

Решение контрольных и самостоятельных работ по геометрии за 7 класс

к пособию

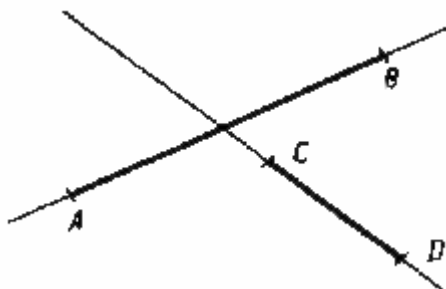
«Дидактические материалы по геометрии для 7 класса.

Б.Г. Зив, В.М. Мейлер.

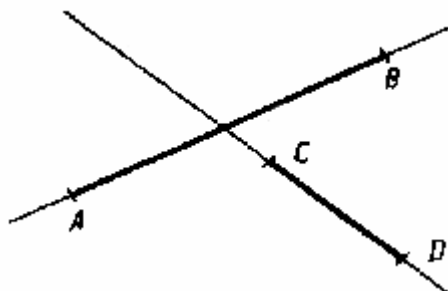
М.: Просвещение, 2003»

В. 1. С-1.

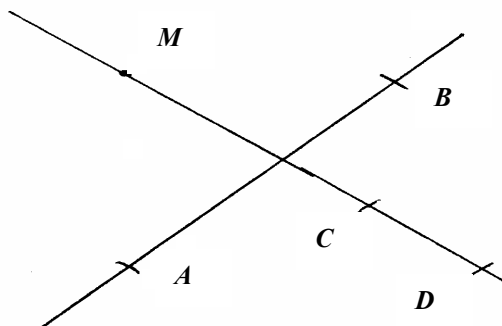
1. Из рисунка видно, что отрезки AB и CD не пересекаются, т.к. они не имеют общих точек.



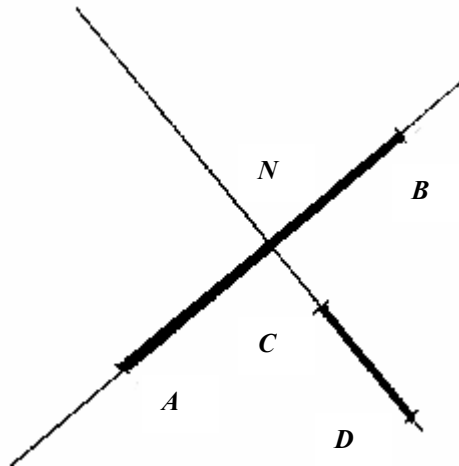
2. Из рисунка видно, что прямые AB и CD пересекаются, т.к. они имеют одну общую точку F .



- 3.



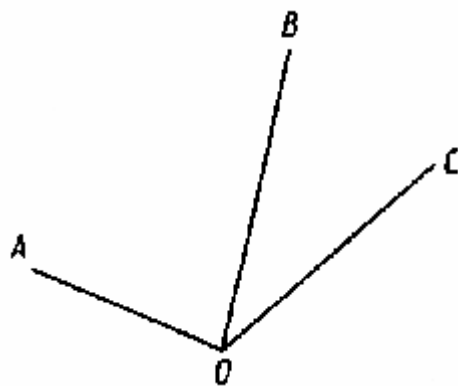
4.



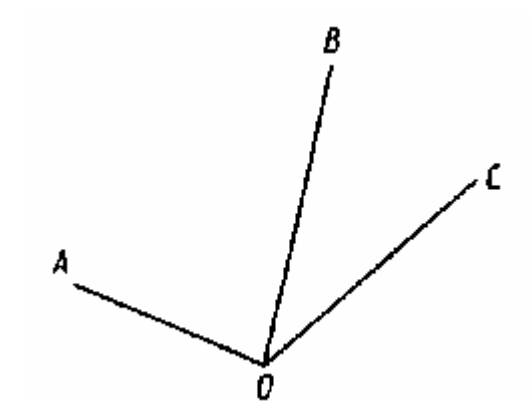
N – точка пересечения прямых AB и CD .

В. 1. С-2.

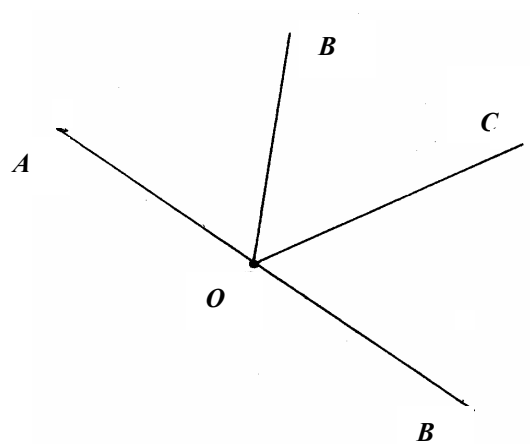
1.1. Очевидно, 3 луча.



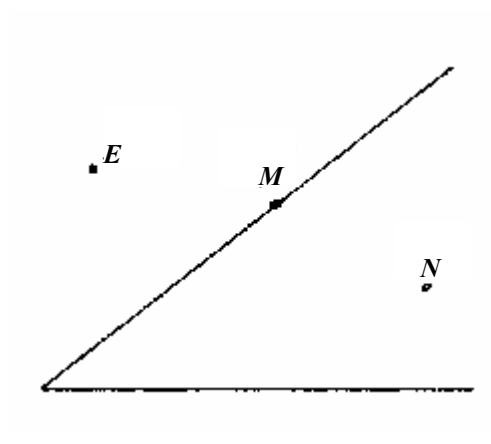
1.2. 6 углов: $\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle AOC$, плюс каждому из них соответствует угол, дополняющий его до 360° .



1.3.

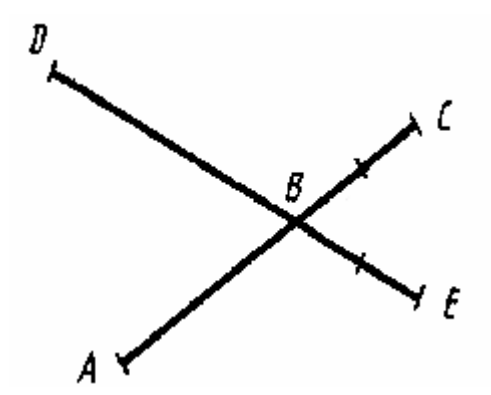


2.



B. 1. C-3.

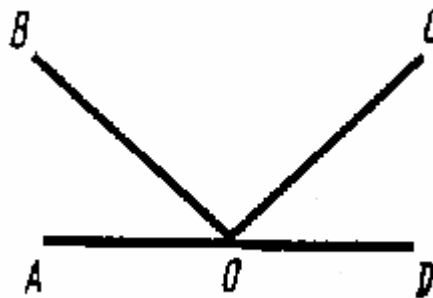
1.



$DB = DE - BE$, а $AB = AC - BC$, т.к. $BE = BC$, то
 $DB = DE - BE$, а $AB = AC - BE$, т.к. $DE > AB$, то $DB > AB$

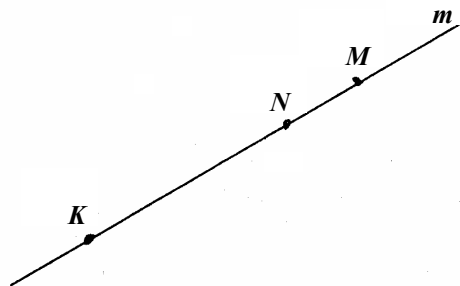
2.

$\angle AOC = 180^\circ - \angle DOC$, $\angle BOD = 180^\circ - \angle AOD$, т.к.
 $\angle DOC = \angle AOB$, то $\angle AOC = \angle BOD$



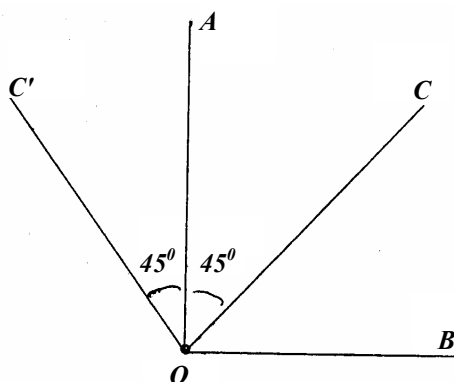
В. 1. С-4.

1. Если точка K лежит справа от точки N , то
 $MK = MN + NK = 84 \text{ мм} + 1,15 \text{ дм} = 8,5 \text{ см} + 11,5 \text{ см} = 20 \text{ см}$
 Если точка K лежит слева от точки N , то т.к. $NK > MN$
 $KM = KN - MN = 11,5 \text{ см} - 8,5 \text{ см} = 3 \text{ см}$

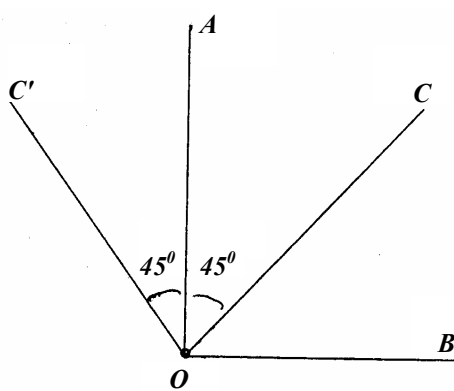


2. Случай 1.

- 1) $\angle COB = \angle AOB - \angle AOC = 45^\circ$
- 2) $\angle COB < 90^\circ$, значит $\angle COB$ – острый
- 3) т.к. $\angle AOC = \angle COB$, то OC является биссектрисой $\angle AOB$



Случай 2.

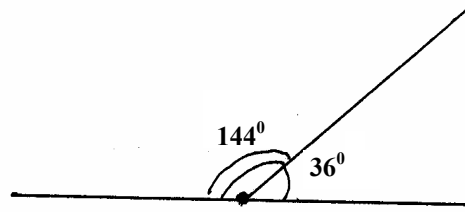


- 1) $\angle COB = \angle AOB + \angle AOC = 135^\circ$
 - 2) $\angle COB < 180^\circ$ и $\angle COB > 90^\circ$, значит $\angle COB$ – тупой
 - 3) т.к. $\angle BOC \neq \angle AOC$, то OC не является биссектрисой $\angle AOB$
- В. 1. С-5.**

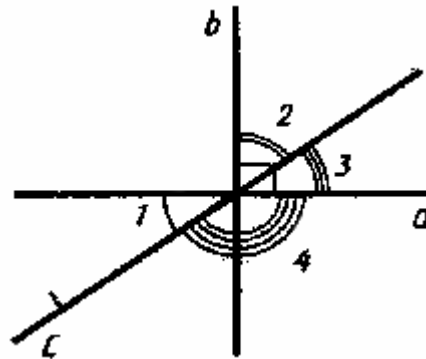
1. Пусть меньший из углов равен x , тогда другой равен $4x$. Так как углы смежные, то их сумма равна 180° .

Получаем уравнение: $4x + x = 180^\circ$, $5x = 180^\circ$, $x = 36^\circ$.

Значит меньший из углов равен 36° , а больший – $4 \cdot 36^\circ = 144^\circ$.



2.



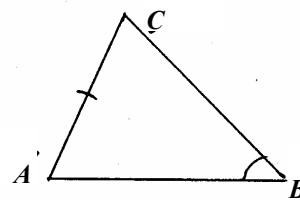
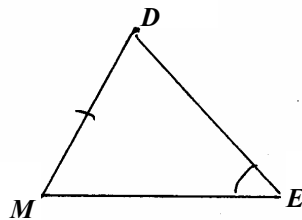
$\angle 3 = \angle 1$, т.к. они вертикальные, значит $\angle 3 = 40^\circ$.

Т.к. $\angle 2 + \angle 3 = 90^\circ$, то $\angle 2 = 50^\circ$.

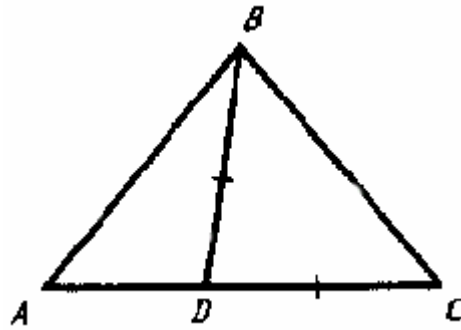
Т.к. $\angle 4$ – это угол между перпендикулярными прямыми, то $\angle 4 = 90^\circ$.

В. 1. С-6.

1. Т.к. $\triangle MEP = \triangle ABC$, то $\angle E$ и $\angle B$ – соответственные, следовательно $\angle E = \angle B = 45^\circ$.



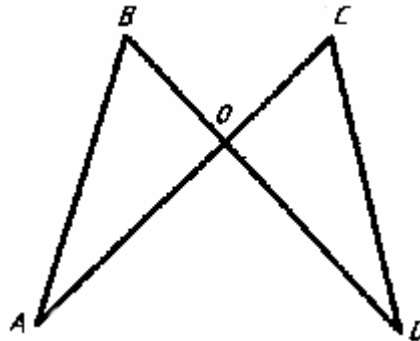
2.



$P(ABC) = AB + BC + CA$, а $P(ABD) = AB + BD + DA$,
но $BD = DC$, а $CA = CD + AD$, значит
 $P(ABC) = AB + BC + DC + DA$, а $P(ABD) = AB + DC + DA$,
т.к. $BC > 0$, то $P(ABC) > P(ABD)$.

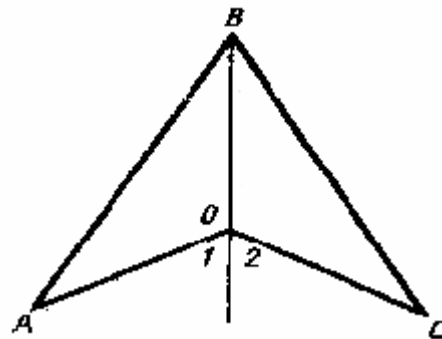
В. 1. С-7.

1.



Т.к. $BD = BO + OD$ и $AC = AO + OC$ и $BD = AC$, то
 $OC + OA = OB + OD$, но $OC = OB$, значит $OA = OD$,
 $\angle BOA = \angle COD$, т.к. они вертикальные.
Имеем: $BO = CO$, $AO = DO$, $\angle BOA = \angle COD$,
значит $\triangle AOB = \triangle DOC$ по 1-му признаку равенства треугольников.

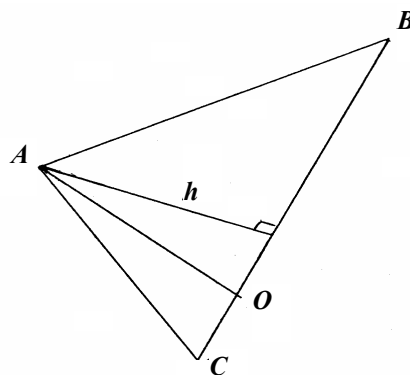
2.



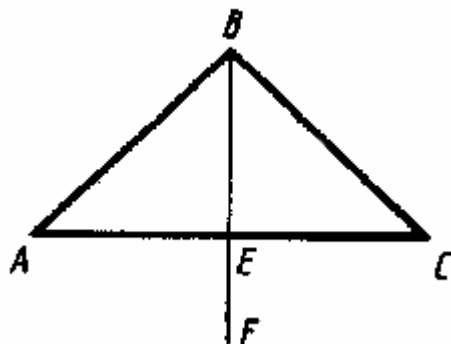
Т.к. $\angle 1 = \angle 2$, то $\angle AOB = \angle COB$, а т.к. $AO = CO$ и BO – общая, то $\triangle AOB = \triangle COB$ по 1-му признаку, следовательно, $AB = BC$ как соответственные стороны.

В. 1. С-8.

1. Опустим высоту из точки A. Она будет внешняя для $\triangle ADC$.



2



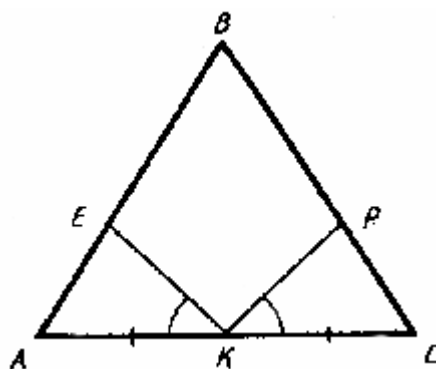
Т.к. $AB = BC$, то $\triangle ABC$ – равнобедренный.

BE – медиана, проведенная к основанию,
значит BE является биссектрисой $\angle ABC$,
значит $\angle ABC = 2 \cdot \angle ABE = 81^\circ$.

Но BE является также и высотой, значит $\angle FEC = 90^\circ$.

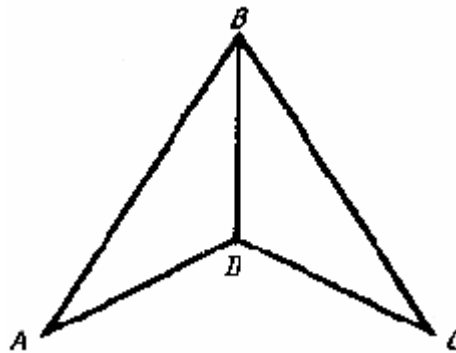
В. 1. С-9.

1.



Т.к. $AB = BC$, то $\angle A = \angle C$, значит $\triangle AKE = \triangle CKP$ – по 2-му признаку равенства треугольников.

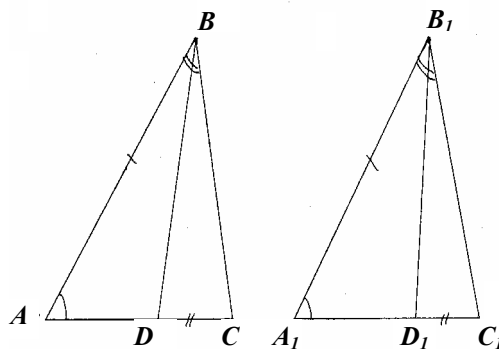
2.



BD – общая, значит $\triangle ABD = \triangle CBD$ – по 3-му признаку, следовательно, $\angle ABD = \angle CBD$, значит BD – биссектриса $\angle ABC$.

В.1. С-10.

$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ по 3-му признаку, значит $BC = B_1C_1$ и $\angle ACB = \angle A_1C_1B_1$, следовательно $\triangle DCB = \triangle D_1C_1B_1$ по 1-му признаку, т.к. $DC = D_1C_1$ по условию.

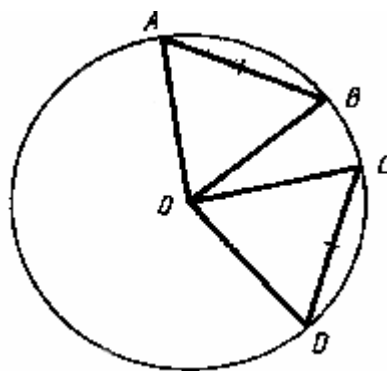


В. 1. С-11.

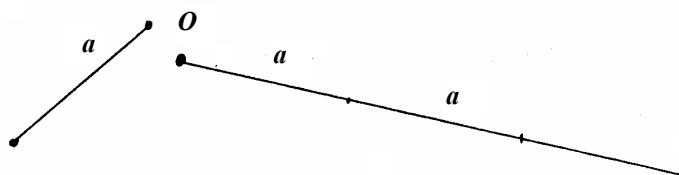
1.

OA, OB, OC, OD – суть радиусы, следовательно, они равны.

Значит $\triangle OAB = \triangle OCD$ по 3-му признаку, т.к. $AB = CD$ по условию.

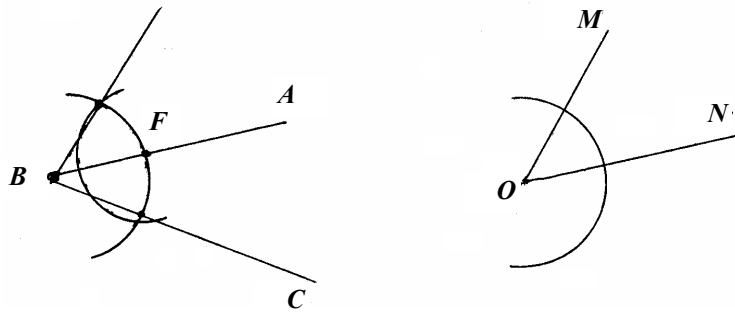


2. Начертите отрезок произвольной длины и луч произвольного направления. Затем измерьте циркулем длину отрезка и дважды отложите ее на луче от начала.

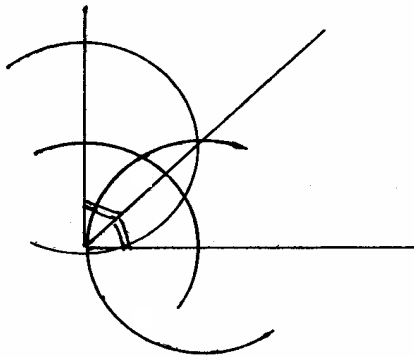


В. 1. С-12.

1. Нарисуйте два острых угла. Затем проведите окружность произвольного радиуса с центром в точке O , а затем в точке B . Обозначим точку пересечения второй окружности с AB буквой F . Измерьте циркулем расстояние между точкой пересечения 1-й окружности и сторонами угла MON , а затем проведите таким же радиусом окружность с центром в точке F . После этого проведите луч, соединяющий точку B и точку пересечения 2-й и 3-й окружностей, во внешней области $\angle ABC$.



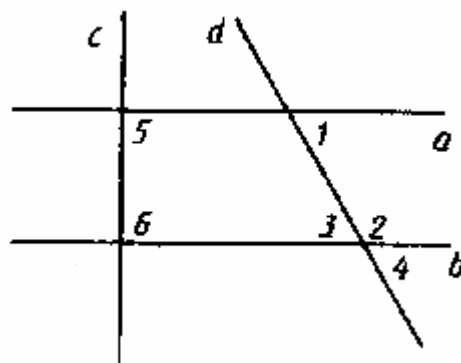
2. Нарисуйте прямой угол. Проведите окружность с центром в вершине. Затем проведите еще по окружности тем же радиусом с центрами в точках пересечения 1-й окружности со сторонами угла. Соедините точку их пересечения с вершиной угла. Этот метод подходит не только для прямых углов. Прямой угол строится следующим образом: рисуется отрезок и к нему восстанавливается серединный перпендикуляр как описано в задаче Варианта 1 С-24.2.



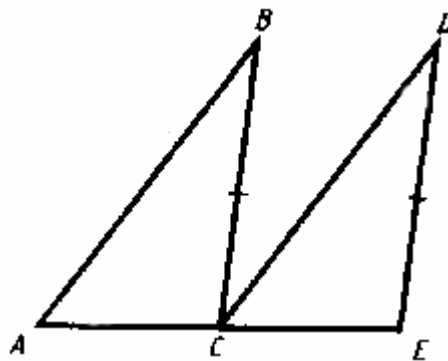
В. 1. С-13

1.

- 1) $\angle 1 = \angle 3$. Да. Т.к. это внутренние накрест лежащие углы
- 2) $\angle 1 = \angle 4$. Да. Т.к. это соответственные углы
- 3) $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$. Да. Т.к. это внутренние односторонние углы
- 4) $\angle 5 = \angle 6 = 90^\circ$ Да. См. п. 3.



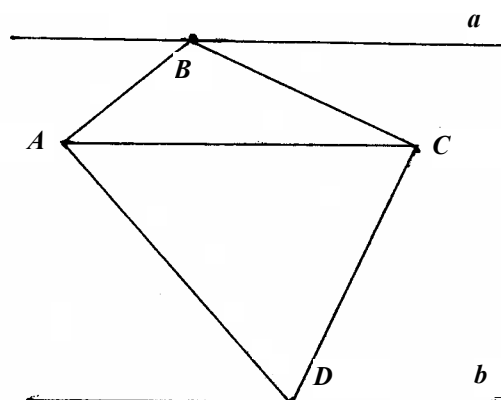
2.



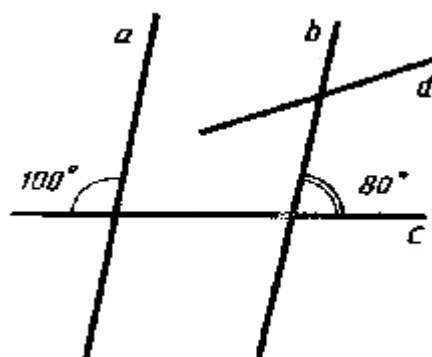
$\angle BAC = \angle DCE$, т.к. $\triangle ABC = \triangle CDE$. Значит $AB \parallel CD$,
т.к. $\angle BAC$ и $\angle DCE$ – соответственные углы.

В. 1. С-14.

1. Приложите угольник катетом к AC и проведите прямую, перпендикулярную AC и проходящую через точку B . Затем аналогично проведите прямую, перпендикулярную этой и проходящую через точку B . Они будут параллельны AC . Проведите аналогично прямую, параллельную AC и проходящую через точку P . Они тоже будут параллельны AC и, значит, параллельны первой прямой.



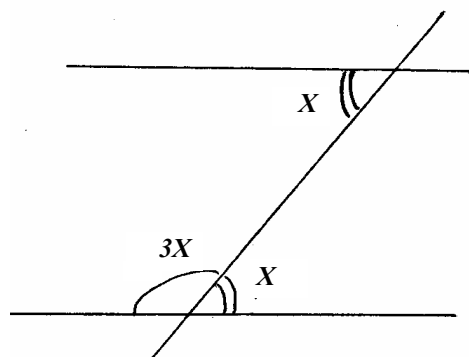
2.



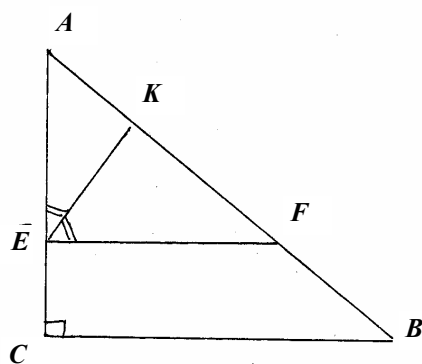
$a \parallel b$, т.к. сумма внутренних односторонних углов равна 180° . Т.к. d пересекает b , то она пересекает и a . Иначе бы через одну точку проходили бы две прямые, параллельные данной. Противоречие.

В. 1. С-15.

1. Пусть меньший из углов равен x , тогда другой равен $3x$. Значит $3x + x = 4x = 180^\circ$, следовательно, $x = 45^\circ$. Ответ: 45° и 135° .



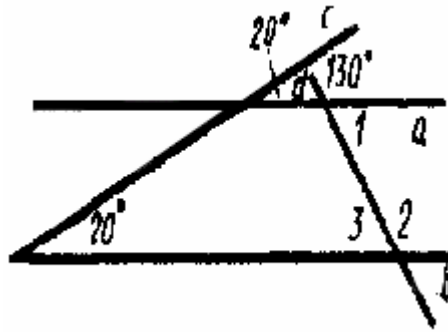
2. $EF \parallel CB$, значит $\angle AEF = 90^\circ$, т.к. EK – биссектриса, то $\angle AEK = 45^\circ$.



В. 1. С-16.

1.

$a \parallel b$, т.к. соответственные углы равны, значит $\angle 2 = 130^\circ$, значит $\angle 1 = \angle 3 = 50^\circ$.

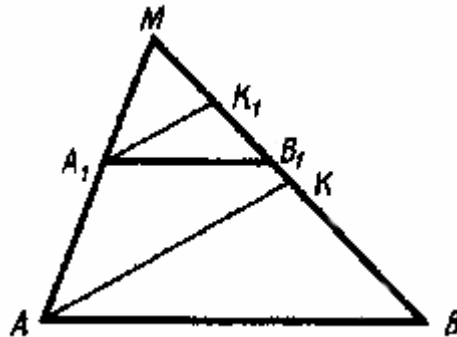


2.

$\angle MA_1K_1 = \angle MAK$, т.к. $A_1B_1 \parallel AB$, значит

$\angle MA_1K_1 = \angle MAK$, т.к. A_1K_1 и AK – биссектрисы равных углов.

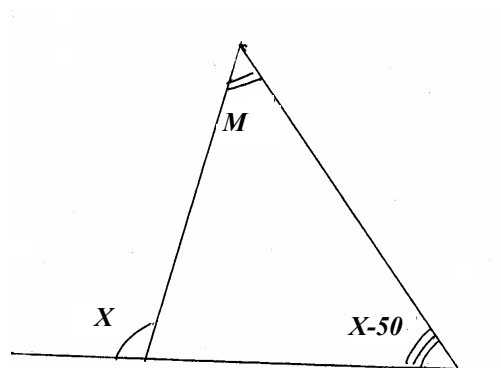
Прямые AK и A_1K_1 не могут пересекаться, т.к. они параллельны, т.к. соответственные углы равны.



В. 1. С-17.

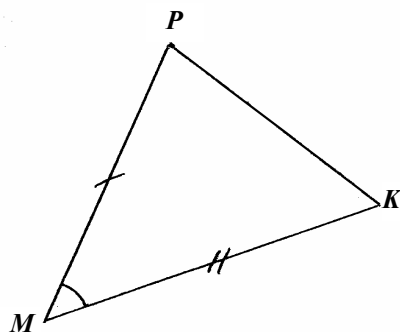
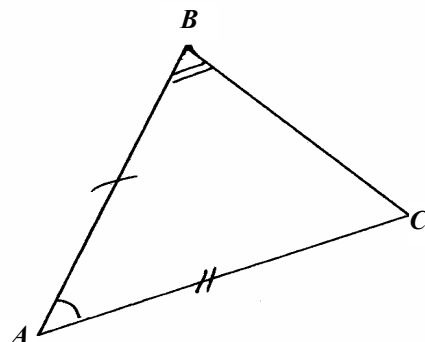
1. Не могут, т.к. $60^\circ 13' + 69^\circ 48' + 58^\circ = 180^\circ 1' \neq 180^\circ$.

2. Пусть внешний угол равен x . Тогда несмежные с ним равны $x - 60^\circ$ и $x - 50^\circ$. Т.к. внешний угол равен сумме углов несмежных с ним, то $x = 2x - 110^\circ$, $x = 110^\circ$, значит углы треугольника: 50° , 60° , 70° , значит треугольник остроугольный.

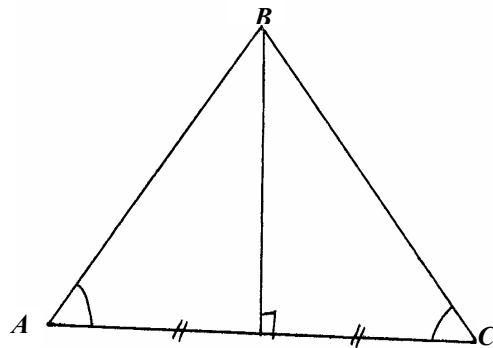


В. 1. С-18.

1. $\triangle ABC = \triangle MPK$ по 1-му признаку. А т к. в треугольнике напротив большей стороны лежит больший угол то $\angle C > \angle D$ и значит $\angle K > \angle B$.



2. $\triangle ABC$ – равнобедренный с основанием AC , значит BM не только медиана, но и высота, значит и $\angle AMB = 90^\circ$.

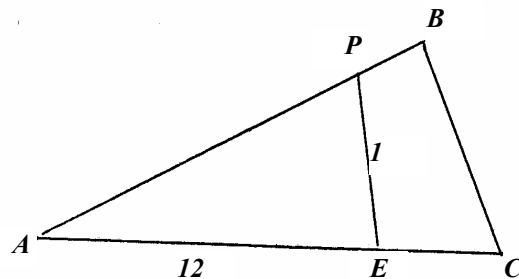


В. 1. С-19.

1. Нельзя, т.к. его основание будет равно 6 см, а это есть сумма 2-х других сторон, т.е. треугольник выродится в отрезок.



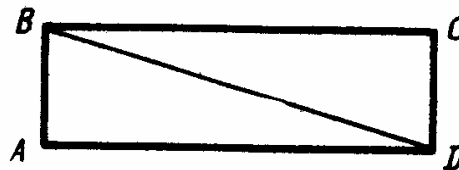
2. AP не может превышать 13 см, значит AB не больше 26 см.
Ответ: не может.



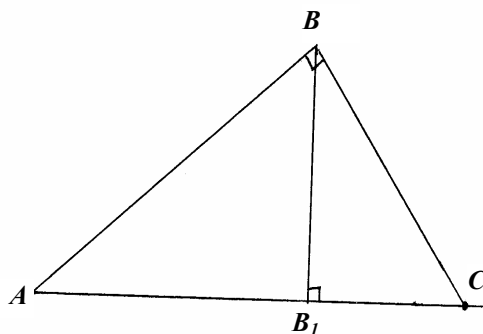
В. 1. С-20.

1.

$\angle ADC = \angle ADB + \angle BDC = 90^\circ$ и $\angle BAD = 90^\circ$, значит $AB \parallel DC$, т.к. сумма внутренних односторонних углов равна 180° .



- 2.** $\angle A = 90^\circ - \angle C = 30^\circ$. А т.к. катет, лежащий напротив угла 30° равен половине гипотенузы, то $ab = 4$ см.

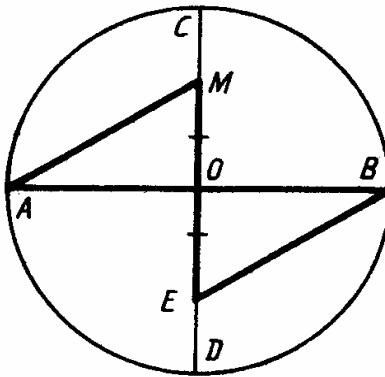


В. 1. С-21.

1.

$AO = OB$ (как радиусы). $MO = OE$ по условию. $\angle AOM = \angle EOM$ как вертикальные, следовательно, $\triangle AMO = \triangle BEO$, значит $AM = BE$.

$\triangle ABD$ и $\triangle ADC$ – прямоугольные, значит они равны по гипотенузе и острому углу, значит $\angle BAD = \angle CAD$, следовательно, AD – биссектриса.



В. 1. С-22.

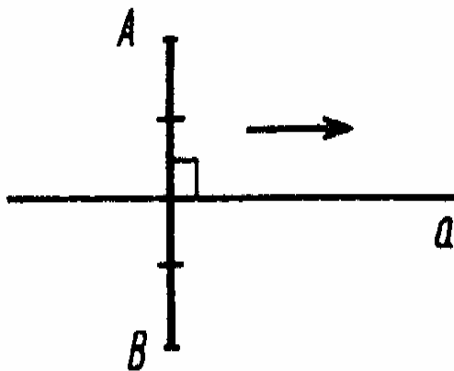
1. Опустим из точки A перпендикуляр на b . Назовем его AH . $\triangle AHC$ – прямоугольный, значит $AH < AC$, но $AH = BO$, т.к. расстояние между параллельными прямыми всюду одинаково, значит $BO < AC$.

2. Проведем перпендикуляры AH и BK – они и будут искомыми расстояниями. $AH = 5$ см, т.к. катет, лежащий против угла 30° , равен половине гипотенузы. Аналогично $BK = 4$.

В. 1. С-23.

1.

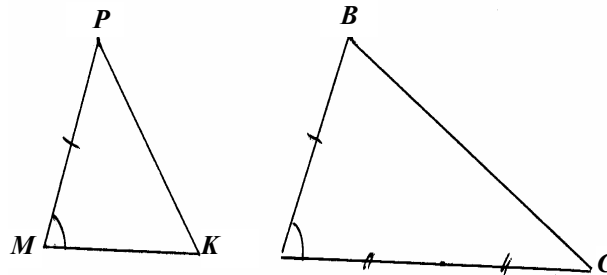
Очевидно, они описывают прямые, параллельные a и проходящие через точку A и точку B , т.к. расстояние не меняется в процессе движения.



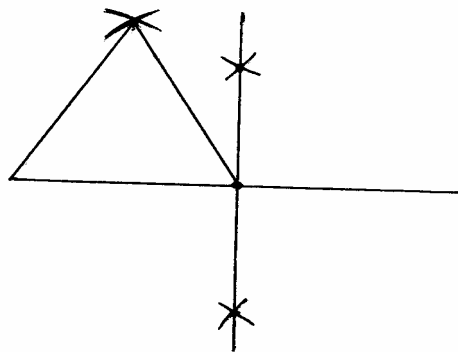
2. С помощью циркуля и линейки постройте перпендикуляр к BC . Затем отложите на нем отрезок, равный QP . После этого проведите к нему перпендикуляр так, чтобы расстояние между BC и этим перпендикуляром было равно QP . Этот перпендикуляр пересечет AB в некоторой точке. Расстояние от этой точки до BC будет равно QP по свойству параллельных прямых.

В. 1. С-24.

1. Постройте прямую. Отложите на ней дважды длину отрезка MK . Полученный отрезок обозначьте AC . От точки A проведите луч так, чтобы угол между этим лучом и AC был равен $\angle PMK$ (см. задачу С-12.1). И на этом луче отложите отрезки $AB = MP$. Соедините точки B и C .

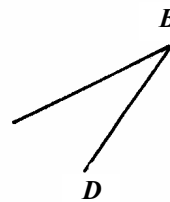
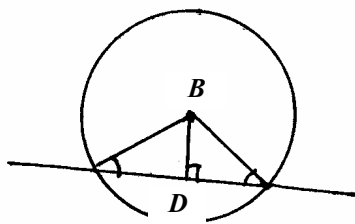


2. Проведите окружности с центром в концах отрезка так, чтобы они пересекались в двух точках. Соедините эти точки. Теперь вы разделили отрезок пополам. Проведите окружности с центрами в концах любого из половинных отрезков, радиусом, равным длине этого половинного отрезка. Затем соедините точку их пересечения с концами отрезка.

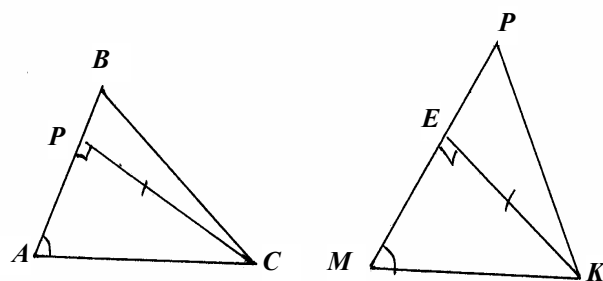


В. 1. С-25.

1. От произвольной точки B проведите медиану BD . Затем постройте к ней перпендикулярную прямую, проходящую через точку D . Из точки B проведите окружность радиусом равным гипотенузе. Соедините точки пересечения окружности с перпендикуляром к BD с точкой B .

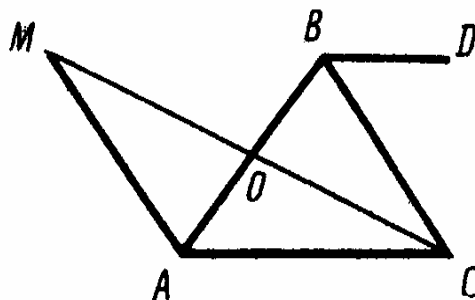


2. Постройте отрезок AB равный половине MP (см. задачу С-24.2). Постройте угол FAB равный $\angle PMK$ (см. задачу С-12.1). Постройте окружность с центром K так, чтобы она пересекала прямую MP в 2-х точках. Полученный отрезок разделите пополам. Соедините его середину с точкой K . Это будет высота KE . Постройте точку C так, чтобы она лежала на AF и была удалена от AB на KE (см. задачу С-23.2). Соедините C и B .

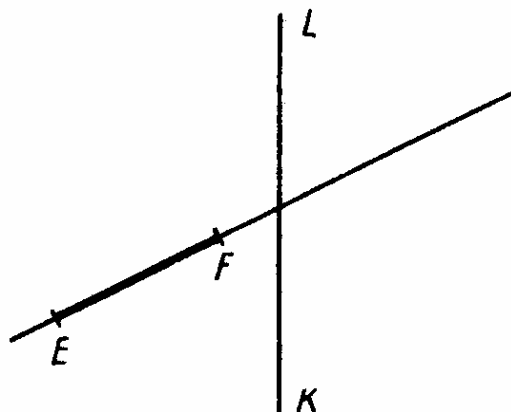


В. 1. С-26.

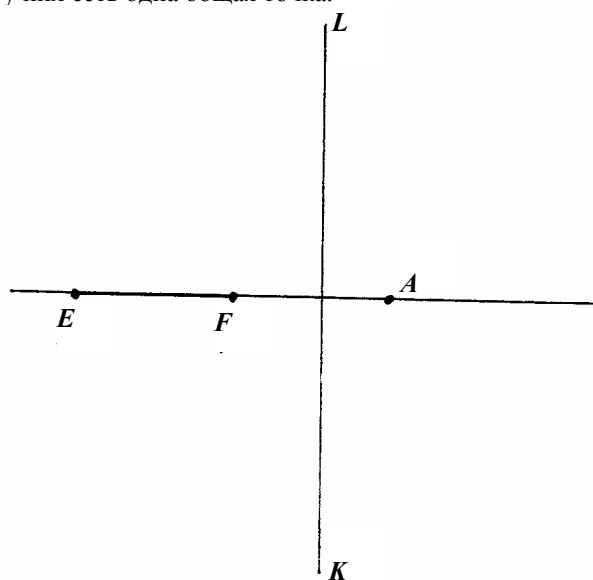
1. По теореме о сумме углов треугольника $\angle BAC = 50^\circ$, т.к. в треугольнике два равных угла, то он – равнобедренный.
2. Т.к. $\angle BAC = \angle CBD$, то $AC \parallel BD$, значит они не пересекаются.
3. $\triangle MOA = \triangle COB$ по первому признаку, значит $\angle MAO = \angle CBO = 80^\circ$.
4. $MO = OC$, AO – общая, но $\angle MOA < \angle AOC$, следовательно, $MA < AC$.



В. 2. С-1.

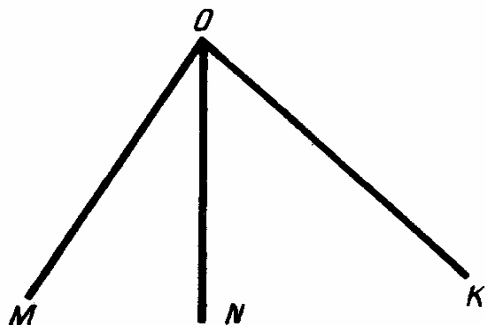


1. Нет, т.к. у них нет общих точек.
2. Да, т.к. у них есть одна общая точка.

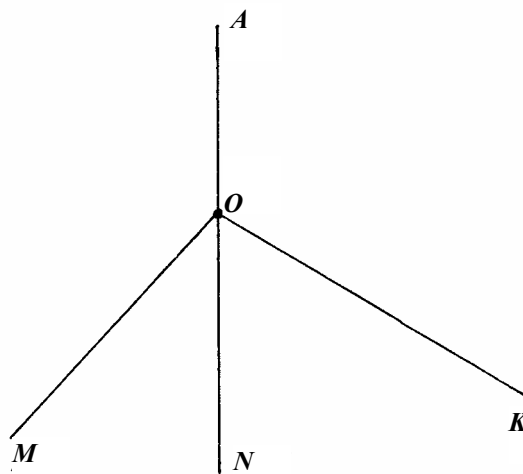


3. Например, точка A .
4. Нет (см. п.1.).

В. 2. С-2.
1.

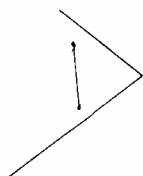


- 1) 3 луча
2) 6 углов: $\angle MON$, $\angle NOK$, $\angle MOK$ плюс еще 3 угла, дополняющие каждый из перечисленных до 360° .
3)

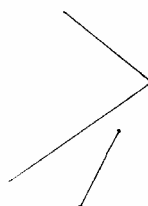


2.

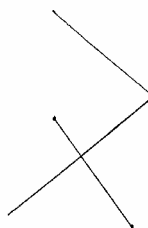
а)



б)



в)



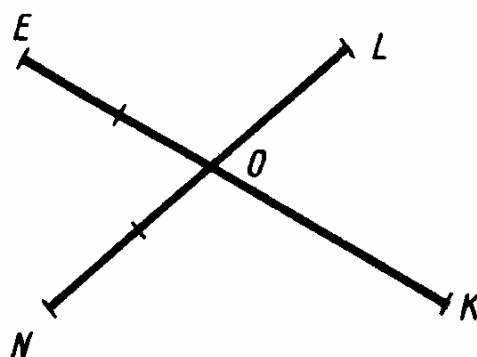
а) отрезок AB .

б) отрезок CD .

в) отрезок EF .

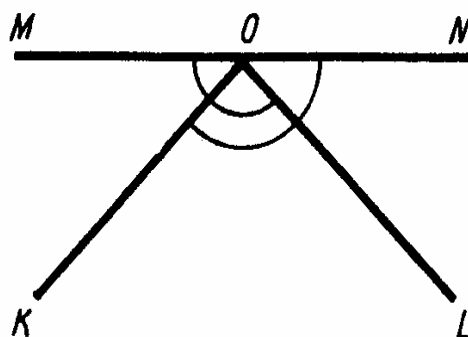
В. 2. С-3.

1.



$EK = EO + OK$, $NL = NO + OL$, т.к. $EO = NO$ и $OK < OL$,
то $EK > NL$.

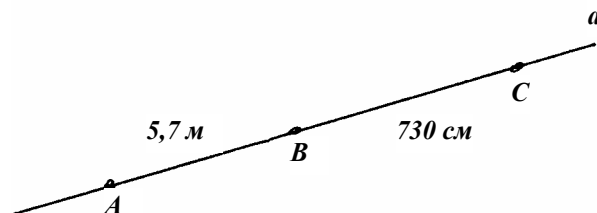
2.



$\angle LON = 180^\circ - \angle MOL$, $\angle MOK = 180^\circ - \angle KON$, т.к.
 $\angle KON = \angle MOL$, то $\angle LON = \angle MOK$.

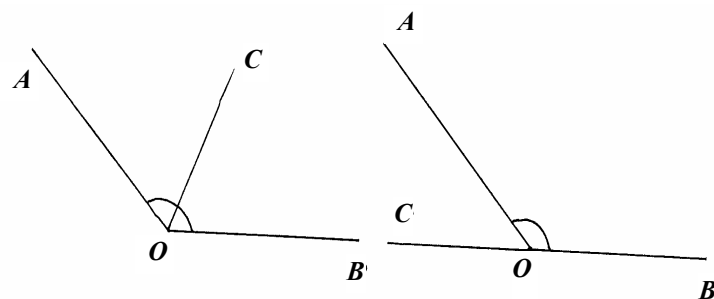
В. 2. С-4.

