrace{\square\ \square\ \square}_{3}\ \underset{\text{Остаток}}{\blacksquare}$$

Проверка деления

Если делитель умножить на частное, то получится делимое.

Например: $72 : 9 = 8,$

$9 \cdot 8 = 72;$

$a : b = c,$

$b \cdot c = a.$

Если делимое разделить на частное, то получится делитель.

Например: $27 : 3 = 9,$

$27 : 9 = 3;$

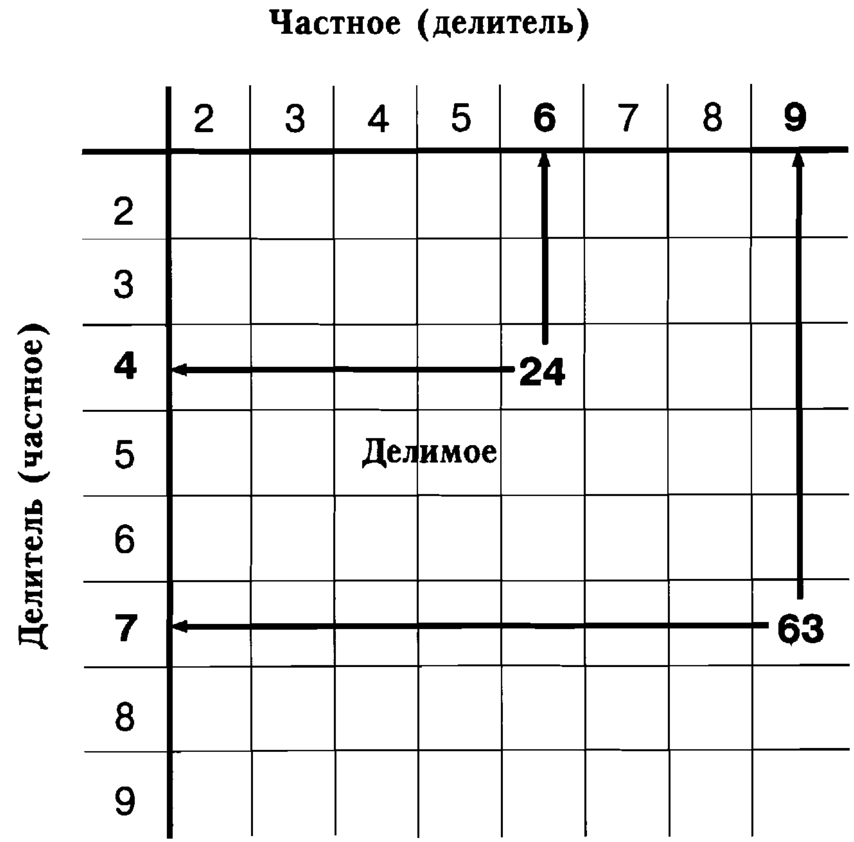
$a : b = c,$

$a : c = b.$

Табличное деление

Для быстрого устного счета надо знать наизусть *таблицу умножения (деления)*. Как ею пользоваться при делении, показано в *примере нахождения частного*.

Таблица деления (умножения). Пример нахождения частного



Например: $24 : 4 = 6,$

$24 : 6 = 4;$

$63 : 7 = 9,$

$63 : 9 = 7.$

Устное деление

I способ решения

Делимое следует разложить на сумму удобных для деления слагаемых, произвести деление, затем сложить полученные частные.

Например:

96 : 6 = (60 : 6) + (36 : 6) = 10 + 6 = 16.
/ \
60 36

Таблица удобных слагаемых при делении на 2—9

2	3	4	5	6	7	8	9
20	30	40	50	60	70	80	90
40	60	80					
60	90						
80							

II способ решения

При делении двузначного числа на двузначное деление производят методом подбора частного.

Например: 68 : 17.
Пробуем 2: 17 · 2 = 34 — не подходит.
Пробуем 3: 17 · 3 = 51 — не подходит.
Пробуем 4: 17 · 4 = 68 — подходит.
Значит 68 : 17 = 4.

Деление любого числа на 1 и 0

При делении любого числа на 1 получается то число, которое делим на 1.

Например: 17 : 1 = 17;
a : 1 = a.

Если делимое и делитель равны, то частное от деления равно 1.

Например: 17 : 17 = 1;
a : a = 1.

Частное равно 0, если делимое равно 0.

Например: 0 : 7 = 0;
0 : a = 0.

НА 0 ДЕЛИТЬ НЕЛЬЗЯ : $\cancel{a : 0}$

Деление суммы на число

I способ решения: вычислить сумму и разделить ее на число.

Например:

$(8 + 2) : 2 = 10 : 2 = 5.$

II способ решения: разделить на число каждое слагаемое и полученные результаты сложить.

Например:

$(8 + 2) : 2 = 8 : 2 + 2 : 2 = 4 + 1 = 5;$

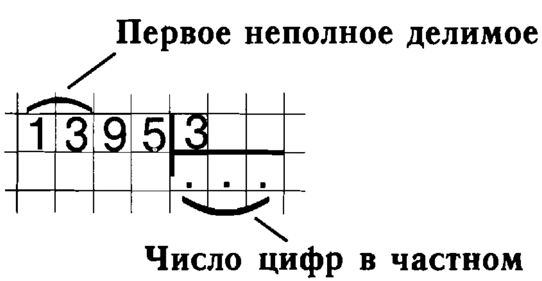
$(a + b) : c = a : c + b : c.$

Приемы письменного деления

Письменное деление многозначных чисел удобнее выполнять «уголком».

Неполное делимое — это наименьшее число, которое делится на делитель.

Например:



План объяснения деления

1. Первое неполное делимое.

Разделим...

Умножим...

Вычтем...

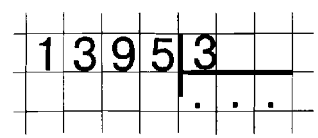
Сравним остаток с делителем...

2. Второе неполное делимое

и т. д.

I. Деление многозначного числа на однозначное.

Например:

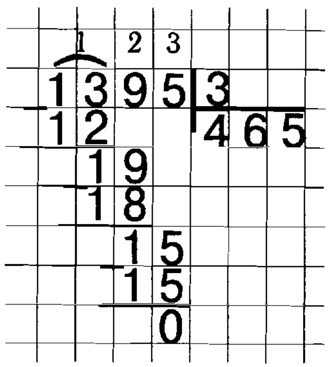


Объяснение:

1. ***Определяем первое неполное делимое:*** невозможно разделить 1 тысячу на 3 так, чтобы в частном получились тысячи. Берем 13 сотен — это первое неполное делимое, значит в записи частного будет 3 цифры.

2. ***Делим сотни.***

Разделим 13 сотен на 3, получим 4 сотни — столько сотен будет в частном.



Умножим 4 сотни на 3, получим 12 сотен — столько сотен разделили.

Вычтем 12 сотен из 13 сотен, получим 1 сотню — столько сотен осталось разделить.

Сравним остаток с делителем: 1 < 3, значит деление выполнено верно.

3. ***Делим десятки.***

Сносим следующую цифру, получим 19 десятков — это второе неполное делимое.

Разделим 19 десятков на 3, получим 6 десятков — столько десятков будет в частном.

Умножим 6 десятков на 3, получим 18 десятков — столько десятков разделили.

Вычтем 18 десятков из 19 десятков, получим 1 десяток — столько десятков осталось разделить.

Сравним остаток с делителем: 1 < 3, значит деление выполнено верно.

4. ***Делим единицы.***

Сносим следующую цифру, получим 15 единиц — это третье неполное делимое.

Разделим 15 единиц на 3, получим 5 единиц — столько единиц будет в частном.

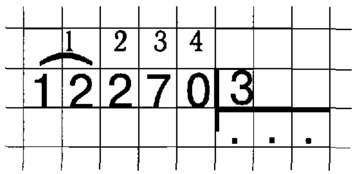
Умножим 5 единиц на 3, получим 15 единиц — столько единиц разделили.

Вычтем 15 единиц из 15 единиц, получим 0. Деление выполнено без остатка.

Ответ: частное равно 465.

II. Вариант деления многозначного числа, когда в середине частного получается 0.

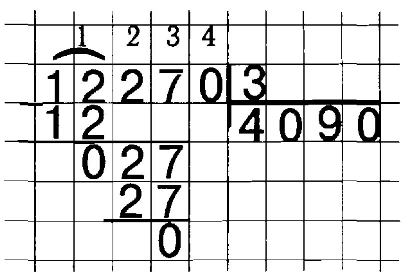
Если при делении снесенная цифра меньше делителя, то сносят следующую цифру, а в частном пишут 0.

Например: 

О б ъ я с н е н и е :

1. ***Определяем первое неполное делимое*** — это 12 тыс., количество цифр в частном — 4.

Разделим 12 тыс. на 3, получим 4 тыс. — столько тысяч будет в частном.



Умножим 4 тыс. на 3, получим 12 тыс. — столько тысяч разделили.

Вычтем 12 тыс. из 12 тыс., получим 0. Деление выполнено без остатка.

2. ***Делим сотни и десятки.***

Сносим следующую цифру, получаем 2 сот. Так как 2 на 3 не делится, сносим следующую цифру — 7 дес., а *в частное пишем 0*.

27 дес. — это второе неполное делимое.

Разделим 27 дес. на 3, получим 9 дес. — столько десятков будет в частном.

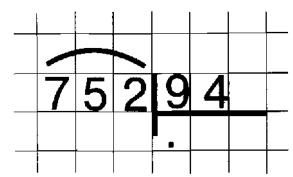
Умножим 9 дес. на 3, получим 27 дес. — столько десятков разделили.

Вычтем 27 дес. из 27 дес., получим 0. Деление выполнено без остатка.

Последняя цифра делимого 0. Переносим ее в частное.

Ответ: частное равно 4090.

III. Деление многозначного числа на двузначное число.

Например: 

О б ъ я с н е н и е :

1. В записи частного будет 1 цифра.

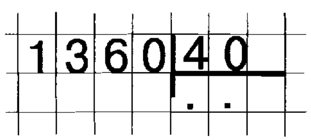
2. ***Делим единицы.***

Разделим 752 на 94. Чтобы легче было найти цифру частного, вначале разделим оба числа на 10, получим 75 и 9, затем 75 разделим на 9, получим 8. Это пробная цифра, ее нельзя сразу записывать в частное — сначала нужно проверить, подходит ли цифра 8.

Умножаем 8 ед. на 94, получается 752 ед., значит цифра 8 подходит. Теперь ее можно записать в частное.

Если после проверки пробная цифра не подходит, ее следует уточнить (увеличить или уменьшить).

IV. Деление многозначного числа на число, оканчивающееся нулями.

Например: 

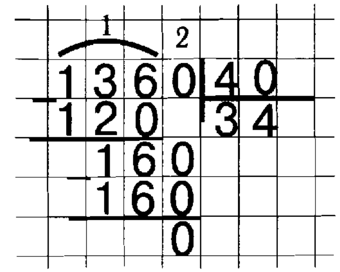
Объяснение:

1. Первое неполное делимое — 136 десятков. В записи частного будет 2 цифры.

2. ***Делим десятки.***

Разделим 136 на 40. Для простоты 13 делим на 4, получаем 3 дес. — столько десятков будет в частном.

Умножим 3 дес. на 40 получим 120 дес. — столько десятков разделили.



Вычтем 120 дес. из 136 дес., получим 16 дес. — столько десятков осталось разделить.

Сравним остаток с делителем: 16 < 40, значит деление выполнено верно.

3. ***Делим единицы.***

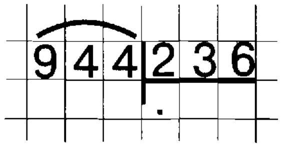
Сносим следующую цифру, получаем 160 ед. — это второе неполное делимое.

Разделим 160 ед. на 40. Для простоты 16 делим на 4, получим 4 — столько единиц будет в частном.

Умножим 4 ед. на 40, получим 160 ед. Все единицы разделили без остатка.

Ответ: частное равно 34.

V. Деление многозначного числа на трехзначное.

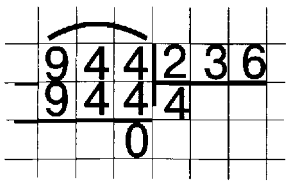
Например: 

О б ъ я с н е н и е :

1. В записи частного будет 1 цифра.

2. ***Делим единицы.***

Разделим 944 ед. на 236. Чтобы легче было найти цифру частного, вначале разделим оба числа на сто, получим 9 и 2, затем 9 разделим на 2, получим 4. Это пробная цифра, ее нельзя записывать в частное — сначала нужно проверить, подходит ли цифра 4.



Умножаем 4 ед. на 236, получается 944 ед., значит цифра 4 подходит. Теперь ее можно записать в частное.

VI. Деление с остатком.

Если делимое не делится без остатка, то нужно подобрать ближайшее к делимому число, которое делится на делитель без остатка. Оно должно быть меньше делимого.

> Остаток не должен быть больше делителя.