1. Если точка C лежит справа от AB , то $AC = 5,7 \text{ м} + 730 \text{ см} = 10 \text{ м} = 100 \text{ дм}$. Если точка C лежит слева от AB , то $AC = 730 \text{ см} - 5,7 \text{ м} = 16 \text{ дм}$.



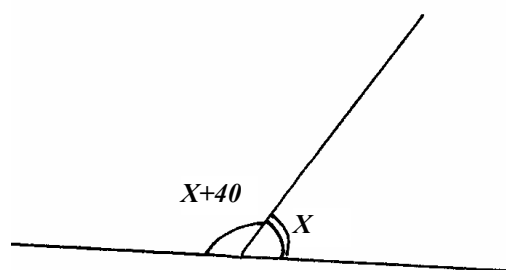
2.

- 1) Если луч OC лежит во внутренней области угла AOB , то $\angle COB = 60^\circ$, если во внешней, то $\angle COB = 180^\circ$.
- 2) в первом случае – острым, т.к. $60^\circ < 90^\circ$, во втором – развернутым, т.к. равен 180° .
- 3) В первом случае да, т.к. $\angle AOC = \angle BOC = 60^\circ$, во втором случае нет, т.к. $\angle AOC \neq \angle BOC$.

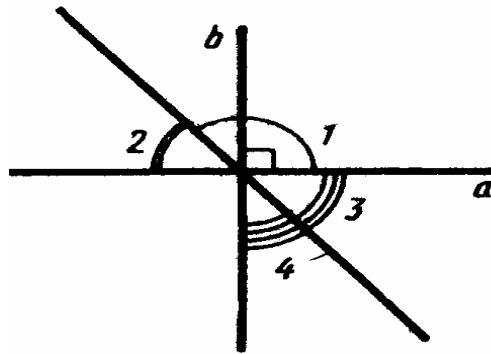


В. 2. С-5.

1. Пусть меньший угол равен x° , тогда другой равен $x + 40^\circ$, т.к. они смежные, то $2x + 40^\circ = 180^\circ$, $x = 70^\circ$. Ответ: 70° и 110° .



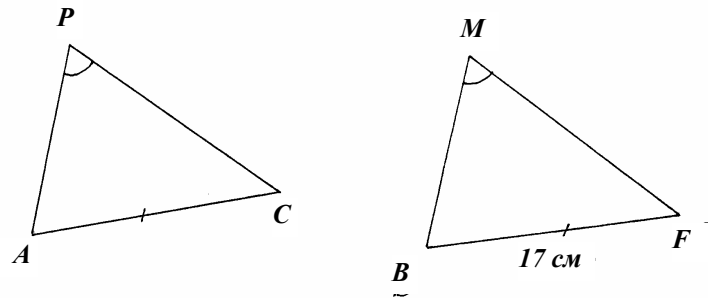
2.



$\angle 2 = 180^\circ - \angle 1 = 50^\circ$, $\angle 3 = \angle 2 = 50^\circ$, т.к. это вертикальные углы.
 $\angle 4 = 90^\circ - \angle 3 = 40^\circ$.

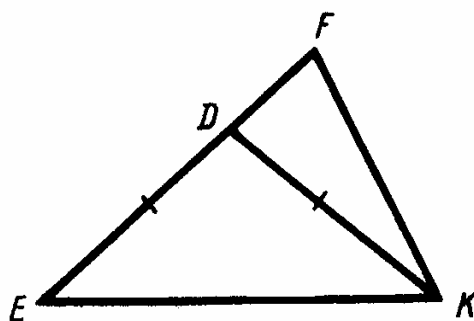
В. 2. С-6.

1.



Т.к. $\triangle APC = \triangle MFB$ и $\angle P = \angle M$, то $FB = AC = 17$ см

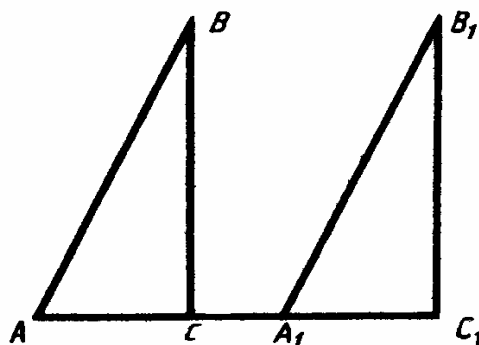
2.



$P(DFK) = DF + FK + DK$, $P(EFK) = EF + FK + DK = ED + DF + FK + EK = DK + DF + FK + EK$, т.к. $EK > 0$, то $P(DFK) < P(EFK)$.

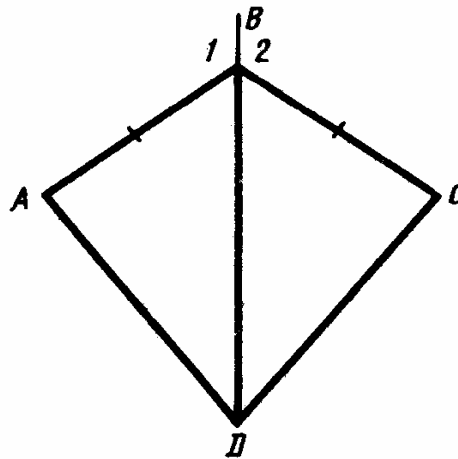
В. 2. С-7.

1.



Они как прямоугольные треугольники по двум катетам.

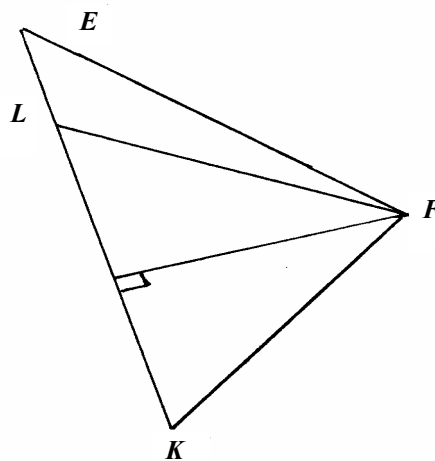
2.



$\angle ABD = \angle CBD$, т.к. равны углы, дополняющие их до смежных, тогда $\triangle ABD = \triangle CBD$ по 1-му признаку, значит $\angle ADB = \angle CDB$.

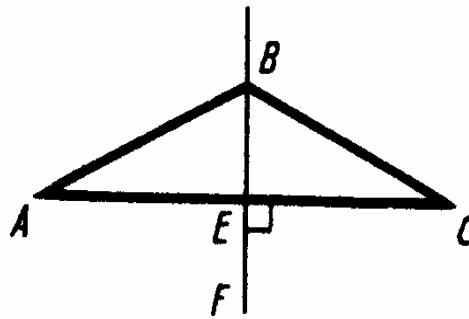
В. 2. С-8.

1.



Опустим высоту из точки F на прямую EK . Она будет внутренней для $\triangle EFK$ и $\triangle LFK$.

2.

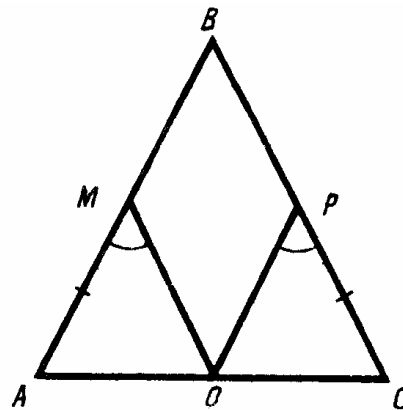


$\angle AEB = \angle BEC = 90^\circ$, значит $\triangle ABE = \triangle CBE$ по катету и острому углу. Значит $AE = EC$, значит $AC = 2AE = 20$ дм.

Т.к. $\angle ABE = \angle ECB$, то $\angle ECB = \frac{1}{2} \angle ABC = 65^\circ 15'$.

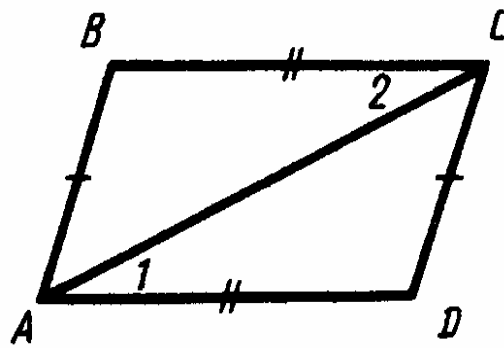
В. 2. С-9.

1.



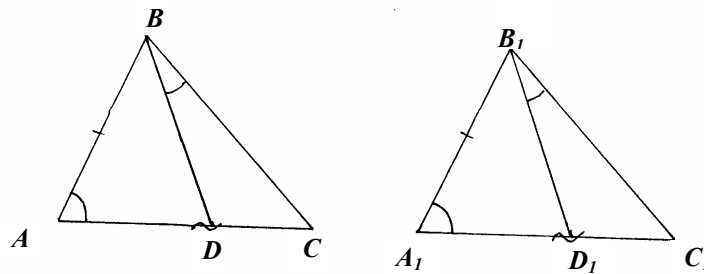
Т.к. $\triangle ABC$ – равнобедренный, то $\angle A = \angle C$, тогда $\triangle AMO = \triangle CPO$ по 2-му признаку.

2.



$\triangle ABC = \triangle CDA$ по 3-му признаку, значит $\angle BCA = \angle DAC$

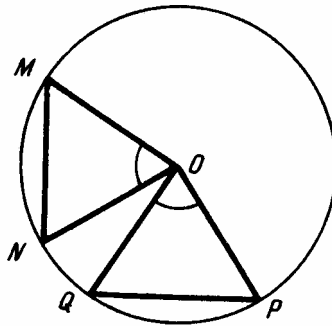
В. 2. С-10.



$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ по первому признаку, значит $BC = B_1C_1$, но тогда $\triangle BDC = \triangle B_1D_1C_1$ вследствие равенства треугольников.

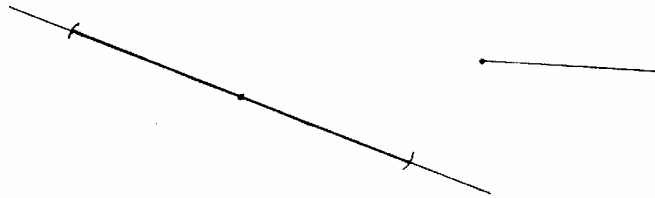
В. 2. С-11

1.



$MO = NO = QO = PO$ как радиусы, тогда $\triangle MNO = \triangle QPO$ по 1-му признаку, значит $MN = QP$.

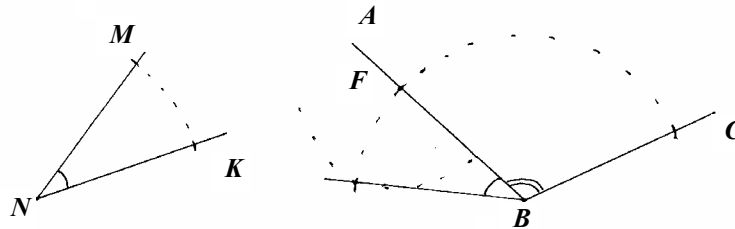
2.



Начертите прямую и отрезок. Проведите окружность с центром на прямой и радиусом, равным длине отрезка. Точки пересечения окружности с отрезком будут искомыми.

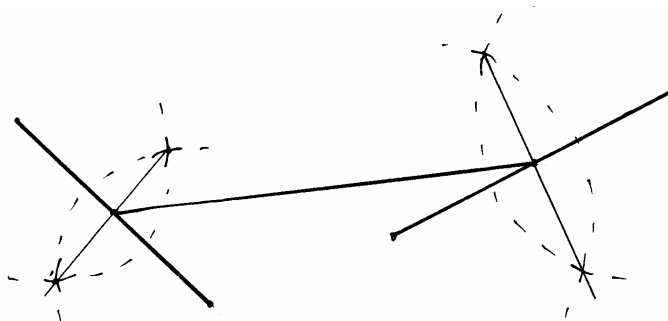
В. 2. С-12.

1.



Нарисуйте острый угол MNK и тупой ABC . Затем проведите окружность с центром в точке N и произвольным радиусом, а затем этим радиусом только с центром в точке B . Обозначим точку пересечения второй окружности с AB буквой F . Измерьте циркулем расстояние между точками пересечения 1-ой окружности со сторонами угла MNK и проведите этим радиусом окружность с центром в точке F . Затем проведите луч, соединяющий точку B и точку пересечения 2-й и 3-й окружностей, лежащей во внутренней части угла ABC .

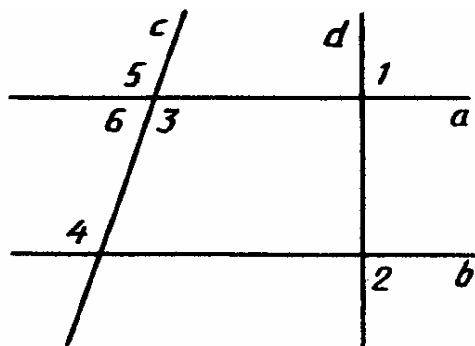
2.



Разделите каждый из данных отрезков пополам как сказано в задаче Варианта 1 С-24.2 и соедините их середины.

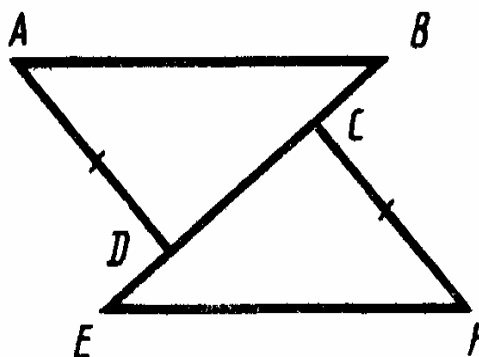
В. 2. С-13

1.



1) да, т.к. это внутренние накрест лежащие углы.

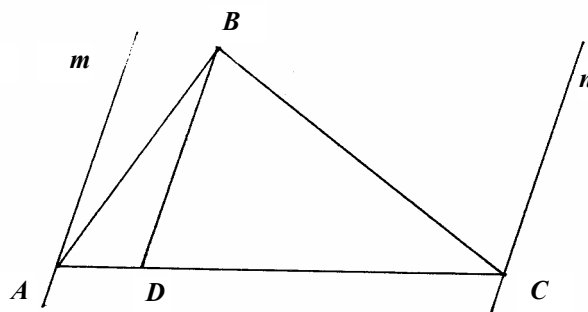
- 2) да, т.к. это соответственные углы.
 - 3) да, т.к. это внутренние односторонние углы.
 - 4) да, см. пункт 3.
- 2.



Т.к. $\triangle ABC = \triangle CDE$, $\angle CAB = \angle ECD$, значит $AB \parallel CD$, т.к. равны соответственные углы.

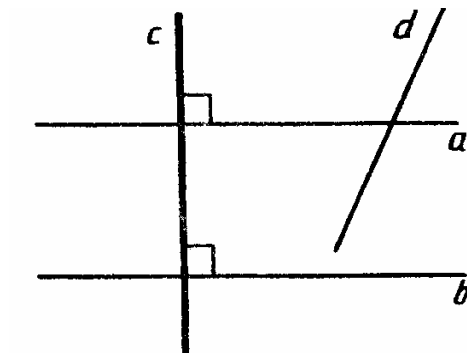
В. 2. С-14.

1.



Условие повторяет задачу варианта 1 С-14.1.

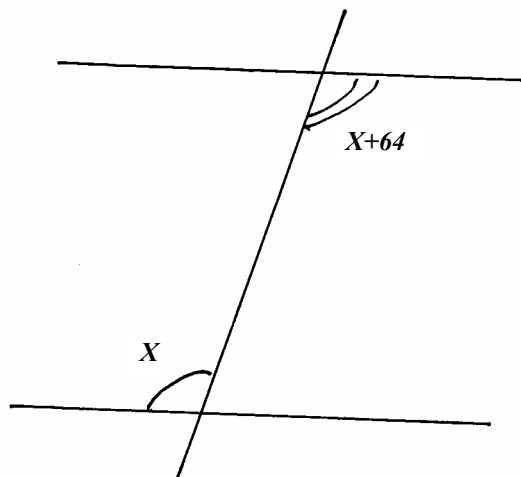
2.



Условие повторяет задачу варианта 1 С-14.2.

В. 2. С-15.

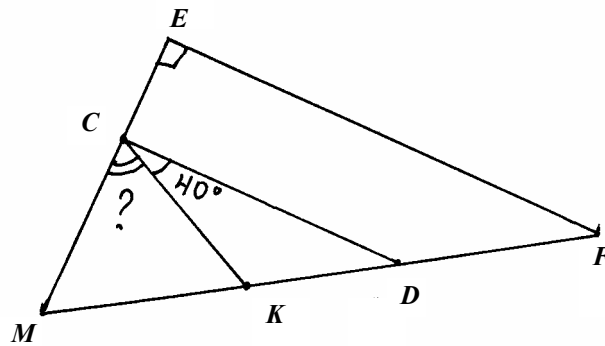
1.



Пусть меньший угол равен x , тогда другой равен $x + 64^\circ$,
но $2x + 64^\circ = 180^\circ \Rightarrow x = 58^\circ$.

Ответ: 58° и 122° .

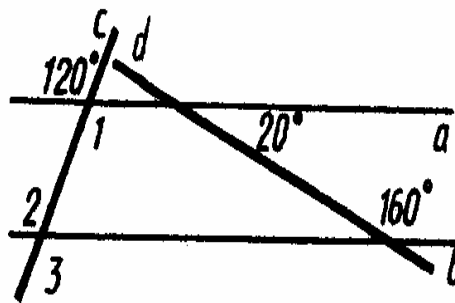
2.



Т.к. $CD \parallel EF$, то $\angle MEF = \angle MCD = 90^\circ$,
тогда $\angle MCK = 90^\circ - \angle KCD = 50^\circ$.

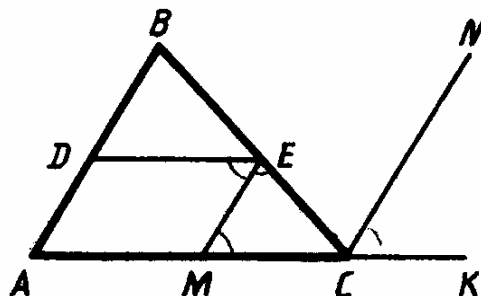
В. 2. С-16.

1.



$\angle 1 = 120^\circ$ (как вертикальный). $\angle 2 = \angle 1 = 120^\circ$ как внутренние накрест лежащие. $\angle 3 = \angle 2 = 120^\circ$ как вертикальные.

2.

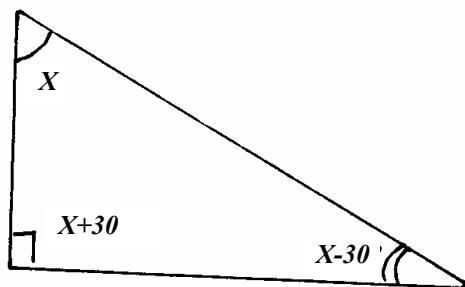


Т.к. $DE \parallel AC$, то $\angle DEM = \angle EMC$. Т.к. ME – биссектриса, то $\angle DEM = \angle MEC$. Т.к. $\angle ECK$ – внешний, то $\angle ECK = \angle EMC + \angle MEC = 2\angle EMC$, а т.к. CN – биссектриса, то $\angle NCK = \angle ECN = \frac{1}{2} \angle ECK = \angle EMC = 3\angle MEC$, значит $ME \parallel CN$, значит они не пересекутся.

В. 2. С-17.

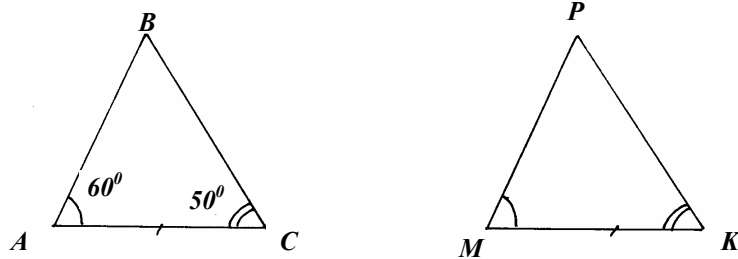
1. Не могут, т.к. $90^\circ 31' + 58^\circ 42' \neq 180^\circ$, и ни один, ни другой угол не равен 30° .

2.



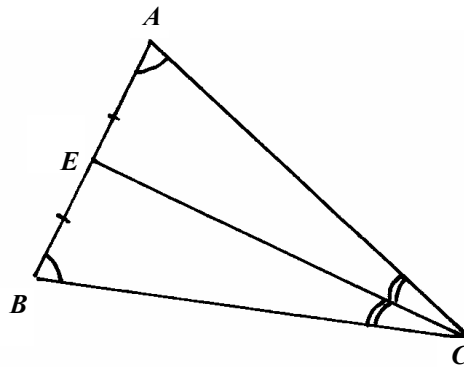
Пусть этот угол равен x , тогда $x + (x + 30) + (x - 30) = 180$, значит $x = 60$, значит остальные углы равны 90° и 30° .

Ответ: да.
В. 2. С-18.
1.



$\triangle ABC = \triangle MPK$, значит $AB = MP$, $BC = PK$. Т.к. $60^\circ > 50^\circ$, то $BC > AB$, значит $AB < PK$.

2.

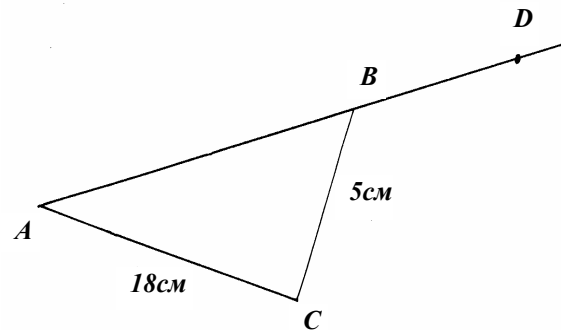


Т.к. углы при основании равны, то $\triangle ABC$ – равнобедренный, значит CE еще и медиана, значит $AE = BE$.

В.2. С-19.

1. Нельзя, т.к. сумма двух других сторон будет меньше 8 см.

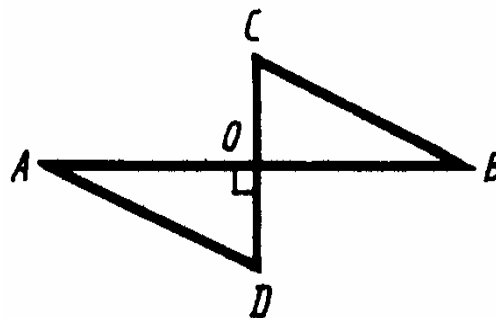
2.



Не может, т.к. тогда AB будет меньше 12 см и значит $AB + CB < 17\text{ см}$, а $AC = 18\text{ см}$. Противоречие.

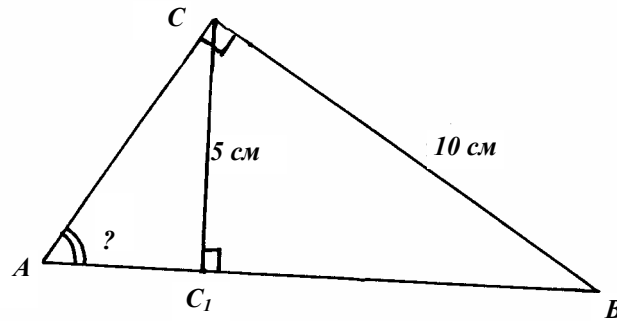
В. 2. С-20.

1.



Из условия задачи невозможно доказать, что $AD = CB$. Вероятно, это опечатка и требуется доказать, что $AB \parallel CD$. Доказательство: $\angle CBO = 90^\circ - \angle OCB = 20^\circ$, значит $AB \parallel CD$, т.к. равны внутренние накрест лежащие углы.

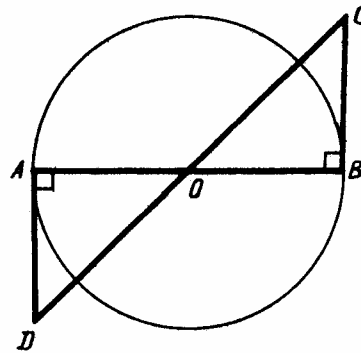
2.



Рассмотрим $\triangle CC_1B$: катет равен половине гипотенузы, значит $\angle C_1BC = 30^\circ$, значит $\angle CAB = 90^\circ - \angle C_1BC = 60^\circ$.

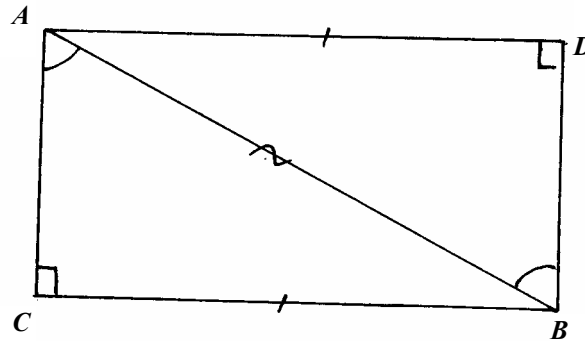
В. 2. С-21.

1.



Т.к. $\triangle AOD$ и $\triangle OCB$ – прямоугольные, и $AO = OB$ как радиусы и $\angle AOD = \angle BOC$ как вертикальные, то $\triangle AOD = \triangle BOC$ по катету и острому углу, значит $\angle ADO = \angle OCB$.

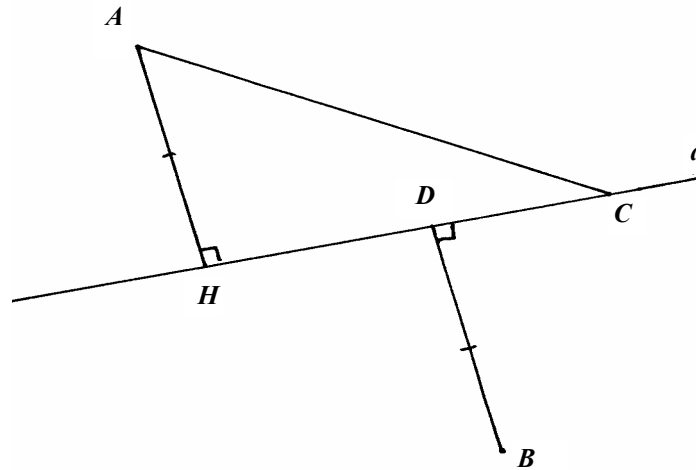
2.



Т.к. AB – общая, то $\triangle ABC = \triangle BAD$ по гипотенузе и катету, значит $\angle CAB = \angle DBA$.

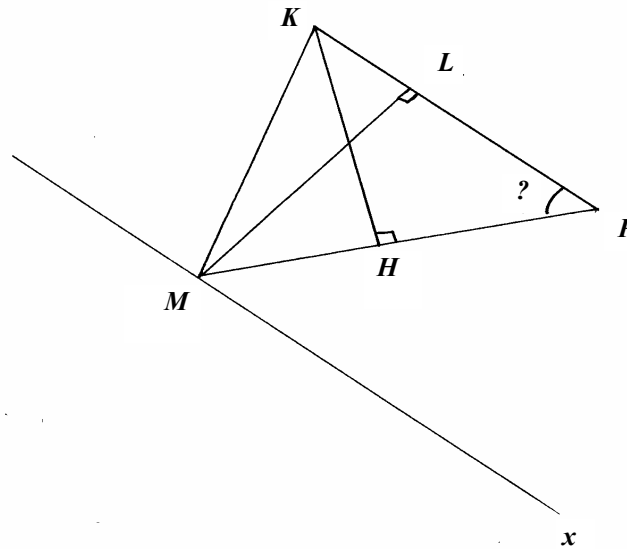
В. 2. С-22.

1.



Опустим из точки A на a перпендикуляр AH , тогда $AH = BD$, т.к. A и B равноудалены от a . Рассмотрим $\triangle AHC$. AC – гипотенуза, AH – катет, значит $AH < AC$, следовательно, $BD < AC$.

2.

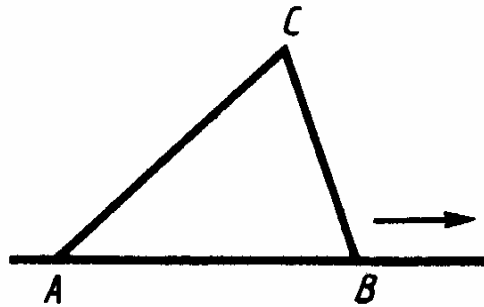


а) $KH = \frac{1}{2} KP$, значит $\angle KPM = 30^\circ$

б) $ML \perp x$ и $ML \perp KP$, тогда из $\triangle MLP$ $ML = \frac{1}{2} MP = 10$ см, т.к.
 $\angle KPM = 30^\circ$.

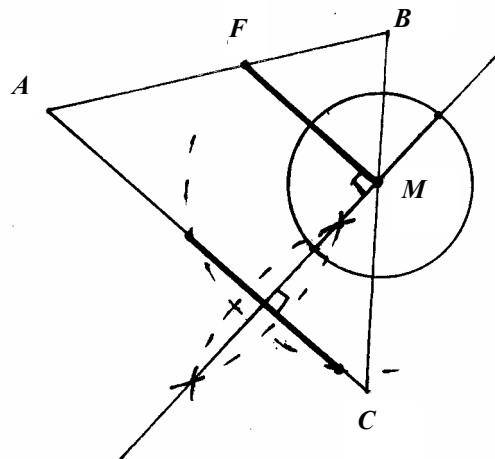
В. 2. С-23.

1.



Т.к. при таком движении $\triangle ABC$ переходит в равный, то и расстояние от точки C до AB не меняется, значит точка C описывает прямую, параллельную AB .

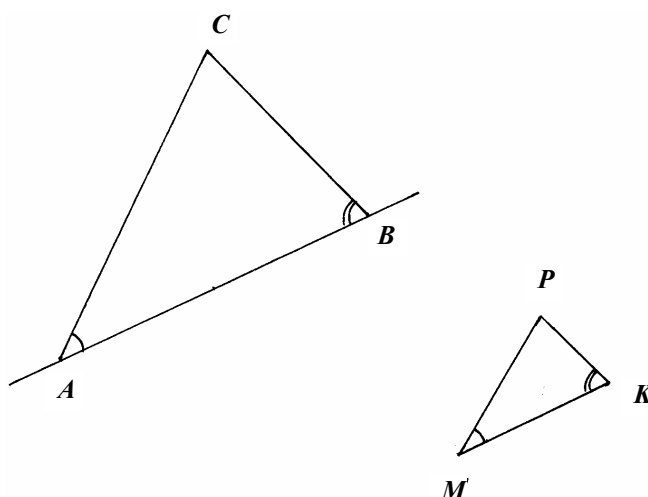
2.



Проведите окружность с центром в точке M , пересекающую AC в 2-х точках. К полученному отрезку постройте серединный перпендикуляр (задача Вар. 1, С-24.2). Он пройдет через точку M . Проведите окружность с центром в точке M , пересекающую этот серединный перпендикуляр в 2-х точках. К полученному отрезку постройте серединный перпендикуляр. Он пересечет AB в некоторой точке F . Точка F – искомая.

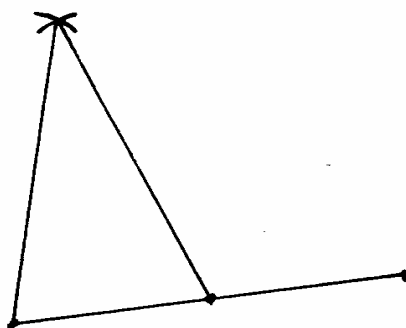
В. 2. С-24.

1.



Нарисуйте прямую. Проведите окружность с центром на ней и радиусом, равным MK . Получим отрезок AB . Постройте угол A , равный $\angle M$ так, чтобы одна его сторона совпадала с AB (задача Вар. 1, С-12.1). Аналогично постройте $\angle B = \angle K$ так, чтобы одна из его сторон совпадала с AB . Точка пересечения 2-х других сторон углов дает 3-ю точку треугольника. Примечание: таких треугольников существует несколько.

2.

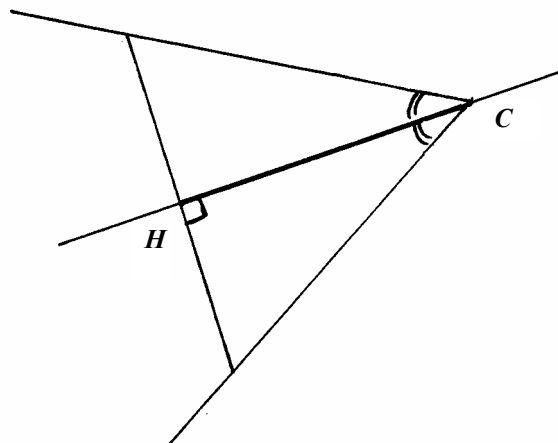


Разделите данный отрезок пополам, восставив к нему серединный перпендикуляр (см. Вар. 1, С-24.2). Проведите две окружности с

центрами в концах полученного отрезка и радиусом, равным длине данного отрезка. Соедините одну из точек их пересечения с их центрами.

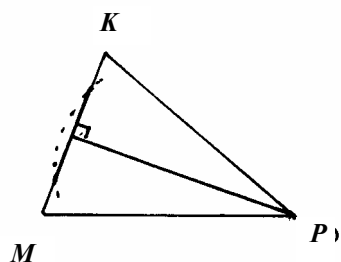
В. 2. С-25.

1.



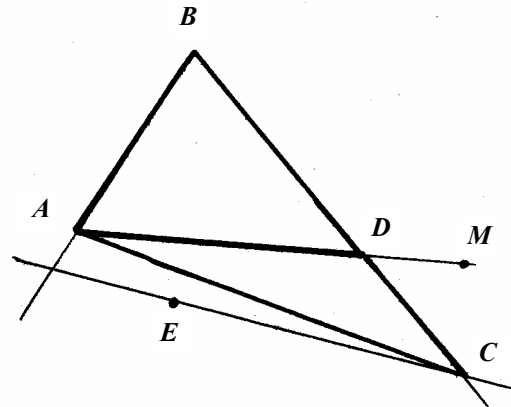
Проведите прямую. Выберите на ней произвольную точку и отложите от нее отрезок, равный длине биссектрисы. Назовем его CH . От CH отложите по углу, равному половине данного в каждую полуплоскость так, чтобы их вершины совпадали с точкой C (см. задачу В. 1, С-12.1). Проведите перпендикуляр к CH в точке H (В. 1, С-24.2). Точки пересечения его со сторонами углов и точкой C дадут искомый треугольник.

2.



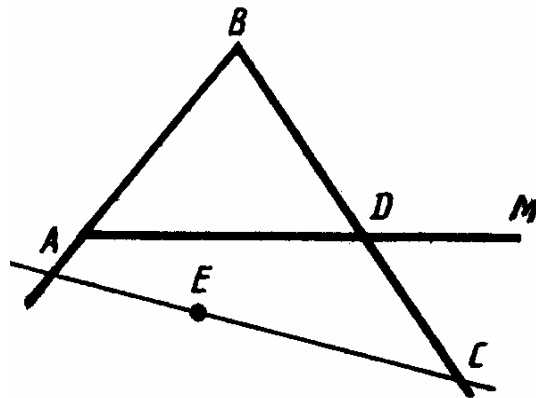
- 3) $\triangle AKE = \triangle BKE$ по гипотенузе и острому углу $\Rightarrow KA = BE$.
 4) $\angle BEK = 90^\circ - \angle BKE = 20^\circ \Rightarrow \angle AEB = 70^\circ - 20^\circ = 50^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow MB > EB$, т.к. $\angle MAB > \angle EMB$, а т.к. $EB = AK$, то $MB > AK$.
В. 3. С-1.

1.
1)



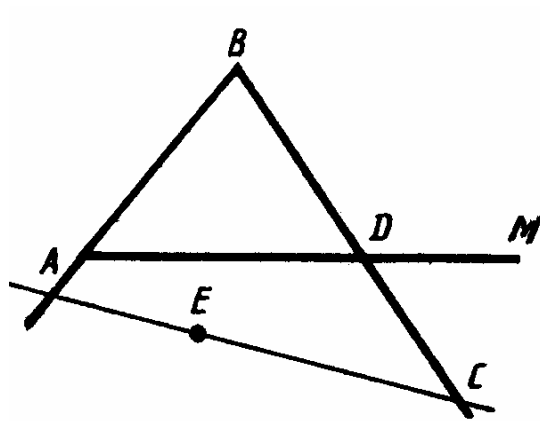
В отрезках: AB, AD, AC, BD, DC, BC .

2)

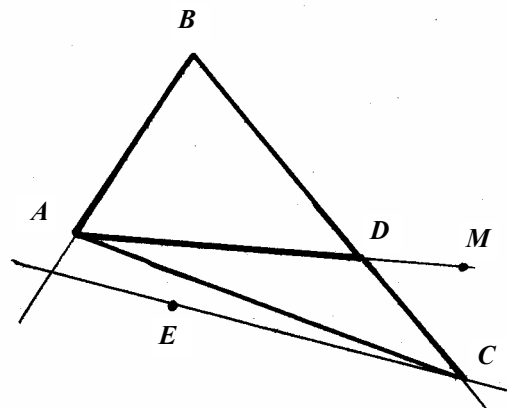


Пересекаются в точке B .

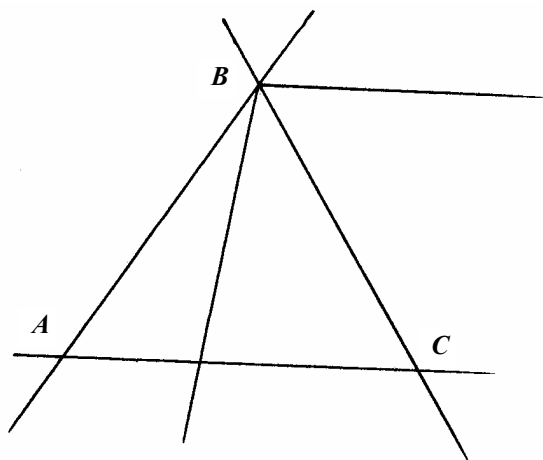
3)



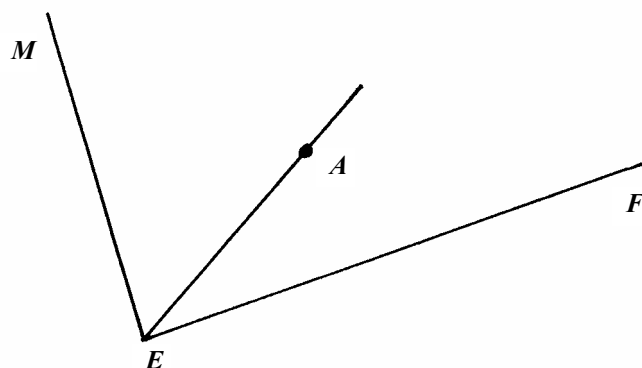
Точка D .
4), 5)



В. 3. С-2.
1.

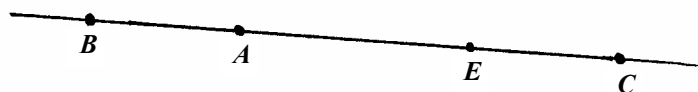


1) Неразвернутых 12 (если не считать дополняющие их до 360°).
Развернутых 6 (если не считать дополняющие их до 360° , хотя они тоже развернутые).
2)
2.



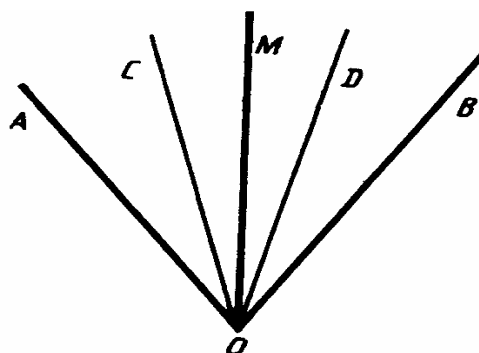
В. 3. С-3.

1.



Если точка E лежит слева от точки C , то $CE = EB - CB = AC - CB = AB$. Если точка E лежит справа от точки C , то $CE = BE + CB = AC + CB = AC + AC - AB = 2AC - AB$.

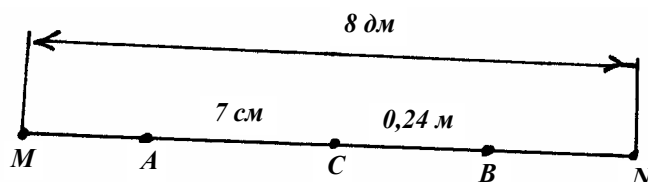
2.



$\angle MOC = \angle MOA - \angle COA$
 $\angle MOD = \angle MOB - \angle BOD = \angle MOA - \angle COA = \angle MOC$, значит MO – биссектриса $\angle COD$.

В. 3. С-4.

1.

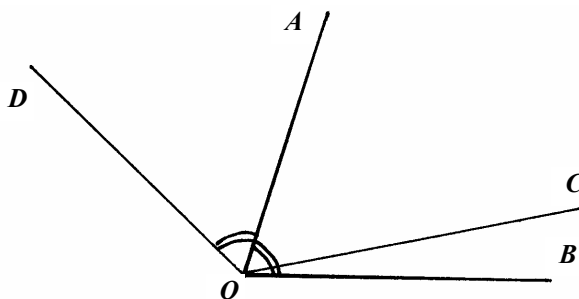


Пусть точки A и B лежат, как показано на рисунке, тогда

$$BN = CN - CB = -CB + \frac{1}{2}MN = -2,4 \text{ дм} + 4 \text{ дм} = 1,6 \text{ дм}, \text{ а}$$

$$AN = CN + AC = 4,7 \text{ дм.}$$

2.

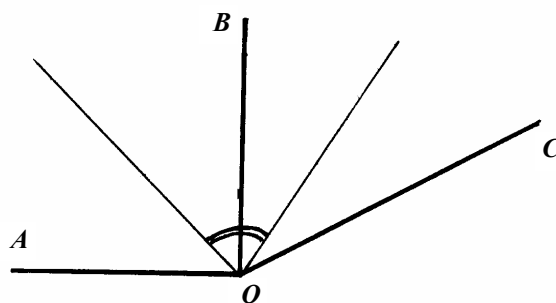


1) Пусть меньший угол равен x , тогда другой $-4x$, значит $x + 4x = 80^\circ \Rightarrow x = 16^\circ$, тогда $\angle AOC = 64^\circ$, а $\angle COB = 16^\circ$.

2) Т.к. OA – биссектриса угла DOB , то $\angle AOB = \frac{1}{2} \angle DOB$, значит $\angle DOB = 160^\circ$, значит он тупой, т.к. $160^\circ > 90^\circ$.

В. 3. С-5.

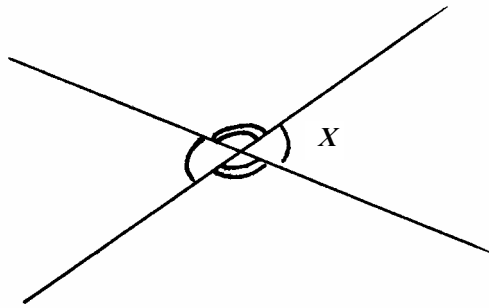
1.



Т.к. $OA \perp OB$, то $\angle AOB = 90^\circ$.

Пусть угол $BOC = 2x$, тогда $45^\circ + x = 75^\circ$, значит $x = 30^\circ \Rightarrow \angle BOC = 60^\circ \Rightarrow \angle AOC = 150^\circ$.

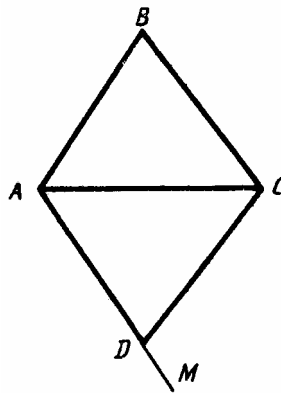
2.



Пусть меньший угол равен x , тогда смежный ему равен $180^\circ - x$, с другой стороны он равен $60^\circ + \frac{x}{2}$, т.е. $180^\circ - x = 60^\circ + \frac{x}{2}$, $120^\circ = \frac{3}{2}x$, $x = 80^\circ$. Ответ: $80^\circ, 100^\circ, 80^\circ, 100^\circ$.

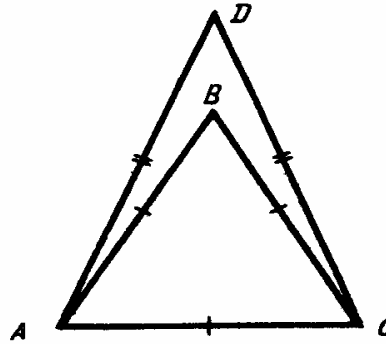
В. 3. С-6.

1.



Т.к. $\triangle ABC = \triangle ADC$, то $\angle ABC = \angle ADC = 70^\circ$, значит $\angle MDC = 180^\circ - \angle ADC = 110^\circ$.

2.

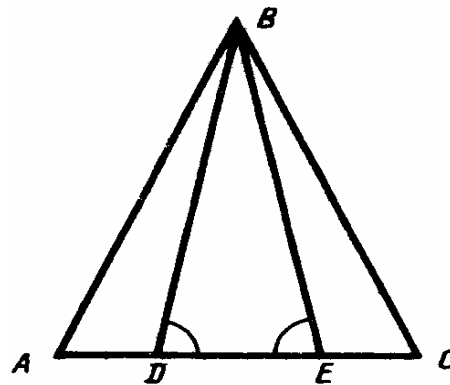


$$P(ABC) = AB + BC + CA = 3AB = 36 \Rightarrow AB = 12 \text{ (см)}.$$

$$P(ADC) = AC + AD + DC = AC + 2AD = 12 + 2AD = 40 \Rightarrow AD = 14 \text{ (см)}$$

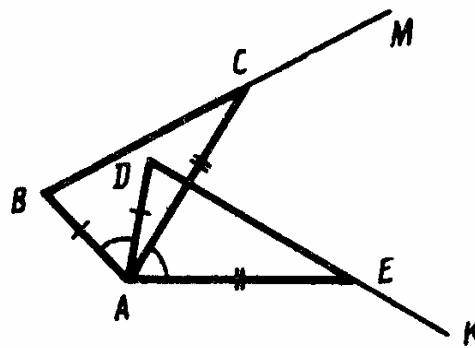
B. 3. C-7.