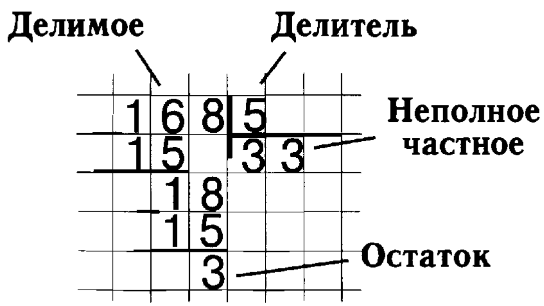
Например:

Делимое **Делитель** **Неполное частное**

1) 32 : 6 = 5, ост. 2;

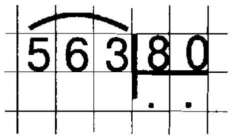
$2 < 6$.

Читается так: 32 разделить на 6 будет 5, остаток 2.

2) 

Читается так: 168 разделить на 5 будет 33, остаток 3.

VII. Деление с остатком на числа, оканчивающиеся нулями.

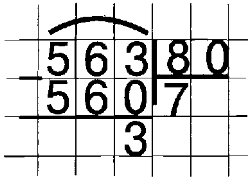
Например: 

Объяснение:

1. В записи частного будет 1 цифра.

2. ***Делим единицы.***

Разделим 563 ед. на 80. Чтобы легче было найти цифру частного, вначале разделим оба числа на 10, получим 56 и 8, затем 56 разделим на 8, получим 7 ед. — столько единиц будет в частном.



Умножим 7 ед. на 80, получим 560 ед. — столько единиц разделили.

Вычтем 560 ед. из 563 ед., получим 3 ед. — это остаток.

Сравним остаток с делителем: 3 < 80. Деление выполнено верно.

Ответ: частное равно 7, остаток 3.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ ДЕЙСТВИЙ

Действия выполняются в следующем порядке:

1) действия, записанные в скобках;

2) умножение и деление;

3) сложение и вычитание.

Например:

$$20 \overset{3}{+} 3 \overset{2}{\cdot} (14 \overset{1}{-} 2) = 56;$$

$$90 \overset{3}{-} 2 \overset{1}{\cdot} 5 \overset{4}{+} 9 \overset{2}{:} 3 = 83;$$

$$a \overset{4}{+} a \overset{2}{:} c \overset{5}{-} (b \overset{1}{+} d) \overset{6}{+} b \overset{3}{:} c = f.$$

Если a = 12, b = 9, c = 3, d = 1, то:

$$12 + \underbrace{12 : 3}_{4} - \underbrace{(9 + 1)}_{10} + \underbrace{9 : 3}_{3} =$$

$$= 12 + 4 - 10 + 3 = \underbrace{(12 - 10)}_{2} + \underbrace{(4 + 3)}_{7} = 9.$$

Цифры над математическими знаками показывают порядок выполнения действий.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ФИГУРЫ

Для обозначения точек и вершин используются прописные буквы латинского алфавита.

Кривая линия

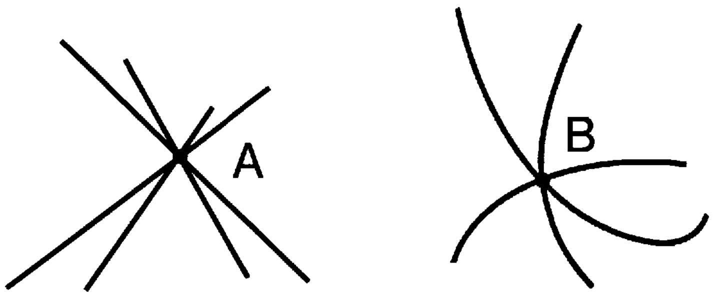
Прямая линия

A • • B

Точки: точка A, точка B.

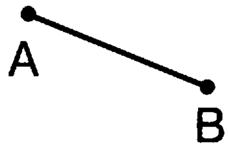
Через одну точку можно провести множество прямых и кривых линий.

Например:

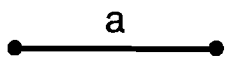


Через две точки можно провести только одну прямую.

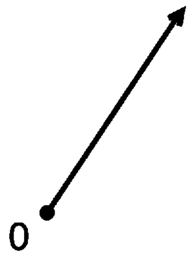
Например:



Отрезок — это прямая линия между двумя точками.



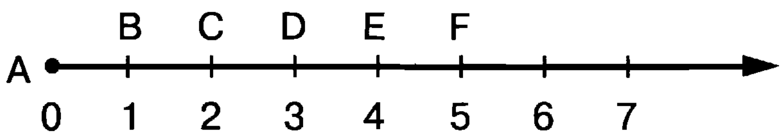
Например: отрезок a.



Луч — это прямая, ограниченная с одной стороны. Для сравнения различных чисел можно использовать *числовой луч*.

ЧИСЛОВОЙ ЛУЧ

Числовой луч применяется для сравнения различных чисел. Для получения числового луча нужно от начала луча (точка A) отложить равные отрезки, которые называются единичными отрезками.



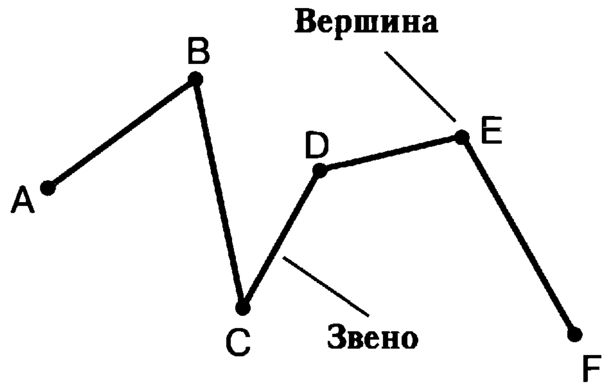
Началу луча соответствует число 0. На числовом луче можно любое число изобразить точкой. Чем правее точка от начала луча, тем больше число она изображает, а чем ближе к нулю (точка A) — тем меньше.

Например: число 5, соответствующее точке F, больше, чем число 3, соответствующее точке D, т. е. AF > AD, и наоборот: AD < AF.

Числа 0, 1, 2, 3, ..., соответствующие точкам A, B, C, D, ..., называют *координатами* этих точек, поэтому числовой луч называют еще *координатным* лучом.

ЛОМАНАЯ ЛИНИЯ

Ломаная линия состоит из отрезков, которые не лежат в одной плоскости. Конец одного отрезка является началом другого.



Каждый такой отрезок называется *звеном* ломаной, концы звена называются *вершинами* ломаной.

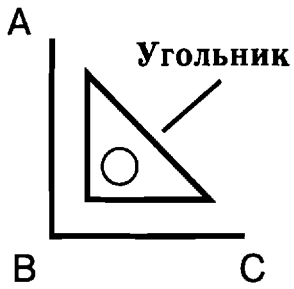
Например:
AB, BC, CD, DE, EF — звенья ломаной;
точки A, B, C, D, E, F — вершины ломаной.

Длина ломаной — это сумма всех ее звеньев.

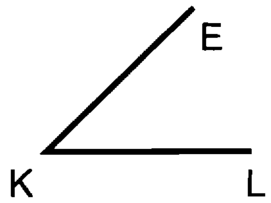
Например:

AB + BC + CD + DE + EF.

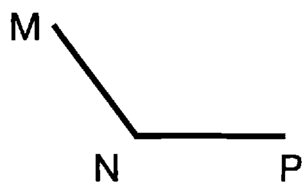
УГОЛ



Угол — это геометрическая фигура, образованная двумя лучами, исходящими из одной точки.



Лучи, образующие угол, называются *сторонами* угла, общее начало называется *вершиной* (точки B, K и N).



Углы могут быть прямыми, острыми и тупыми:

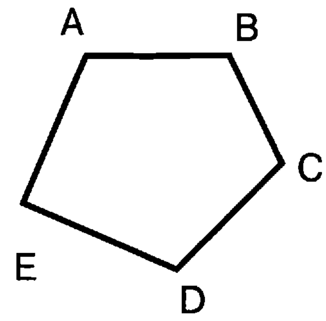
угол ABC — прямой угол;

угол EKL — острый угол (меньше прямого угла);

угол MNP — тупой угол.

Угол можно называть по его вершине, например: угол B, угол K, угол N.

МНОГОУГОЛЬНИК



Многоугольник — это фигура, образованная замкнутым рядом отрезков.

Многоугольники называют по числу углов: 3 угла — треугольник, 4 угла — четырехугольник и т. д.

Периметр многоугольника — это сумма длин всех его сторон. Обозначается буквой P.

Например:

$$P = AB + BC + CD + DE + EA.$$

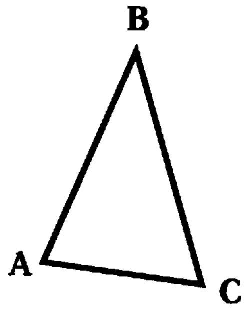
Если стороны многоугольника обозначены буквами: a, b, c, d, e, то:

$$P = a + b + c + d + e.$$

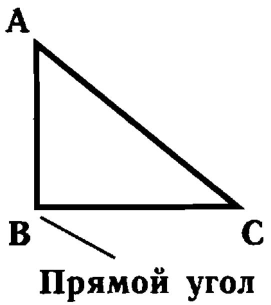
ТРЕУГОЛЬНИК

Треугольник — это многоугольник с тремя сторонами.

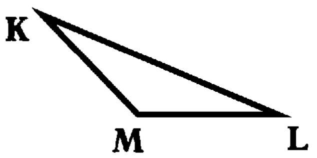
Типы треугольников



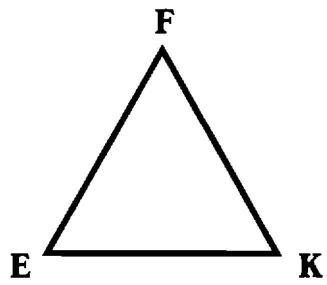
Если все углы острые, то треугольник *остроугольный*.



Если один из углов прямой, то треугольник *прямоугольный*. Угол В — прямой.

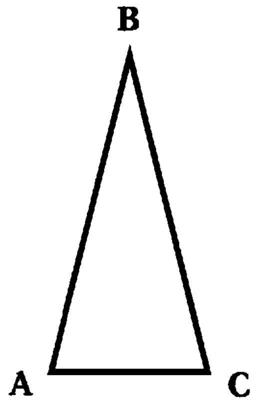


Если один из углов тупой, то треугольник *тупоугольный*. Угол М — тупой.



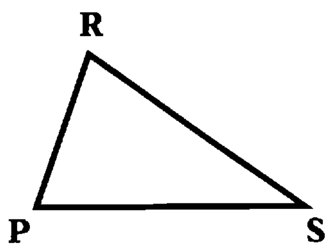
Если все стороны имеют равные величины, то треугольник *равносторонний*:

$$\boxed{EF = FK = KE}$$



Если две стороны равны, то треугольник *равнобедренный*:

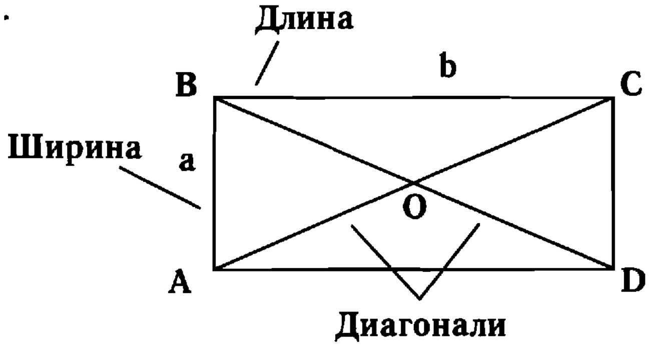
$$\boxed{AB = BC}$$



Если все стороны имеют разные величины, то треугольник *разносторонний*.

ПРЯМОУГОЛЬНИК

Прямоугольник — это многоугольник с четырьмя сторонами, у которого все углы прямые.



AB и CD } Противоположные стороны
AD и BC } прямоугольника

AC и BD — диагонали прямоугольника

Обозначим длину прямоугольника буквой b, ширину буквой a.

> Противоположные стороны прямоугольника равны:
> $AB = CD = a$; $AD = BC = b$.
> Диагонали прямоугольника равны и в точке пересечения (точка O) делятся пополам:
> $AC = DB$; $AO = OC = BO = OD$.

Периметр прямоугольника равен сумме его сторон:

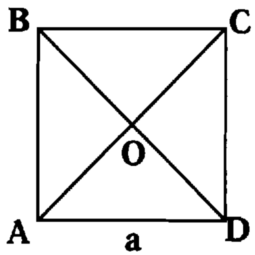
$P = a + b + a + b = 2a + 2b$ (мм, см, м и т. д.).

Площадь прямоугольника равна произведению его длины на ширину (в одинаковых единицах измерения):

$S = a \cdot b$ (мм^2, см^2, м^2 и т. д.).

КВАДРАТ

Квадрат — это прямоугольник, у которого все стороны равны.



Обозначим одну сторону квадрата буквой a, тогда:

$AB = BC = CD = DA = a$.

Диагонали квадрата равны и в точке пересечения (точка O) делятся пополам:
$AC = BD$; $AO = OC = BO = OD$.

> При пересечении диагонали образуют прямые углы.

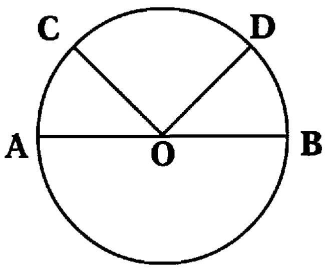
Периметр квадрата равен сумме его сторон:

$P = a + a + a + a = 4a$ (мм, см, м и т. д.).