1.



Т.к. $\angle BDC = \angle BEA$, то $\triangle BDE$ – равнобедренный \Rightarrow
 $\Rightarrow BD = DE$, $\angle BDA = \angle BEC$, т.к. равны смежные им
 $AD = AE - PE$, $EC = DC - DE$, т.к. $AD = EC$, то $AD = EC \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ABD = \triangle CBE \Rightarrow \angle BAD = \angle BCE = 40^\circ$.

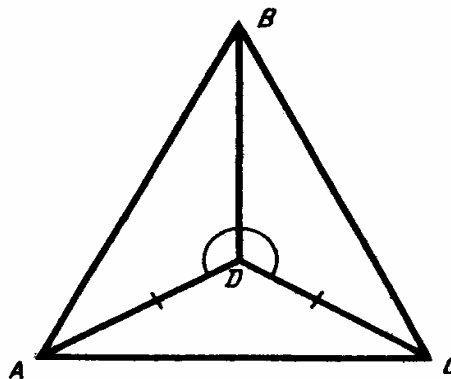
2.



$\angle BAC = \angle BAD + \angle DAC = \angle CAE + \angle DAC = \angle DAE \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle BAC = \triangle DAE \Rightarrow BC = DE$ и $\angle BCA = \angle DEA \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle MCA = \angle KEA.$

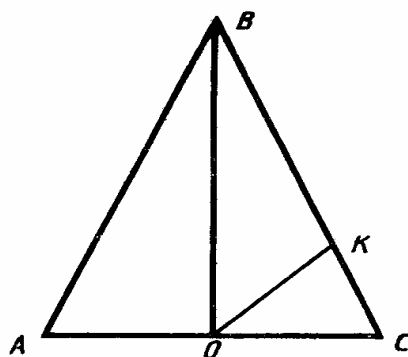
В. 3. С-8.

1.



$\triangle ADB = \triangle CDB$ по 1-му признаку $\Rightarrow \angle ABD = \angle DBC$ и $AB = BC$.
 Значит, $\triangle ABC$ – равнобедренный и BD – биссектриса, а значит и
 высота $\Rightarrow BD \perp AC$. Т.к. $\triangle ABC$ – равнобедренный, то
 $\angle BAC = \angle BCA$.

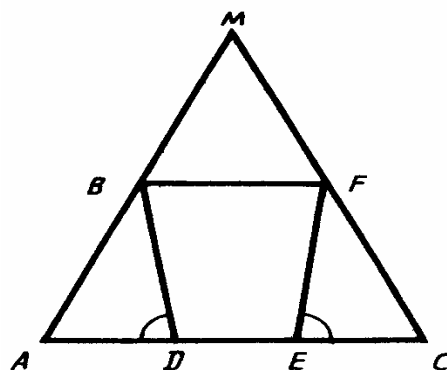
2.



Т.к. $AB = BC$, то $\triangle ABC$ – равнобедренный. Т.к. $AO = OC$, то BO – медиана, а значит и высота $\Rightarrow \angle BOC = 90^\circ \Rightarrow \angle BOK = 45^\circ$, т.к. OK – биссектриса $\angle BOC \Rightarrow \angle AOK = 90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$.

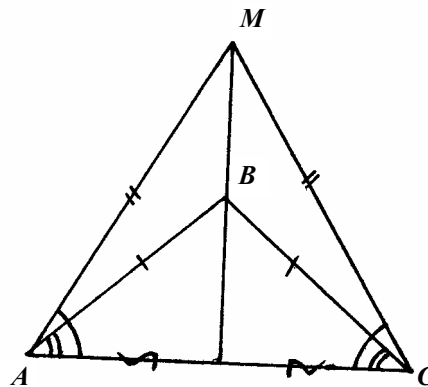
В. 3. С-9.

1.



Т.к. $AM = MC$, то $\triangle AMC$ – равнобедренный $\Rightarrow \angle MAC = \angle MCA$.
 $AD = AE - DE = DC - DE = EC \Rightarrow \triangle ABD = \triangle CFE$ по 2-му признаку
 $\Rightarrow AB = FC$.

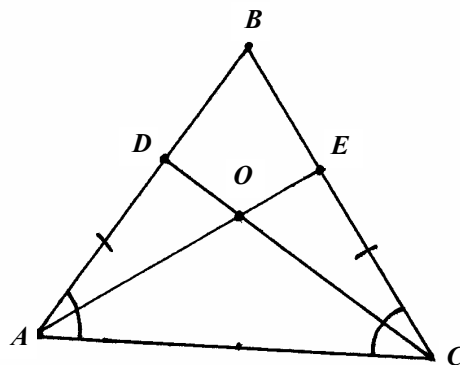
2.



Пусть K – середина AC , тогда $BK \perp AC$, т.к. $\triangle ABC$ – равнобедренный. Аналогично $MK \perp AC$. Предположим, что BK не совпадает с MK , тогда к точке K проведены 2 различных перпендикуляра \Rightarrow

$\Rightarrow BK$ совпадает с $MK \Rightarrow BM$ проходит через середину AC .

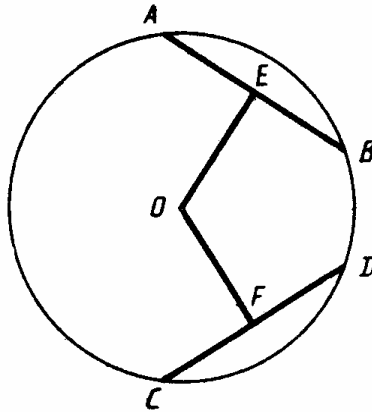
В. 3. С-10.



Т.к. $\triangle ABC$ – равнобедренный, то $\angle A = \angle C \Rightarrow \triangle ADC = \triangle CEA$ по 1-му признаку. Т.к. AC – общая, значит $\angle OAC = \angle OCA \Rightarrow \triangle AOC$ – равнобедренный.

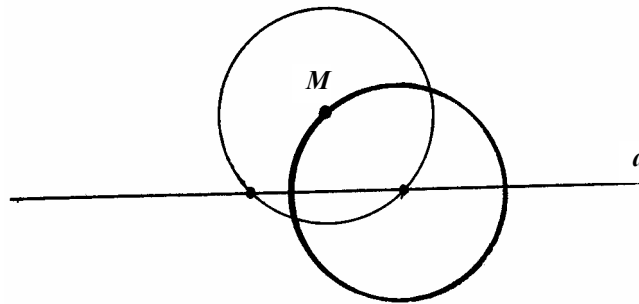
В. 3. С-11.

1.



$\triangle OAB = \triangle ODC$ по 3-му признаку $\Rightarrow OE = OF$ как медианы равных треугольников.

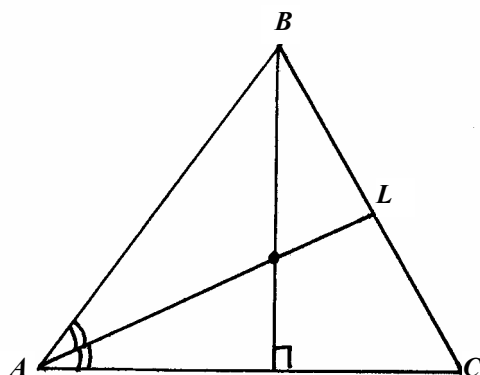
2.



Проведите окружность данного радиуса с центром в точке M . Проведите окружность данного радиуса с центром в одной из точек пересечения 1-ой окружности с прямой a .

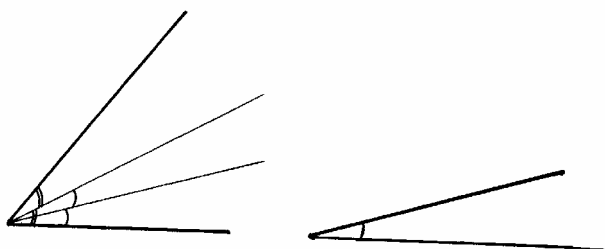
В. 3. С-12.

1.



Проведите окружность с центром в точке B , пересекающую AC в 2-х точках. Проведите серединный перпендикуляр к полученному отрезку (см. задачу Вар. 1, С-24.2). Постройте биссектрису $\angle A$ как описано в задаче Варианта 2, С-12.2. Точка их пересечения будет искомой.

2.

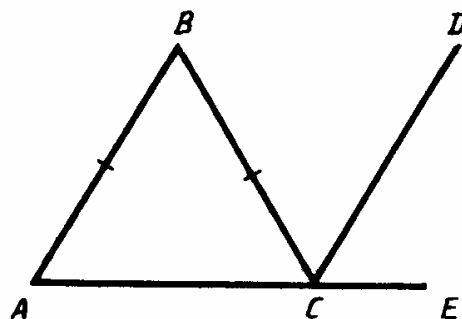


Проведите биссектрису данного угла как описано в задаче Вар. 2, С-12.2, затем проведите биссектрису половинки данного угла. Затем от данного луча отложите угол, равный $\frac{1}{4}$ данного угла (вы

получили его предыдущим действием) как описано в задаче Вар. 1, С-12.1.

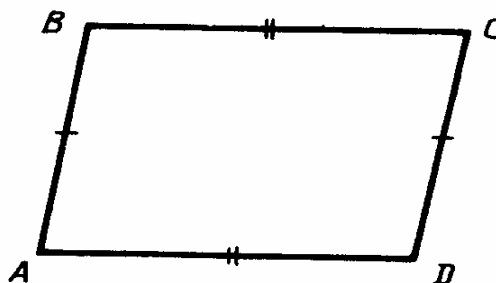
В. 3. С-13.

1.



Т.к. $AB = BC$, то $\angle A = \angle C = 60^\circ \Rightarrow \angle B = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle BCE = \angle B + \angle A = 120^\circ \Rightarrow \angle BCD = 60^\circ$, т.к. CD – биссектриса
 $\Rightarrow AB \parallel CD$, т.к. равны соответственные углы.

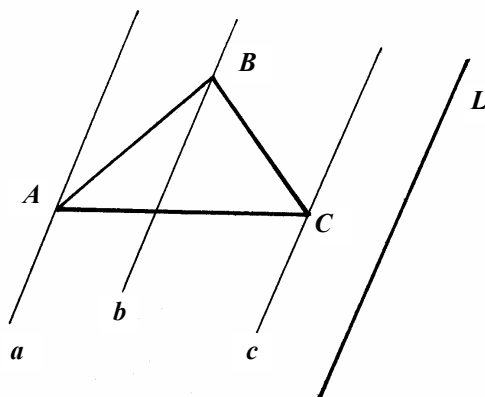
2.



Проведем AC . $\triangle ABC = \triangle CDA$ по 3-му признаку \Rightarrow
 $\Rightarrow \angle BCA = \angle CAD \Rightarrow BC \parallel AD$, т.к. равны внутренние накрест лежащие углы.

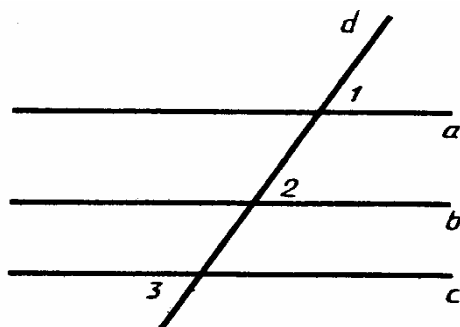
В. 3.С-14.

1.



Приложите угольник одним катетом к l так, чтобы другой проходил через точку B , и проведите прямую вдоль катета. Затем приложите угольник катетом к этой прямой так, чтобы вершина прямого угла совпадала с точкой B , и проведите прямую вдоль другого катета. Таким образом, вы получили прямую, параллельную l и проходящую через точку B . Прделайте тоже самое для точек A и C . И так, вы получили 3 прямых, параллельных l . Все они параллельны между собой, т.к. параллельны данной прямой. AC пересечет l , т.к. в противном случае через точку A проходили бы 2 прямые, параллельные l , что невозможно.

2.

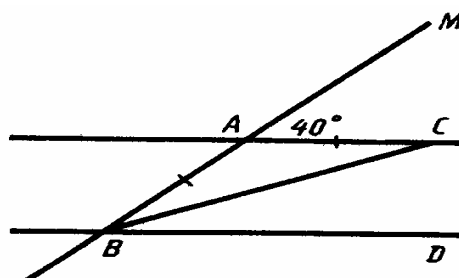


$a \parallel b$, т.к. равны соответственные углы.

$b \parallel c$, т.к. равны соответственные углы $\Rightarrow a \parallel c$.

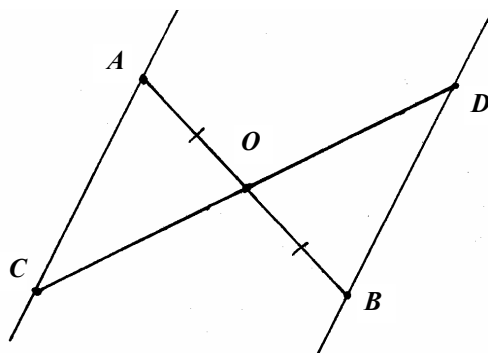
В. 3. С-15.

1.



Т.к. $\angle MAC = 40^\circ$, то $\angle BAC = 140^\circ \Rightarrow \angle ABC = \angle ACB =$
 $= \frac{180^\circ - 140^\circ}{2} = 20^\circ$. Т.к. $AC \parallel BD$, то $\angle ABD = 40^\circ \Rightarrow \angle CBD =$
 $= \angle ABD - \angle ABC = 20^\circ$.

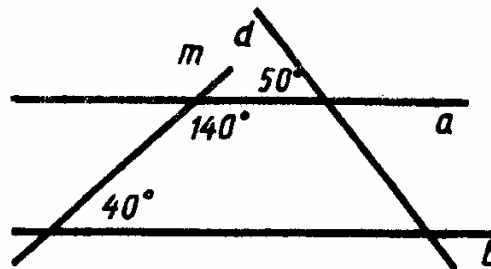
2.



Т.к. $AC \parallel DB$, то $\angle CAB = \angle BDC$, $\angle AOC = \angle BOD$ как вертикальные
 $\Rightarrow \triangle AOC = \triangle BOD$ по 2-му признаку.

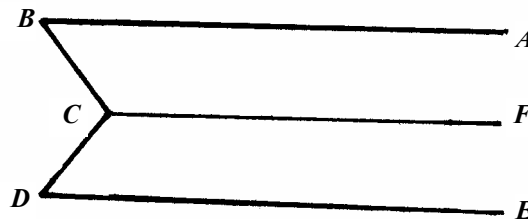
В. 3. С-16.

1.



$a \parallel b$, т.к. сумма внутренних односторонних углов равна $180^\circ \Rightarrow$
 \Rightarrow ни один из семи углов не может равняться 20° , они могут быть
 либо 50° , либо 130° .

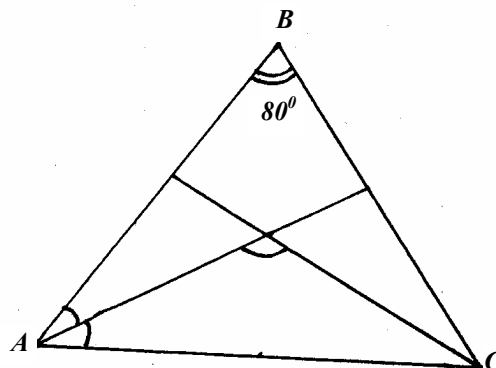
2.



Проведем через точку C прямую CF , параллельную AB (а значит и DE , т.к. $AB \parallel DE$), тогда $\angle BCF = \angle CBA$, $\angle DCF = \angle CDE$, а
 $\angle BCD = \angle BCF + \angle DCF = \angle B + \angle D$.

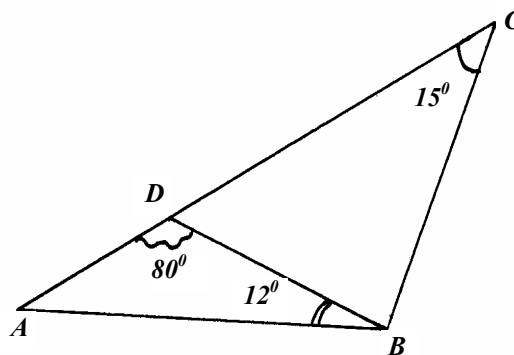
В. 3. С-17.

1.



Т.к. $AB = BC$, то ABC – равнобедренный $\Rightarrow \angle A = \angle C = \frac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ$. Т.к. AM и CM – биссектрисы, то $\angle MAC = \angle MCA = 25^\circ \Rightarrow \angle AMC = 180^\circ - 25^\circ - 25^\circ = 130^\circ$.

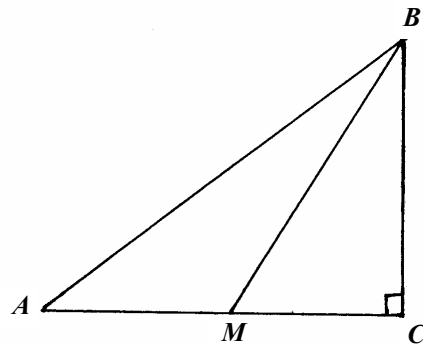
2.



$\angle BAD = 180^\circ - 80^\circ - 12^\circ = 88^\circ$, $\angle BDC = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ$.
 $\angle DBC = 180^\circ - 100^\circ - 15^\circ = 65^\circ \Rightarrow \angle ABC = 65^\circ + 12^\circ = 77^\circ \Rightarrow$
 \Rightarrow ни один из углов не равен $90^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ – не прямоугольный.

В. 3. С-18.

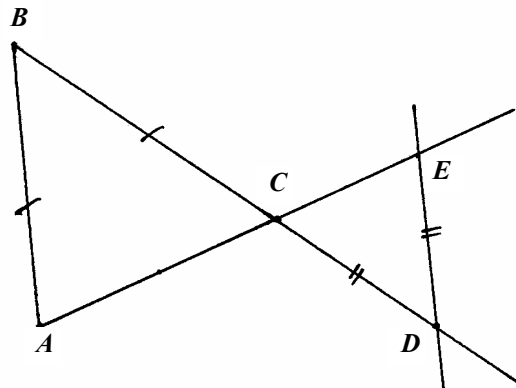
1.



$BC < BA$ и $BC < BM$, т.к. $BC \perp AC$.

$BM < BA$, т.к. $\angle CBM < \angle CBA$

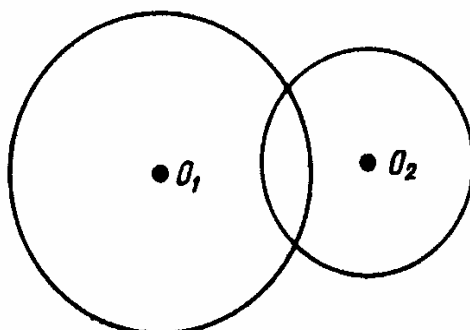
2.



Т.к. $DE \parallel AC$, то $\angle D = \angle B$, $\angle E = \angle B$, но т.к. $\triangle ABC$ – равнобедренный, то $\angle A = \angle B \Rightarrow \angle D = \angle E \Rightarrow \triangle CDE$ – равнобедренный.

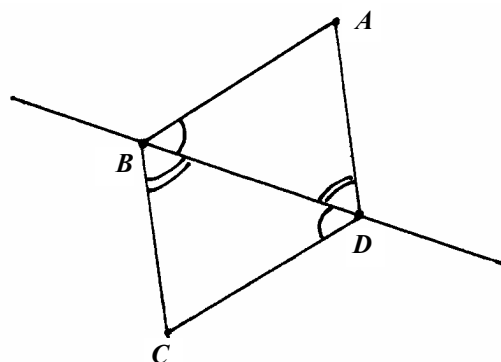
В. 3. С-19.

1.



Нет, т.к. тогда они не пересекались бы.

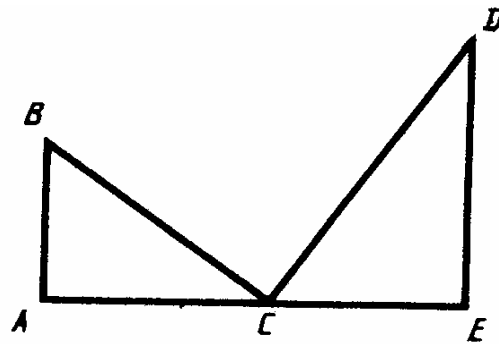
2.



По свойству сторон треугольника $DB + CB > CD$, но
 $\triangle BDA = \triangle DBC \Rightarrow CD = AB \Rightarrow BD + CB > AB$.

В. 3. С-20.

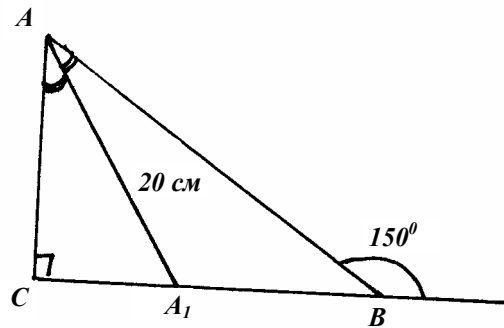
1.



$$\angle BCA = 90^\circ - \angle ABC = 35^\circ; \angle DCE = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

$$\angle BCD = 180^\circ - 35^\circ - 55^\circ = 90^\circ \Rightarrow BC \perp DC.$$

2.



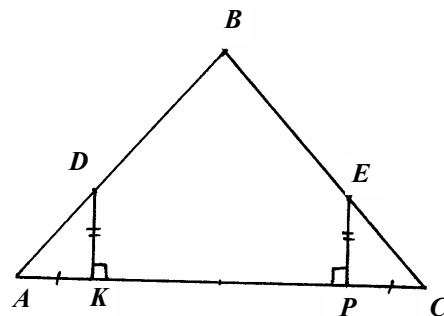
$$\angle ABC = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ \Rightarrow \angle CAB = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle CAA_1 = \frac{1}{2} \cdot 60^\circ = 30^\circ, \text{ т.к. } AA_1 - \text{ биссектриса } \Delta CAA_1 -$$

$$\text{прямоугольный} \Rightarrow CA_1 = \frac{1}{2} AA_1 = 10 \text{ см, т.к. } \angle CAA_1 = 30^\circ.$$

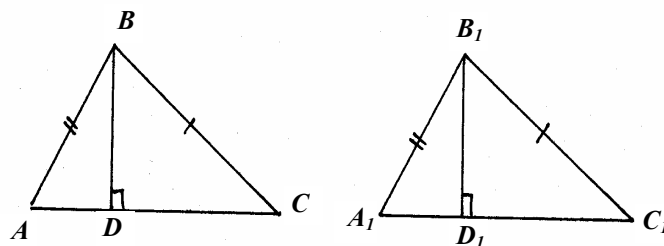
В. 3. С-21.

1.



$\triangle DKA = \triangle EPC$ по 2-м катетам $\Rightarrow \angle A = \angle C \Rightarrow \triangle ABC$ – равнобедренный $\Rightarrow AB = BC$.

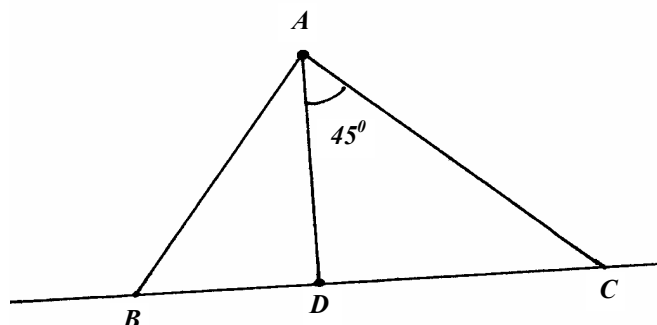
2.



Т.к. $\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$, то $\angle A = \angle A_1 \Rightarrow \triangle ABD = \triangle A_1B_1D_1$ по гипотенузе и острому углу $\Rightarrow BD = B_1D_1$.

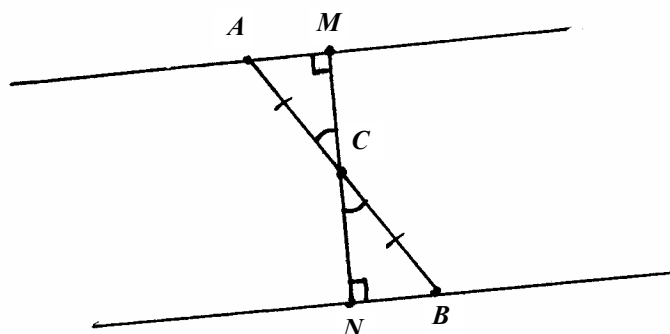
В. 3. С-22.

1.



$\angle ACD = 45^\circ \Rightarrow \triangle ADC$ – равнобедренный и $AD = DC$,
но $AB > AD \Rightarrow AB > DC$.

2.

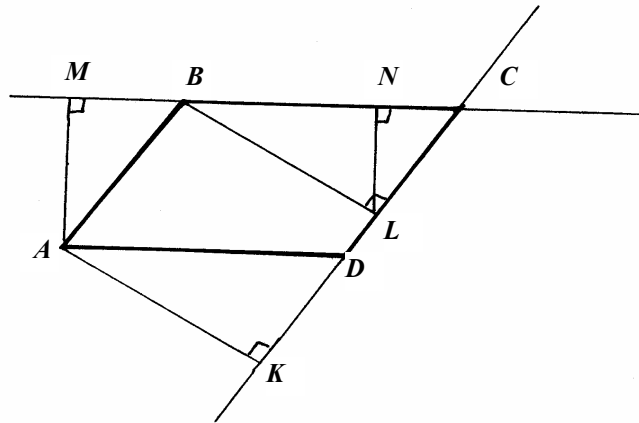


а) Проведем через точку C прямую, перпендикулярную a , тогда она будет перпендикулярна и b . Тогда $\triangle ACM = \triangle BCN$ по гипотенузе и острому углу $\Rightarrow CM = CN$.

б) $CN + CM = NM$, но $NM \perp a$ и $NM \perp b$, значит NM – расстояние между a и b .

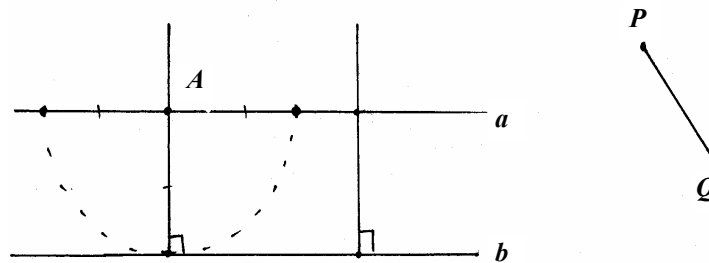
В. 3. С-23.

1.



Опустим перпендикуляры BL и AK на CD . Соединим точки B и K . $\triangle BKL = \triangle KBA$ по катету и гипотенузе $\Rightarrow \angle A = \angle L = 90^\circ \Rightarrow AB \parallel CD$. Опустим перпендикуляры AM и LN на BC . $\triangle AMB = \triangle DNC$ по катету и острому углу ($\angle MBA = \angle NCL$, т.к. $AB \parallel CD$) $\Rightarrow AB = CD$.

2.

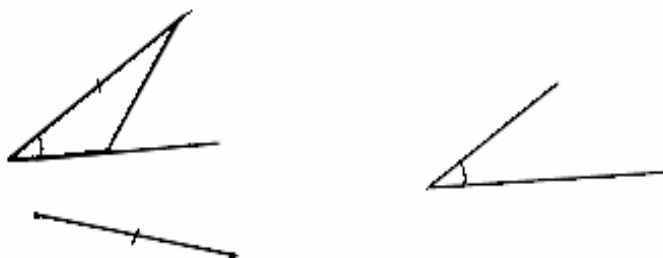


Постройте два перпендикуляра к a (Вар. 1, С-24.2) и отложите на них от a в одну сторону по отрезку длиной, равной QP . Проведите прямую через полученные концы отрезков. Обозначим ее b .

Проведите окружность с центром в точке P и радиусом QP . Точки пересечения этой окружности с прямой и будут искомыми.

В. 3. С-24.

1.

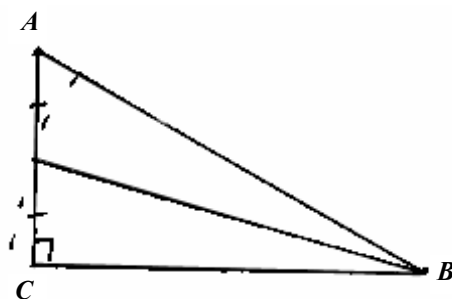


Постройте угол равный данному (В. 1, С-12.1). Разделите данный отрезок пополам (В. 1, С-24.2) и полученный отрезок отложите от вершины одной из сторон угла. A на другой – отрезок равный данному (тоже от вершины угла). Соедините концы этих отрезков.

2. Постройте отрезок равный основанию. Проведите окружности с центрами в концах этого отрезка и радиусом равным сумме длины основания и разности длин сторон (полагаю, что отрезок, длина которого равна сумме длин двух данных, вы сами сможете построить³⁾). Соедините одну из точек пересечения этих окружностей с концами отрезка.

В. 3. С-25.

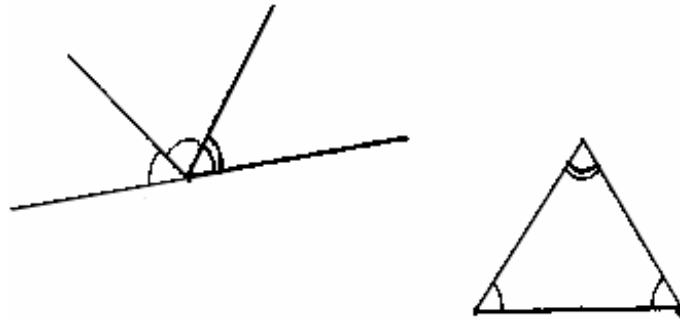
1.



Постройте отрезок CB , равный катету. В точке C проведите к нему перпендикуляр (В.1,С-24.2). Проведите окружность с центром B и радиусом равным медиане. Точка пересечения окружности и

перпендикуляра будет серединой другого катета. На продолжении этого отрезка за эту точку отложите такой же по длине отрезок и соедините другой его конец с точкой B .

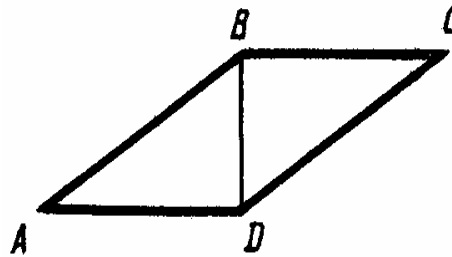
2.



Проведите прямую. Отложите от нее угол равный данному (В. 1. С-12.1). В смежном ему проведите биссектрису (В. 2, С-12.2). Отложите от основания угол, равный половине смежного, два раза так, чтобы вершина одного совпала с одним концом, а другого – с другим концом основания. Точка пересечения других сторон углов даст 3-ю вершину треугольника.

В. 3. С-26.

1.

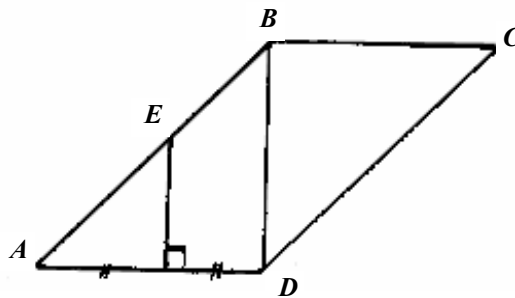


1) Т.к. $\angle ADB = \angle ABD = 90^\circ$, то $AD \parallel BC$, т.к. это внутренние накрест лежащие углы.

2) $\angle BAD = 90^\circ - \angle ABD = 30^\circ \Rightarrow AD = 2BD = 8$.

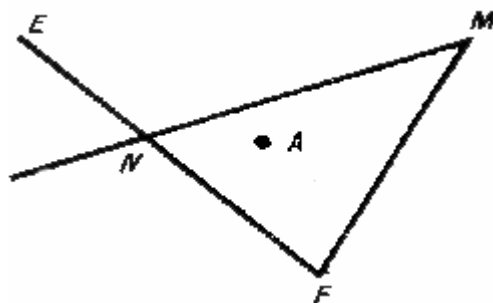
$4 < AD < 12$ (следует из условия существования треугольника).

3)

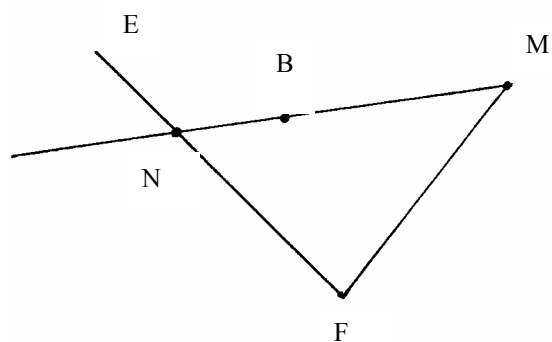


Проведем срединную линию KE . $AK = KD$ и $EK \perp AD$.
Т.к. $EK \parallel BD \Rightarrow \triangle AED$ – равнобедренный, т.к. медиана и высота
совпадают $\Rightarrow DE = EA$.

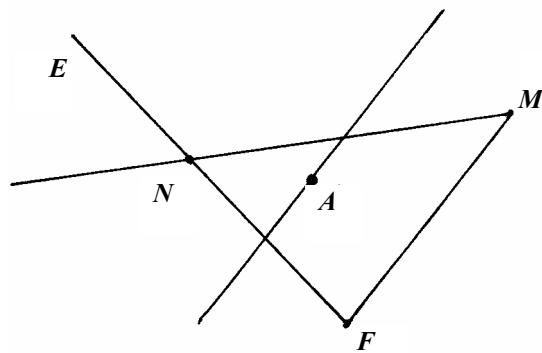
В. 4. С-1.



1. 6 отрезков: NE , NM , NF , EM , FM , EF .
2. Да, пересекаются в точке F .
3. N , т. к. она лежит на отрезке EF , а A нет.
- 4.



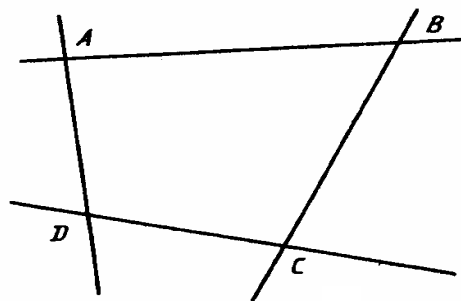
5.



В. 4. С-2.

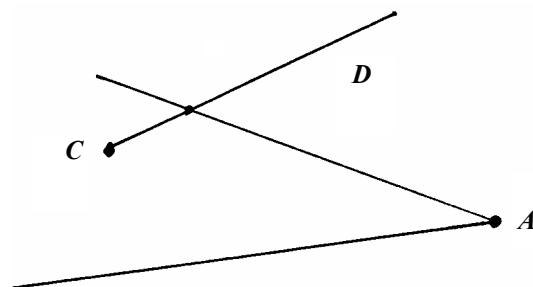
1.

1)

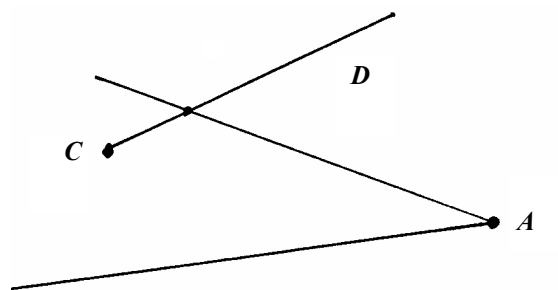


Неразвернутых 6. Развернутых 8.

2)

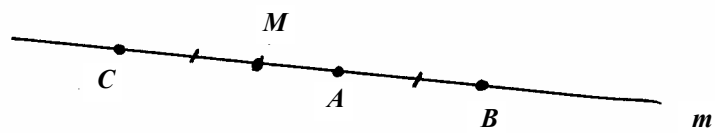


2.



В. 4. С-3.

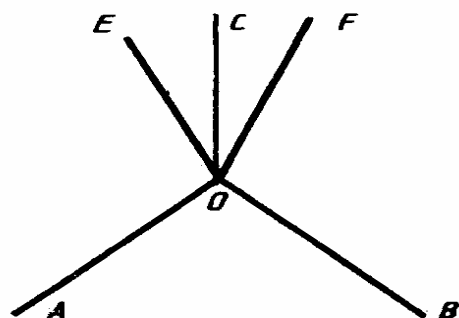
1.



$$MC = AC - AM = MB - AM = AB$$

Ответ: равны.

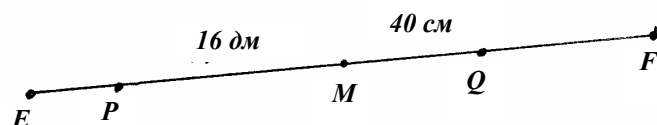
2.



$\angle EOC = \angle COA - \angle EOA = \angle COB - \angle FOB = \angle COF$,
следовательно, являются.

В. 4. С-4.

1.



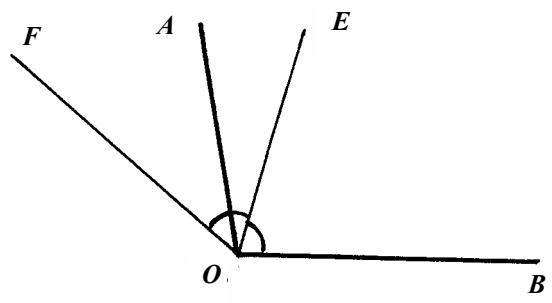
Пусть точки Q и P расположены, как показано на рисунке, тогда $EP = MP - EM = MP - \frac{1}{2}EF = 160 \text{ см} - \frac{1}{2}120 \text{ см} = 100 \text{ см}$, а

$QF = MF - MQ = \frac{1}{2}EF - MQ = 60 \text{ см} - 40 \text{ см} = 20 \text{ см}$. Если точки

лежат наоборот, то $EP = \frac{1}{2}EF + MP = 60 + 160 = 220 \text{ (см)}$,

$QF = \frac{1}{2}EF + MQ = 100 \text{ (см)}$.

2.

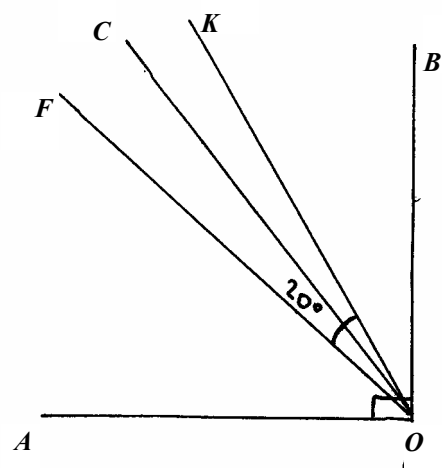


1) $\angle AOB = \angle AOE + \angle EOB = 4\angle AOE = 100^\circ \Rightarrow \angle AOB = 25^\circ$ и $\angle EOB = 75^\circ$.

2) $\angle AOF = \angle FOE - \angle AOE = \angle EOB - \angle AOE = 50^\circ$ – острый.

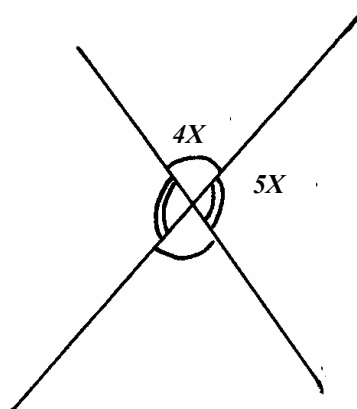
В. 4. С-5.

1.



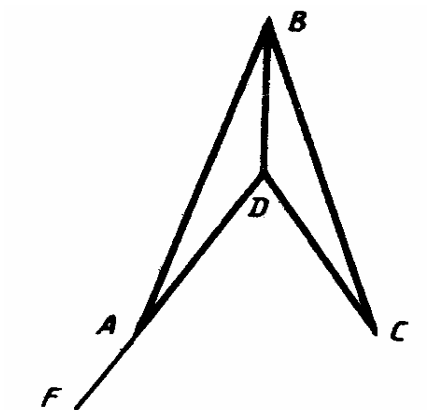
Т.к. $AO \perp OB$, то $\angle AOB = 90^\circ$. Пусть AF – биссектриса $\angle AOB$, тогда $\angle AOF = \angle FOB = 45^\circ$. Пусть OK – биссектриса $\angle COB$, тогда $\angle FOK = 20^\circ \Rightarrow \angle FOB = 45^\circ - 20^\circ = 25^\circ \Rightarrow \angle COB = 2\angle KOB = 50^\circ \Rightarrow \angle COA = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$.

2.

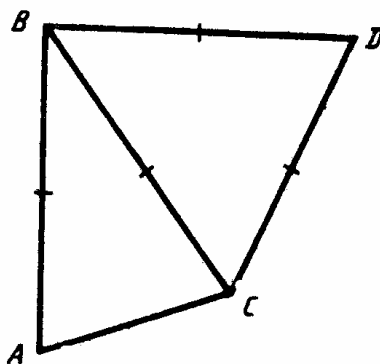


Пусть меньший из углов равен $4x$, тогда другой равен $5x$, значит $4x + 5x = 9x = 180^\circ$ и $x = 20^\circ$, т.е. один угол 80° , а другой – 100° .

B. 4. C-6.
1.

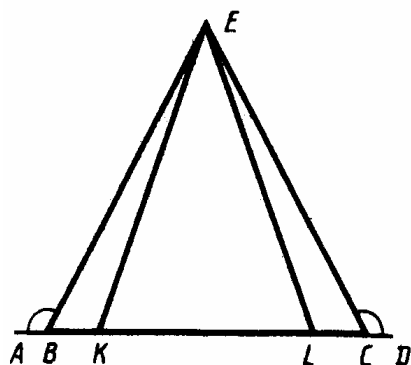


$\angle BAD = 180^\circ - \angle FAB = 20^\circ$. Т.к. $\triangle ABD = \triangle CBD$, то
 $\angle BCD = \angle BAD = 20^\circ$.
 2.

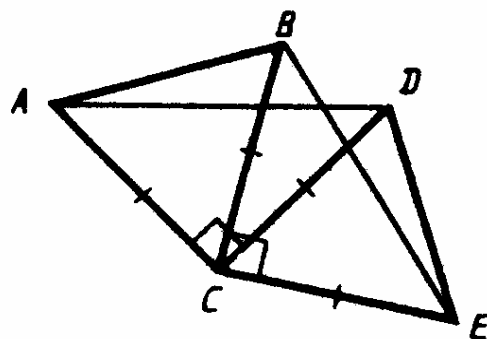


$P(ABC) = AC + 2AB = 12 + 2AB = 42 \Rightarrow AB = 15 \text{ (cm)} \Rightarrow$
 $\Rightarrow P(BCD) = 3 AB = 45 \text{ (cm)}$.

В. 4. С-7.
1.



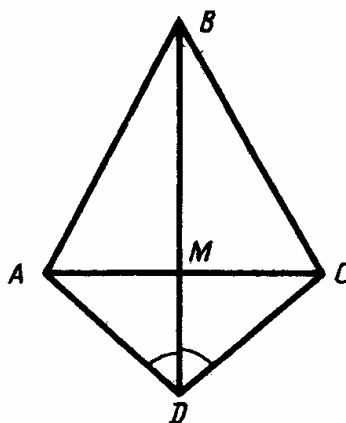
$\angle EBK = \angle ECL$, т.к. равны смежные им, тогда $\triangle BEK = \triangle CEL$ по 1-му признаку $\Rightarrow \angle ELC = \angle BKE = 110^\circ$.
2.



1) $\angle ACB = 90^\circ - \angle BCD = \angle DCE \Rightarrow \triangle ABC = \triangle DEC$ по 1-му признаку $\Rightarrow AB = DE$.
2) $\triangle ACD = \triangle BCE \Rightarrow AD = BE \Rightarrow P(ABD) = AB + BD + DA = DE + BD + BE = P(BDE)$.

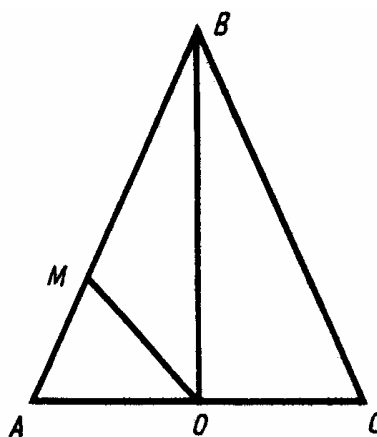
В. 4. С-8.

1.



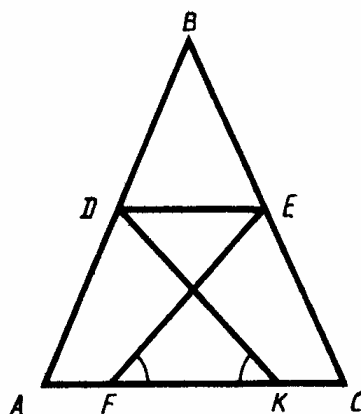
$\triangle ADB = \triangle CDB$ по 1-му признаку $\Rightarrow AB = BC \Rightarrow \triangle ABC$ – равнобедренный $\Rightarrow \angle BAC = \angle BCA$. Из равенства треугольников следует также, что $\angle ABM = \angle CBM \Rightarrow BM$ – биссектриса $\Rightarrow BM$ – медиана $\Rightarrow AM = MC$.

2.



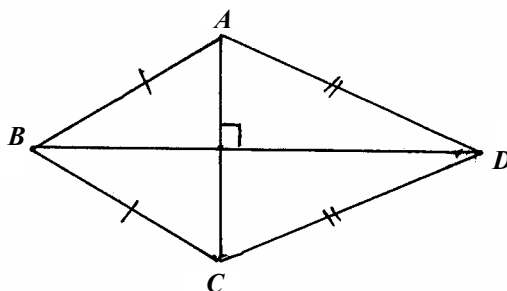
$\angle AOM = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ \Rightarrow \angle MOB = 45^\circ$ (т.к. OM – биссектриса) $\Rightarrow BO \perp AC \Rightarrow BO$ – биссектриса (т.к. $AB = BC$) $\Rightarrow \angle ABO = \angle CBO$.

В. 4. С-9.
1.



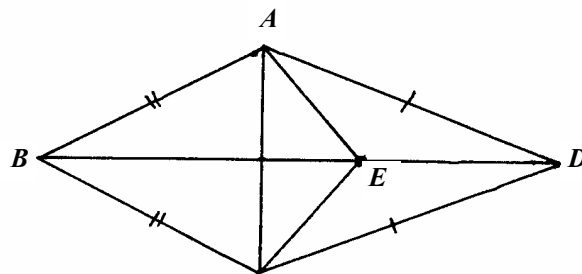
Т.к. $AB = BC$ то $\triangle ABC$ – равнобедренный $\Rightarrow \angle A = \angle C \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ADK = \triangle CEF$ по 2-му признаку $\Rightarrow AD = EC$.

2.



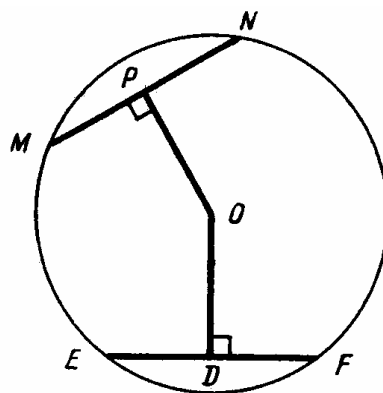
$BH \perp AC$, т.к. $\triangle ABC$ – равнобедренный, то $AH = HC$. $DK \perp AC$, т.к. $\triangle ADC$ – равнобедренный, то $AK = KC$, значит K совпадает с $H \Rightarrow BD \perp AC$.

В. 4. С-10.
1.



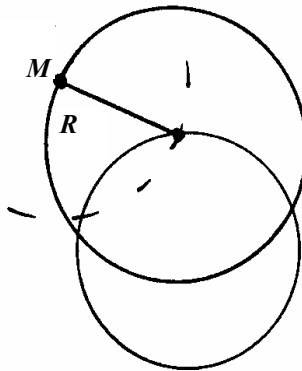
По задаче В. 4, С-9.2 BD – серединный перпендикуляр к $AC \Rightarrow E$ равноудалена от A и от C , т.е. $AE = EC \Rightarrow \triangle AEC$ – равнобедренный $\Rightarrow \angle EAC = \angle ECA$.

В. 4. С-11.
1



$\triangle MON = \triangle EOF$ по 3-му признаку (т.к. $OM = ON = OE = OF$ как радиусы) $\Rightarrow OP = OD$ как соответствующие высоты равных треугольников.

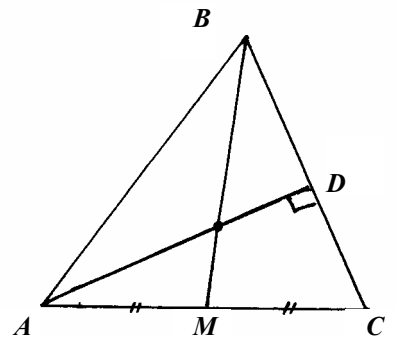
2.



Проведите окружность данного радиуса с центром в точке M .
Проведите окружность данного радиуса с центром в одной из точек пересечения окружностей.

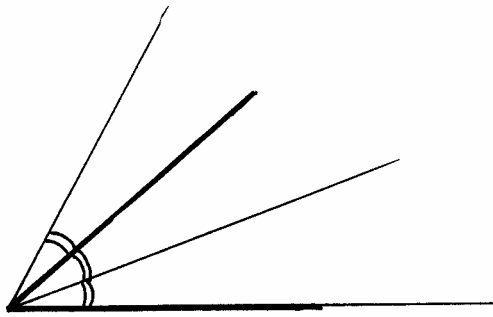
В. 4. С-12

1.



Проведите окружность с центром в точке A , пересекающую BC в 2-х данных, проведите к полученному отрезку серединный перпендикуляр (задача В. 1, С-24.2). Это будет высота AD . Разделите сторону AC пополам (В. 1, С-24.2) и соедините ее середину с точкой B .

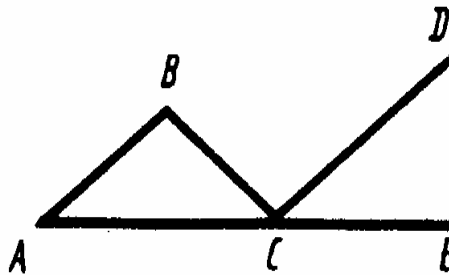
2.



Отложите от данного луча угол, равный данному (задача В. 1, С-12.1). Затем разделите его пополам (задача В. 2, С-12.2) и отложите от другой стороны угла угол, равный половине данного.

В. 4. С-13.

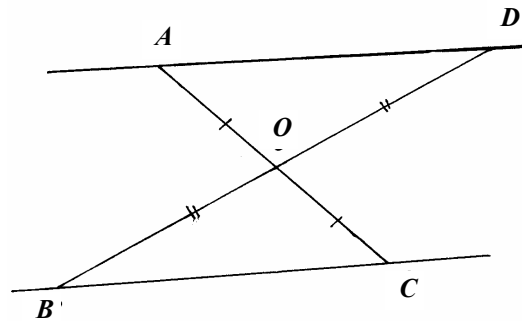
1.



Т.к. $AB = BC$, то $\angle A = \angle BCA = 30^\circ \Rightarrow \angle BCE = 150^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle DCE = \frac{1}{5} \cdot 150^\circ = 30^\circ \Rightarrow BA \parallel DC$, т.к. равны соответственные углы.

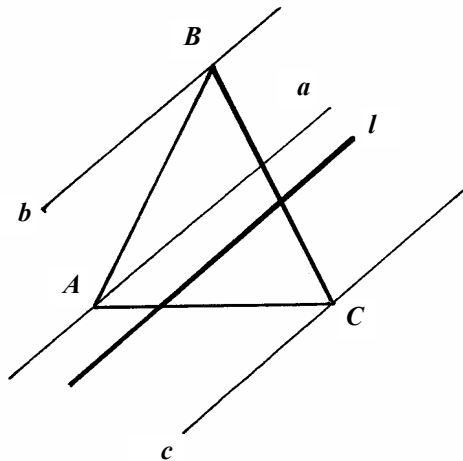
2.



$\triangle AOD = \triangle BOC$ по 1-му признаку $\Rightarrow \angle DAO = \angle CBO \Rightarrow$
 $\Rightarrow AD \parallel BC$, т.к. равны внутренние накрест лежащие углы.

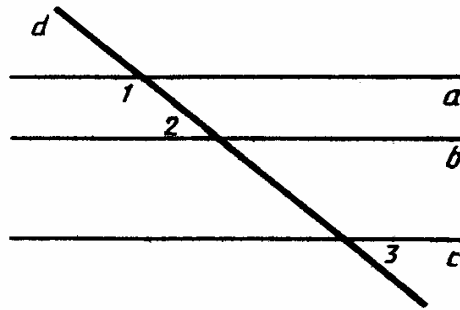
В. 4. С-14.

1.



Все построения этой задачи условно повторяют построения, приведенные в В. 3, С-14.1. a, b, c параллельны между собой, т.к. все они параллельны e . Прямая, проведенная через точку A и отличная от a , пересечет все эти прямые (b, c, e), т.к. иначе через одну точку были бы проведены 2 прямые, параллельные данной, что невозможно.

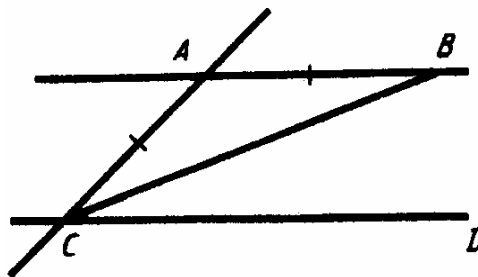
2.



$a \parallel b$, т.к. сумма внутренних односторонних углов равна 180° . $b \parallel c$, т.к. равны соответственные углы ($\angle 2$ и вертикальный $\angle 3$) $\Rightarrow a \parallel c$.

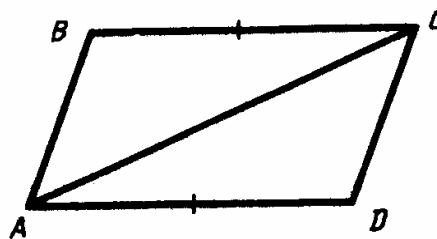
В. 4. С-15.

1.



$\angle ABC = \angle BCD = 20^\circ$, т.к. $AB \parallel CD$. $\angle ACB = \angle ABC = 20^\circ$, т.к. $AB = AC \Rightarrow \angle CAB = 180^\circ - 2 \cdot 20^\circ = 140^\circ$.

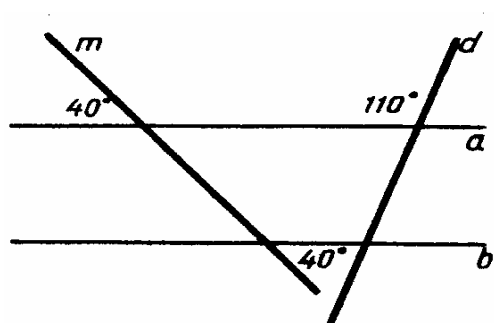
2.



Т.к. $BC \parallel AD$, то $\angle BCA = \angle DAC \Rightarrow \triangle ABC = \triangle ADC$ по 1-му признаку.

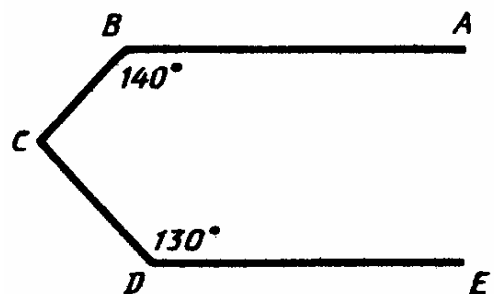
В. 4. С-16.

1.



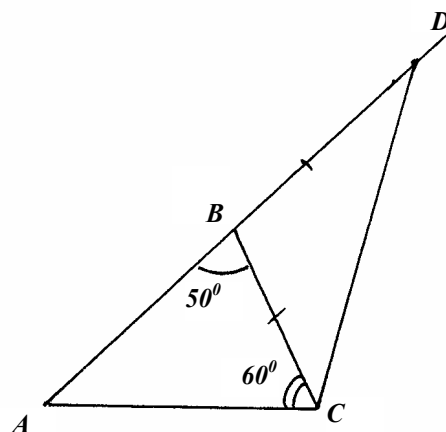
110° может, например вертикальный обозначенному. 60° – нет, т.к. $a \parallel b$.

2.



Проведем через точку C прямую CF , параллельную AB и DE , тогда $\angle BCF = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$, $\angle FCD = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$, тогда $\angle BCD = 40^\circ + 50^\circ = 90^\circ$.

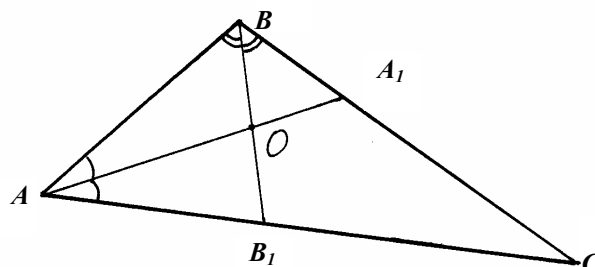
B. 4. C-17.
1.



$$\angle CBD = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \Rightarrow \angle BCD = \frac{180^\circ - 130^\circ}{2} = 25^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ACD = 85^\circ$$

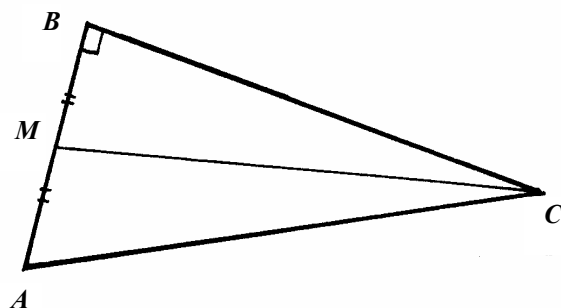
2.



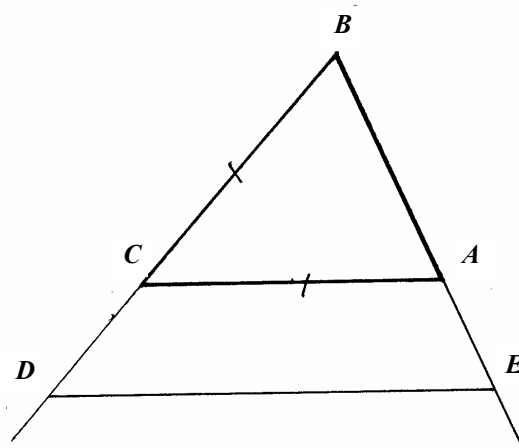
$$\angle OBA = \frac{1}{2} 30^\circ = 15^\circ \Rightarrow \angle BAO = 180^\circ - 107^\circ - 15^\circ = 78^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle BAC = \angle BAO = 156^\circ \Rightarrow \triangle ABC - \text{тупоугольный.}$$

В. 4. С-18.
1.

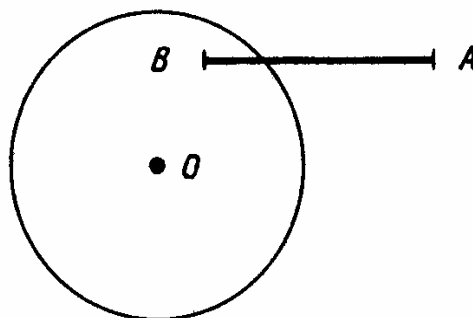


$\angle BCA > \angle BCM$ (т.к. $MB < AB$) $\Rightarrow \angle BAC < \angle BMC$.
 $\angle ACM = \angle ACB - \angle MCB < 90^\circ - \angle BAC - \angle MCB$, $MC > MB$, т.к.
 MC – наклонная к $BC \Rightarrow AM < MC \Rightarrow \angle ACM < \angle BAC$.
 2.



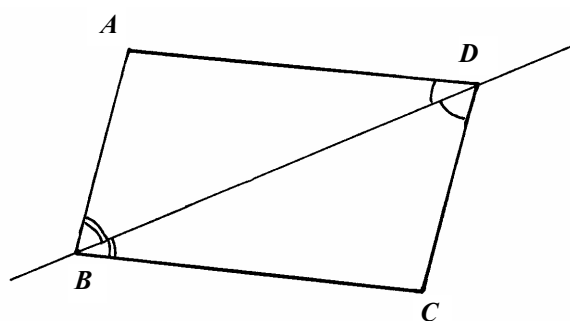
Т.к. $DE \parallel AC$, то $\angle D = \angle A$, как соответственный, но $\angle A = \angle B \Rightarrow \angle D = \angle B \Rightarrow \triangle BDE$ – равнобедренный.

В. 4. С-19.
1.



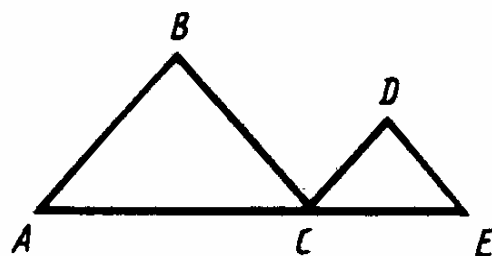
Не может, т.к. $13 = AO < OA + OB = 4 + BO \leq 4 + 6 \leq 10$ – противоречие.

2.

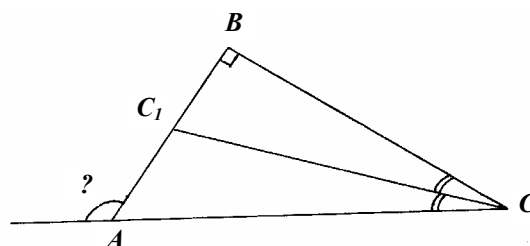


$BD < AB + AD$, но $\triangle ADB = \triangle CDB$ по 2-му признаку и значит $AD = DC \Rightarrow BD < AB + DC$.

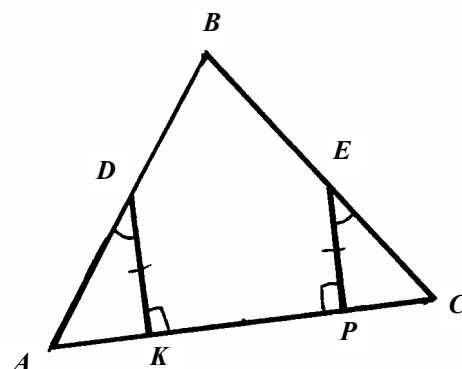
B. 4. C-20.
1.



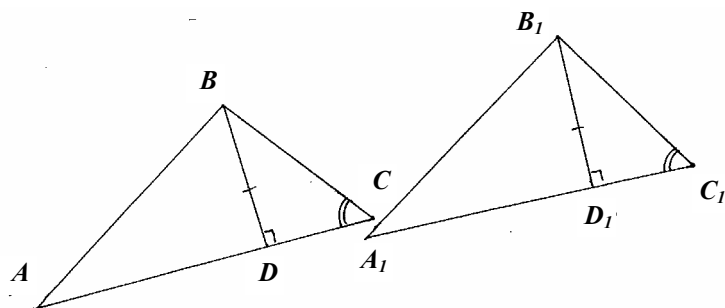
$\angle BCA = 90^\circ - 46^\circ = 44^\circ$, $\angle DCE = 90^\circ - 44^\circ = 46^\circ$
 $\angle BCD = 180^\circ - 46^\circ - 44^\circ = 90^\circ \Rightarrow BC \perp DC$.
 2.



Т.к. в $\triangle C_1CB$ катет равен половине гипотенузы, то $\angle C_1CB = 30^\circ \Rightarrow$
 $\angle C = 60^\circ \Rightarrow \angle A = 30^\circ \Rightarrow \angle FAC = 150^\circ$.
B. 4. C-21.
1.



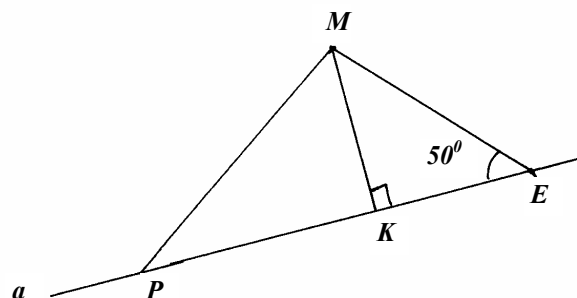
$\triangle ADK = \triangle CEP$ по катету и острому углу $\Rightarrow \angle A = \angle C \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ABC$ – равнобедренный $\Rightarrow AB = BC$.
 2.



$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1 \Rightarrow \angle A = \angle A_1$

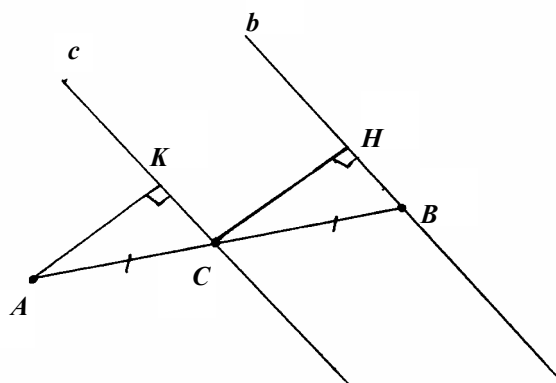
В. 4. С-22.

1.

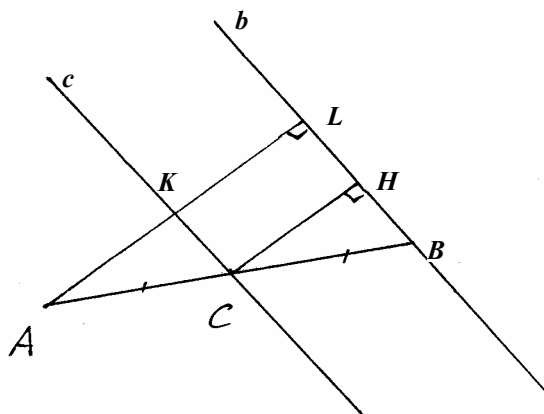


$KE < MK$, т.к. $40^\circ < 50^\circ$. $PM > MK$, т.к. MK – перпендикуляр, а PM – наклонная $\Rightarrow PM > KE$.

2.
а)



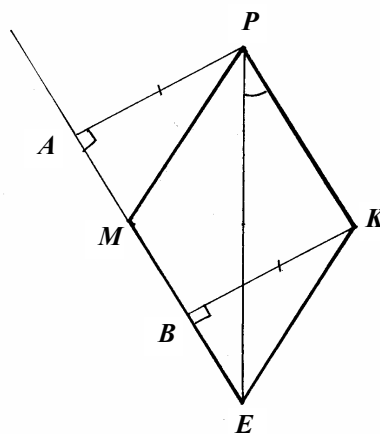
$\triangle ACK = \triangle CBH$ по гипотенузе и острому углу $\Rightarrow AC = CH$
б)



$CH = KL$, т.к. расстояние между параллельными прямыми всюду одинаково $\Rightarrow AL = KL + AC = KL + CH = 2CH$

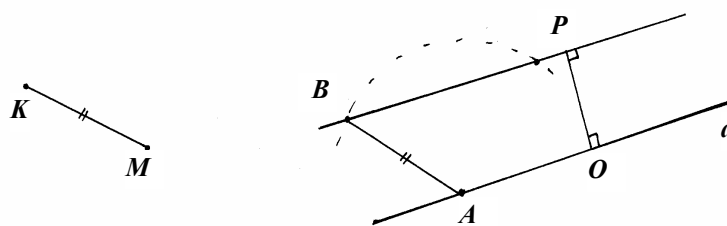
В. 4. С-23.

1.



$\triangle APB = \triangle KBP \Rightarrow \angle ABP = \angle KPB \Rightarrow ME \parallel PK$. Аналогично доказывается, что $MP \parallel KE \Rightarrow \angle MPE = \angle PEK$ и $\angle MEP = \angle KPE \Rightarrow \angle MPK = \angle MEK$.

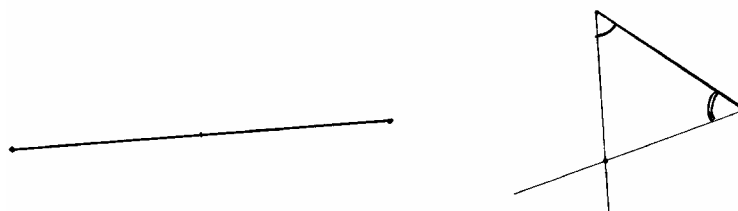
2.



Постройте прямую, параллельную a и удаленную от нее на OP (см. задачу В. 1, С-23.2). Затем проведите окружность с центром в точке A и радиусом KM . Точки пересечения этой прямой с окружностью будут искомыми.

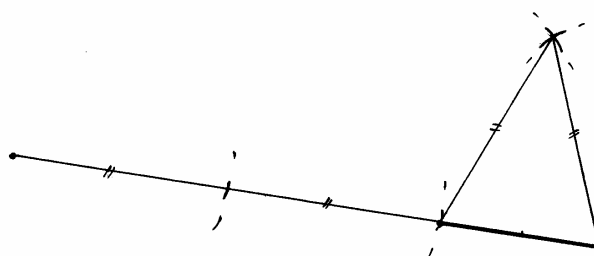
В. 4. С-24.

1.



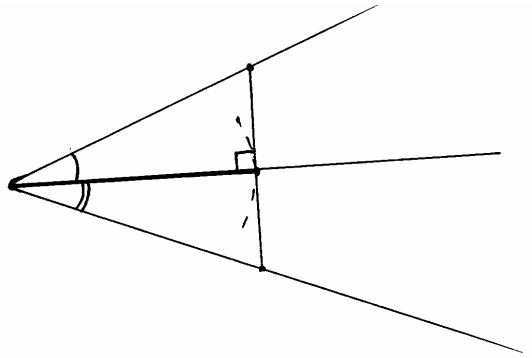
Разделите данный отрезок пополам (см. задачу В. 1, С-24.2) и отложите от него углы, равные данным (см. задачу В. 1, С-12.1). Точка пересечения их сторон, не совпадающих с отрезком, даст 3-ю вершину треугольника.

2.



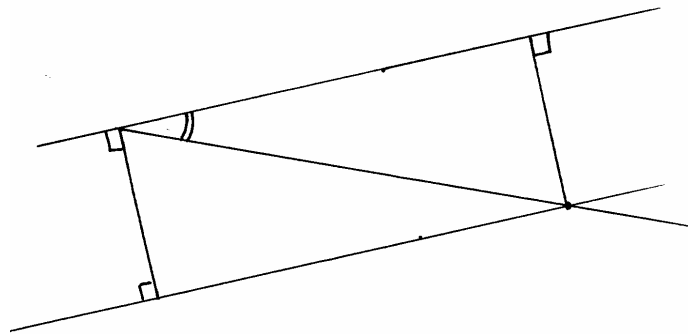
Постройте отрезок, равный длине периметра. Проведите окружность с центром в левом его конце радиусом, равным боковой стороне. Проведите окружность того же радиуса с центром в точке пересечения 1-й окружности с отрезком. Часть отрезка вне 2-й окружности равна длине основания. Проведите две окружности радиусом с боковую сторону с центрами в концах основания. Соедините одну из точек их пересечения с концами основания.

В. 4. С.25.
1.



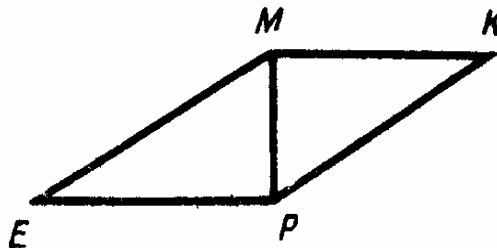
Нарисуйте луч. Отложите от него в одну сторону угол, равный 1-му углу, в другую – угол, равный второму (см. задачу В. 1, С-12.1). Проведите окружность радиусом с высоту и с центром в начале луча. В точке пересечения окружности с лучом восставьте перпендикуляр к лучу (см. задачу В. 1, С-24.2).

2.



Нарисуйте прямую. Проведите прямую, параллельную ей и удаленную на длину высоты (см. задачу В. 1, С-23.2). От одной из прямых отложите угол, равный данному, в сторону другой прямой (см. задачу В. 1, С-12.1). В точке пересечения восставьте перпендикуляр к секущей (см. задачу С. 1, С-24.2).

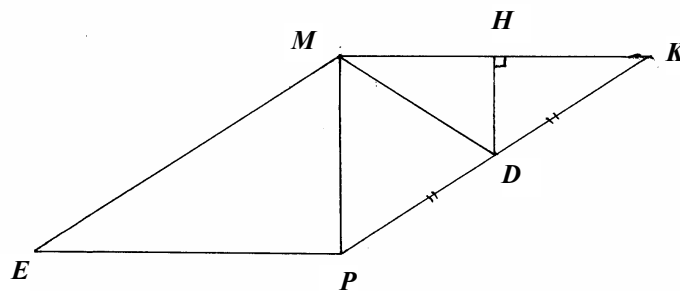
В. 4, С-26.



1) $\triangle MEP = \triangle MKP$ по катету и острому углу $\Rightarrow \angle EMP = \angle MPK \Rightarrow EM \parallel PK$.

2) Т.к. угол $MEP = 30^\circ$, то $MP = \frac{1}{2} EM = 5 \Rightarrow 5 < EP < 15$ (из условия существования треугольника).

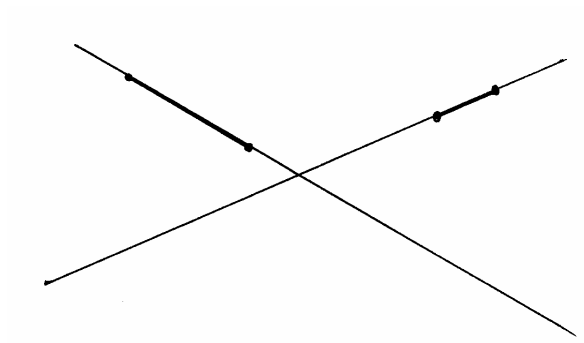
3)



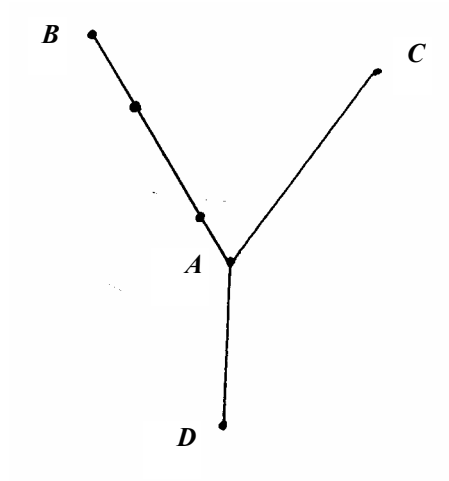
Проведем медиану $\triangle PMK$ $MD \Rightarrow PD = DK$. Опустим перпендикуляр DH на сторону MK , т.к. $DH \parallel MP$, то DH – средняя линия и $MH = HK \Rightarrow \triangle MDK$ – равнобедренный, т.к. его медиана совпадает с высотой $\Rightarrow MD = DK = \frac{1}{2} PK = \frac{1}{2} ME = 5$.

Внимание, получено важное утверждение: медиана в прямоугольном треугольнике, проведенная из вершины прямого угла, равна половине гипотенузы.

В. 5. С-1.
1.

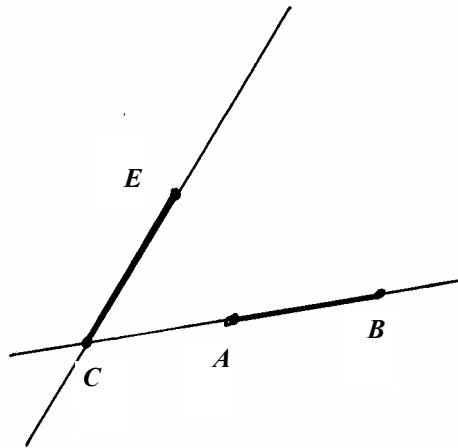


2.



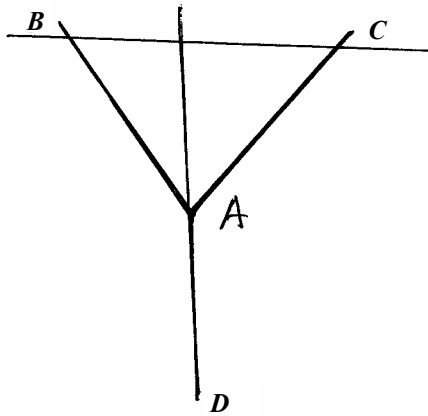
две точки.

3.



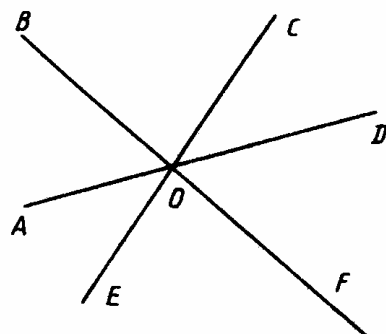
пересекаются, перпендикулярны.

4.

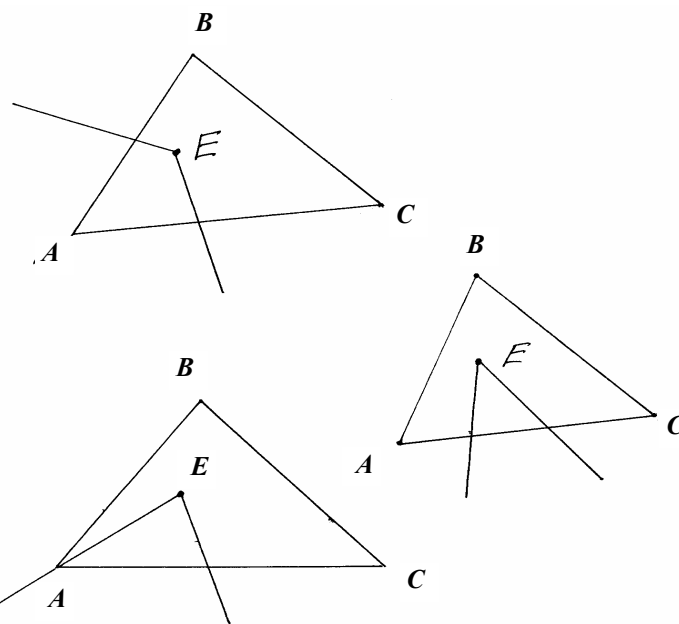


Да, например прямая BC .

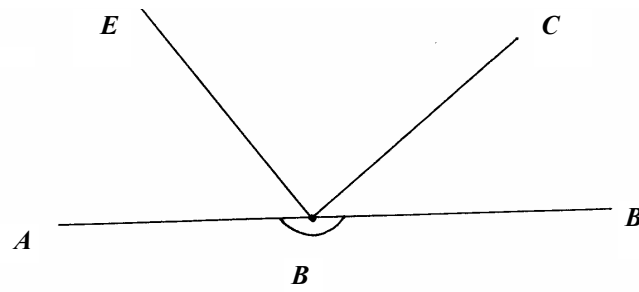
В. 5. С-2.
1.



2 неразвернутых ($\angle AOB$, $\angle BOC$, ..., $\angle EOA$, $\angle AOC$, $\angle BOD$, $\angle EOB$)
2.

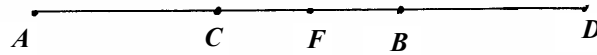


3.



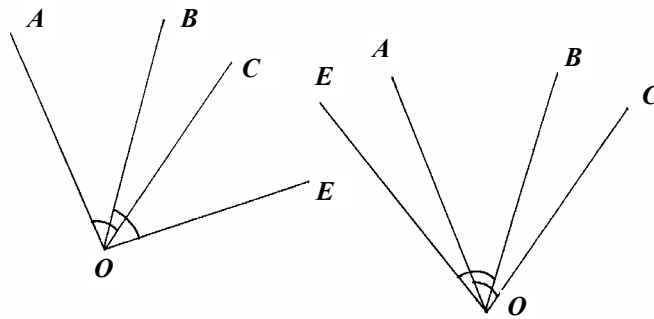
В. 5. С-3.

1.



Да, т.к. $AC = AB - CB = CD - CB = BD$. Значит если F – середина AB , то $FC = AF - AC = FD - BD = FB$.

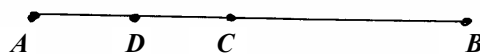
2.



Так чтобы $\angle AOE = \angle BOC$, или OE слева от OA , или чтобы $\angle AOB = \angle COE$, или OE справа от OC .

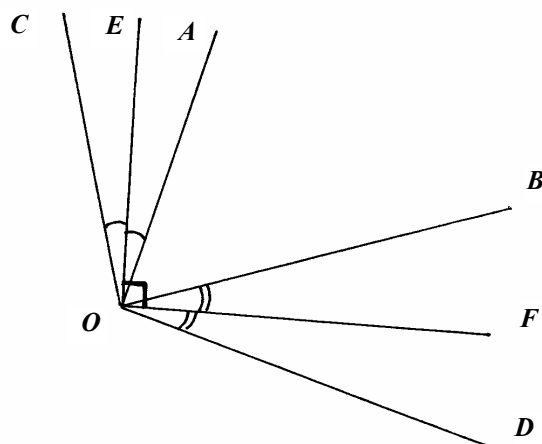
В. 5. С-4.

1.



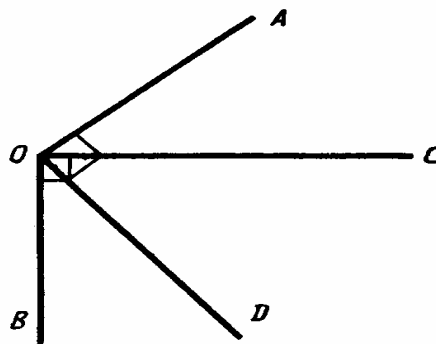
Пусть координата точки A — 0, а координата точки C равна x , тогда координата точки B равна $4x$, тогда $AD = x - \frac{x}{4} = \frac{3}{4}x \Rightarrow$ координата середины AD равна $\frac{3}{8}x$, а координата середины BC равна $2,5x \Rightarrow$ расстояние между ними равно $2,5x - \frac{3}{8}x = \left(\frac{20}{8} - \frac{3}{8}\right)x = \frac{17}{8}x$, но $4x = 192 \Rightarrow x = 48 \Rightarrow \frac{17}{8}x = 17 \cdot 6 = 102$ (дм).

2.

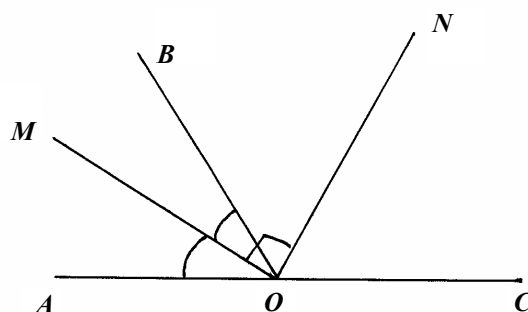


$\angle AOB + \angle COD = 180^\circ = \angle AOB + 2\angle EOA + \angle AOB + 2\angle BOF = 180^\circ \Rightarrow \angle AOB + \angle EOA + \angle BOF = 90^\circ$.

B. 5. C-5.
1.



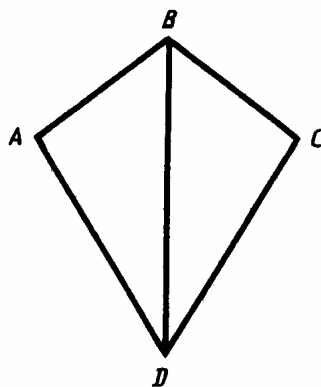
$\angle AOC = \angle BOD$. Пусть $\angle AOC = x$, тогда $2x + \angle COD = \angle AOB =$
 $= \angle COD + 90^\circ \Rightarrow x = 45^\circ$, т.е.
 $\angle AOC = 45^\circ \Rightarrow \angle COD = 45^\circ \Rightarrow \angle AOB = 45^\circ$.
 2.



$\angle BOC = 180^\circ - 2\angle MOB$.
 $\angle BON = 90^\circ - \angle MOB \Rightarrow \angle NOC = 90^\circ - \angle MOB \Rightarrow$
 $\Rightarrow ON$ – биссектриса.

В. 5. С-6.

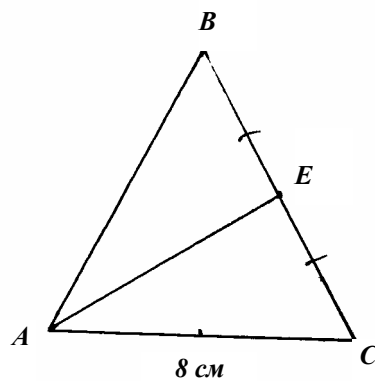
1.



Т.к. $\triangle ABD = \triangle CBD \Rightarrow \angle ABD = \angle CBD \Rightarrow \angle ABD = \frac{1}{2} \angle ABC = 55^\circ$

Т.к. $\angle BAD = 90^\circ$, то $\angle BCD = 90^\circ$ (т.к. треугольники равны).

2.

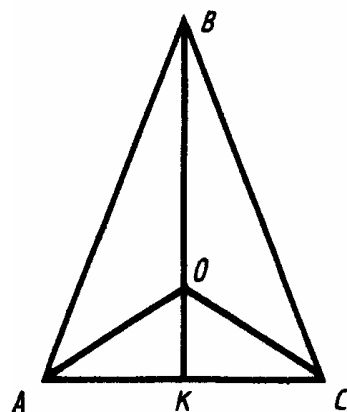


$$AB + BE = EC + AC + 2 \Rightarrow AB = AC + 2 = 10 \text{ (мм)}$$

$$AB + BE = EC + AC - 2 \Rightarrow AB = AC - 2 = 6 \text{ (см)}$$

В. 5. С-7.

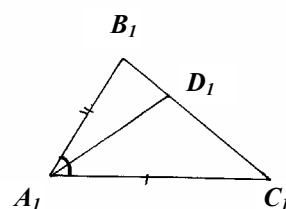
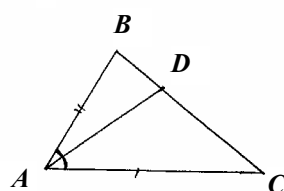
1.



Т.к. $AO = OC$, то $\angle OAK = \angle OCK \Rightarrow \angle BAK = \angle BCK$.

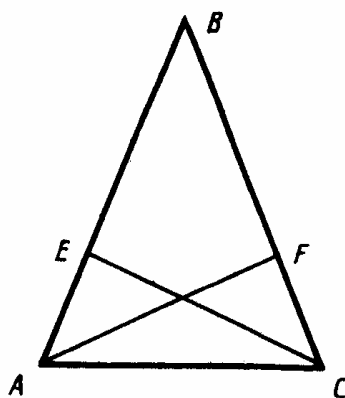
$\triangle AOC$ – равнобедренный $\Rightarrow AK = KC$ и $\angle AKO = \angle CKO = 90^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ABK = \triangle CBK$ по двум катетам.

2.

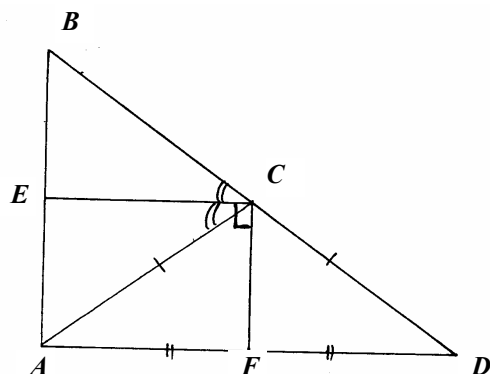


$\triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ по 1-му признаку $\Rightarrow AC = A_1C_1$, $\angle C = \angle C_1$,
 $BC = B_1C_1 \Rightarrow DC = D_1C_1 \Rightarrow \triangle ADC = \triangle A_1D_1C_1$ по 1-му признаку
 $\Rightarrow AD = A_1D_1$.

В. 5. С-8.
1.

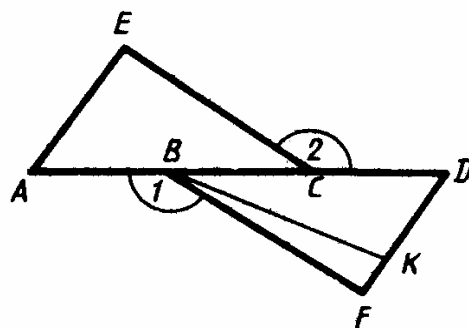


В общем случае при таких условиях $\angle AEC \neq \angle AFC$, вероятно, в условии просто забыли написать, что $AF \perp BC$ и $CE \perp AB$, тогда $\triangle AEC = \triangle CFA$ по гипотенузе и катету $\Rightarrow \angle AEC = \angle AFC$.
2.



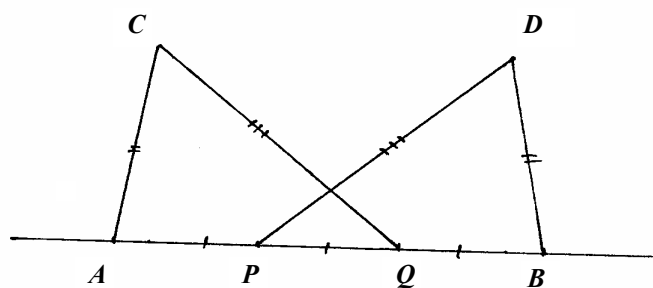
Т.к. $\triangle ACD$ – равнобедренный, то CF – биссектриса \Rightarrow
 $\Rightarrow 2\angle ECA + 2\angle ACF = 180^\circ \Rightarrow \angle ECA + \angle ACF = 90^\circ \Rightarrow CE \perp CF$.

В. 5. С-9.
1.



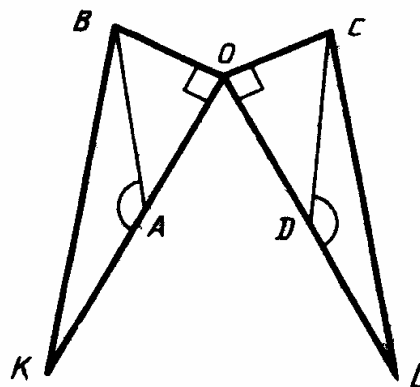
$\triangle AEC = \triangle DFB$ по 2-му признаку $\Rightarrow \angle E = \angle F = 90^\circ \Rightarrow BF$
совпадает с BK и $BF = EC = 10$ см.

2.



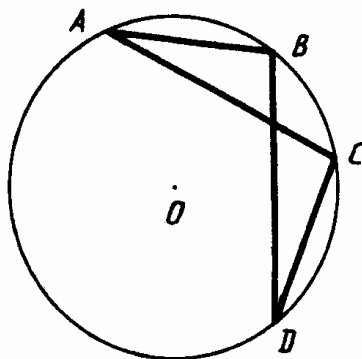
$\triangle ACQ = \triangle BDP$ по 3-му признаку $\Rightarrow \angle DPB = \angle CQA = 70^\circ$

В. 5. С-10.
1.