Площадь квадрата равна произведению двух его сторон:

$S = a \cdot a = a^2$ (мм^2, см^2, м^2 и т. д.).

КРУГ. ОКРУЖНОСТЬ



Окружность — это граница круга.

Точка О — *центр* окружности (круга).

Отрезки, соединяющие центр окружности с любой ее точкой, — *радиусы* окружности. В одной окружности все радиусы равны.

Например: AO = CO = DO = BO.

Отрезок, соединяющий две точки окружности и проходящий через ее центр, — *диаметр* окружности.

Например: AB — диаметр.

Диаметр равен двум радиусам.

Например: AB = AO + OB.

ВЕЛИЧИНЫ И ИХ ИЗМЕРЕНИЕ

Существуют такие величины, как длина, масса, время, площадь. Для их измерения используют различные единицы.

ЕДИНИЦЫ ДЛИНЫ

1 см = 10 мм

1 дм = 10 см

1 м = 10 дм

1 м = 100 см

1 км = 1000 м

ЕДИНИЦЫ МАССЫ

1 кг = 1000 г

1 ц = 100 кг

1 т = 1000 кг

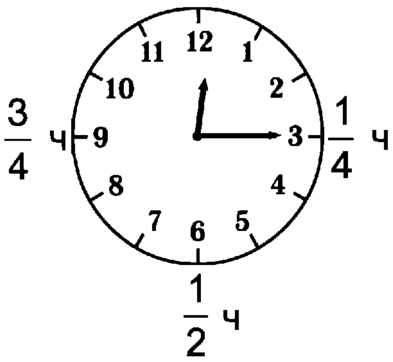
1 т = 10 ц

ЕДИНИЦЫ ВРЕМЕНИ. ЧАСЫ

1 мин = 60 с
1 ч = 60 мин
1 сут. = 24 ч
1 мес. = 30 или 31 день (в феврале 28 или 29 дней)
1 год = 365 или 366 сут.

1 год = 12 мес.
$\frac{1}{4}$ года (квартал) = = 3 мес.
$\frac{1}{2}$ года (полгода) = = 6 мес.

Часы



1 круг циферблата — половина суток

$\frac{1}{2}$ **сут.** = 12 ч

$\frac{1}{2}$ **ч** = 30 мин (полчаса, половина)

$\frac{1}{4}$ **ч** = 15 мин (четверть)

$\frac{3}{4}$ **ч** = 45 мин (без четверти)

Например: на вопрос «Который час?» или «Сколько времени (не время!)?» отвечают: «Четверть первого».

ПЛОЩАДЬ. ЕДИНИЦЫ ПЛОЩАДИ

Площадь — это внутренняя часть какой-либо геометрической фигуры. Обычно обозначается латинской буквой S.

Единицы площади — это квадраты, стороны которых измеряются единицами длины.

Например: квадрат, сторона которого 1 см, — это единица площади — квадратный сантиметр. При числах записывается так: 1 см^2.

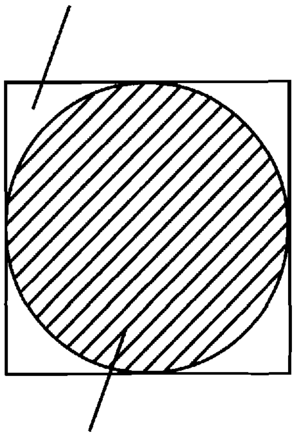
ЕДИНИЦЫ ПЛОЩАДИ

1 см^2 = 100 мм^2	1 дм^2 = 10 000 мм^2
1 дм^2 = 100 см^2	1 м^2 = 10 000 см^2
1 м^2 = 100 дм^2	1 а = 10 000 дм^2
1 а = 100 м^2	1 га = 10 000 м^2
1 га = 100 а	1 км^2 = 10 000 а
1 км^2 = 100 га	1 км^2 = 1 000 000 м^2

Ар — это квадрат со стороной 10 м.
При числах записывается: 1 а, 5 а.
Гектар — это квадрат со стороной 100 м.
При числах записывается: 1 га, 8 га.

ПРИБЛИЗИТЕЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ. ПАЛЕТКА

I способ определения площади: сравнение площадей способом наложения.



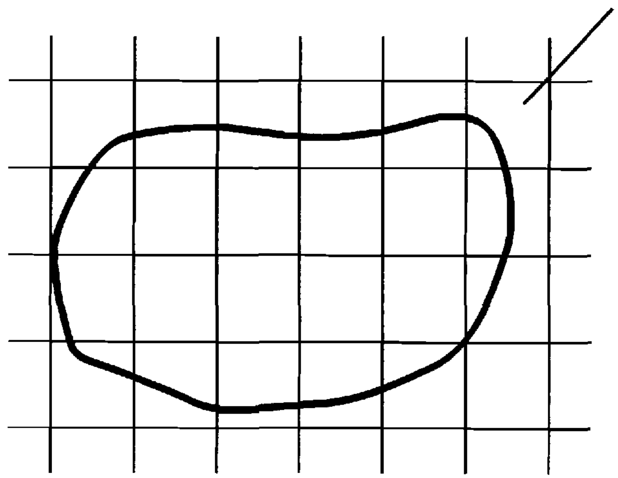
Например: если круг поместился внутри квадрата, значит площадь квадрата больше, чем площадь круга, и наоборот: площадь круга меньше, чем площадь квадрата.

II способ определения площади: с использованием палетки.

Палетка — это прозрачная пленка, разделенная на одинаковые квадраты: это могут быть квадратные дециметры, сантиметры, миллиметры.

Чтобы узнать площадь фигуры, на нее накладывают палетку и вначале считают количество полных квадратов. Затем считают, сколько неполных квадратов помещается внутри палетки. Принято два неполных квадрата считать за один полный.

Например:



Площадь приведенной фигуры состоит из 8 полных квадратных сантиметров и 15 неполных.

Площадь фигуры примерно равна:

$$S = 8 + 15 : 2 = 8 + 7{,}5 = 15{,}5 \text{ см}^2.$$

УРАВНЕНИЕ

Уравнение — это равенство, содержащее неизвестное число, которое надо найти. Неизвестное число в таком равенстве обозначают строчной латинской буквой, чаще всего буквой x.

Решить уравнение — значит найти такое значение буквы, при котором равенство будет верным.

> При переносе чисел из одной части уравнения в другую, знаки перед ними меняются на противоположные.