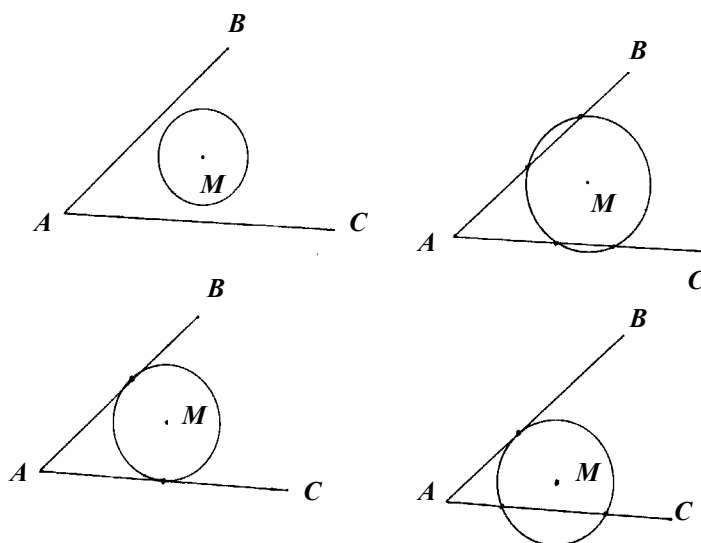
$\angle BAO = \angle CDO$, т.к. равны смежные им $\Rightarrow \triangle BOA = \triangle COD$ по катету и острому углу $\Rightarrow BO = CO \Rightarrow \triangle BOK = \triangle COL$ по 2-м катетам $\Rightarrow KB = CL$.

В. 5. С-11.
1.



$\triangle AOB = \triangle COD \Rightarrow \angle AOB = \angle COD \Rightarrow \triangle AOC = \triangle BOD \Rightarrow AC = BD$

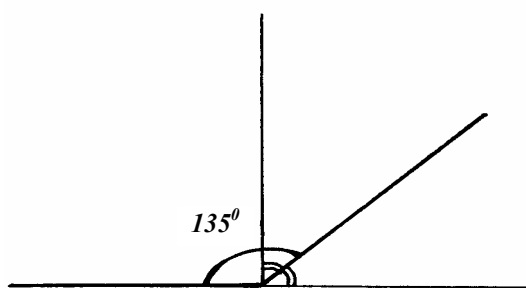
2.



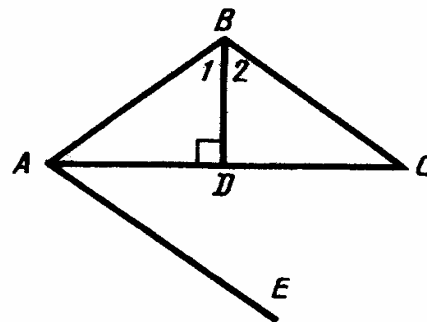
Проведем окружность с центром в точке M и радиуса a ; точки пересечения ее со сторонами угла будут искомыми. Можно получить 0 (расстояние от M у сторон угла больше a), 1 (расстояние от точки M до одной стороны больше a , а до другой равно a), 2 (расстояние от точки M до сторон угла равно a), 3 (расстояние от точки M до одной стороны угла равно a , а до другой меньше a), 4 (расстояние от точки M до обеих сторон угла меньше a) точки пересечения.

В. 5. С-12.

1.



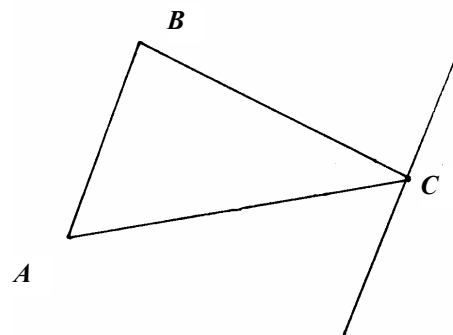
2.



$\angle 1 + \angle BAD = 90^\circ \Rightarrow 2\angle 1 + 2\angle BAD = 180^\circ \Rightarrow \angle 1 + \angle 2 + \angle BAD + \angle DAE = 180^\circ \Rightarrow BC \parallel AE$, т.к. сумма внутренних односторонних углов равна 180° .

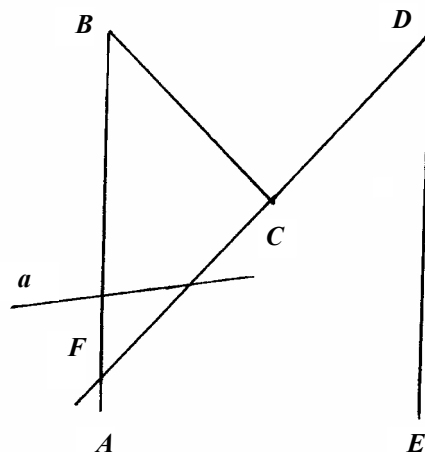
В. 5. С-14.

1.



См. задачу В. 1, С-23.2.

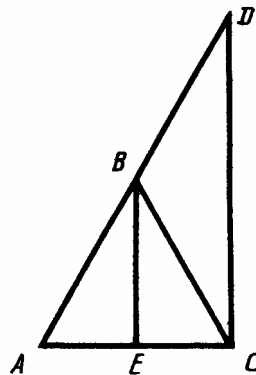
2.



Продолжим прямую DC до пересечения с BA в точке F .
 $\angle BCF = 120^\circ \Rightarrow \angle BFC = 30^\circ$. И $\angle CDE = 30^\circ \Rightarrow BA \parallel DE \Rightarrow$
 $\Rightarrow a$ пересечет DE , т.к. иначе через одну точку проходили бы 2
 прямые, параллельные данной.

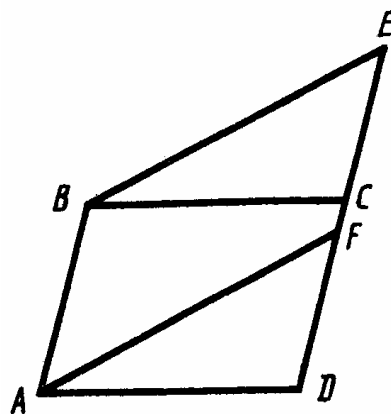
В. 5. С-15.

1.



Т.к. $AB = BD$ и $BE \parallel CD$, то BE – средняя линия $\Rightarrow AE = EC \Rightarrow BE$ –
 медиана $\triangle ABC$, а т.к. $AB = BC$, то $BE \perp AC \Rightarrow DC \perp AC$, т.к.
 $DC \parallel BE$.

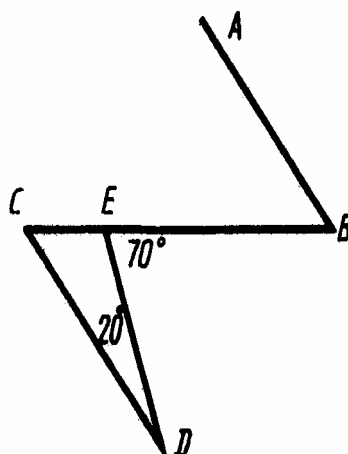
2.



Проведем BD . Т.к. $AB \parallel DE$, то $\angle ABD = \angle BDE \Rightarrow \triangle ABD = \triangle BDC$ по первому признаку $\Rightarrow BC = AD$. Аналогично доказывается, что $BE = AF$. $\angle FAD = \angle EBC$, т.к. $BE \parallel AF \Rightarrow \triangle BEC = \triangle AFD$ по 1-му признаку.

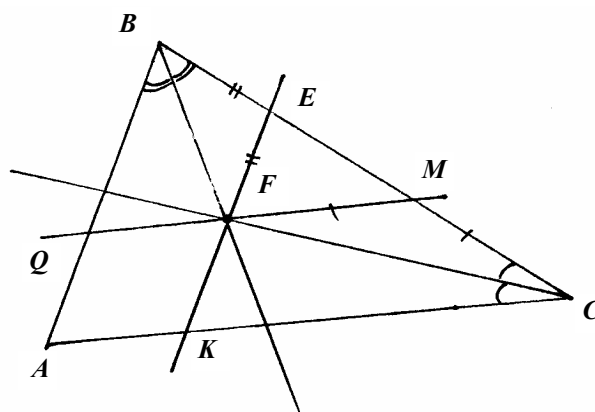
В. 5. С-16.

1.



$\angle CED = 180^\circ - 70^\circ = 110^\circ \Rightarrow \angle DCE = 180^\circ - 110^\circ - 20^\circ = 50^\circ \Rightarrow \angle ABC = 50^\circ$, т.к. $AB \parallel CD$.

2.



$\angle BFE = \angle EFB = x$. $\angle MEC = \angle ECM = y$, тогда

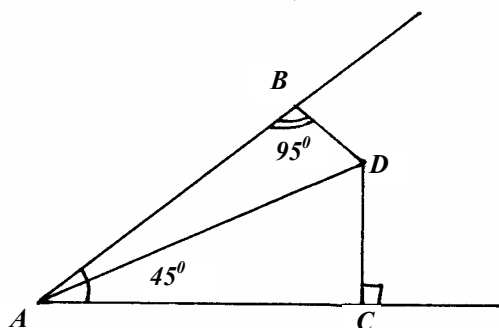
$$\left. \begin{aligned} \angle BEF = 180^\circ - 2x \Rightarrow \angle FEM = 2x \\ \angle FMC = 180^\circ - 2y \Rightarrow \angle FME = 2y \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle EFM = 180^\circ - 2x - 2y, \text{ т.к.}$$

$AB \parallel KE$ и $AC \parallel QM$, то $\angle A = \angle EFM = 180^\circ - 2x - 2y = \angle EKC \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle C = 180^\circ - 180^\circ + 2x + 2y - 2y = 2y \Rightarrow FCK = y$, т.е.

PC – биссектриса $\angle C$. Аналогично докажем, что BF – биссектриса $\angle B \Rightarrow F$ – точка пересечения биссектрис.

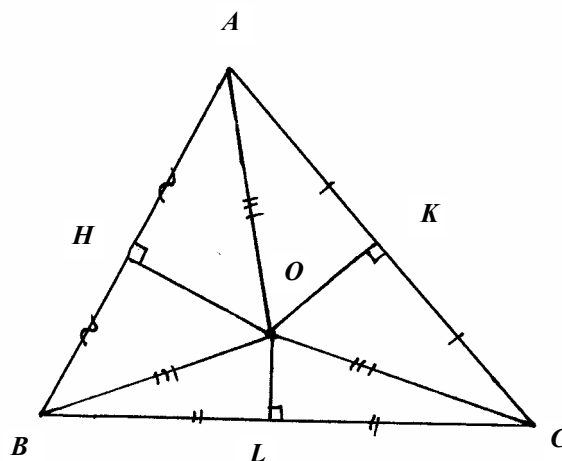
В. 5. С-17.

1.



$$\left. \begin{aligned} \angle BDA &= 180^\circ - 95^\circ - 22,5^\circ = 52,5^\circ \\ \angle ADC &= 90^\circ - 22,5^\circ = 67,5^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \angle BDC = 52,5^\circ + 67,5^\circ = 120^\circ$$

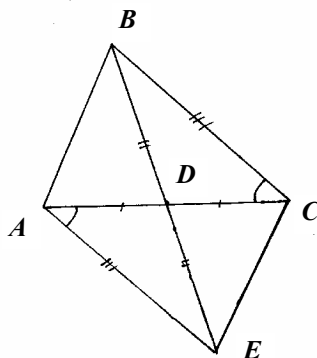
2.



Пусть $\angle ABO = x$, а $\angle OBL = y$ ($x + y = 60^\circ$), тогда $\angle AOB = 180^\circ - 2x$, $\angle BOL = 180^\circ - 2y$, т.к. $\triangle AOH = \triangle BOH$ и $\triangle BOL = \triangle COL$ по катету и гипотенузе (точка O равноудалена от всех вершин, т.к. она лежит на пересечении серединных перпендикуляров) $\Rightarrow \angle AOL = 360^\circ - 180^\circ + 2y - 180^\circ + 2x = 2(x + y) = 120^\circ > 90^\circ \Rightarrow \triangle AOC$ – тупоугольный.

В. 5. С-18.

1.

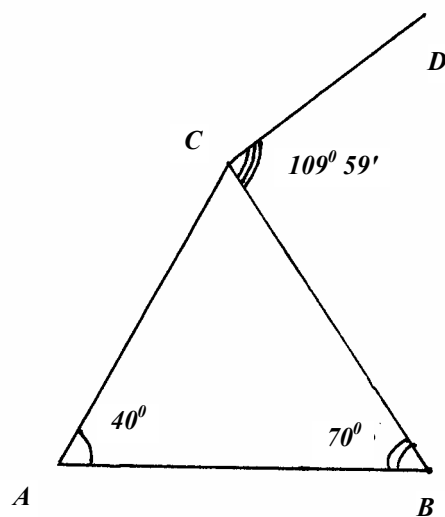


Продлим BB_1 на его длину, как показано на рисунке.

$\triangle ABB_1 = \triangle DCB_1$ по 1-му признаку. $BD < BC + CD \Rightarrow 2BB_1 =$

$= BC + CD = BC + AB$

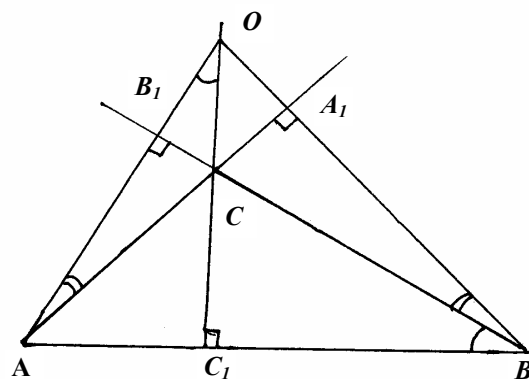
2.



Не может, т.к. в этом случае $\triangle ACD$ вырождается в отрезок, что не так, т.к. $\angle C = 179^\circ 59' \neq 180^\circ$.

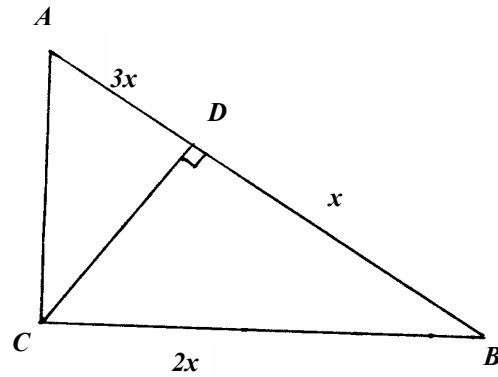
В. 5. С-20.

1.



$\angle OCB_1 = \angle BCC_1$ и $\angle OB_1C = \angle CC_1B = 90^\circ \Rightarrow \angle CBC_1 = \angle B_1OC$.
Аналогично доказывается, что $\angle OAC = \angle OBC$.

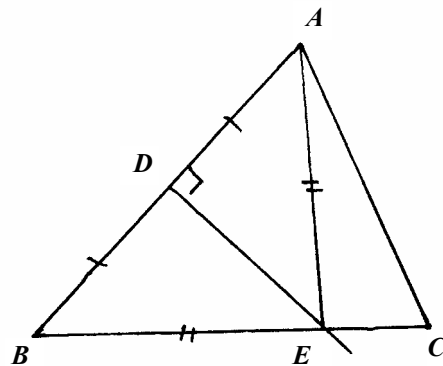
2.



Так как $BD = 2BC$, то $\angle DCB = 30^\circ \Rightarrow \angle CAB = 30^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow AB = 2BC = 4BD \Rightarrow AD = 4BD - BD = 3BD$

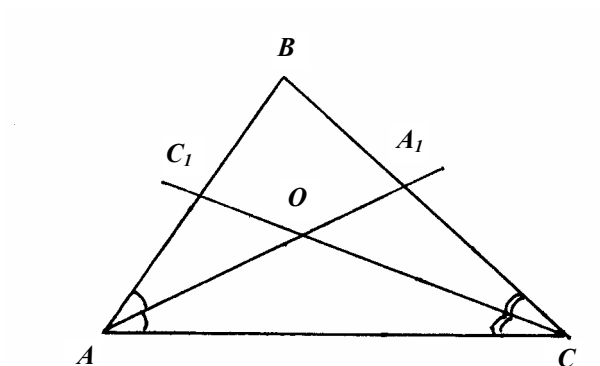
В. 5. С-21.

1.



$\triangle ADE = \triangle BDE$ по 2-м катетам $\Rightarrow AE = BE$; $P(AEC) = 30 =$
 $= AE + EC + CA = AC + BE + CE = AC + BC = AC + 24 \Rightarrow AC = 6$.

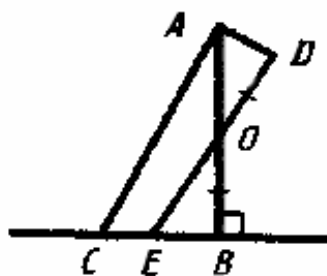
2.



Т.к. $O \in AA_1$, то O равноудалена от точек B и C . Т.к. $O \in CC_1$, то точка O равноудалена от точек B и $A \Rightarrow$ точка O равноудалена от точек A и $C \Rightarrow$ она лежит на биссектрисе $\angle B$.

В. 5. С-22.

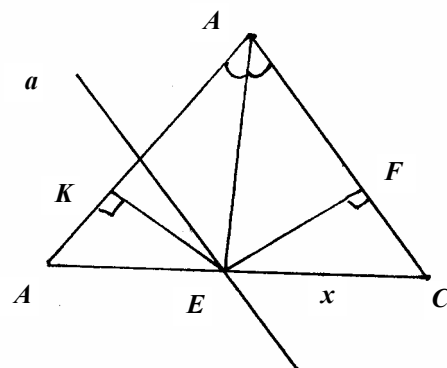
1.



Из условия $\angle OAD + \angle BOE = 90^\circ \Rightarrow \angle ADO = 90^\circ$

$\triangle BOE = \triangle AOD$ по катету и острому углу $\Rightarrow AO = OE \Rightarrow AB = DE$,
но $AB < AC \Rightarrow DE < AC$.

2.



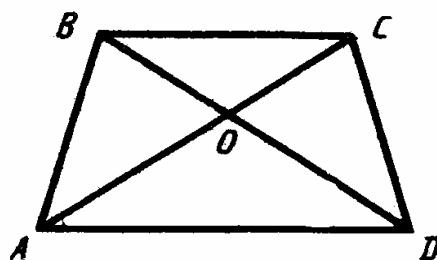
а) Проведем из точки E перпендикуляр EF к $BC \Rightarrow EF = \frac{x}{2}$,

т.к. $\angle C = 30^\circ$.

б) $EK \perp AB$. $\triangle KBE = \triangle FBE$ по катету и острому углу $\Rightarrow KE = EF = \frac{x}{2}$

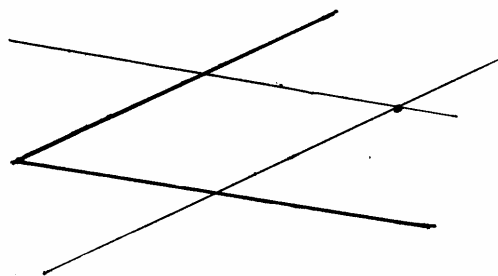
В. 5.C-23.

1.



$BC \parallel AD$, т.к. точки B и C равноудалены от AD . Т.к. $OB = OC$, то $\angle OCB = \angle ODC \Rightarrow \angle OAD = \angle ODA$ (т.к. $AD \parallel BC$) $\Rightarrow AO = OD \Rightarrow AC = BD \Rightarrow \triangle ABC = \triangle CBD$ по 1-му признаку.

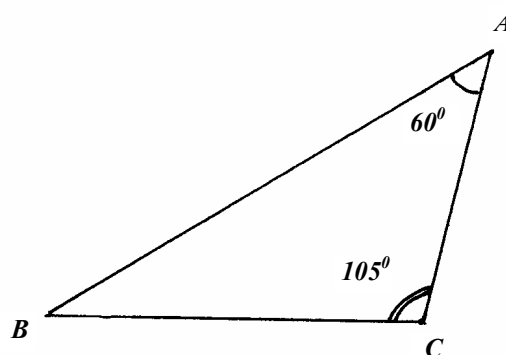
2.



Постройте 2 прямые, параллельные сторонам данного угла и удаленные от него на расстояние, равное длине данного отрезка (В. 1, С-23.2). Точка их пересечения будет искомой. (Рисунок. 248).

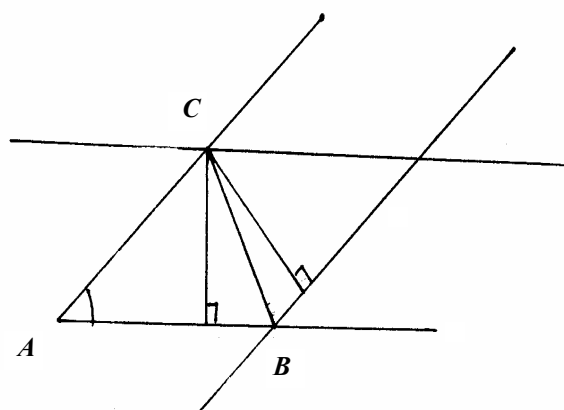
В. 5. С-24.

1.



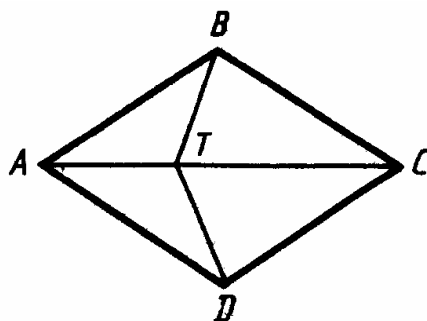
Постройте развернутый угол. Отложите от него угол, равный 105° (В.1, С-12.1), а затем от него угол, равный 60° . Оставшаяся часть угла равна $\angle B$ треугольника. Постройте AB и отложите от нее углы 60° .

2.



Постройте угол, равный данному. Проведите прямую, параллельную одной из его сторон и удаленную от нее на одну из высот, со стороны другой стороны угла (В. 1, С-23.2). Она пересечет эту сторону в точке B . Получите точку C аналогичным способом. Соедините точки C и B .

В. 5. С-26.



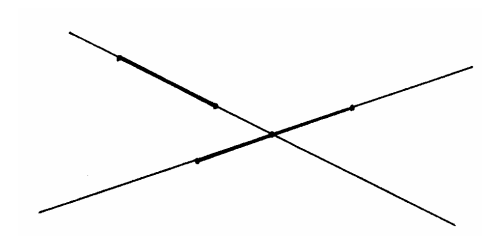
- 1) $\triangle ABD = \triangle CBD$ по 3-м сторонам $\Rightarrow \angle ABD = \angle CBD = \angle CDB = \angle ADB$ (т.к. $AB = BC = CD = DA$) $\Rightarrow AB \parallel DC$ и $BC \parallel AD$.
- 2) Из 1) $\Rightarrow \angle BCT = \angle DCT \Rightarrow \triangle BCT = \triangle DCT$ по 1-му признаку $\Rightarrow BT = TD$.
- 3) $\triangle BAD$ – равнобедренный, AC – биссектриса угла $BAD \Rightarrow AC \perp BD$. Пусть O – точка пересечения AC и BD . Из равенств треугольников следует, что $AO = OC$ и $BO = OD$, $\angle OBA = \angle OBL$,

$\angle ABO > 45^\circ$, т.к. $\angle ABC > 90^\circ$ и $TC > AT$, значит $\angle BAO < 45^\circ$,
 $\angle ABO > \angle BAO \Rightarrow AO > BO$ и $AC > BD$.

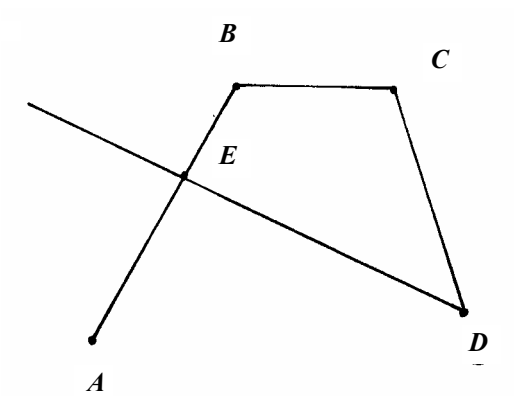
4) Если из точки T провести перпендикуляры к AB и AD , то получившиеся треугольники будут равны по гипотенузе и катету \Rightarrow равны и сами перпендикуляры.

В. 6.C-1.

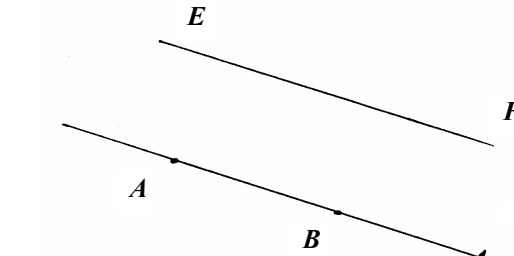
1.



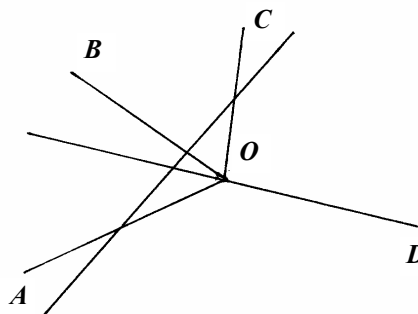
2.



3. может

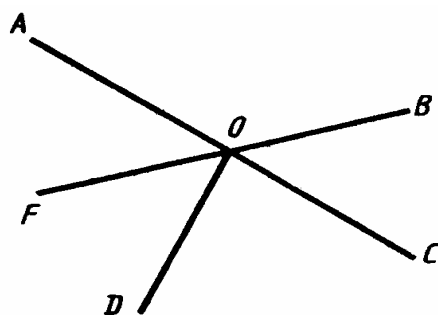


4. может,



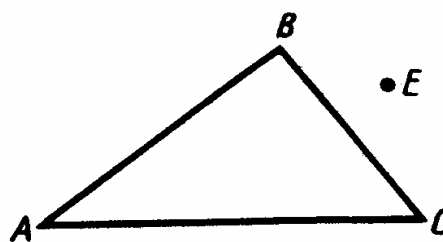
В. 6.С-2.

1.

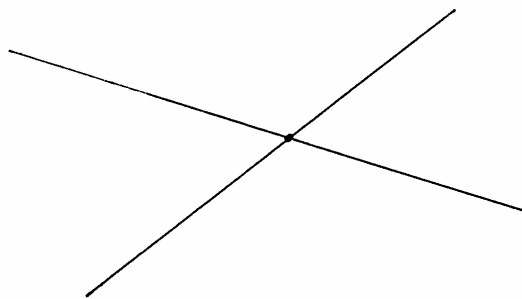


8 неразвернутых ($\angle AOB$, $\angle BOC$, $\angle COD$, $\angle DOF$, $\angle FOA$, $\angle BOD$, $\angle COF$, $\angle DOA$), 2 развернутых ($\angle AOC$, $\angle BOF$).

2.



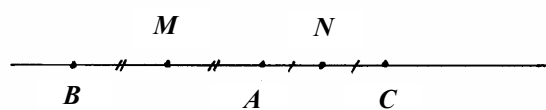
3.



Проведите через нее 2 прямые.

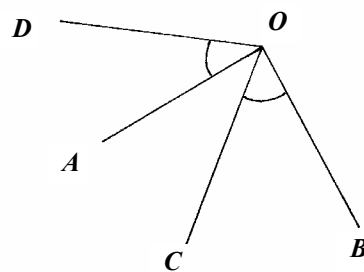
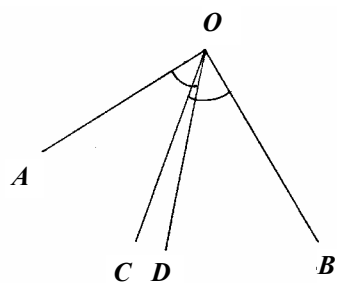
В 6. С-3.

1.



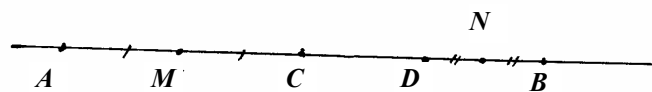
Верно, т.к. $BC = AB + AC = 2AM + 2AN = 2MN$

2.



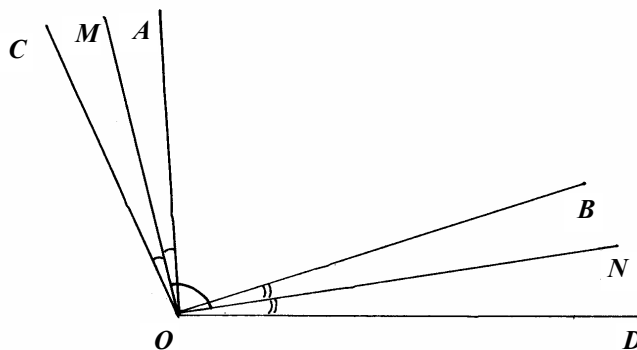
B. 6, C-4.

1.



Пусть $CD = 4x \Rightarrow DB = 5x \Rightarrow CB = AC - 9x \Rightarrow MC = \frac{1}{2} AC = \frac{9}{2} x \Rightarrow$
 $\Rightarrow DN = \frac{1}{2} DB = \frac{5}{2} x \Rightarrow MN = MC + CD + DN = \frac{5}{2} x + 4x + \frac{9}{2} x = x \cdot 11,$
 но $4x = 12 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow MN = 33$ (м).

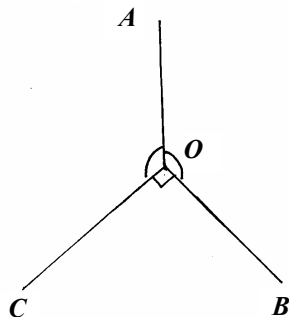
2.



$$\angle MOB = \frac{1}{2} (\angle COD - \angle AOB) + \angle AOB = 20^\circ + 100^\circ = 120^\circ.$$

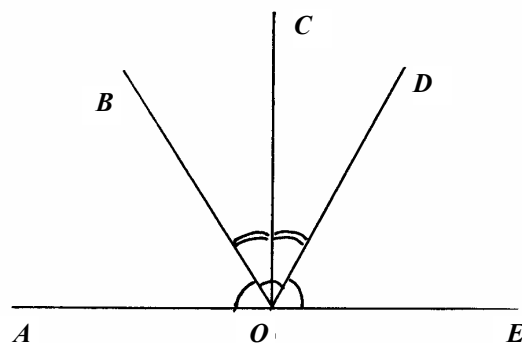
B. 6, C-5.

1.



$$\angle AOC + \angle AOB - 90^\circ = 360^\circ \Rightarrow 2\angle AOC = 270^\circ \Rightarrow \Rightarrow \angle AOC = \angle AOB = 135^\circ.$$

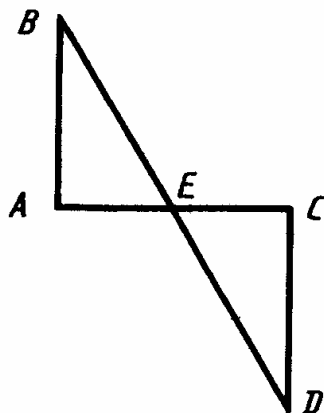
2.



Т.к. CO – биссектриса $\angle BOD \Rightarrow \angle AOC = \angle COE \Rightarrow CD \perp AE$.

В. 6, С-6.

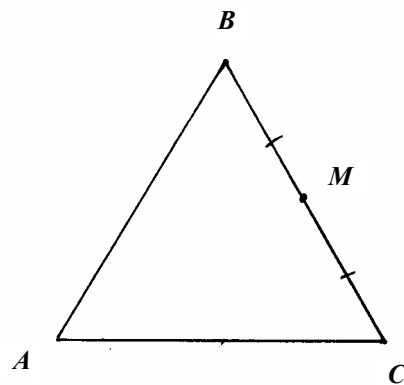
1.



Т.к. $\triangle ABE = \triangle CDE \Rightarrow AE = EC, \angle BAC = \angle ECD = 90^\circ$

Т.к. $AE = EC = 7$ (см), то $AC = 14$ (см)

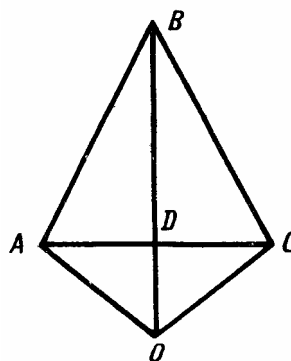
2.



- 1) $AB + BM = AC + CM + 3 \Rightarrow 18 = AC + 9 \Rightarrow AC = 9$ (см)
 2) $AB + BM + 3 = AC + CM \Rightarrow 21 = AC + 6 \Rightarrow AC = 15$ (см)
 В обоих случаях $\triangle ABC$ существует.

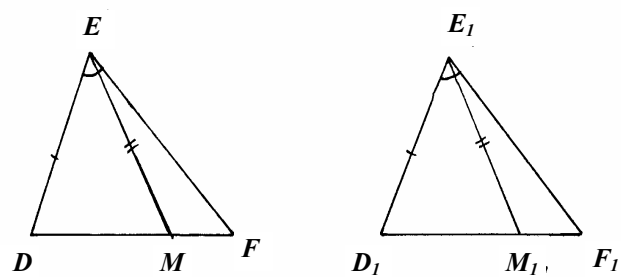
В. 6, С-7.

1.



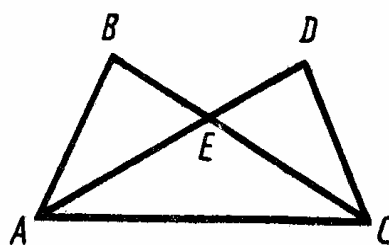
$\triangle AOD = \triangle COD$ по 1-му признаку $\Rightarrow AD = DC$ и $OD \perp AC \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ABD = \triangle CBD$ по 2-м катетам.

2.



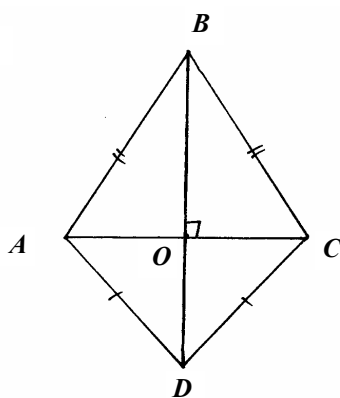
B. 6, C-8.

1.



Т.к. $AE = EC \Rightarrow \angle EAC = \angle ECA$. $\triangle ABE = \triangle CDE \Rightarrow \angle BAE = \angle DCE \Rightarrow \angle BAC = \angle DCA$.

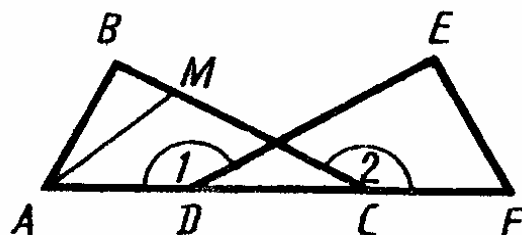
2.



$\triangle ABD = \triangle CBD$ по 3-м сторонам $\Rightarrow \angle ABD = \angle CBD \Rightarrow BO \perp AC$.
 Аналогично, $OD \perp AC$. OD совпадает с BO , т.к. к точке на прямой
 можно провести только один перпендикуляр.

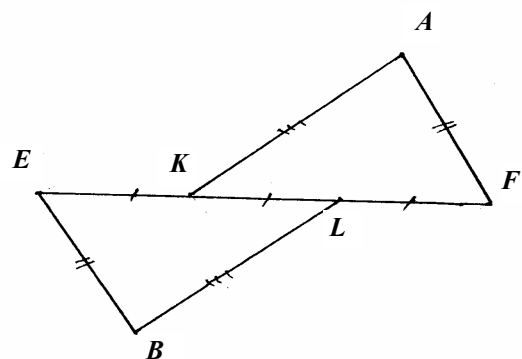
В. 6, С-9.

1.



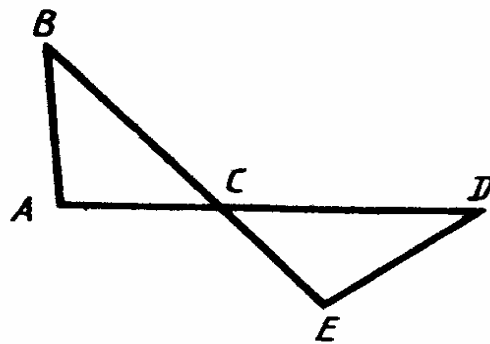
$\angle EDC = \angle BCD$, т.к. равны смежные им. $AC = DF$, т.к. $AD = CF$ и
 DC – общая. $\triangle ABC = \triangle FED$ по 2-му признаку \Rightarrow
 $\Rightarrow \angle ABC = \angle FED = 90^\circ \Rightarrow AB$ – высота и $AB = EF = 15$ дм.

2.



$\triangle ALE = \triangle BKF$ по 3-му признаку $\Rightarrow LE = LF \Rightarrow m = 1$.

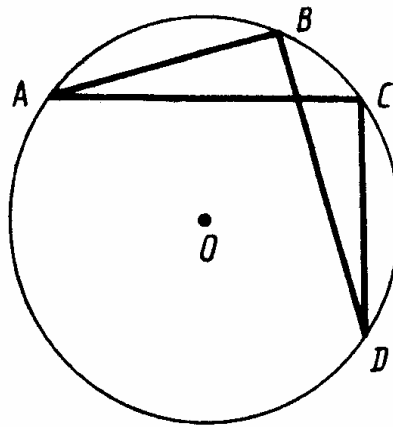
В. 6, С-10.



$\angle ABC = \angle CDE$ т.к. равны смежные им $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle CDE$ по 2-му признаку $\Rightarrow AC = CE$ и $BC = CD \Rightarrow AO = OE \Rightarrow \triangle ABE = \triangle ADE$ по 1-му признаку.

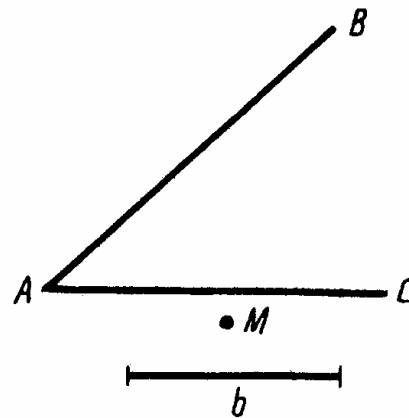
В. 6, С-11.

1.



$\triangle AOC = \triangle BOD$ по 3-му признаку $\Rightarrow \angle BOD = \angle AOC \Rightarrow \Rightarrow \angle AOB = \angle COD \Rightarrow \triangle AOD = \triangle COD \Rightarrow AB = CD$.

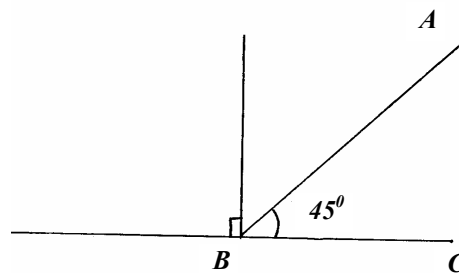
2.



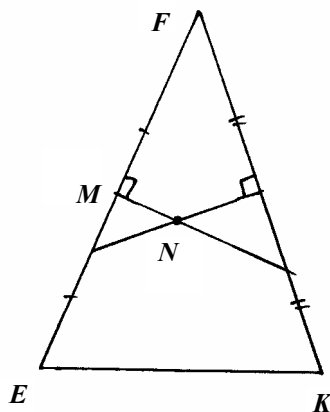
Проведите окружность с центром в точке M и радиусом, равным b . Она пересечет $\angle BAC$ в одной точке (если расстояние от M до одной из сторон угла равно b , а до другой больше, чем b , или окружность проходит через точку A), или в 2-х точках (расстояние от точки M до сторон угла равно b или до одной стороны меньше, а до другой больше), или в 3-х точках (расстояние от точки M до одной из сторон угла равно b , а до другой меньше или расстояние от точки M до обеих сторон угла меньше b , но окружность проходит через точку A), или в четырех точках (расстояние от точки M до обеих сторон угла меньше b).

В. 6, С-12.

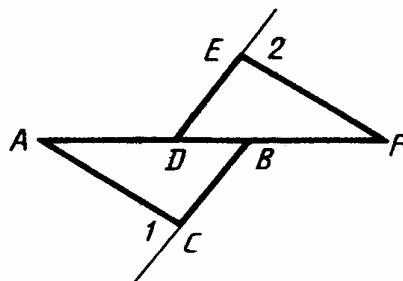
1.



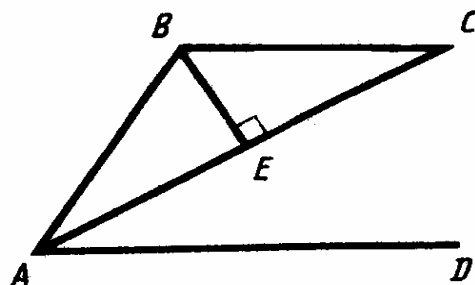
- 1) Постройте прямую, постройте к ней перпендикуляр ().
 Проведите биссектрису полученного прямого угла ().
 Обозначим этот угол $\angle ABC$.
- 2) Постройте окружность произвольного радиуса с центром в точке B . Она пересечет AB в точке A , а BC в точке F . Постройте окружность того же радиуса с центром в точке F , она пересечет BC в точке B . Соедините точки B и C . Постройте биссектрисы $\angle BCA$ и $\angle CBA$. Они пересекутся в точке O – центре описанной окружности. Проведите эту окружность.
- 2.



- Проведите к отрезкам EF и FK серединные перпендикуляры ().
 Полученные точки пересечения будут искомыми.
- В. 6, С-13.**
- 1.



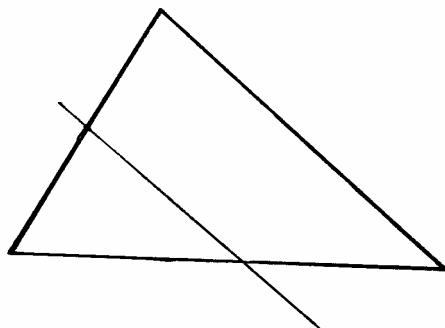
$\angle DEF = \angle ACB$, т.к. равны смежные им $\Rightarrow \triangle DEF = \triangle BCA \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle EFD = \angle BAC \Rightarrow EF \parallel AC$.
 2.



$\triangle ABE = \triangle CBE \Rightarrow AB = BC \Rightarrow \angle BAE = \angle BCE = \angle CAD \Rightarrow$
 $\Rightarrow BC \parallel AD$.

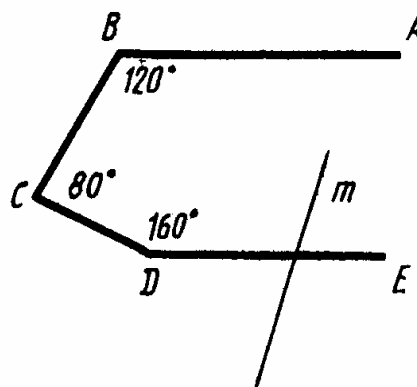
В. 6, С-14.

1.



Нарисуйте треугольник. Постройте середину одной из его сторон (). Отложите от этой стороны угол, равный по величине одному из прилежащих к стороне углов, так, чтобы вершина его совпала с серединой стороны.

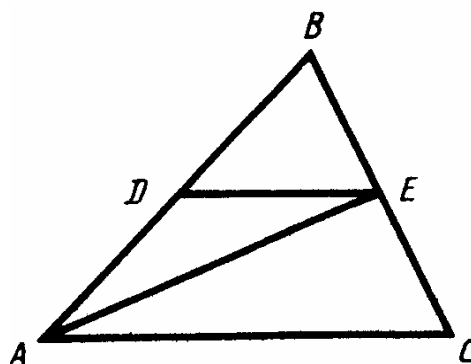
2.



Проведем через точку C прямую CF , параллельную AB , тогда $\angle BCF = 60^\circ \Rightarrow \angle FCD = 20^\circ \Rightarrow CF \parallel DE$, т.к. $20^\circ + 160^\circ = 180^\circ \Rightarrow$
 \Rightarrow если m пересекает DE , то пересечет и AB , т.к. иначе через одну точку проходили бы две прямые, параллельные данной, что невозможно.

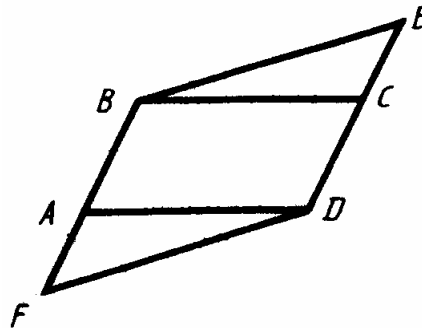
B.6, C-15.

1.



Т.к. $AD = DE$, то $\angle DEA = \angle EAD$, т.к. $DE \parallel AC$, то $\angle DEA = \angle EAC \Rightarrow$
 $\Rightarrow AE$ – биссектриса. $\triangle EAB = \triangle EAC$ по 1-му признаку $\Rightarrow \angle BEA =$
 $= \angle CEA = 90^\circ \Rightarrow AE \perp BC$.

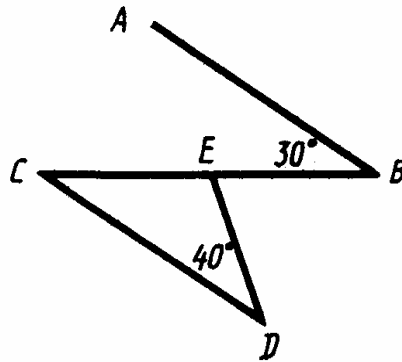
2.



$\triangle ABD = \triangle CBD$ по 2-му признаку (т.к. $AB \parallel CD$ и $BC \parallel AD$, то $\angle ABD = \angle BDC$ и $\angle BDA = \angle DBC$) $\Rightarrow AD = BC \Rightarrow \triangle FAD = \triangle CBE$ по 2-му признаку, т.к. $\angle C = \angle A$, $\angle B = \angle D$.

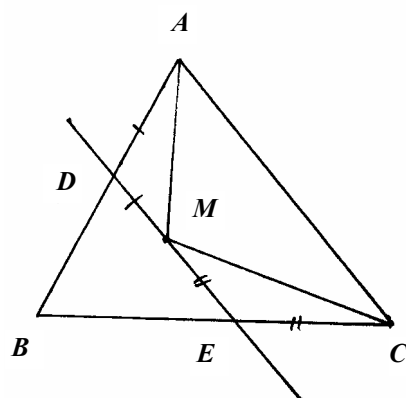
В. 6, С-16.

1.



Т.к. $AB \parallel CD$, то $\angle ECD = \angle ABC = 30^\circ \Rightarrow \angle BED = 30^\circ + 40^\circ = 70^\circ$.

2.

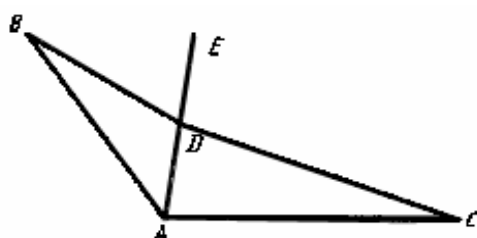


Дословно повторяет В. 5, С-16.1.

Пусть $\angle DAM = x \Rightarrow \angle AMD = x \Rightarrow \angle ADM = \pi - 2x \Rightarrow \angle DAC = 2x \Rightarrow \angle MAD = x \Rightarrow AM$ – биссектриса. Аналогично, CM – биссектриса, т.к. биссектрисы треугольника пересекаются в одной точке, то точка M – точка пересечения биссектрис.

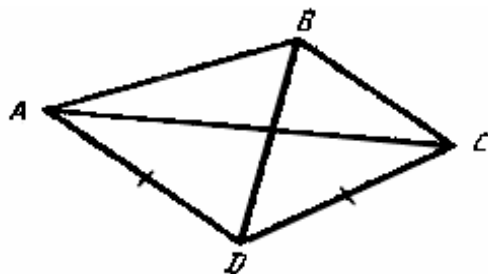
В. 6, С-17.

1.



Продлим AD , как показано на рисунке, $\angle BDE = \angle BAD + \angle ABD$, $\angle EDC = \angle CAD + \angle ACD$. Значит $\angle BDC = \angle ABD + \angle ACD + \angle A = 171^\circ$.

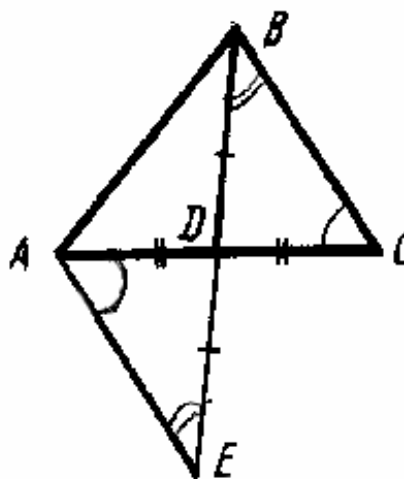
2.



Т.к. $AD = DB$, то $\angle ADB = 180^\circ - 2\angle DBA$. Аналогично получаем, что $\angle BDC = 180^\circ - 2\angle DBC$. Значит $\angle ADC = 360^\circ - 2(\angle DBA + \angle DBC) = 360^\circ - 2\angle ABC = 100^\circ$.

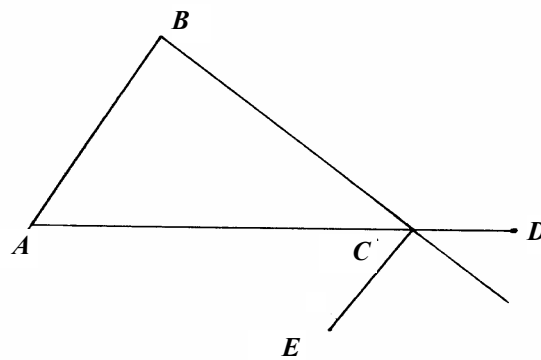
В. 6, С-18.

1



Продлим медиану BD на ее длину, как показано на рисунке. Т.к. $\triangle ADE = \triangle CDB$, то $BC = AE$, $\angle CAE = \angle BCA$. Т.к. $AB > 2BD$, то $AB > BE \Rightarrow \angle BEA > \angle BAE = \angle BCD + \angle BAD$ ч.т.д.

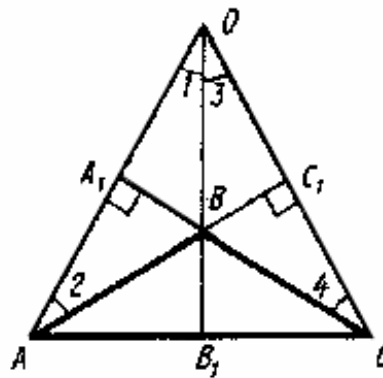
2.



Не может, т.к. $BE \geq BC$, а $CE > 0$.

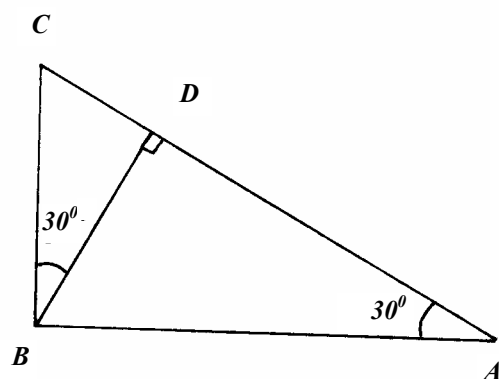
В. 6, С-20.

1.



$\angle ABB_1 = \angle 1 + \angle 2$, т.к. $\angle ABB_1$ – внешний угол треугольника ABO . Аналогично, $\angle CBB_1 = \angle 3 + \angle 4$. Тогда $\angle ABC = \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = \angle AOC + \angle 2 + \angle 4$. Из треугольников AOC_1 и COA_1 получаем $\angle 2 = 90^\circ - \angle AOC$, $\angle 4 = 90^\circ - \angle AOC \Rightarrow \angle ABC = 180^\circ - \angle AOC$.

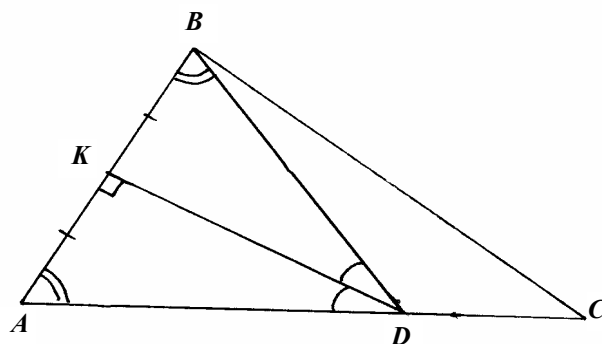
2.



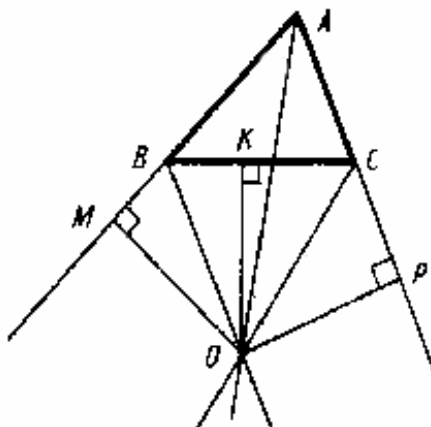
$$\begin{aligned} \text{Т.к. } 2BD = BA, \text{ то } \angle DAB = \angle CBD = 30^\circ \Rightarrow \left. \begin{array}{l} CB = 2CD \\ CB = \frac{1}{2} CA \end{array} \right\} \Rightarrow 1 = \\ = 4 \frac{CD}{CA} \Rightarrow CD = \frac{1}{4} CA \Rightarrow AD = \frac{3}{4} CA \Rightarrow 4AD = 3CA. \end{aligned}$$

B. 6, C-21.

1.



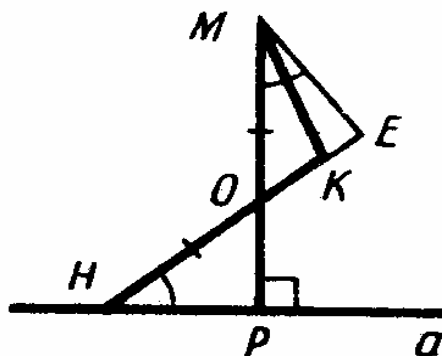
$\triangle AKD = \triangle BKD$ по катету и острому углу $\Rightarrow AK = KB$.
 $P(BDC) = BD + DC + BC = AD + DC + BC = AC + BC = 45$ (см).
 2.



Пусть BO и CO – биссектрисы внешних углов при вершинах B и C $\triangle ABC$. Из точки O проведем перпендикуляры OM , OK , OP на прямые AB , BC , CA соответственно. Т.к. точка O лежит на биссектрисе BO , то $OM = OK$. Аналогично $OK = OP \Rightarrow OM = OP \Rightarrow$ точка O равноудалена от сторон $\angle A \Rightarrow$ точка O лежит на биссектрисе LA .

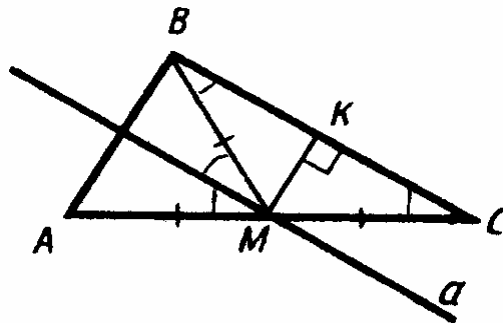
В. 6, С-22.

1.



Отложим от луча MP угол EMP , равный $\angle OHP$. $\triangle OME = \triangle OHP$ по 2-му признаку $\Rightarrow OE = OP$ и $HE = MP$, но $HE > HK \Rightarrow HK < MP$. Любая наклонная, проведенная к точке M и прямой a , больше MP и, следовательно, больше HK .

2.



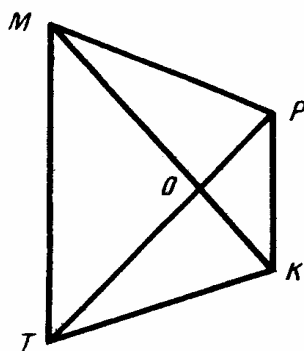
а) $\angle M = \angle C$, т.к. $a \parallel BC$, а $\angle B = \angle M$, т.к. $a \parallel BC$, но $\angle B = \angle C$, т.к. $BM = MC \Rightarrow$ все четыре угла равны между собой.

$$\angle A = \angle B = \frac{180^\circ - 2\angle C}{2} = \frac{1}{2} \angle BMC = \angle BMK \Rightarrow a \perp BA \Rightarrow \angle BAM =$$

$$= \angle KMC \Rightarrow AB \parallel MK \Rightarrow AB \perp BC.$$

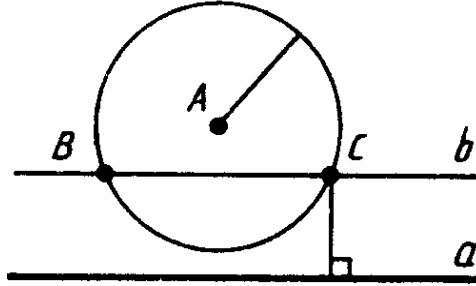
В. 6, С-23.

1.



Т.к. M и T равноудалены от PK , то $PK \parallel MT \Rightarrow \angle KMT = \angle TPK$,
 $\angle TMK = \angle MKP$, но $\angle KMT = \angle PTM \Rightarrow$ все четыре угла равны \Rightarrow
 $\Rightarrow MO = OT$ и $OP = OK$, т.к. $\triangle MOT$ и $\triangle POK$ – равнобедренные \Rightarrow
 $\Rightarrow \triangle MOP = \triangle TOK$ по 1-му признаку $\Rightarrow MP = TK$ и $\angle PMO =$
 $= \angle KTO \Rightarrow \angle PMT = \angle KTM \Rightarrow \angle MPK = \angle PKT \Rightarrow \triangle MPK = \triangle TKP$ по
 1-му признаку.

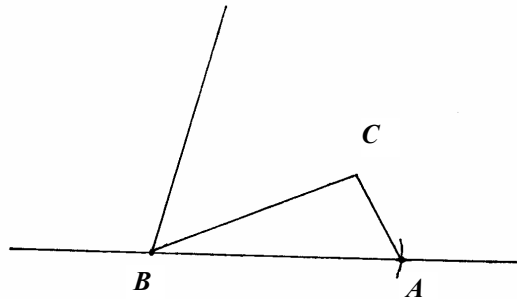
2.



Пусть даны прямая a и точка A , не лежащая на ней. Построим окружность с центром A и радиусом, равным данному отрезку, и прямую b , параллельную a , удаленную от нее на расстояние, равное данному отрезку. Точки B и C пересечения построенных окружности и прямой будут искомыми.

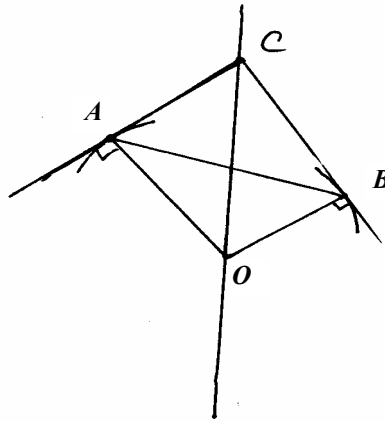
В. 6, С-24.

1.



Для построения угла в 15° постройте произвольный равносторонний треугольник и разделите его угол на четыре части. Теперь $\triangle ABC$ можно построить по двум его сторонам и углу между ними.

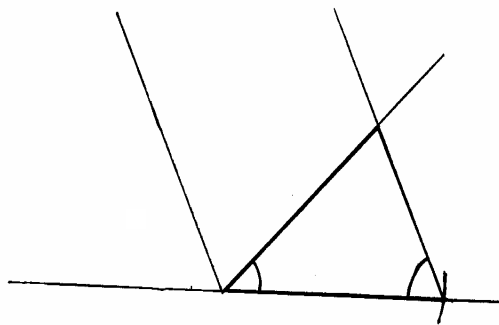
2.



Нарисуйте прямую. Отложите на ней отрезок CO . Проведите окружность с центром O и радиусом OA . Проведите к ней касательную CA . Аналогично постройте точку B . Соедините точки A и B .

В. 6, С-25.

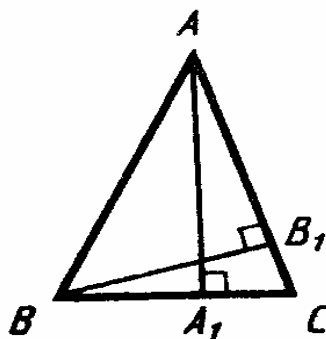
1.



Постройте 3-й угол треугольника, воспользовавшись тем, что их сумма равна 180° . Затем постройте треугольник по стороне и

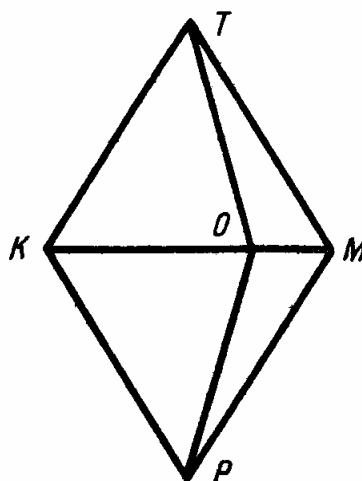
прилежающим к ней углам. Задача может не иметь решения, если сумма данных углов не меньше 180° .

2.



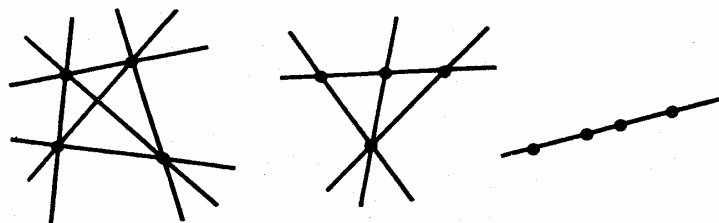
Пусть требуется построить $\triangle ABC$ по $\angle A$ и высотам AA_1 и BB_1 . Постройте сначала $\triangle ABB_1$ по катету и противолежащему углу A , затем $\triangle ABA_1$ по гипотенузе AB и катету AA_1 . Точка C получается пересечением прямых AB_1 и BA_1 .

В. 6, С-26.



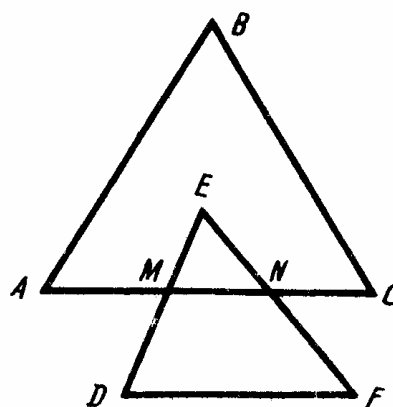
- 1) Из равенства треугольников KTM и KPM , а также треугольников PKT и PMT следует равенство углов, обеспечивающих $KT \parallel MP$, $KP \parallel TM$.
 - 2) $\triangle KTO = \triangle KPO$ по 1-му признаку $\Rightarrow TO = OP$.
 - 3) Т.к. $KO > OM$, то $\angle KTO > \angle OTM \Rightarrow \angle KTM$ – острый, т.к. $\angle KTO = 44^\circ \Rightarrow \angle TKP$ – тупой $\Rightarrow \angle TKP > \angle KTM \Rightarrow TP > KM$.
 - 4) Точка O лежит на биссектрисе $\angle TMP \Rightarrow$ точка O равноудалена от его сторон.
- В. 7, С-1.**

1.



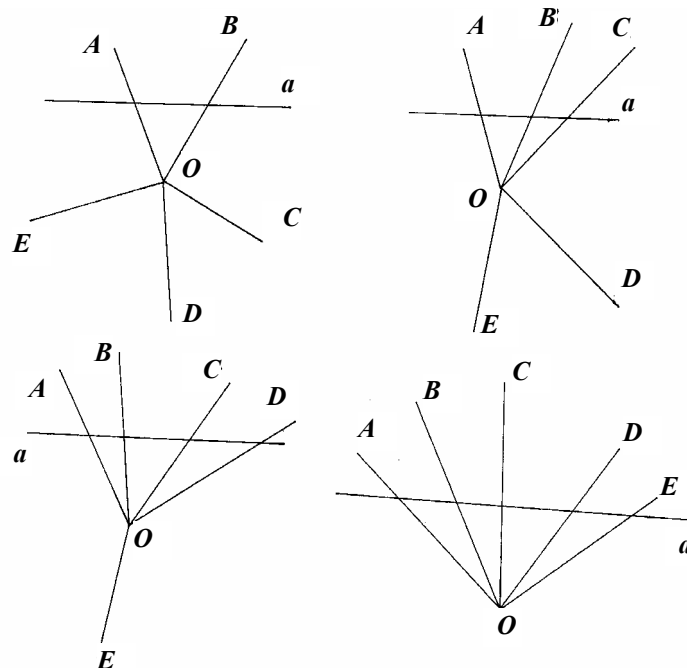
шесть, четыре или одну

2.



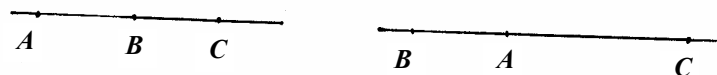
Пятнадцать: $AB, CB, AC, AM, MN, NC, CM, AN, DF, FE, ED, DM, ME, EN, NF$.

В. 7, С-2.



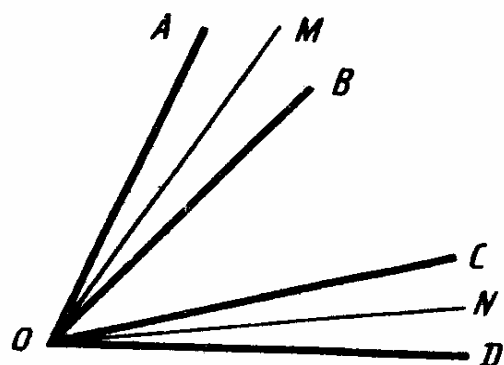
В. 7, С-3.

1.



В первом случае $BC < AB$, т.к. $AC < 2AB$.
 Во втором случае $BC > AB$, т.к. $BC = AB + AC$

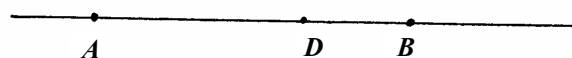
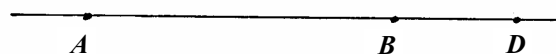
2.



$$\begin{aligned}\angle MON &= \angle MOB + \angle BOC + \angle CON = \angle MOA + \angle BOC + \angle MOB = \\ &= \angle AOC, \text{ т.к. } \angle MOB = \angle CON, \text{ т.к. } \angle AOB = \angle COD, \text{ т.к. } \\ &\angle AOC = \angle BOD.\end{aligned}$$

В. 7, С-4.

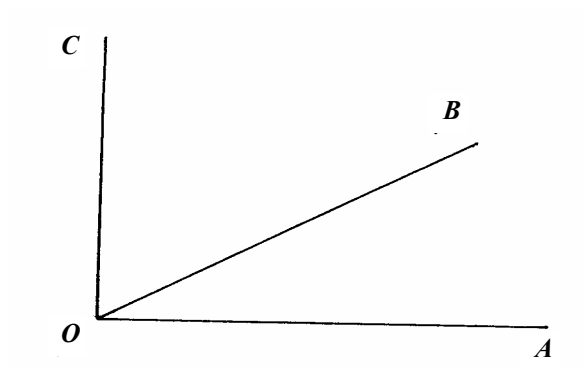
1.



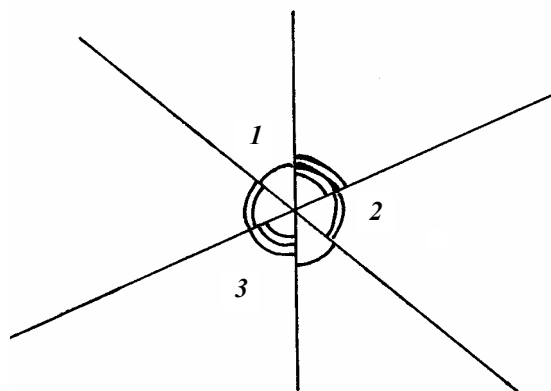
Пусть $DB = x$, тогда $AD = 3x \Rightarrow 4x = 14 \Rightarrow x = 3,5$ (см), т.е. D лежит между AB и $DB = 3,5$ (см).

Пусть $DB = x$, тогда $AD = 3x \Rightarrow AB = 2x \Rightarrow x = 7$ (см). Т.е. B лежит между A и D , $BD = 7$ (см).

2.



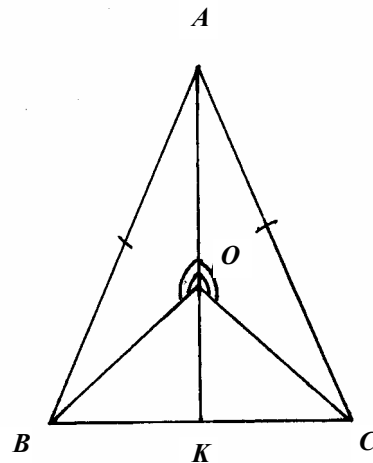
Пусть угол, половина которого равна трети другого, равен $2x$, тогда другой равен $90^\circ - 2x$, тогда $x = \frac{90^\circ - 2x}{3} \Rightarrow 3x = 90^\circ - 2x \Rightarrow \Rightarrow 5x = 90^\circ \Rightarrow x = 18^\circ \Rightarrow 36^\circ$ и 54° .
В. 7, С-5.



$$2\angle 1 + 2\angle 2 + 2\angle 3 = 360^\circ \Rightarrow \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 180^\circ = 2 \cdot 90^\circ.$$

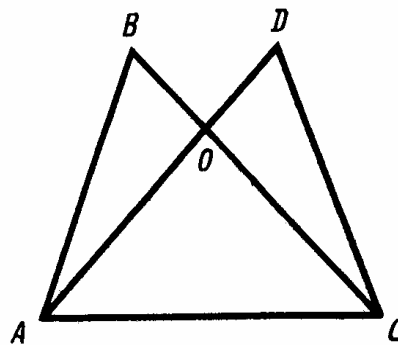
B. 7, C-6.

1.



$$\angle BOC = 360^\circ - 2 \cdot 120^\circ = 120^\circ.$$

2.

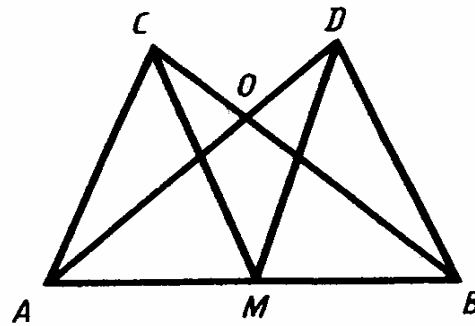


Пусть $AC = x \Rightarrow AO = 15 + x \Rightarrow P(AOC) = 30 + 3x$, т.к. $AO = OC$.

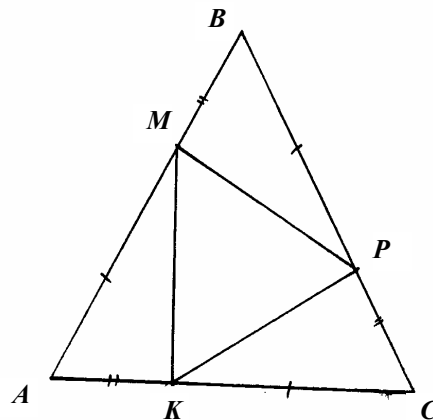
$$P(ABC) = 50 = AB + BO + OC + AC = 20 + 5 + 15 + x + x = 30 + 2x \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x = 5 \Rightarrow P(AOC) = 45 \text{ (см)}.$$

В. 7, С-7.



$\triangle COA = \triangle DOB$ по 1-му признаку $\Rightarrow CA = DB$ и $\angle CAO = \angle OBD$.
 $\angle OAB = \angle OBA$, т.к. $AO = OB \Rightarrow \angle CAB = \angle DBA \Rightarrow \triangle ACM = \triangle BDM$
 по 1-му признаку (т.к. $AM = MB$) $\Rightarrow CM = DM$.
В. 7, С-8.

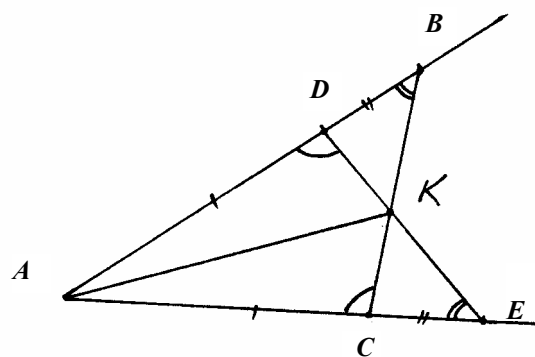


Т.к. $\triangle ABC$ – равносторонний, то $AM = BP = CK$ и $MB = PC = AK$ и $\angle A = \angle B = \angle C \Rightarrow \triangle AMK = \triangle BPM = \triangle CKP$ по 1-му признаку $\Rightarrow MK = MP = PK \Rightarrow \triangle MPK$ – равносторонний.

В. 7, С-9.

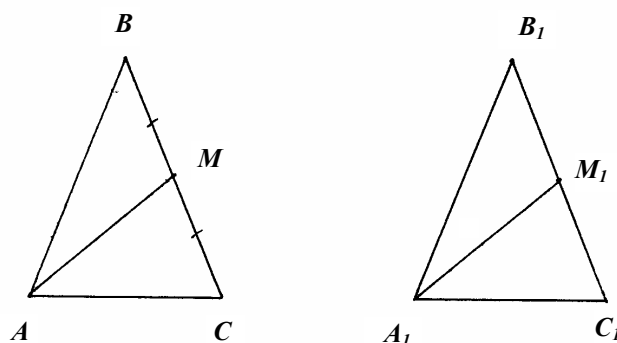
1.

а)



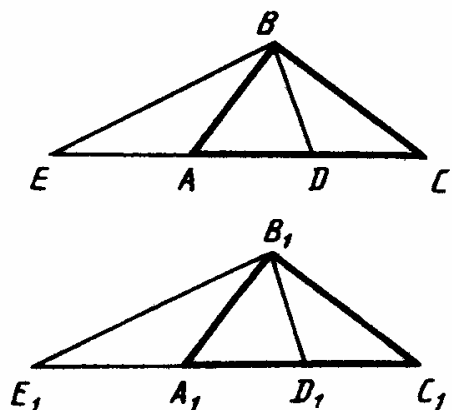
$\triangle ABC = \triangle AED$, по 1-му признаку $\Rightarrow BC = DE$

б)

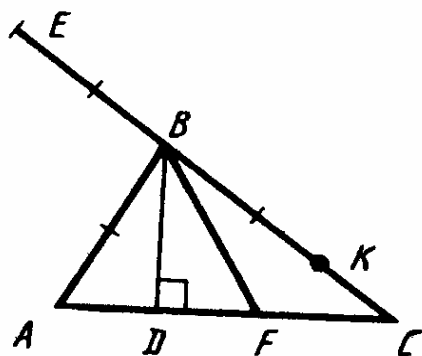


Т.к. $\triangle ABC = \triangle AED$, то $\angle ADE = \angle ACB \Rightarrow \angle KCE = \angle BDE \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle DBK = \triangle CEK$ по 2-му признаку $\Rightarrow BK = KE$.
В. 7, С-10.



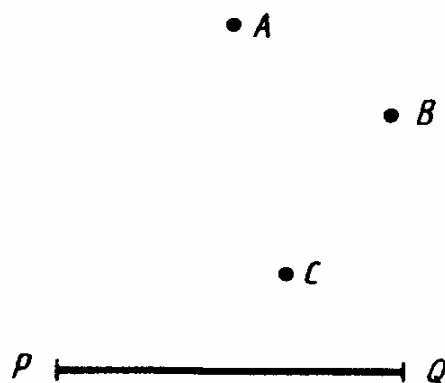
На прямых AC и A_1C_1 за точки A и A_1 отложены отрезки AE и A_1E_1 , соответственно равные AB и A_1B_1 . Точки E и B , E_1 и B_1 соединим отрезками, $\triangle EBC = \triangle E_1B_1C_1$, т.к. $BC = B_1C_1$, $\angle C = \angle C_1$ и $CE = C_1E_1$ ($CE = AC + AB$, $C_1E_1 = A_1C_1 + A_1B_1$) $\Rightarrow EB = E_1B_1$ и $\angle BEC = \angle B_1E_1C_1 \Rightarrow \triangle EAB = \triangle E_1A_1B_1$ и $AE = A_1E_1 \Rightarrow AC = A_1C_1 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ по 3-м сторонам $\Rightarrow BD = B_1D_1$ как соответствующие медианы равных треугольников.
В. 7, С-11.



Т.к. $AB = EB = BK$, то достаточно доказать, что $BF = AB$. Это следует из того, что $\triangle ABF$ – равнобедренный, т.к. его высота является медианой $\Rightarrow AB = BF$, тогда точки A, E, K, F лежат на окружности с центром B и радиусом AB .

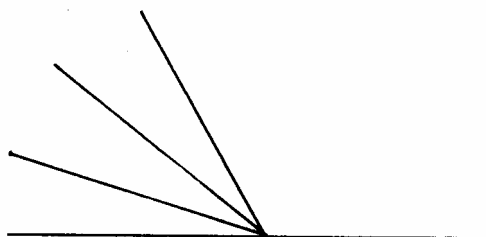
В. 7, С-12.

1.



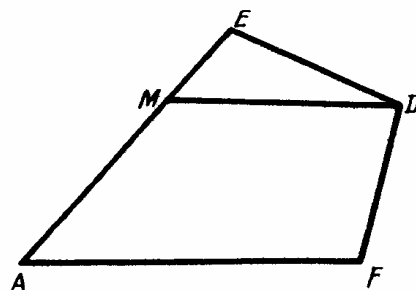
Постройте серединный перпендикуляр к AB и проведите окружность с центром C и радиусом PQ . Точки пересечения серединного перпендикуляра с этой окружностью будут искомыми. Задача может не иметь решения, если PQ меньше расстояния от точки C до серединного перпендикуляра к AB и имеет одно решение, если это расстояние равно PQ . В остальных случаях два решения.

2.



Постройте угол, равный 162° ($54^\circ \times 3 = 162^\circ$). Тогда дополняющий его до 180° равен 18° ($54^\circ : 3 = 18^\circ$).

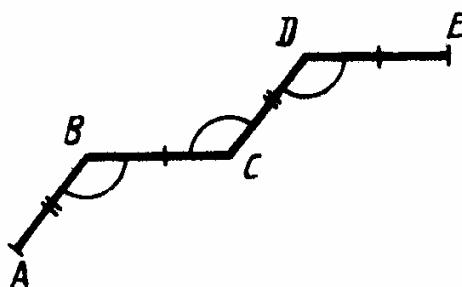
В. 7, С-13.



Соединим точки A и D , $\triangle AED = \triangle AFD$ по 3-м сторонам $\Rightarrow \angle EAD = \angle DAF \Rightarrow \angle MDA = \angle DAF \Rightarrow MD \parallel AC$.

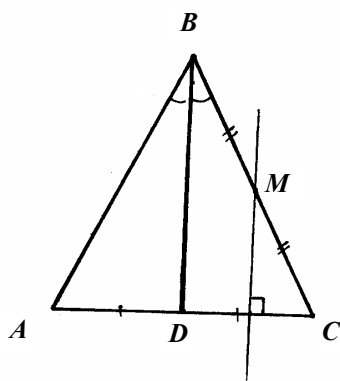
В. 7, С-14.

1.

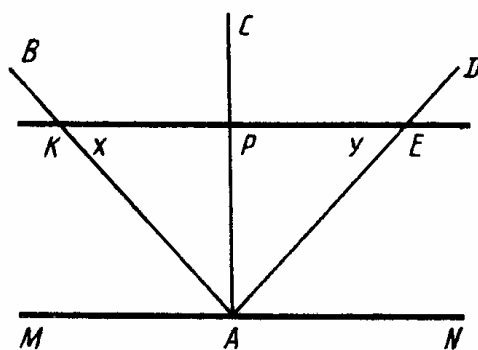


$\triangle ABC = \triangle BCD = \triangle CDE$ по 2-м сторонам и углу между ними $\Rightarrow \angle DBC = \angle ACB$ и $\angle BDC = \angle DCE \Rightarrow CA \parallel BD$ и $CE \parallel BD$, но через точку C можно провести только одну прямую, параллельную $BD \Rightarrow CE$ совпадает с $CA \Rightarrow$ точки A, C и E лежат на одной прямой.

2.

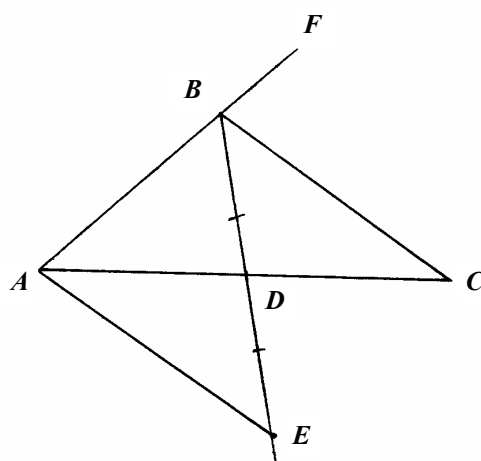


Разделите DC пополам и в середине восставьте перпендикуляр.
В. 7, С-15.



Пусть $\angle PKA = x$, а $\angle PEA = y$. Т.к. $KP = PA$ и $PE = PA$, то $\angle KAP = x$, а $\angle PAE = y$. По условию $KE \parallel MN \Rightarrow \angle KAM = x$ и $\angle EAN = y$. Т.к. $\angle MAN = 180^\circ$, то $2x + 2y = 180^\circ \Rightarrow x + y = 90^\circ \Rightarrow \angle KAE = 90^\circ$, т.е. $AB \perp AD$.

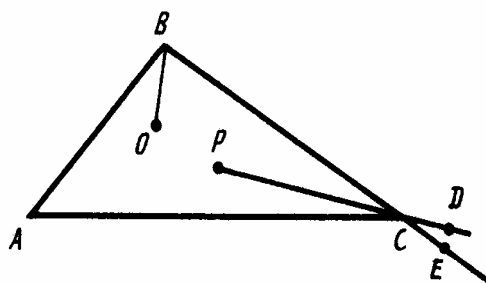
В. 7, С-16.



Продолжим BD за точку D и отложим отрезок DE , равный BD .
 Точки A и E соединим отрезком; $\triangle BDC = \triangle ADE$ по 1-му признаку \Rightarrow
 $\Rightarrow \angle CBE = \angle BEA \Rightarrow BC \parallel AE$. Т.к. $AB = 2BD$, то $PB = BE$ и $\triangle AEB$ –
 равнобедренный $\Rightarrow \angle BAE = \angle BEA$. Т.к. $BC \parallel AE$, то $\angle EBC = \angle BAE$ и
 $\angle BEA = \angle CBF$, значит $\angle EBC = \angle CBF$, т.е. BC – биссектриса $\angle DBF$.

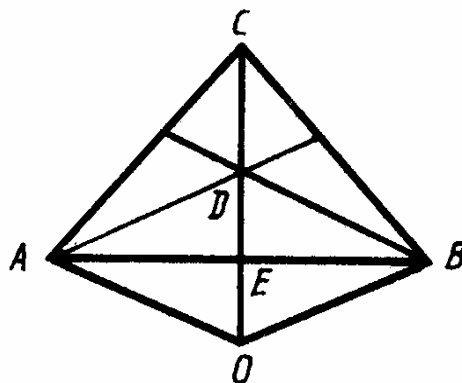
В. 7, С-17.

1.



На продолжении стороны BC за точку C отметим точку E .
 $\angle ACE = \angle A + \angle ABC > \angle ABC$. Но $\angle ABO < \angle ABC$, а $\angle ACE < \angle ACD$,
 значит $\angle ACD > \angle ABO$ при любом расположении точек O и P .

2.



Пусть E – середина AB . Т.к. $AO = BO$ и $AC = BC$ и $DE = EO$, то $\triangle AED = \triangle BED = \triangle BEO = \triangle AEO \Rightarrow$ точки D, E , и O лежат на прямой, перпендикулярной к AB . Пусть $\angle AOD = x \Rightarrow \angle ACO = 90^\circ - \frac{x}{2}$, т.к. $AO = CO$. Из треугольников ACE и AOE получаем, что

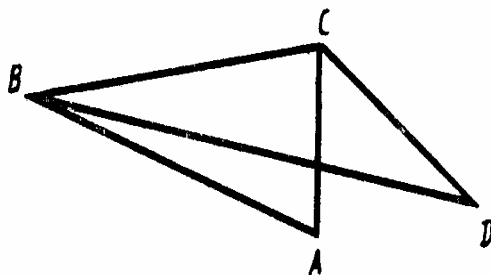
$\angle CAB = \frac{x}{2}$, $\angle OAE = 90^\circ - x$, значит $\angle DAE = \frac{x}{2}$ (т.к. AD –

биссектриса $\angle CAB$). Но $\triangle DAE = \triangle OAE \Rightarrow 90 - x = \frac{x}{4} \Rightarrow x = 72$.

Значит углы треугольника: $36^\circ, 36^\circ, 108^\circ$.

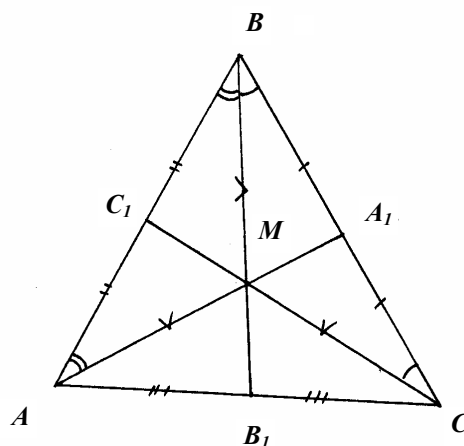
В. 7, С-18.

1.



$\angle BCA > \angle ABC$, т.к. $AB > AC \Rightarrow \angle BCD > \angle BCA > \angle ABC > \angle DBC \Rightarrow$

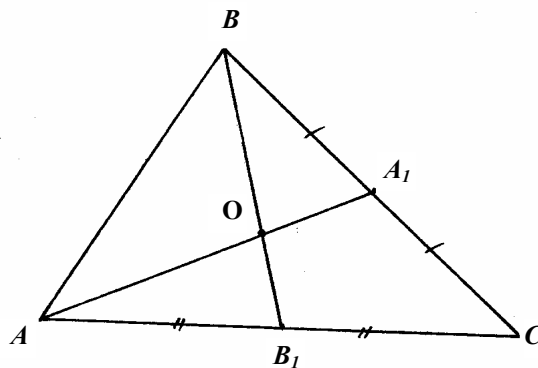
\Rightarrow из $\triangle BDC$ получаем $BD > CD$.
2.



Из равенства углов следует, что $MA = MB = MC \Rightarrow M$ равноудалена от вершин $\Rightarrow M$ – точка пересечения биссектрис \Rightarrow медиана треугольника совпадает с биссектрисами \Rightarrow треугольник равносторонний $\Rightarrow \angle ABC = 60^\circ$.

В. 7, С-19.

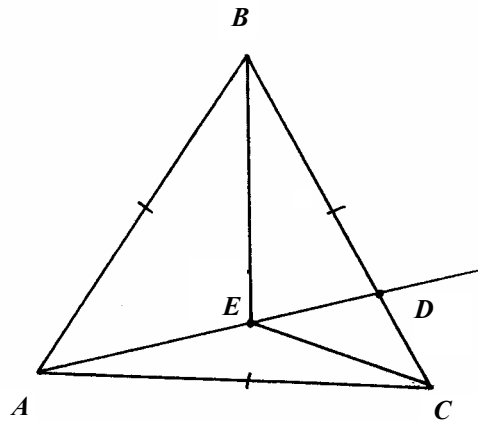
1.



Пусть в $\triangle ABC$ медианы AA_1 и BB_1 пересекаются в точке $O \Rightarrow$
 $\Rightarrow AO + OB_1 > AB_1$ и $BO + OA_1 > BA_1 \Rightarrow AO + OB_1 + BO + OA_1 >$

$$> AB_1 + BA_1 \Rightarrow AA_1 + BB_1 > \frac{1}{2} (AC + BC).$$

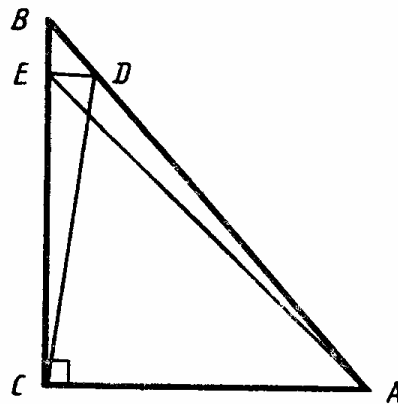
2.



Пусть прямая EA пересечет BC в точке $D \Rightarrow$ или $\angle ADB$, или $\angle ADC$ – не острый. Пусть для окружности это будет угол ADB . Тогда из $\triangle ADB - AB > AD$, а из $\triangle BEC - EB + EC > BC$. Т.к. $AB = BC$, то $AD < EB + BC$, но $EA < AD \Rightarrow EA < EB + BC$.

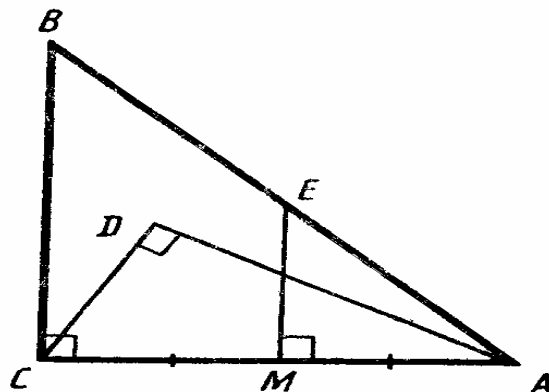
В. 7, С-20.

1



$\angle BAC = 90^\circ - \angle CBA = 50^\circ$. Тогда $\angle EAC = 45^\circ \Rightarrow \angle CEA = 45^\circ$.
 Значит, $EC = AC$. С другой стороны, $\angle DCA = 80^\circ$ и из $\triangle CDA - \angle CDA = 50^\circ \Rightarrow CD = DA$, значит $CE = CD$. Из $\triangle CED$ находим, что $\angle EDC = 85^\circ$.

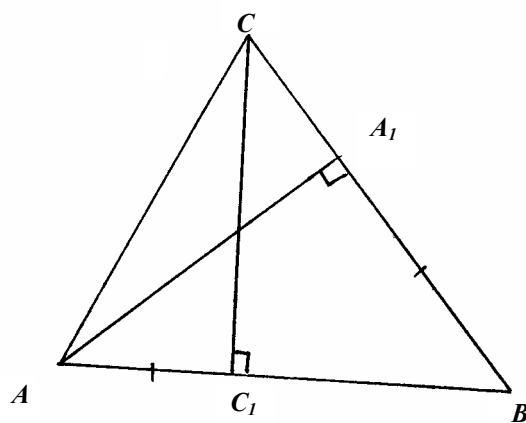
2.



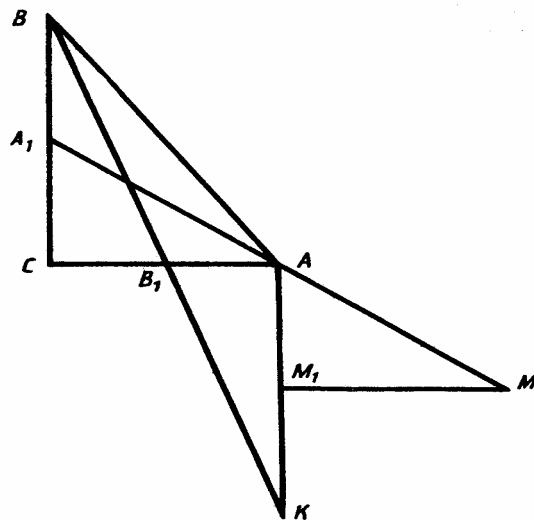
$\angle CAB = 90^\circ - \angle B = 45^\circ$; $\angle MEA = 90^\circ - \angle MAE = 45^\circ \Rightarrow ME = MA$.
 $\angle CAD = 90^\circ - \angle DCA = 30^\circ \Rightarrow CD = \frac{1}{2} AC = MA \Rightarrow CD = ME$.

В. 7, С-21.

1.