Например: $21 + x = 36;$
$x = 36 - 21 = 15.$
Проверка: $21 + 15 = 36.$

$$a + x = b;$$
$$x = b - a.$$

УРАВНЕНИЯ И ИХ РЕШЕНИЯ

1. Нахождение неизвестного слагаемого:
$$12 + x = 25;$$
$$x = 25 - 12 = 13.$$
Проверка: $12 + 13 = 25.$

2. Нахождение неизвестного уменьшаемого:
$$x - 16 = 3;$$
$$x = 3 + 16 = 19.$$
Проверка: $19 - 16 = 3.$

3. Нахождение неизвестного вычитаемого:
$$16 - x = 10;$$
$$x = 16 - 10 = 6.$$
Проверка: $16 - 6 = 10.$

4. Нахождение неизвестного множителя:
$$21 \cdot x = 63;$$
$$x = 63 : 21 = 3.$$
Проверка: $21 \cdot 3 = 63.$

5. Нахождение неизвестного делителя:
$$32 : x = 8;$$
$$x = 32 : 8 = 4.$$
Проверка: $32 : 4 = 8.$

6. Нахождение неизвестного делимого:
$$x : 4 = 16;$$
$$x = 16 \cdot 4 = 64.$$
Проверка: $64 : 4 = 16.$

ФОРМУЛА ПУТИ

Правило нахождения пути по скорости и времени движения можно выразить в буквенном виде.

Если обозначить:

путь — буквой S,
скорость — буквой V,
время — буквой t,

то получим равенство

$$\boxed{S = Vt}$$

Пройденное расстояние (путь) равно скорости движения, умноженной на время, проведенное в пути.

Эту формулу используют для решения различных задач.

Находят скорость движения:

$$\boxed{V = S : t}$$

и время, проведенное в пути:

$$\boxed{t = S : V}$$

Скорость — это расстояние, преодолеваемое за единицу времени (м/с, км/ч и т. д.).

ФОРМУЛА СТОИМОСТИ

Правило нахождения стоимости по цене и количеству можно выразить в буквенном выражении.

Если обозначить:

стоимость — буквой С,
цену — буквой Ц,
количество — буквой К,

то получим равенство

$$\boxed{С = Ц \cdot К}$$

Стоимость равна произведению цены на количество.

Эту формулу используют для решения различных задач.

Находят цену:

$$\boxed{Ц = С : К}$$

и количество:

$$\boxed{К = С : Ц}$$

Стоимость и цена измеряются в рублях.

В 1 рубле 100 копеек.

В задачах пишется: 1 р., 50 к.

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ

Для того чтобы узнать, делится ли одно число на другое, не всегда нужно выполнять деление. Существуют признаки, позволяющие в некоторых случаях получать ответ на этот вопрос уже по самой записи числа.

1. Любое четное число **делится на 2**.

Например:

14 218 — делится на 2;
14 217 — не делится на 2.

2. **Число делится на 4**, если две последние его цифры нули или образуют число, делящееся на 4.

Например:

94 216 и 94 200 — делятся на 4;
21 534 — не делится на 4.

3. **Число делится на 8**, если три последние его цифры нули или образуют число, делящееся на 8.

Например:

125 000 и 111 120 — делятся на 8;
170 004 — не делится на 8.

4. **Число делится на 3**, если сумма его цифр делится на 3.

Например:

17 835 — делится на 3;
106 499 — не делится на 3.

5. **Число делится на 9**, если сумма его цифр делится на 9.

Например:

52 632 — делится на 9;
106 499 — не делится на 9.

6. **Число делится на 6**, если оно делится одновременно на 2 и на 3.

Например:

126 — делится на 6;
128 — не делится на 6.

7. **Число делится на 5**, если оно оканчивается цифрой 0 или 5.

Например:

10 005, 1820 — делятся на 5;
120 001 — не делится на 5.

8. **Число делится на 10**, если оно оканчивается цифрой 0.

Например:

12 480 — делится на 10;
12 481 — не делится на 10.

9. **Число делится на 100**, если две последние его цифры нули.

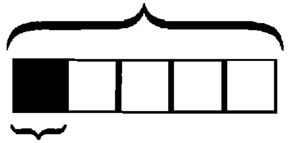
Например:

97 300 — делится на 100;
489 502 — не делится на 100.

НАХОЖДЕНИЕ ЧИСЛА ПО ДОЛЕ

Если известно, на сколько равных долей разделено число, и известна величина одной доли, то можно найти само число.

Например: x



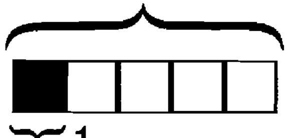
$\frac{1}{5}$ = **4 см**

x = 4 · 5 = 20 см

НАХОЖДЕНИЕ ДОЛИ ПО ЧИСЛУ

Если известно число и количество равных долей, на которые оно разделено, можно узнать величину одной доли.

Например: **20 см**



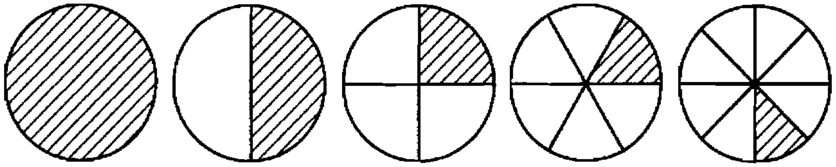
x = $\frac{1}{5}$

x = 20 : 5 = 4 см

ДОЛИ. ДРОБИ

При делении целого на равные части получают доли, при этом чем больше долей, тем они меньше.

Например:



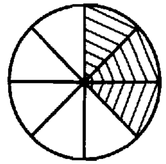
$1 \qquad \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{6} \qquad \frac{1}{8}$

$1 > \frac{1}{2} \qquad \frac{1}{2} > \frac{1}{4} \qquad \frac{1}{4} > \frac{1}{6} \qquad \frac{1}{6} > \frac{1}{8}$

Дробью называется часть единицы или несколько равных *долей единицы*.

Число, показывающее, на сколько долей разделена единица, называется *знаменателем* дроби; число, показывающее количество взятых долей, — *числителем* дроби.

Например:



если круг принять за единицу, разделить его на 8 равных долей и взять из них 3 доли, то получится дробь $\frac{3}{8}$:

3 — **числитель (количество взятых из круга долей)**

8 — **знаменатель (на сколько равных долей разделен круг)**

Дроби можно сравнивать, складывать, вычитать, умножать и делить.

ПРАВИЛЬНЫЕ И НЕПРАВИЛЬНЫЕ ДРОБИ

Дробь, числитель которой меньше знаменателя, называют *правильной*.

Например: $\frac{1}{4}$; $\frac{8}{19}$; $\frac{4}{15}$.

Дробь, числитель которой больше знаменателя или равен ему, называют *неправильной*.