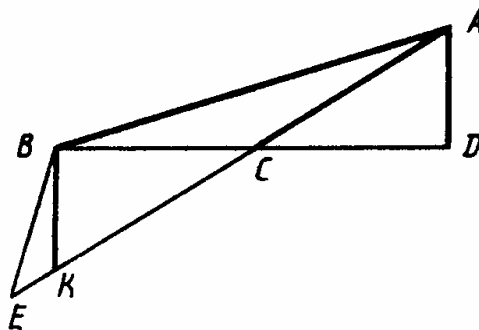
$\triangle ABA_1 = \triangle ACC_1$ по 2-м катетам $\Rightarrow AB = AC \Rightarrow \triangle CC_1B = \triangle AA_1B$ по катету и острому углу $\Rightarrow AB = BC \Rightarrow AB = BC = CA \Rightarrow \angle B = 60^\circ$.
2.



$\angle C = 90^\circ \Rightarrow \triangle BB_1C = \triangle B_1AK$ по 1-му признаку $\Rightarrow \angle KAC = \angle C = 90^\circ \Rightarrow AC \parallel MM_1 \Rightarrow \angle A_1AC = \angle AMM_1 \Rightarrow \triangle A_1CA = \triangle AM_1M$ по гипотенузе и острому углу $\Rightarrow AM_1 = A_1C = A_1B$.

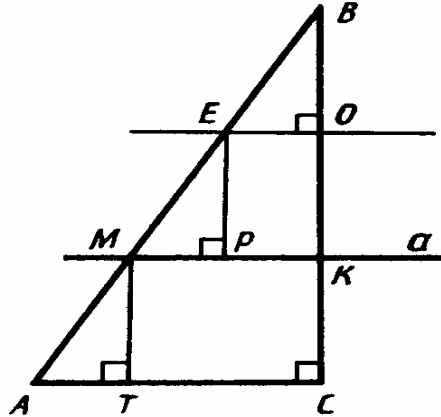
В. 7, С-22.

1.



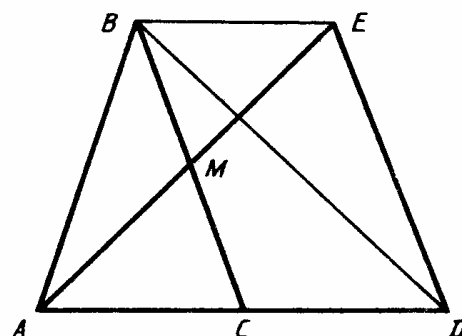
Если предположить, что $AB > 2AC$, то на продолжении AC за точку C можно последовательно отложить отрезки CK и KE так, что $CK = AC$ и $AB = AE$. $\triangle BKC = \triangle ACD$ по 1-му признаку $\Rightarrow \angle KBC = 90^\circ$, а $\angle BKC$ – острый $\Rightarrow \angle BKC < \angle KBC$, но $\angle ABE > \angle KBC$, а $\angle BKC > \angle BEC$. Получаем $\angle ABE > \angle BEC$, чего быть не может, т.к. $AB = AE$, значит неравенство $AB > 2AC$ выполняться не может.

2.

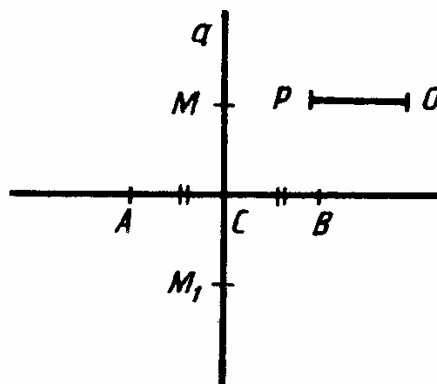


Пусть прямая a пересекает BC в точке K . Пусть E – середина MB . Проведем $MB \perp AC$, $EP \perp a$, $EO \perp BC$. $\triangle AMT$, $\triangle MEP$, $\triangle EBO$ равны по гипотенузе и острому углу. Тогда $MT = EP = BO$, но $EP = OK$, т.к. легко доказать, что $EO \parallel a$, значит $BK = 2MT$, причем BK – это расстояние до a от точки B , а MT – расстояние между a и AC .

В. 7, С-23.
1.



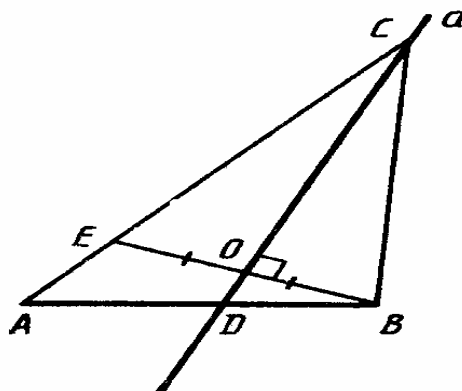
$BE \parallel AD$, т.к. точки B и E равноудалены от AD . Проведем отрезки BE и BD . $\triangle BME = \triangle AMC$ по 2-му признаку $\Rightarrow AC = BE = CD$.
 $\triangle BCD = \triangle BED$ по 2-му признаку $\Rightarrow BC = ED$.
 2.



Через точку C – середину AB , проведем прямую $a \perp AB$. От точки C на прямой отложим равные отрезки MC и M_1C . Точки M и M_1 будут искомыми.

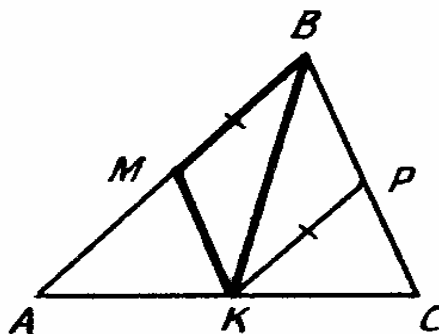
В. 7, С-24.

1.



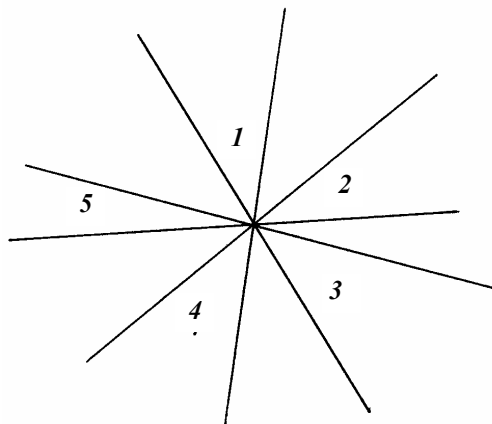
Пусть прямая a пересекает отрезок BE в точке D . Построим отрезок $BE \perp a$, $BO = OE$. Искомая точка C получается пересечением прямых a и AE .

2.



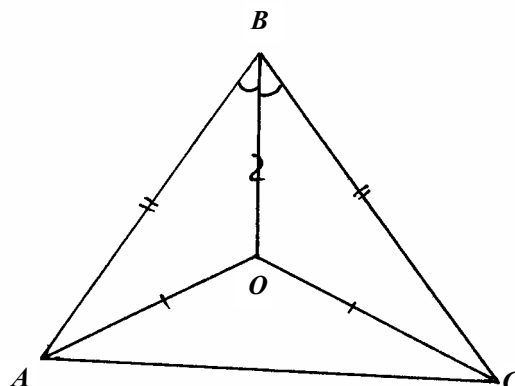
Построим $\triangle MBK$ по 3-м сторонам так, чтобы $MB = PK$. Затем построим $BP \parallel MK$, $PK \parallel MB$. $\triangle PKC$ построим по стороне PK , углу KPC , смежному с углом BPK и данному $\angle PKC$. Точку A получим при пересечении прямых MB и CK . $\triangle ABC$ – искомый. Т.к. $MK \parallel BC$, $KP \parallel AB$ по построению, то $\triangle MBK = \triangle BPK$ по 2-му признаку \Rightarrow

- 1) Т.к. $OB = OA \Rightarrow \angle BOA = 180^\circ - 2\angle ABO$,
аналогично $\angle COD = 180^\circ - 2\angle CDO$, значит $\angle AOB = \angle COD$.
- 2) $\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC$, $\angle BOD = \angle COD + \angle BOC$, значит
 $\angle AOC = \angle BOD \Rightarrow \triangle AOC = \triangle BOD$ по 1-му признаку $\Rightarrow AC = BD$.
- 3) $\triangle ABO = \triangle COD$ по 1-му признаку $\Rightarrow AB = CD \Rightarrow \triangle ABC = \triangle BDC$ по
3-му признаку $\Rightarrow \angle DBC = \angle ACB$. Аналогично $\angle CAD = \angle BDA$, но
 $\angle DBC = \angle ADB$, т.к. $BC \parallel AD \Rightarrow \angle DBC = \angle CAD$.
- 4) $OP \perp AD$, $OK \perp BC$. $AP = PD$, $BK = KC$, т.к. $\triangle AOD$ и $\triangle BOC$ –
равнобедренные, значит $PD > KC$. Отметим на PD точку E так,
чтобы $PE = KC$. Проведем $ET \parallel OP$ и $TH \parallel PD$. $PE = HT$, т.к. $ET \parallel OP$,
значит $\triangle OKC = \triangle OHT$ по гипотенузе и катету, поэтому $OH = OK$.
Т.к. $OH > OP$, то $OK > OP$.
- В. 8, С-5.**



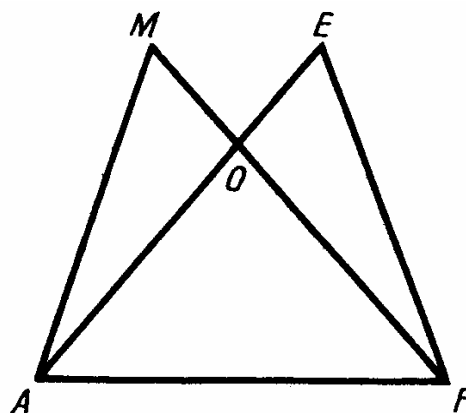
Учитывая, что углы попарно вертикальные, получаем:
 $2\angle 1 + 2\angle 2 + 2\angle 3 + 2\angle 4 + 2\angle 5 = 360^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 + \angle 5 = 180^\circ = 2 \cdot 90^\circ$.

В. 8, С-6.
1.



Т.к. $\triangle AOB = \triangle COB$, то $\angle ABO = \angle CBO \Rightarrow BO$ – биссектриса.
Из равенства треугольников следует, что $\angle AOB = \angle COB \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle AOB = \frac{360^\circ - 140^\circ}{2} = 110^\circ$.

2.

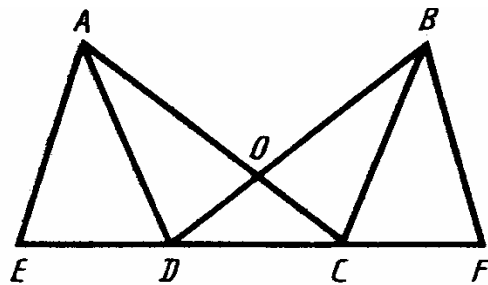


$$P(AEF) = AE + EF + FA = AO + EO + EF + AF =$$

$$= (AO + MO + AM) + AF = 20 + 40 = 60.$$

В. 8, С-7.

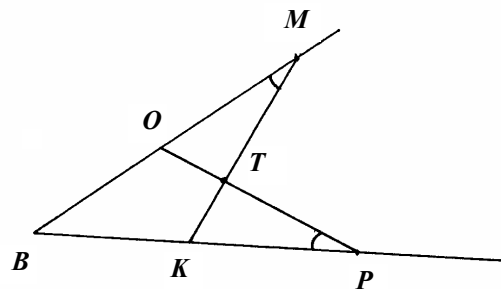
1.



Т.к. $AO = OB$ и $OD = OC \Rightarrow AC = DB$. Т.к. $OD = OC \Rightarrow \angle ODC = \angle OCD$. Т.к. $ED = CF$, то $EC = DF \Rightarrow \triangle AEC = \triangle BFD$ по 1-му признаку $\Rightarrow AE = BF$.

В. 8, С-8. Дословно повторяет В. 7, С-8.

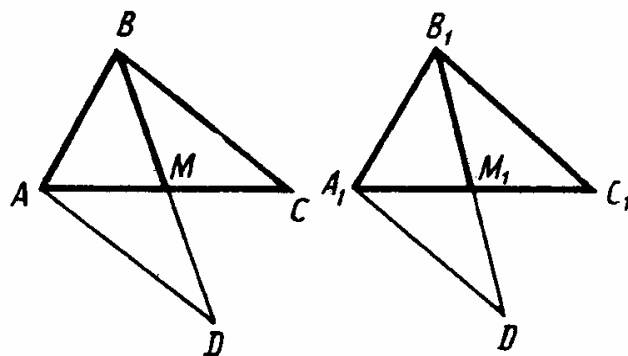
В. 8, С-9.



а) $\triangle BMK = \triangle BPO$ по 2-му признаку $\Rightarrow MK = PO$

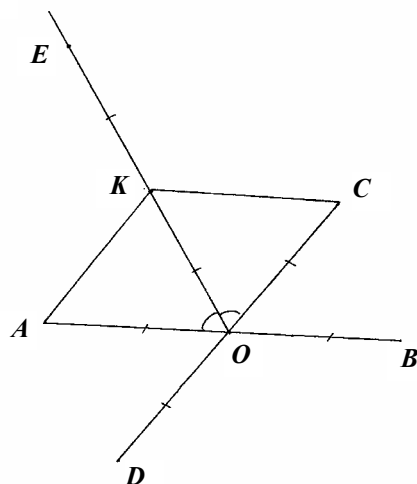
б) Дословно повторяет п. б), С-9, вариант 7.

В. 8, С-10.



Продолжим BM и B_1M_1 , как показано на рисунке, так, что $MD = MB$, $M_1D_1 = M_1B_1$. $\triangle BMC = \triangle DMA$ и $\triangle B_1M_1C_1 = \triangle D_1M_1A_1$ по 1-му признаку $\Rightarrow \angle BDA = \angle MBC$ и $\angle B_1D_1A_1 = \angle M_1B_1C_1$. Т.к. $BD = B_1D_1$, $\angle ABM = \angle A_1B_1M_1$ и $\angle BDA = \angle B_1D_1A_1$, то $\triangle ABD = \triangle A_1B_1D_1 \Rightarrow AB = A_1B_1$. Аналогично доказывается, что $BC = B_1C_1$. Тогда $\triangle A_1B_1C_1 = \triangle ABC$ по 1-му признаку.

В. 8, С-11.

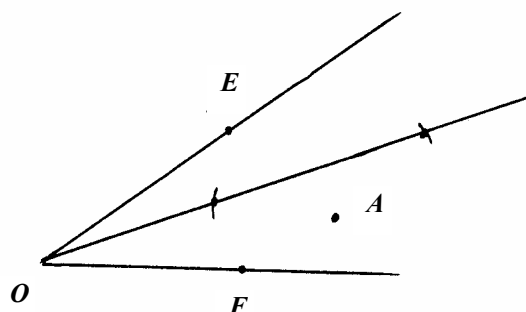


Для этого достаточно доказать, что $AK = KO$.
 $\triangle KOC$ – равнобедренный, т.к. $KO = OC$ как радиусы \Rightarrow

$\Rightarrow \angle OKC = \angle KOC = \angle KOA = 60^\circ$. Т.к. $\angle KOA = 60^\circ$ и $OK = AO$, то $\triangle AKO$ – равносторонний $\Rightarrow AK = AO = KO \Rightarrow$ точки E, A, O, C лежат на окружности с центром K и радиусом AO .

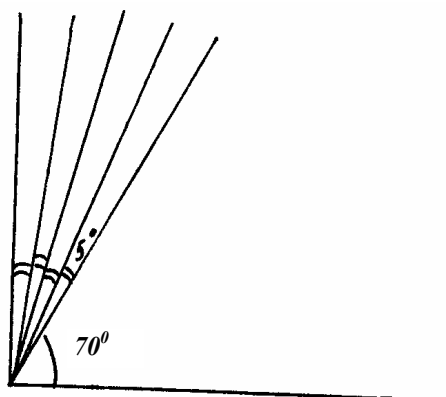
В. 8, С-12.

1.

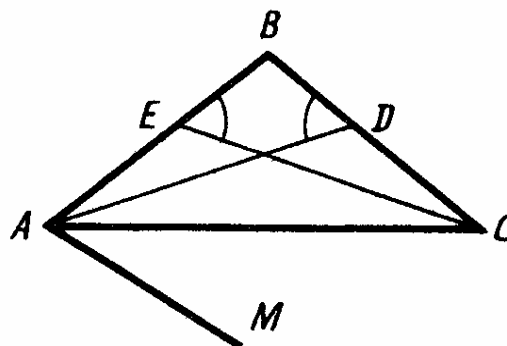


Постройте биссектрису $\angle EOF$. Проведите окружность с центром A и радиусом PQ . Точки ее пересечения с биссектрисой будут искомыми. Задача имеет одно решение, если расстояние от точки A до биссектрисы равно PQ , два решения, если оно меньше, и не имеет решений, если больше.

2.



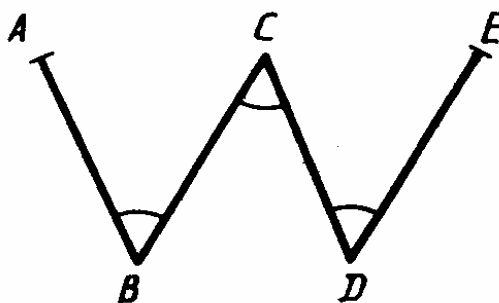
Постройте угол в 70° . Дополняющий его до 90° равен 20° . Разделите этот угол на 4 равные части, получите угол в 5° .
В. 8, С-13.



$\triangle ADB = \triangle CEB$ по 1-му признаку $\Rightarrow AB = BC$ и $\angle BAC = \angle BCA$. По условию $\angle BAC = \angle MAC \Rightarrow \angle MAC = \angle BCA \Rightarrow AM \parallel BC$.

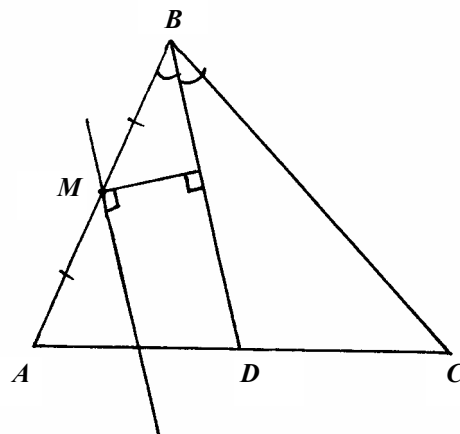
В. 8, С-14.

1.

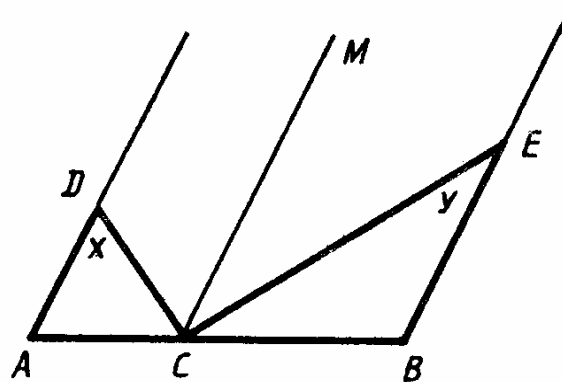


Рассуждения повторяют В. 7, С-14.1.

2.

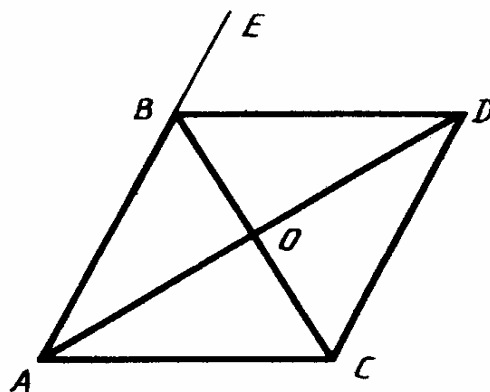


Опустите перпендикуляр из точки M на BD . Проведите прямую через точку M , перпендикулярную этому перпендикуляру.
В. 8, С-15.



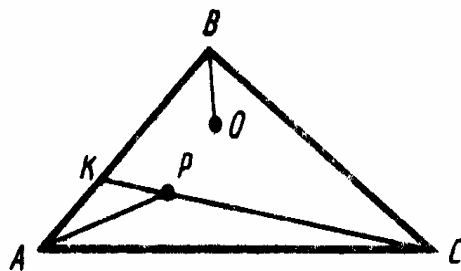
$CM \parallel AD$ и $CM \parallel BE$. Пусть $\angle ADC = x$ и $\angle CEB = y$. Т.к. $\triangle ACD$ и $\triangle CBE$ равнобедренные, то $\angle ADC = x$ и $\angle BCE = y$. По построению $CM \parallel AD \parallel BE \Rightarrow \angle DCM = x$ и $\angle ECM = y$. $\angle ACB$ – развернутый \Rightarrow

$\Rightarrow 2x + 2y = 180^\circ \Rightarrow x + y = 90^\circ$, т.е. $\angle DCE = 90^\circ$ и $DC \perp CE$.
В. 8, С-16.



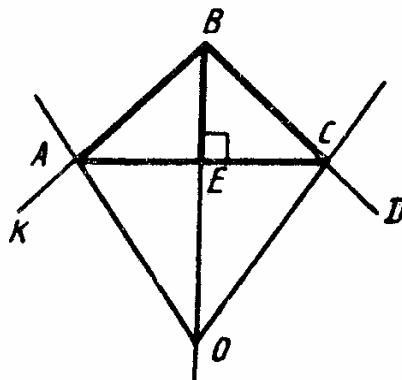
$\triangle ABO = \triangle DCO \Rightarrow \angle ABO = \angle DCO$ и $\angle BAO = \angle CDO \Rightarrow AB \parallel DC$ и $BD \parallel AC \Rightarrow \angle EBO = \angle BAC$. $\triangle BOD = \triangle COA \Rightarrow \angle DBO = \angle OCA = \angle BAC$, т.к. $\angle BAC = \angle BCA$, т.к. $AB = BC \Rightarrow BD$ – биссектриса.
В. 8, С-17.

1.



Т.к. внешний угол треугольника больше внутреннего не смежного с ним, то $\angle APC > \angle AKC > \angle ABC > \angle OBC \Rightarrow$ нельзя.

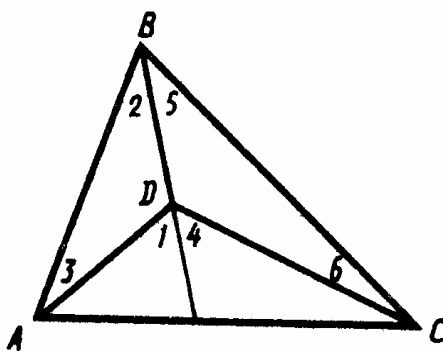
2.



Предположим, что $OA = OB = OC$. Из того, что $\triangle ABC$ и $\triangle AOC$ – равнобедренные, следует, что точка E – середина AC , лежит на $BO \perp AC$ (иначе к прямой через одну точку было бы проведено 2 перпендикуляра). Пусть $\angle ACB = x$, тогда $\angle ABO = 90^\circ - \frac{x}{2}$, т.к. $AO = OB$. С другой стороны, из $\triangle AOE$ получаем $\angle OAE = 90^\circ - x$, $\angle KAO = 90^\circ - x \Rightarrow \angle BAC = 180^\circ - (180^\circ - 2x) = 2x \Rightarrow 2x = \frac{x}{2} \Rightarrow x = 0 \Rightarrow OA = OB = OC$ выполняться не может.

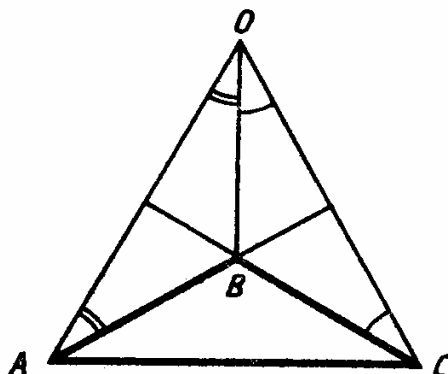
В. 8, С-18.

1.



$\angle 1 = \angle 2 + \angle 3$, $\angle 4 = \angle 5 + \angle 6$, значит
 $\angle 1 > \angle 3$, $\angle 4 > \angle 5 \Rightarrow \angle ADC > \angle BCD + \angle BAD$.
 Учитывая условие задачи, получаем:
 $\angle ADC > \angle DAC \Rightarrow AC > DC$

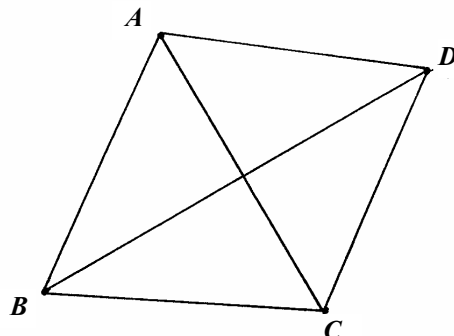
2.



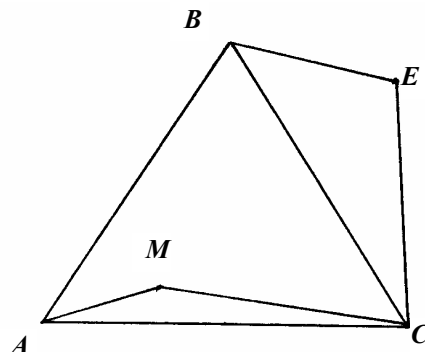
$\triangle ABO$ и $\triangle CBO$ – равнобедренные $\Rightarrow AB = OB = BC \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle BAC = \angle BCA$ и $\angle OAB = \angle OCA$.
 Пусть $\angle OAB = \angle AOB = \angle BOC = \angle OCB = x \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle OBA = \angle OBC = 180^\circ - 2x \Rightarrow \angle ABC = 360^\circ - (180^\circ - 2x) -$
 $-(180^\circ - 2x) = 4x \Rightarrow \angle BAC = \angle BCA = \frac{1}{2} (180^\circ - 4x) = 90^\circ - 2x \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle OAC = \angle OCA = 90^\circ - x \Rightarrow \angle BCA = \angle BAC = x \Rightarrow 180^\circ = 6x \Rightarrow$
 $\Rightarrow x = 30^\circ \Rightarrow \angle BCA = 30^\circ$.

В. 8, С-19.

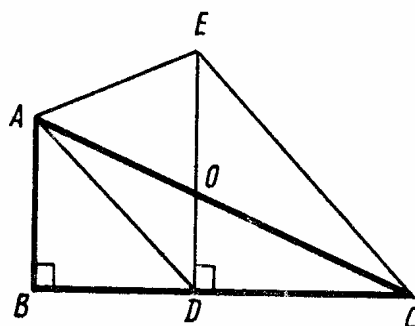
1.



Пусть стороны AC и BD пересекаются в точке $O \Rightarrow AO + BO > AB$,
 $AO + OD > AD$, $OD + OC > DC$, $OB + OC > BC \Rightarrow AO + BO + AO +$
 $+ DO + DO + OC + BO + OC > AB + BC + CD + DA \Rightarrow$
 $\Rightarrow 2(AC + BD) > AB + BC + CD + DA$
 2.



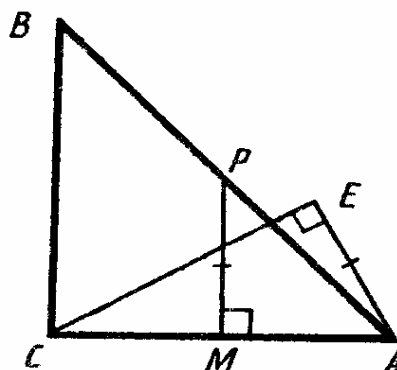
$AM + MC > AC \Rightarrow AM < AC$. $AC = BC \Rightarrow AM < BC$.
 $BC < BE + EC \Rightarrow AM < BE + EC$.
B. 8, C-20.
 1.



В $\triangle DOC$ $\angle OCD = 20^\circ$. В $\triangle ABD$ $\angle BDA = 40^\circ \Rightarrow \angle ADE = 50^\circ$ и
 $\angle ADC = 140^\circ \Rightarrow$ в $\triangle ADC$ $\angle DAC = 20^\circ \Rightarrow DA = DC$.

С другой стороны: в $\triangle EDC$ $\angle ECD = 45^\circ$ и $DC = DE \Rightarrow AD = DE$ и из $\triangle DEA$ имеем $\angle DEA = 65^\circ$.

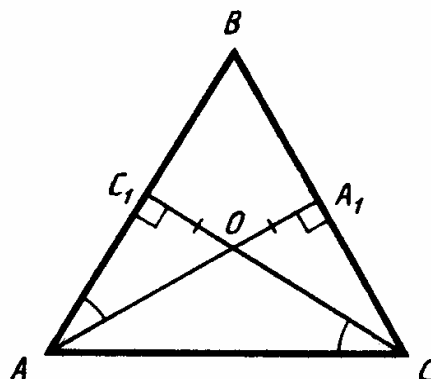
2.



В $\triangle ABC$ $\angle BAC = 90^\circ - \angle CBA = 45^\circ$. В $\triangle PMA$ $\angle MPA = 45^\circ \Rightarrow MP = MA$ и $AC = 2EA \Rightarrow \angle ECA = 30^\circ$ и $\angle EAC = 60^\circ$.

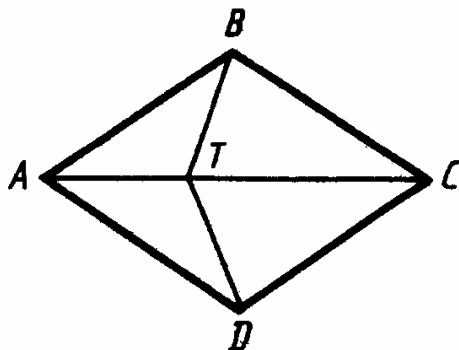
В. 8, С-21.

1.



$\triangle AOC_1 = \triangle A_1OC$ по катету и острому углу $\Rightarrow \angle OCA_1 = \angle OA_1C$ и $DO = OC \Rightarrow CC_1 = AA_1$ и $\triangle ACC_1 = \triangle A_1CA$ по катету и гипотенузе $\Rightarrow \angle A_1AC = \angle C_1CA$. Т.о. каждый из отрезков AA_1 и CC_1 является

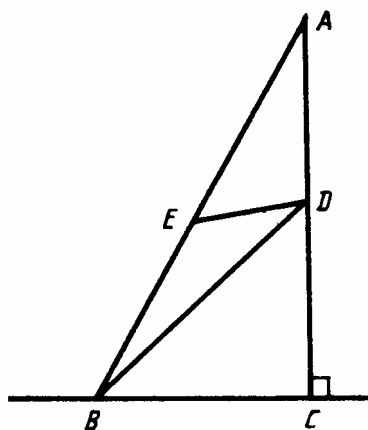
одновременно и биссектрисой, и высотой $\Rightarrow \triangle ABC$ – равнобедренный и $AC = 2BA_1$.
2.



Из $\triangle ABC$ находим, что $\angle BCA = 90^\circ$. Т.к. A_1 – середина BC , то $AM_1 = A_1C$ и $\triangle AMM_1 = \triangle AA_1C$ по катету и гипотенузе $\Rightarrow BC \parallel DA \Rightarrow \angle DAB = \angle ABC$. Значит $\triangle ADC_1 = \triangle BC_1C$ по 2-му признаку $\Rightarrow DC_1 = CC_1$.

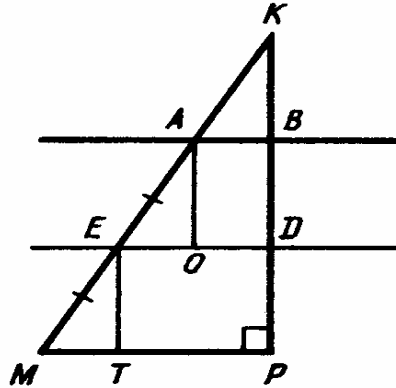
В. 8, С-22.

1.

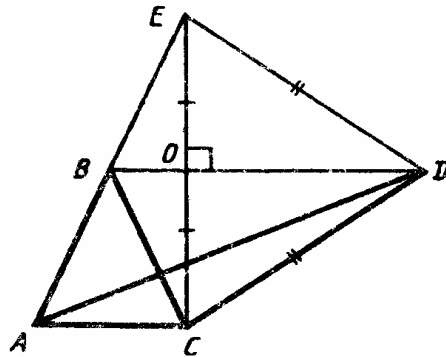


Если $\angle DEA \geq 90^\circ$, то и в $\triangle ADE$ $AD = ED$, но $AD < AC < AB \Rightarrow$

$\Rightarrow ED < AB$. Если $\angle DEA > 90^\circ$, то $\angle DEB > 90^\circ$ и в $\triangle BDE$ $DB > DE$.
С другой стороны: $\angle BDA > \angle BCA = 90^\circ$.
Значит, в $\triangle ABD$ $AB > DB \Rightarrow ED < AB$.
2.



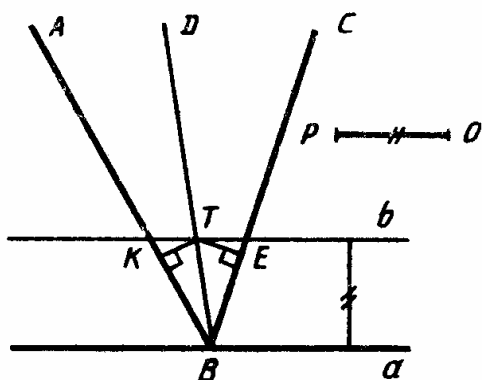
$ET \parallel KP$, $AD \parallel KP \Rightarrow \triangle AKB = \triangle EAO = \triangle MET$ по катету и острому углу $\Rightarrow 3AB = MP$.
B.8, C-23.
1.



$BD \parallel AC$, т.к. точки B и D равноудалены от AC. Построим $EC \perp BD$,
 $EO = OC$, тогда $ED = CO$, т.к. $\triangle EOD = \triangle COD$ по 2-м катетам.

Аналогично $BE = BC$. В $\triangle AED$ $AE < AD + DE$. Тогда, учитывая указанное условие, получаем, что $2BC < AD + DC$.

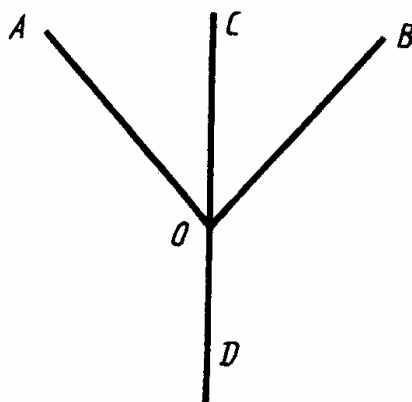
2.



Проведите прямую b , параллельную a и удаленную от нее на расстояние PQ . Затем постройте биссектрису угла ABC . Точка ее пересечения с прямой и будет искомой.

B. 8, C-24.

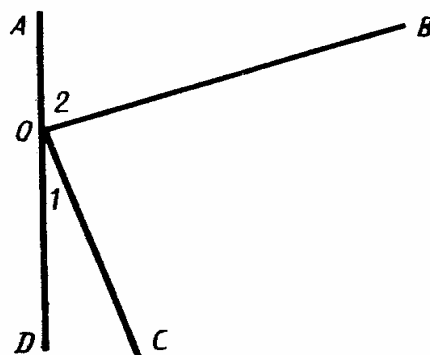
1.



Пусть сторона $\angle A$ лежит на прямых b и c . Построим отрезок AD с серединой в точке M . Затем через точку D проведем прямую a , параллельную прямой c . B – точка пересечения прямых a и b . Точку

C построим как пересечение прямых BM и c . Точки B и C – искомые.

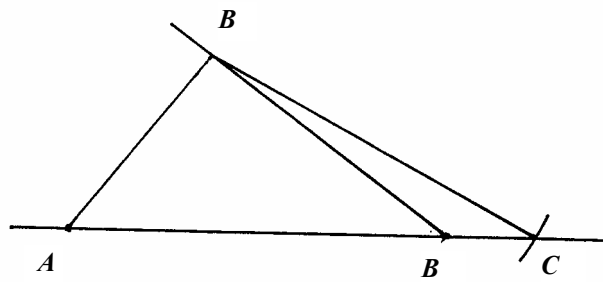
2.



Построим $\triangle AMK$ по 3-м сторонам так, чтобы $AM = PQ$, $MK = P_1Q_1$, $KA = P_2Q_2$. $\triangle AMC$ построим по стороне AM , $\angle A$ и $\angle nk$. Построим $ME \parallel AC$, $EC \parallel MK$. Точку B получим как пресечение прямых AM и EC . $\triangle ABC$ – искомый.

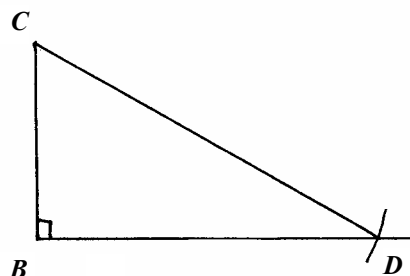
В. 8, С-25.

1.



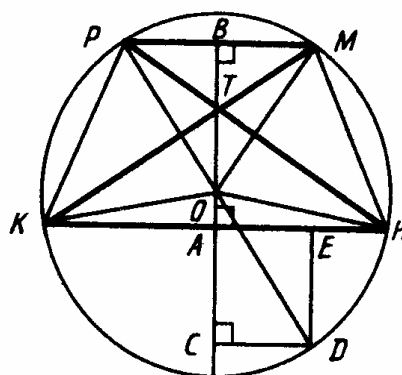
Построим $\triangle ABM$ по 2-м углам ABM и AMB и стороне AM , противолежащей одному из них. $\triangle ABC$ строится по сторонам AB и BC и $\angle A$, противолежащему стороне BC .

2.



Сначала построим $\triangle BCD$ по катету CD и гипотенузе BC . Затем, используя данную разность углов A и B , построим угол nk , равный $\angle A$. После этого построим угол, равный разности прямого угла и угла nk . Угол, равный построенному, отложим от луча CD в сторону, противоположную вершине B . Сторона этого угла пересечет BD в точке A . $\triangle ABC$ – искомый.

В. 8, С-26.



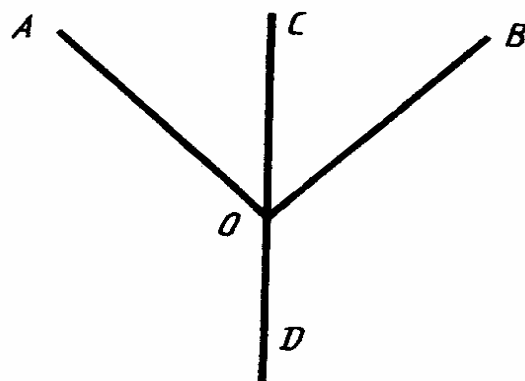
- 1) $\triangle KOM = \triangle PON$ по 3-м сторонам $\Rightarrow \angle KOM = \angle PON$.
- 2) $\angle POK = \angle KOM - \angle POM$, $\angle MOH = \angle PON - \angle POM \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle POK = \angle MOH \Rightarrow \triangle POK = \triangle MOH$ по 1-му признаку \Rightarrow
 $\Rightarrow \angle KPO = \angle OMH$. Но $\angle POK + 2\angle KPO = 180^\circ$, т.к. $\triangle PHO$ –
 равнобедренный $\Rightarrow \angle POK + 2\angle OMH = 180^\circ$.

- 3) $PK = MH$, т.к. $\triangle POK = \triangle MOH \Rightarrow \triangle KPM = \triangle HMP$ по 3-му признаку $\Rightarrow \angle KMP = \angle HPM$. Аналогично $\angle MKH = \angle PHK$. Но т.к. по условию $\angle MPH = \angle MKH$, то $\angle KMP = \angle MKH \Rightarrow PM \parallel KH$.
- 4) Опустим перпендикуляры OA и OB из точки O на KH и PM . Тогда $OA < OB$, $AH = AK$, $PB = BM$, т.к. $\triangle POM$ и $\triangle KOH$ – равнобедренные. Отложим на луче OA отрезок $OC = OB$. Проведем $CD \perp OA$, $DE \parallel AC$. $\triangle OBM = \triangle OCD$ по катету и гипотенузе $\Rightarrow MB = CD$. С другой стороны, $AE = CD$, т.к. $DC \parallel AC$. Но $AE < AH \Rightarrow BM < AH$ и $PM < KH$.

Контрольные работы

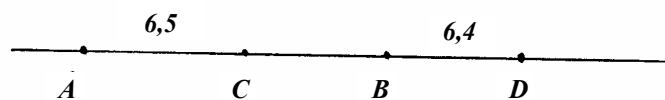
К-1, В-1.

1.



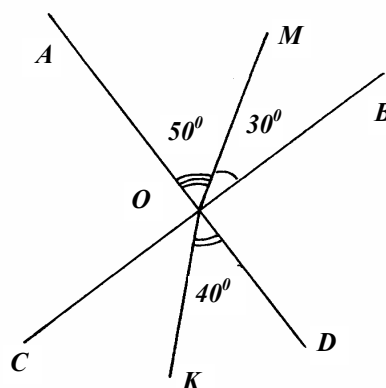
$$\angle COB = \frac{1}{2} \angle AOB = 45^\circ. \quad \angle BOD = 180^\circ - \angle COB = 135^\circ$$

2.



$$AB = AC + CB = 65 \text{ см} - CB. \quad BC = BD + CB = 64 \text{ см} + CB \Rightarrow \\ \Rightarrow AC > BD$$

3.

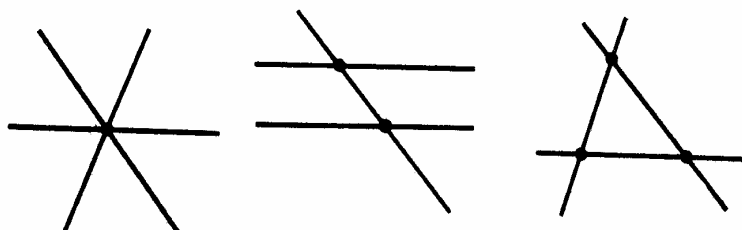


а) $\angle AOM = \angle AOB - \angle MOB = 50^\circ$

$\angle COK = \angle COD - \angle KOD = \angle AOB - \angle KOD = 40^\circ$

б) $\angle MOB$ и $\angle COK$ не являются вертикальными, т.к. их градусные меры не равны.

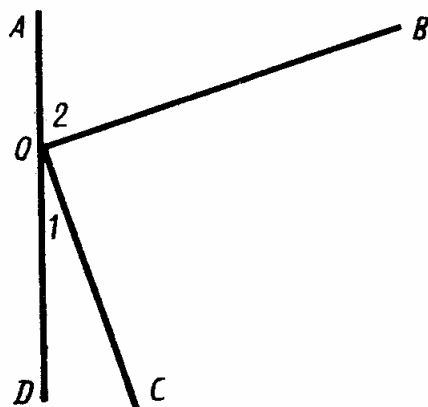
4.



одну, две или три точки

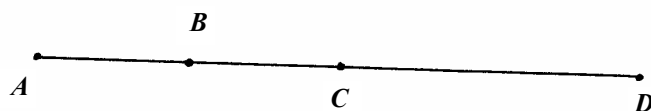
K-1, B-2.

1.



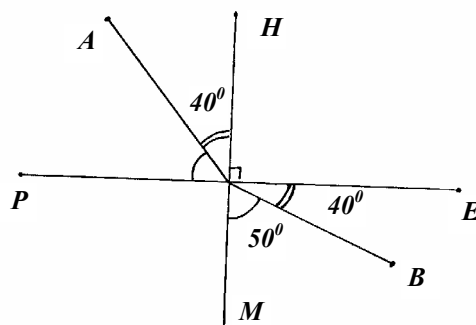
$$\angle 1 = 180^\circ - \angle 2 - \angle BOC = 20^\circ$$

2.



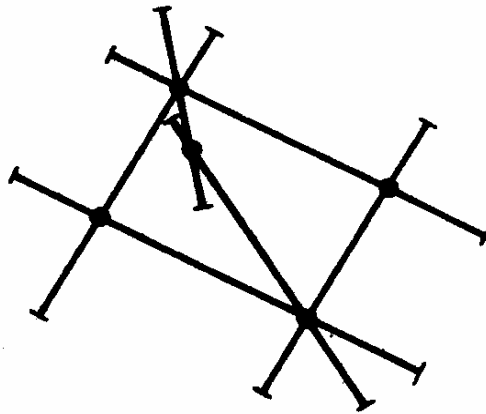
$$CB = \frac{1}{2} AB \quad DC = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{4} AB \Rightarrow BD = \frac{3}{4} AB \Rightarrow AB = \frac{4}{3} BD = \frac{4}{3} 153 = 204 \text{ (mm)}$$

3.

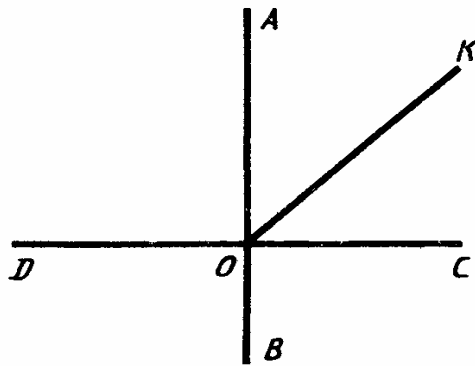


- а) $\angle PKA = \angle PKH - \angle AKH = 50^\circ$, $\angle BKE = \angle MKE - \angle MKB = 40^\circ$
 б) Если бы точки A , K и B лежали на одной прямой, то $\angle AKH$ равнялся бы $\angle MKB$ как вертикальные углы, но эти углы не равны, значит не лежат.

4

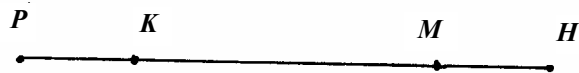


К-1. В-3.
1.



$\angle AOK = \angle DOK - \angle POA = 45^\circ$. $\angle KOC = 180^\circ - \angle DOK = 45^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow OK$ – биссектриса $\angle AOC$.