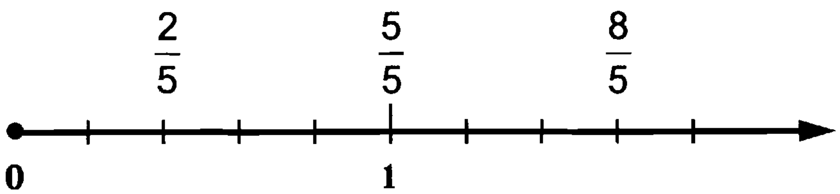
Например: $\frac{5}{4}$; $\frac{18}{17}$; $\frac{19}{19}$.

СРАВНЕНИЕ ДРОБЕЙ

Различие между правильными и неправильными дробями можно увидеть, используя *числовой луч*.

Например: даны дроби $\frac{2}{5}$, $\frac{5}{5}$ и $\frac{8}{5}$.

Чтобы их сравнить, построим числовой луч, разделим отрезок от 0 до 1 на 5 равных частей.



Чтобы изобразить дробь $\frac{2}{5}$, нужно от точки 0 отложить две части.

Чтобы изобразить дробь $\frac{5}{5}$, нужно отложить 5 раз по одной части от точки 0. Полученная точка совпадает с координатой 1.

Чтобы изобразить дробь $\frac{8}{5}$, нужно отложить 8 раз по одной части вправо от точки 0.

На луче видно, что правильной дроби соответствует точка, расположенная левее точки с координатой 1 ($\frac{5}{5}$), а неправильной — точка, расположенная правее точки с координатой 1 или совпадающая с ней.

Таким образом, из двух дробей с *одинаковыми знаменателями* больше та, у которой числитель больше, и меньше та, у которой числитель меньше.

Например: $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$; $\frac{5}{12} < \frac{11}{12}$.

Чтобы сравнить дроби с разными знаменателями, их сначала нужно заменить дробями с одинаковыми знаменателями, т. е. нужно *привести их к общему знаменателю*.

Для этого можно использовать основное свойство дробей.

Если числитель и знаменатель дроби умножить на одно и то же отличное от нуля число, толучится дробь, равная данной.

Например: $\frac{a}{b}=\frac{a\cdot c}{b\cdot c}$.

Используя это свойство, приведем к общему знаменателю дроби $\frac{3}{5}$ и $\frac{5}{12}$:

$$\frac{3}{5}=\frac{3\cdot 12}{5\cdot 12}=\frac{36}{60};$$

$$\frac{5}{12}=\frac{5\cdot 5}{12\cdot 5}=\frac{25}{60}.$$

Наименьший общий знаменатель у дробей $\frac{3}{5}$ и $\frac{5}{12}$ равен 60.

$$\frac{36}{60}>\frac{25}{60}, \text{ значит } \frac{3}{5}>\frac{5}{12}.$$

СЛОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ

Чтобы сложить дроби с одинаковыми знаменателями, нужно сложить их числители, а знаменатель оставить прежним.

$$\boxed{\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}}$$

Например: $\frac{5}{7}+\frac{1}{7}=\frac{5+1}{7}=\frac{6}{7}$;

$$\frac{1}{16}+\frac{3}{16}+\frac{9}{16}=\frac{1+3+9}{16}=\frac{13}{16}.$$

Чтобы найти сумму дробей *с разными знаменателями*, их предварительно нужно привести к общему знаменателю.

Например:

$$\frac{1}{4}+\frac{3}{8}=\frac{1\cdot 2}{4\cdot 2}+\frac{3}{8}=\frac{2+3}{8}=\frac{5}{8}.$$

Наименьший общий знаменатель у дробей $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{8}$ равен 8.

СЛОЖЕНИЕ СМЕШАННЫХ ДРОБЕЙ

$2\frac{1}{3}$ — **Смешанная дробь**

Дробная часть дроби

Целая часть дроби

Чтобы представить смешанную дробь в виде неправильной дроби, нужно:

1) умножить ее целую часть на знаменатель дробной части;

2) к полученному произведению прибавить числитель дробной части;

3) записать полученную сумму числителем дроби, а знаменатель дробной части оставить без изменения.

Например:

$$2\frac{4}{9}=\frac{18+4}{9}=\frac{22}{9}.$$

Чтобы из неправильной дроби выделить целую часть, надо:

1) разделить с остатком числитель на знаменатель;

2) неполное частное будет целой частью дроби;

3) остаток (если он есть) даст числитель, а делитель — знаменатель дробной части.

Например: $\frac{25}{6}=4\frac{1}{6}$.

При сложении смешанных дробей можно представить каждую из них в виде суммы целой и дробной частей, а затем отдельно сложить целые и дробные части.

Например:

$$2\frac{1}{2}+3\frac{2}{3}=2+\frac{1}{2}+3+\frac{2}{3}=5+\frac{1}{2}+\frac{2}{3}=$$

$$=5+\frac{3+4}{6}=5+\frac{7}{6}=5+1\frac{1}{6}=6\frac{1}{6}.$$

Этот же пример можно решить иначе, представляя смешанные дроби в виде неправильных дробей:

$$2\frac{1}{2}+3\frac{2}{3}=\frac{5}{2}+\frac{11}{3}=\frac{15+22}{6}=\frac{37}{6}=6\frac{1}{6}.$$

ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ

Чтобы найти разность дробей *с одинаковыми знаменателями*, надо из числителя первой дроби вычесть числитель второй, а знаменатель оставить прежним.

$$\boxed{\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}}$$

Например:

$$\frac{7}{12}-\frac{5}{12}=\frac{7-5}{12}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}.$$

Чтобы найти разность дробей, *знаменатели* которых *различны*, их нужно привести к общему знаменателю.

Например:

$$\frac{7}{12}-\frac{1}{4}=\frac{7-3}{12}=\frac{4}{12}=\frac{1}{3}.$$

Чтобы вычесть смешанные дроби, их заменяют неправильными дробями и дальше действуют по правилу вычитания дробей.

Например:

$$2\frac{1}{4}-\frac{1}{3}=\frac{9}{4}-\frac{1}{3}=\frac{27-4}{12}=\frac{23}{12}=1\frac{11}{12}.$$

УМНОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ

Чтобы умножить дробь на дробь, нужно перемножить их числители и знаменатели, первое число записать числителем, а второе — знаменателем.

$$\boxed{\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}}$$

Например:

$$2\frac{1}{2}\cdot\frac{3}{7}=\frac{5}{2}\cdot\frac{3}{7}=\frac{5\cdot 3}{2\cdot 7}=\frac{15}{14}=1\frac{1}{14}.$$

ДЕЛЕНИЕ ДРОБЕЙ

Чтобы разделить одну дробь на другую, нужно первую дробь умножить на дробь, обратную второй.

Обратная дробь — это дробь, в которой поменяли местами числитель и знаменатель.

Для дроби $\frac{3}{4}$ обратная дробь будет $\frac{4}{3}$.

$$\boxed{\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}}$$

Например: $\frac{3}{4}:\frac{2}{3}=\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{2}=\frac{9}{8}=1\frac{1}{8}.$

СОКРАЩЕНИЕ ДРОБЕЙ

Чтобы сократить дробь, числитель и знаменатель нужно разделить на их общий множитель.

Например: $\frac{15}{20}=\frac{15:5}{20:5}=\frac{3}{4}$.

НАХОЖДЕНИЕ ДРОБИ ОТ ЧИСЛА И ЧИСЛА ПО ЕГО ДРОБИ

Чтобы найти дробь от числа, нужно умножить число на эту дробь.

Например, нужно найти $\frac{4}{9}$ от заданного числа 18:

$$x=18\cdot\frac{4}{9}=\frac{\overset{2}{\cancel{18}}\cdot 4}{\cancel{9}}=8.$$

Чтобы найти число по данному значению его дроби, нужно это значение разделить на дробь.

Например, нужно найти число, если значению его дроби $\frac{4}{9}$ соответствует число 8:

$$x=8:\frac{4}{9}=\frac{\overset{2}{\cancel{8}}\cdot 9}{\cancel{4}}=18.$$

КАК РЕШАТЬ ЗАДАЧИ

Задачи бывают простые и составные. Простые задачи решаются одним действием. Составные — двумя и более действиями.

Для решения любой задачи необходимо:

1. Внимательно прочитать задачу и понять, о чем в ней говорится.

2. Кратко записать задачу или сделать чертеж.

3. Разобраться, простая это задача или составная, и что показывает каждое из чисел.

4. Составить план решения.

5. Решить задачу и проверить ее решение.

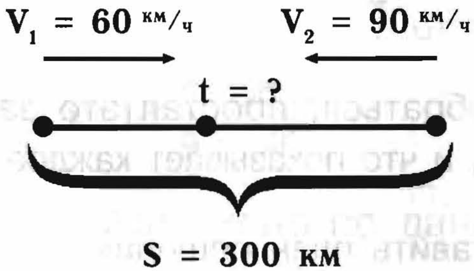
При решении задач и примеров нужно помнить, что величины, значения которых выражены в разных единицах измерения, следует привести к одним и тем же единицам, а затем выполнять вычисления.

СОСТАВНЫЕ ЗАДАЧИ НА ДВИЖЕНИЕ

Краткое условие задач на движение удобно оформлять в форме чертежей.

Задача 1. Из двух городов навстречу друг другу выехали две машины. Скорость первой — 60 км/ч, скорость второй — 90 км/ч. Через сколько часов машины встретятся, если расстояние между городами равно 300 км/ч?

Вспомним формулу $S = V \cdot t$ — чтобы найти время, нужно расстояние разделить на скорость.



Вначале найдем *скорость сближения машин*:

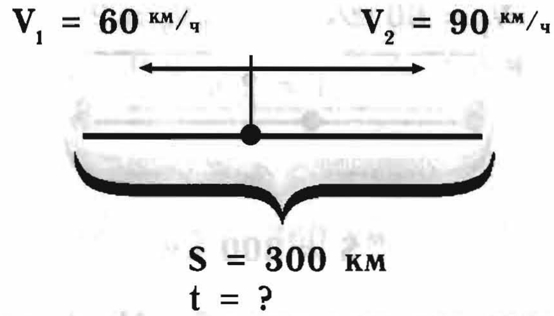
$$V = V_1 + V_2 = 60 + 90 = 150 \text{ км/ч}.$$

Затем определим время движения машин до встречи:

$$t = S : V = 300 : 150 = 2 \text{ ч}.$$

Ответ: машины встретились через 2 часа.

Задача 2. Из города в противоположных направлениях выехали две машины. Скорость первой — 60 км/ч, скорость второй — 90 км/ч. Через сколько часов расстояние между машинами будет равно 300 км?



Рассуждаем так: если $S = V \cdot t$, то, чтобы определить время, надо расстояние разделить на скорость: $t = S : V$.

Так как машины едут в разные стороны, нужно найти *скорость удаления*:

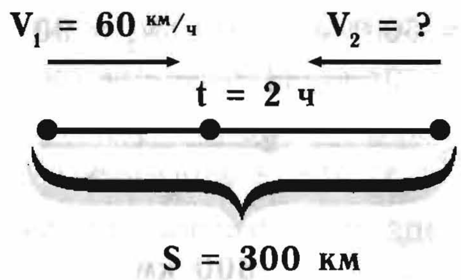
$$V = V_1 + V_2 = 60 + 90 = 150 \text{ км/ч}.$$

Найдем время, через которое расстояние между машинами будет равно 300 км:

$$t = S : V = 300 : 150 = 2 \text{ ч}.$$

Ответ: через 2 часа расстояние между машинами будет равно 300 км.

Задача 3. Из двух городов, расстояние между которыми равно 300 км, навстречу друг другу выехали две машины. Скорость первой — 60 км/ч. С какой скоростью ехала вторая машина, если они встретились через 2 часа?



Рассуждаем так: если $S = V \cdot t$, то, чтобы определить скорость, надо расстояние поделить на время: $V = S : t$.

Вначале найдем скорость сближения машин:

$$V = S : t = 300 : 2 = 150 \text{ км/ч}.$$

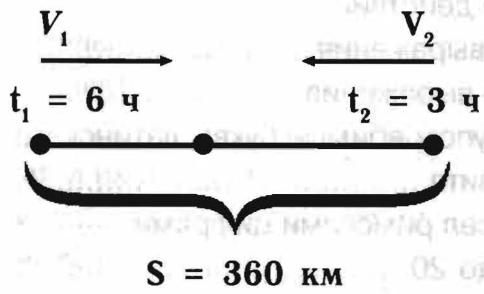
Затем скорость второй машины:

$$V_2 = V - V_1 = 150 - 60 = 90 \text{ км/ч}.$$

Ответ: скорость второй машины равна 90 км/ч.

Аналогично решаются задачи на нахождение скорости другой машины и расстояния.

Задача 4. Первая машина проходит расстояние 360 км за 6 часов, вторая — за 3 часа. Через сколько часов они встретятся, если они одновременно выедут навстречу друг другу?



Вначале находим скорость первой машины:

$$V_1 = S : t_1 = 360 : 6 = 60 \text{ км/ч}.$$

Затем — скорость второй машины:

$$V_2 = S : t_2 = 360 : 3 = 120 \text{ км/ч}.$$

Находим скорость сближения машин:

$$V = V_1 + V_2 = 60 + 120 = 180 \text{ км/ч}.$$

И, наконец, время, через которое машины встретятся:

$$t = S : V = 360 : 180 = 2 \text{ ч}.$$

Ответ: машины встретятся через 2 ч.

СОДЕРЖАНИЕ