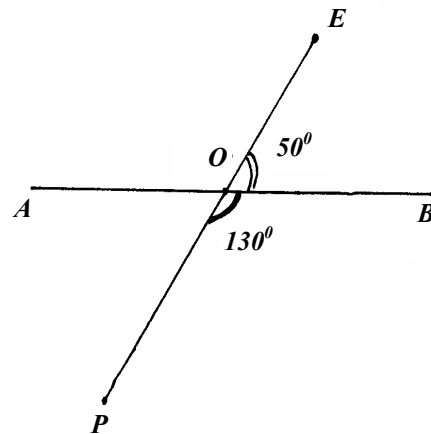
2.



$$PK = PM - KM = 535 - KM$$

$$MH = KH - KM = 535 - KM \Rightarrow MH = PK$$

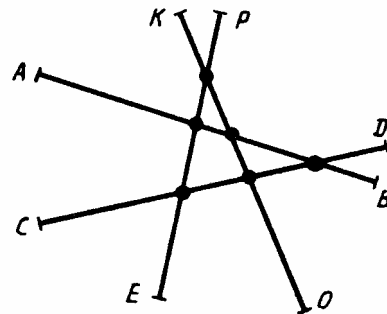
3.



а) $\angle AOD = 180^\circ - \angle POB - 50^\circ$

б) $\angle EOB$ и $\angle POA$ – вертикальные, т.к. они равны, имеют общую вершину и стороны одного являются продолжениями сторон другого.

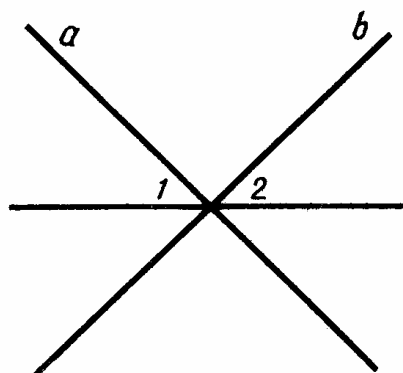
4.



Можно

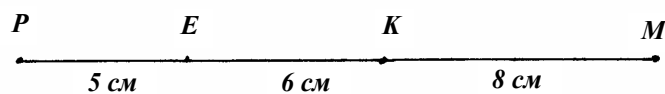
К-1, В-4.

1.



$$\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ - \angle ab = 90^\circ$$

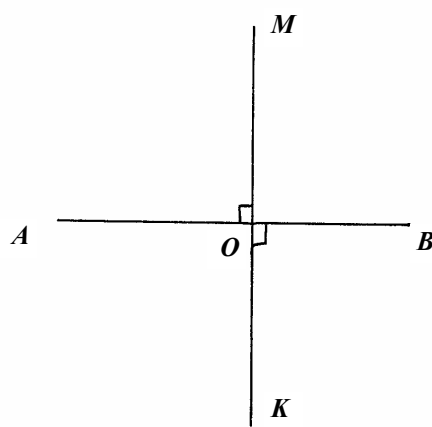
2.



Пусть A – середина PE , B – середина KM , тогда

$$AB = AE + EK + KB = \frac{1}{2} PE + EK + \frac{1}{2} KM = 2,5 + 6 + 4 = 12,5 \text{ (см)} = 125 \text{ (мм)}$$

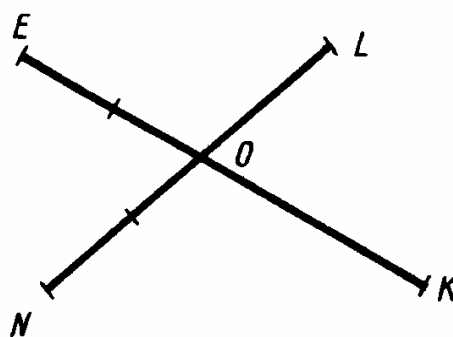
3.



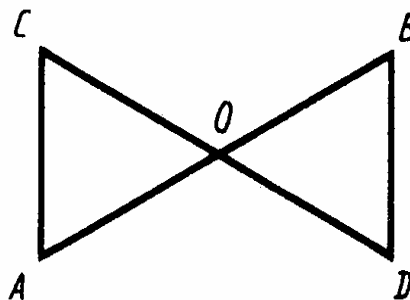
а) Прямые OM и OK совпадают, т.к. к одной точке можно провести только один перпендикуляр $\Rightarrow \angle MOB = \angle KOA$ как вертикальные.

б) в п. а) указано, что точки M, O, K лежат на одной прямой, а т.к. $\angle AOM = 90^\circ$, то $MK \perp AB$.

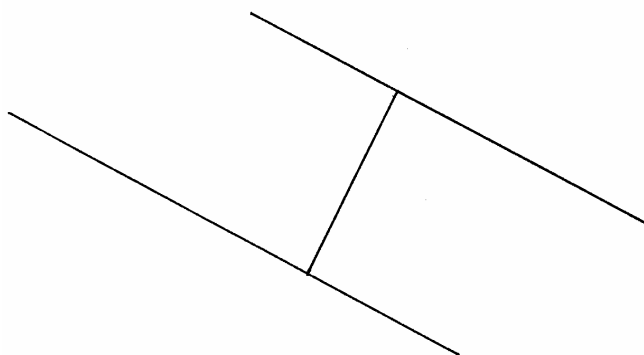
4. На шесть или семь



К-2, В-1.
1.

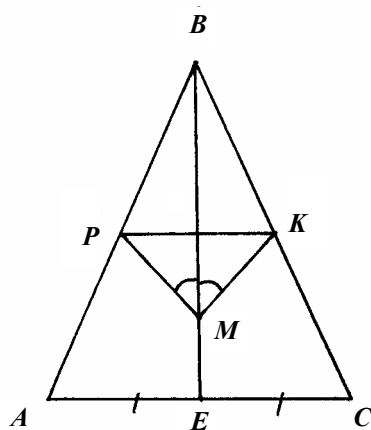


$AO = OB$, $CO = OD$, $\angle COA = \angle BOP$ как вертикальные \Rightarrow
 $\Rightarrow \triangle AOC = \triangle BOD$ по 2-м сторонам и углу между ними.
2.



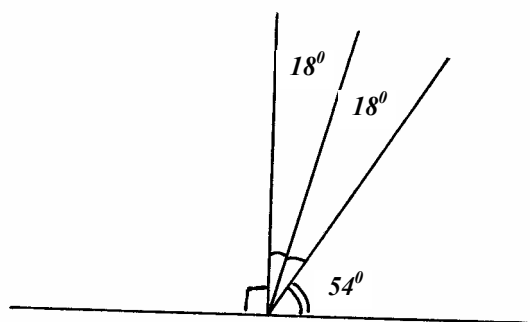
Постройте прямую, параллельную данной и удаленную от нее на расстояние, равное данному отрезку. Любая точка этой прямой будет искомой.

3.



- а) Т.к. $\triangle ABC$ – равнобедренный, то BM – биссектриса, т.о.
 $\angle PBM = \angle MBK \Rightarrow \angle BPM = \angle BKM$
 б) $\triangle BMP = \triangle BKM$ по 2-му признаку $\Rightarrow BP = BK \Rightarrow \triangle PBH = \triangle KBH$ по
 1-му признаку $\Rightarrow \angle BHP = \angle BHK \Rightarrow$ эти углы прямые $\Rightarrow PK \perp BE$.

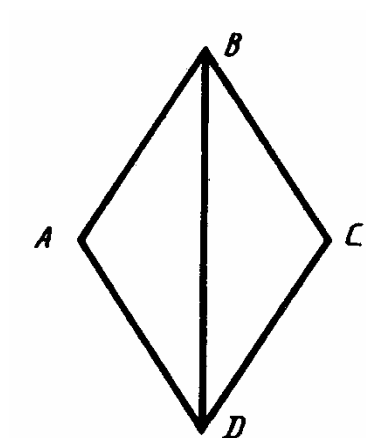
4.



Постройте прямой угол. Проведите в нем луч так, чтобы с одной из сторон он составлял 54° , тогда другой угол равен 36° . Разделите его пополам, получите угол в 18° . Ответ: можно.

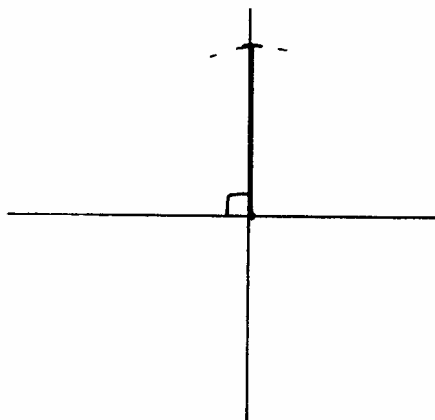
К-2, В-2.

1.



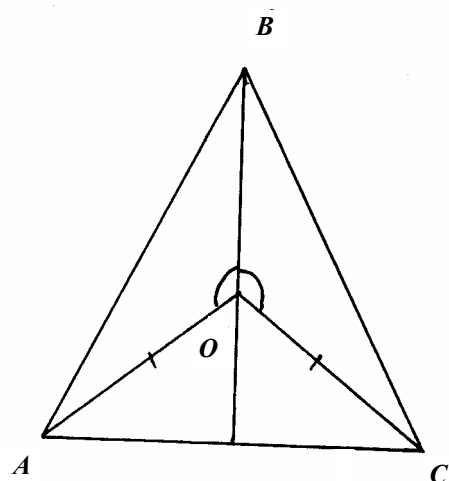
$\angle ABD = \angle CBD$, $\angle ADB = \angle CDB$, BD – общая $\Rightarrow \triangle BDA = \triangle BDC$ по стороне и прилежащим к ней углам.

2.

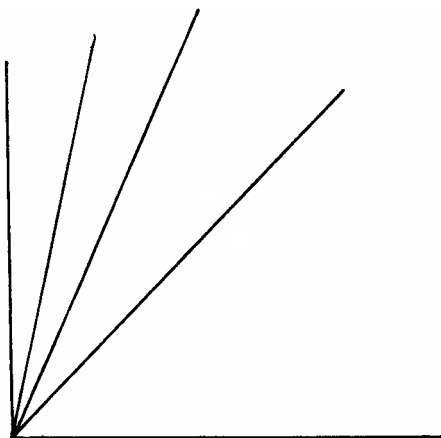


Проведите прямую. Проведите к ней перпендикуляр. Проведите окружность с центром в точке пересечения и радиусом, равным данному отрезку. Отрезки, соединяющие точки ее пересечения с прямыми, будут искомыми.

3.

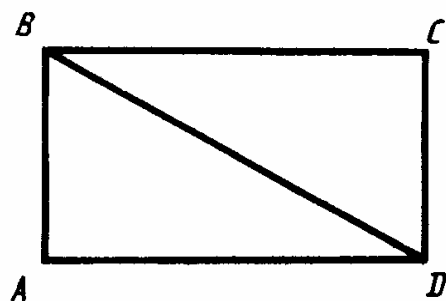


- а) Т.к. $AO = OC$, то $\angle OAC = \angle OCA$, $\triangle ABO = \triangle CBO$ по 1-му признаку
 $\Rightarrow \angle BAO = \angle BCO$ и $\angle ABO = \angle CBO$
 $\angle BAC = \angle BAO + \angle OAC = \angle BCO + \angle OCA = \angle BCA$
 б) Т.к. $\angle BAC = \angle BCA$, то $\triangle ABC$ – равнобедренный. Т.к. BO –
 биссектриса, то BO – медиана $\Rightarrow BO$ проходит через середину AC .
 4. Постройте прямой угол и разделите его на восемь частей.



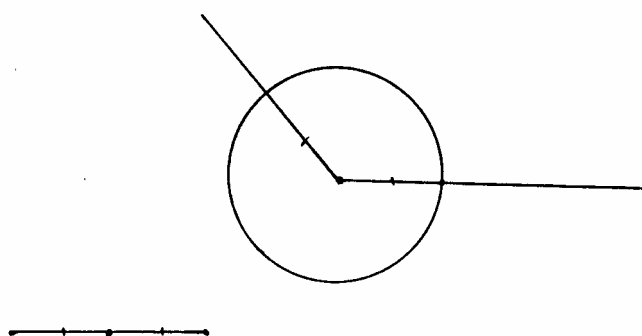
К-2, В-3.

1.



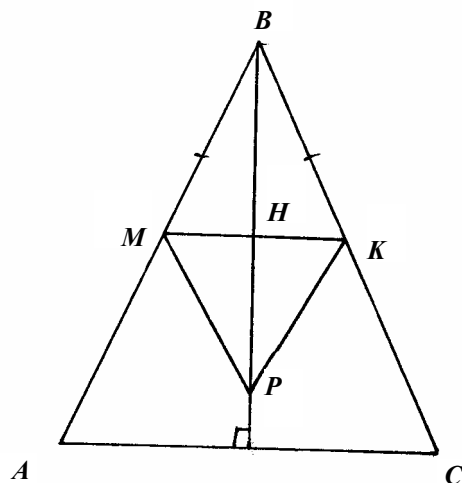
$\triangle ABD = \triangle CBD$ по 3-м сторонам, т.к. BD – общая.

2.



Разделите данный отрезок пополам. Проведите окружность с центром в вершине угла и радиусом, равным половине данного отрезка. Любая точка этой окружности – искомая.

3.



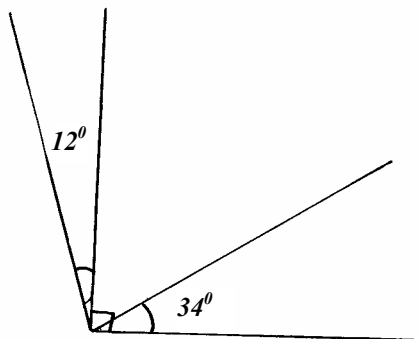
а) Т.к. $\triangle ABC$ – равнобедренный, то BP – биссектриса, т.к.

$\angle MBP = \angle KBP \Rightarrow \triangle MBP = \triangle KBP$ по 1-му признаку \Rightarrow

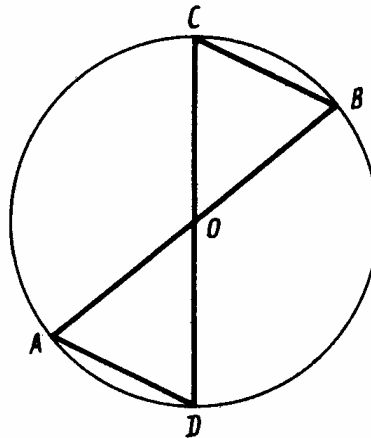
$\Rightarrow \angle BMP = \angle BKP$

б) $\triangle MBP = \triangle KBP \Rightarrow MP = PK$ и $\angle MPB = \angle KPB \Rightarrow \triangle HMP = \triangle HKP$ по 1-му признаку $\Rightarrow \angle KMP = \angle PKM$.

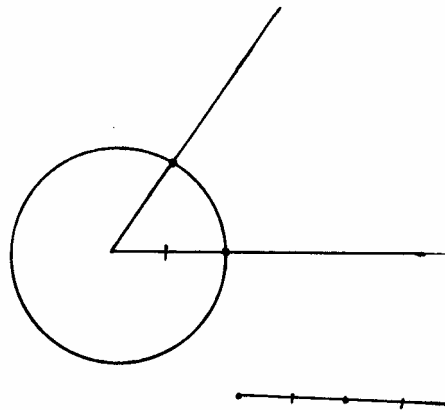
4. Постройте угол в $3 \times 34^\circ = 102^\circ$. Постройте перпендикуляр к одной из его сторон. Оставшийся угол равен $102^\circ - 90^\circ = 12^\circ$.



К-2, В-4.
1.

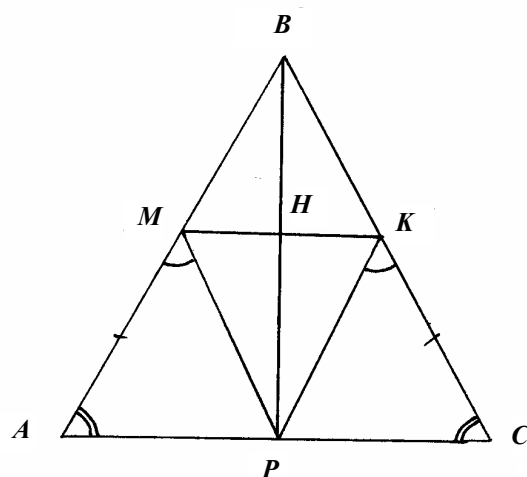


$AO = OD = OB = OC$ как радиусы, $\angle COB = \angle AOD$ как вертикальные
 $\Rightarrow \triangle AOD = \triangle BOC$ по 2-м сторонам и углу между ними.
 2.



Постройте угол, равный данному. Проведите окружность с центром в вершине угла и радиусом в половину данного отрезка. Точки ее пересечения со сторонами угла искомые.

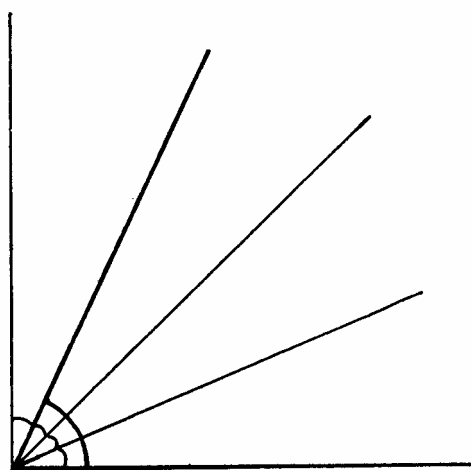
3.



а) Т.к. $\triangle ABC$ – равнобедренный, то $\angle A = \angle C \Rightarrow \triangle AMP = \triangle CKP$ по 2-му признаку $\Rightarrow MP = KP$.

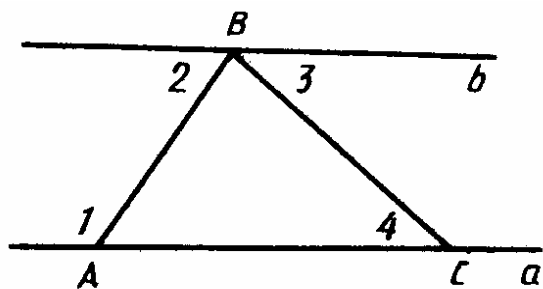
б) $AB = BC$ и $AM = KC \Rightarrow BM = BK$. Из $\triangle AMP = \triangle CKP \Rightarrow AP = PC \Rightarrow BH$ – биссектриса $\Rightarrow \triangle MBH = \triangle KBH$ по 1-му признаку $\Rightarrow \angle MHB = \angle KHB = 90^\circ \Rightarrow BP \perp MK$.

4. Постройте прямой угол. Разделите его на 4 части. Возьмите 3 из них.



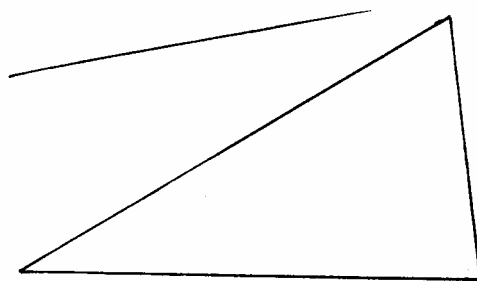
К-3, В-1.

1.



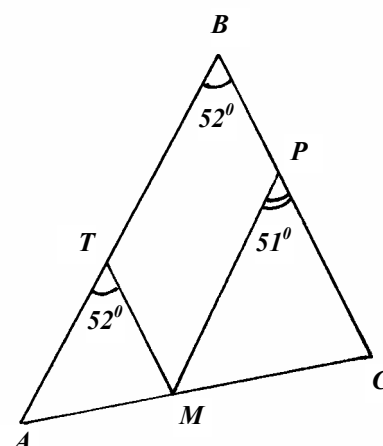
Т.к. $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, то $a \parallel b \Rightarrow \angle 3 = \angle 4 \Rightarrow \angle 4 = 50^\circ$.

2.



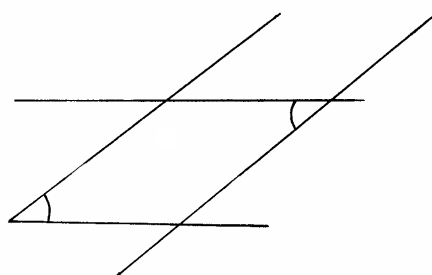
Нет, т.к. тогда они тоже были бы параллельны, но они пересекаются.

3.



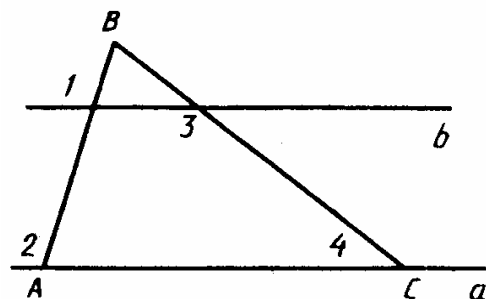
- а) т.к. $\angle ABC = \angle ATM$, то $TM \parallel BC \Rightarrow \angle TMP = \angle MPC = 51^\circ$.
 б) $\angle BTM = 180^\circ - 52^\circ = 128^\circ$, $\angle BTM + \angle TMP = 128^\circ + 51^\circ = 179^\circ \neq 180^\circ \Rightarrow BT$ не параллельна $PM \Rightarrow$ они пересекаются.

4.

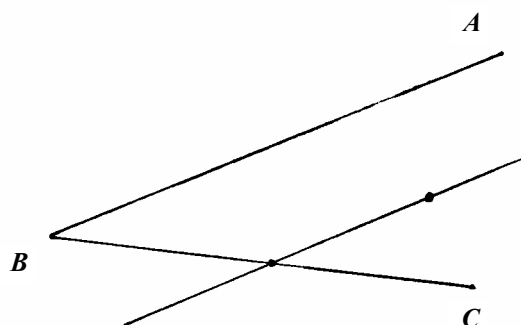


Приложите полосу одной стороной к одной стороне угла. Вдоль другой проведите прямую. Приложите теперь полосу к другой стороне угла и вдоль другой ее стороны проведите прямую. Угол между двумя этими прямыми равен данному.

К-3, В-2.
1.

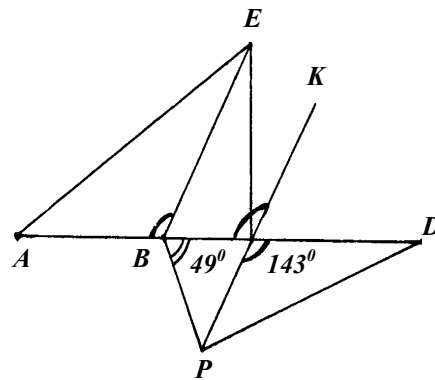


Т.к. $\angle 1 = \angle 2$, то $a \parallel b \Rightarrow \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ \Rightarrow \angle 4 = 40^\circ$.
2.



Да, т.к. иначе эта прямая была бы параллельна двум пересекающимся прямым. Исключение составляет лишь развернутый угол.

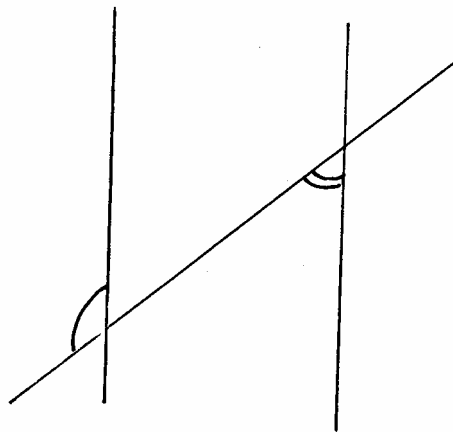
3.



а) $\angle ABE = \angle PCD = \angle ACK \Rightarrow BE \parallel CP$.

б) $\angle CBP \neq \angle ECB \Rightarrow BP$ не параллельна $CE \Rightarrow$ они пересекаются.

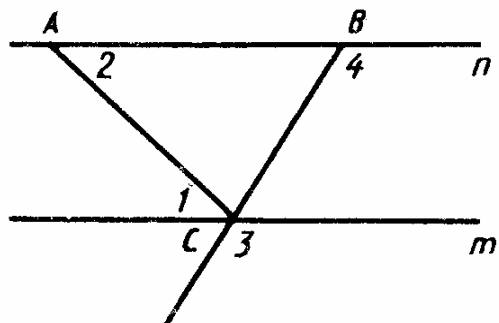
4.



Проведите прямые вдоль каждой стороны полосы. Проведите прямую, пересекающую обе прямых.

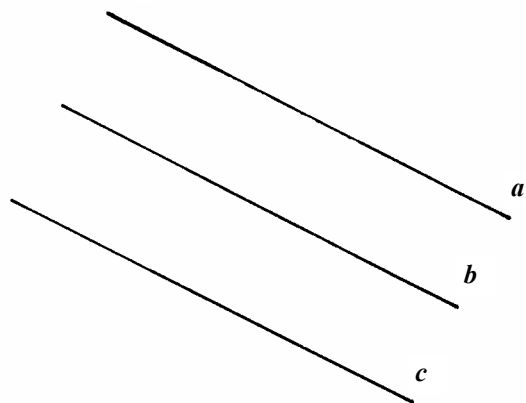
К-3, В-3.

1.



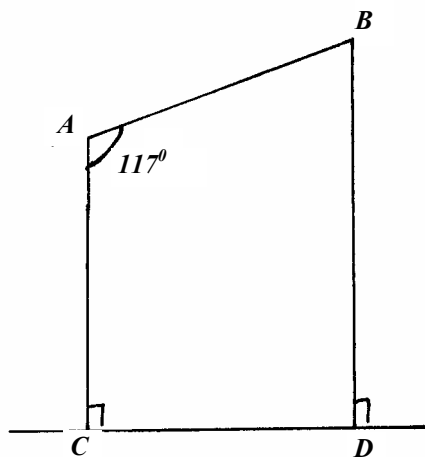
Т.к. $\angle 1 = \angle 2$, то $a \parallel b \Rightarrow \angle 3 = \angle 4 \Rightarrow \angle 4 = 120^\circ$.

2.



Т.к. $a \parallel b$ и $b \parallel c$, то $a \parallel c \Rightarrow a$ и c не имеют общих точек.

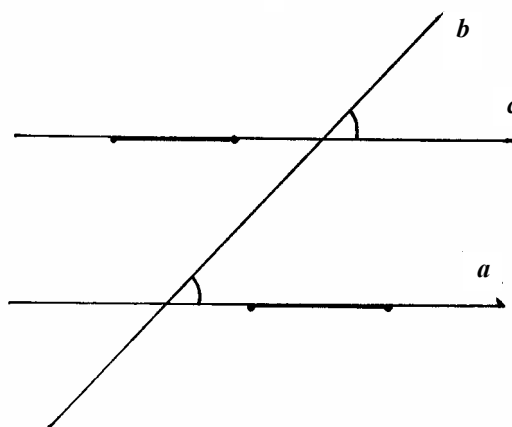
3.



а) Т.к. AC и BD перпендикулярны к одной прямой, то они параллельны $\Rightarrow \angle CAB + \angle ABD = 180^\circ \Rightarrow \angle ABD = 63^\circ$.

б) $\angle BAC + \angle ACD \neq 180^\circ \Rightarrow AB$ не параллельна $CD \Rightarrow$ они пересекаются.

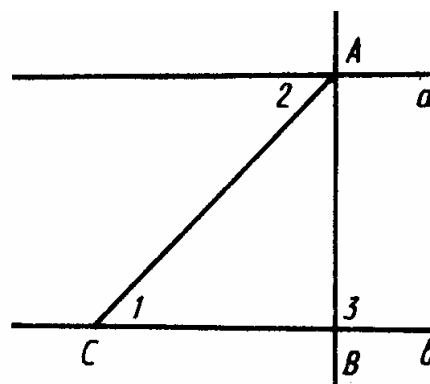
4.



Вдоль сторон угла проведите прямые a и b . Приложите угол одной стороной к прямой b и проведите прямую c во внутреннюю область $\angle ab$. Выберите по отрезку на прямых a и c .

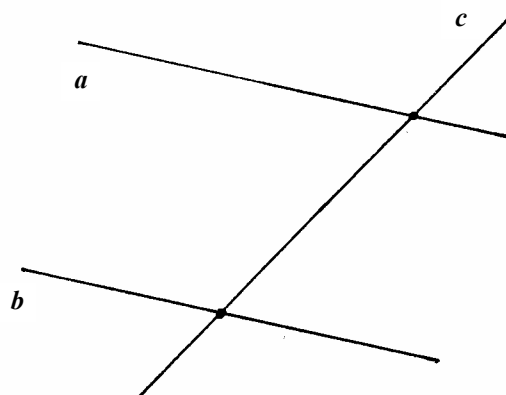
К-3, В-4.

1.



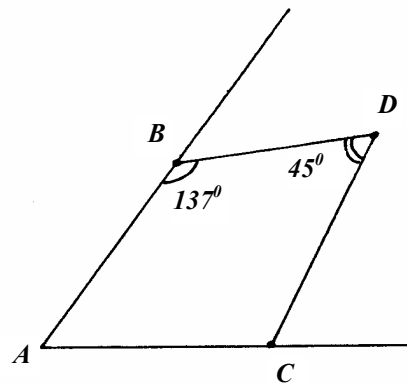
Т.к. $\angle 1 = \angle 2$, то $a \parallel b \Rightarrow AB \perp b$, т.к. $AB \perp a$ и $a \parallel b \Rightarrow \angle 3 = 90^\circ$.

2.



Одну, т.к. иначе через точку пересечения a и c проходило бы две прямых, параллельных данной.

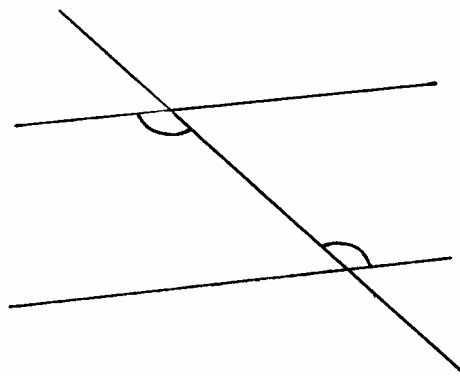
3.



а) $\angle ABD - \angle BAC = 180^\circ \Rightarrow BD \parallel AC \Rightarrow \angle BDC + \angle DCA = 180^\circ \Rightarrow \angle DCA = 135^\circ$

б) $\angle BAC + \angle DCA = 135^\circ + 43^\circ = 178^\circ \neq 180^\circ \Rightarrow AB$ не параллельна $DC \Rightarrow$ они пересекаются.

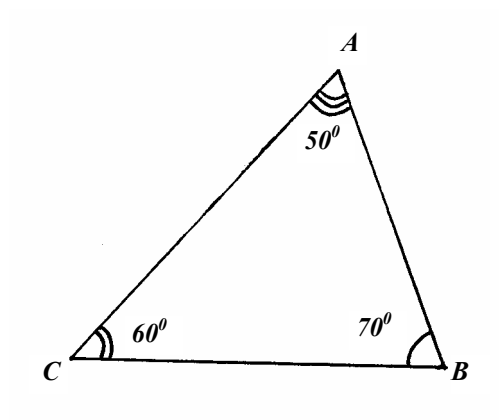
4.



Приложите угол одной стороной к одной из прямых, а вдоль другой проведите прямую до пересечения с другой прямой. С помощью данного угла проверьте, равны ли внутренние накрест лежащие углы.

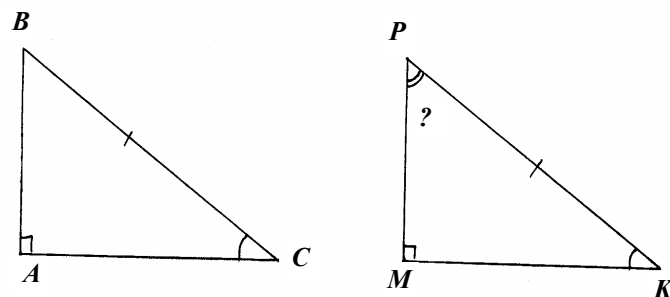
К-4, В-1.

1.



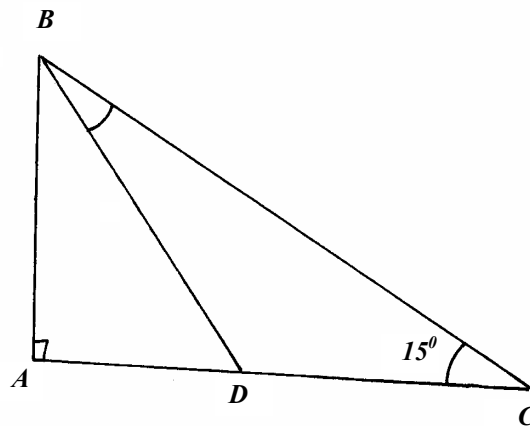
$$\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C = 30^\circ \Rightarrow \angle B > \angle A \Rightarrow AC > BC.$$

2.



Т.к. $AC = \frac{1}{2} BC$, то $\angle B = 30^\circ$. $\triangle ABC = \triangle MPK$ по гипотенузе и острому углу $\Rightarrow \angle P = \angle B = 30^\circ$.

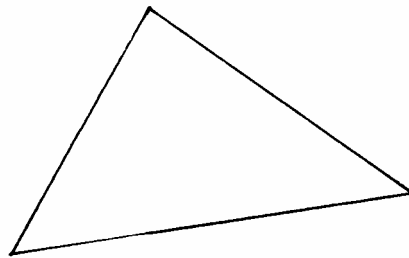
3.



а) $\angle BDA = \angle DBC + \angle C = 30^\circ \Rightarrow BD = 2AB$.

б) $BC < BD + DC = 2BC = 4AB$.

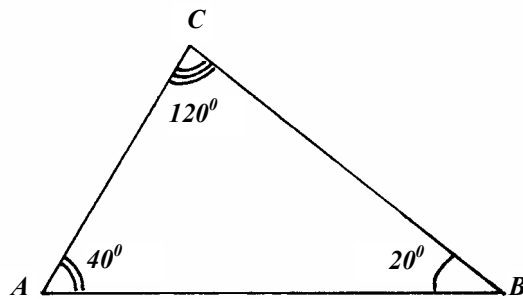
4.



Т.к. все стороны треугольника имеют разные длины \Rightarrow все его углы различны \Rightarrow один из углов меньше $60^\circ \Rightarrow$ при любом разрезе один из образовавшихся треугольников будет иметь угол меньше $60^\circ \Rightarrow$ не будет равносторонним \Rightarrow нельзя.

К-4, В-2.

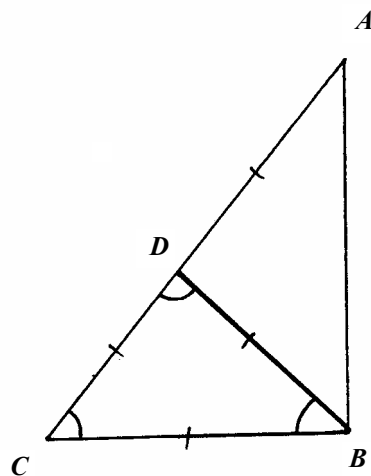
1.



Третий угол равен $180^\circ - 120^\circ - 40^\circ = 20^\circ \Rightarrow \angle C = 120^\circ, \angle B = 20^\circ, \angle A = 40^\circ$, т.к. напротив большей стороны в треугольнике лежит больший угол.

2. $\triangle ABC = \triangle MKP \Rightarrow \angle K = \angle B = 30^\circ \Rightarrow KM = \frac{1}{2} KP$.

3.



а) $\angle DBC = 60^\circ \Rightarrow CD = DB = CB$. $\angle ADB = 120^\circ \Rightarrow \angle DAB = 30^\circ \Rightarrow AD = DB = CB$.

б) $P(ABC) = BC + CD + DA + AB = 3BC + AB < 3BC + BD + DA = 5BC$.

4. Да, любые 4 равных равнобедренных треугольника.

К-4, В-3.

1. Пусть $\angle A = 20^\circ \Rightarrow \angle C = 20^\circ \Rightarrow CB = BA$.

2. $AB + BC > AC$, но $BC = PK \Rightarrow AB + PK > AC$.

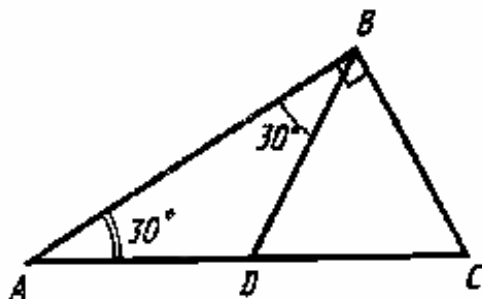
3.

а) $\angle A = 90^\circ - \angle C$. $\angle DBC = 90^\circ - \angle C \Rightarrow \angle A = \angle DBC$.

б) Аналогично доказывается, что $\angle ABD = \angle C$.

Т.к. если $\angle ABD > \angle DBC$, то $AD > DC$, то и если $\angle A < \angle C$, то $AD > DC$.

4.



Можно. Разрезать по линии, составляющей 60° с меньшим катетом треугольника с углами 90° , 60° , 30° .

К-4, В-4.

1. Они равны по катету и острому углу.

2. $AB < CB = 2AC$, т.к. $\angle B = 30^\circ$.

3.

а) $\angle MHC = 180^\circ - \angle M - \angle C = 180^\circ - \angle B - \angle C = \angle A$

б) Если $MH < CM$, то $\angle C < \angle H \Rightarrow \angle C < \angle A \Rightarrow AB < BC$

4. Треугольник можно разрезать на два треугольника только прямым разрезом, проходящим через вершину. Пусть отрезок AM ($M \in BC$) разделит разносторонний $\triangle ABC$ на два равных $\triangle AMB$ и $\triangle AMC \Rightarrow \angle B = \angle C \Rightarrow AB = AC$, чего быть не может \Rightarrow нельзя.

К-5, В-1.

1.

- а) $\angle B = 180^\circ - 2\angle 45^\circ = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ – прямоугольный и равнобедренный.
б) $\triangle ADB = \triangle CDB$ по 1-му признаку.
в) BK и DC перпендикулярны к $DB \Rightarrow$ они параллельны \Rightarrow не пересекаются.
г) $\angle CBK = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$. $\angle KBH = 90^\circ - \angle CBK = 45^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow BK$ – биссектриса внешнего угла при вершине A .
д) Нет, т.к. $\triangle AED = \triangle CED$ по 3-м сторонам \Rightarrow
 $\Rightarrow \angle EDA = \angle EDC = 90^\circ \Rightarrow E \in BD$.

К-5, В-2.

1.

- а) $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 60^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ – равносторонний.
б) Они равны по 1-му признаку.
в) $\angle BMH = \frac{1}{2}(180^\circ - \angle B) = 60^\circ = \angle A \Rightarrow MH \parallel AC$.
г) $\triangle MBH = \triangle MKN \Rightarrow$ равны и их высоты BQ и $QK \Rightarrow$ расстояние от B до MH равно расстоянию от MH до AC .
д) Постройте к каждой стороне серединный перпендикуляр. Точка их пересечения будет искомой.

К-5, В-3.

1.

- а) $\angle B = 180^\circ - \angle A - \angle C = 90^\circ \Rightarrow \triangle ABC$ – прямоугольный.
б) $\angle ACB = \angle CAM$ (т.к. $AM \parallel BC$), $\angle MCA = \angle BAC$ (т.к. $AB \parallel CM$) \Rightarrow
 $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle CMA$ по 2-му признаку.
в) Т.к. $BC \parallel MA$, то $\angle A + \angle B = 180^\circ \Rightarrow AB \perp MA$.
Аналогично доказывается, что $BC \perp MC$, $CM \perp MA$.
г) Т.к. $AB = \frac{1}{2}AC = AO$, то $\angle AOB = \angle ABO$. Т.к. $\angle BAO = 60^\circ$, то
 $\angle AOB = 60^\circ$.
д) Т.к. $\triangle AOB$ – равносторонний, то $AO = OB = OC$.
Т.к. $\triangle ABC = \triangle CMA$, то $BO = MO \Rightarrow AO = BO = CO = MO \Rightarrow$ можно:
описать окружность с центром O и радиусом OA .

К-5, В-4.

1.

- а) $\triangle AOD$ – равносторонний. Постройте отрезок OP . Проведите к нему серединный перпендикуляр. Отметьте на нем точку A . Проведите AO и AD . На продолжении AO и OD отложите $OC = OD$ и
 $OB = OA$.
б) $\triangle AOD = \triangle COB$ по 1-му признаку $\Rightarrow \angle D = \angle C \Rightarrow AD \parallel BC$.

в) $OM < AO = OC \Rightarrow OM < OC$

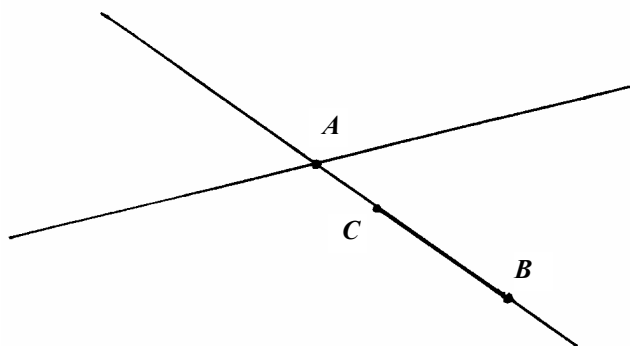
г) $\Delta AOC = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \Rightarrow \angle OAC = \angle CAO = \frac{1}{2}(180^\circ - 120^\circ) = 30^\circ \Rightarrow \angle EAC = \angle ECA = 60^\circ \Rightarrow \angle AEC = 60^\circ$.

д) $MO = OH$ (это следует из равенства ΔAOD и ΔCOB). А поскольку это медиана \Rightarrow это и высота \Rightarrow точки M, O, H лежат на одной прямой \Rightarrow точка O – середина ΔBMH .

Математические диктанты

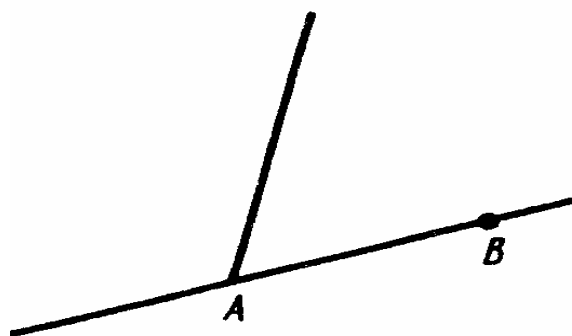
МД-1, В-1.

1.

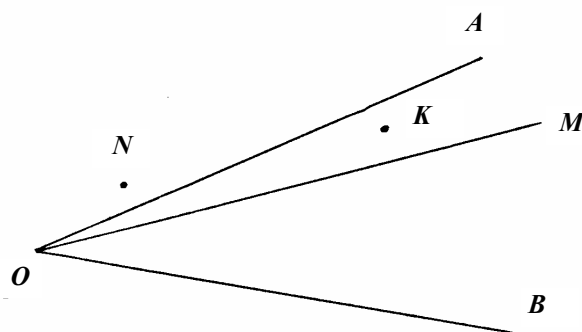


Точка A .

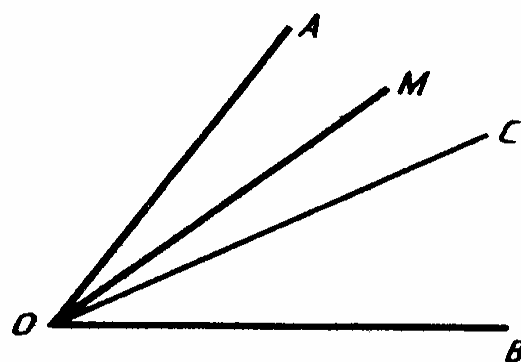
2. 5 лучей.



3.



4.



а) Серединой отрезка называется точка, лежащая на отрезке и равноудаленная от его концов.

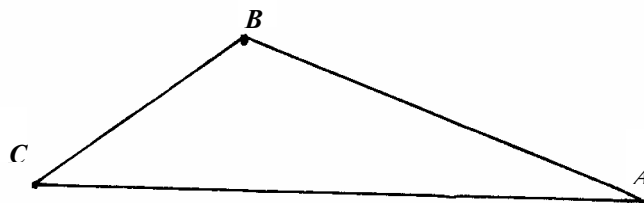
б) $\angle MOB = \angle MOC + \angle COB = \angle AOB + \angle COB > \angle AOM$.

5.



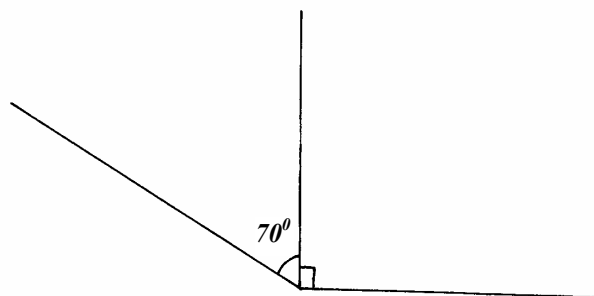
$$BC = AC - AB = 6 \text{ (см)}.$$

6.



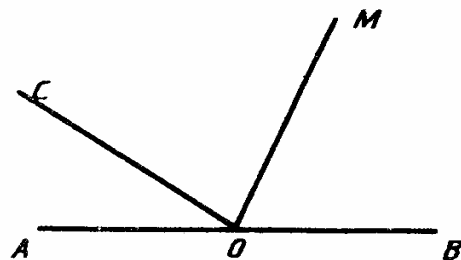
Нет, т.к. $AC < AB + BC$

7.



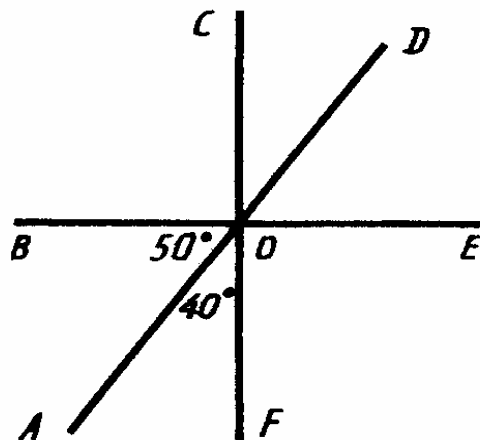
$$160^\circ = x + (x + 20^\circ) \Rightarrow x = 70^\circ. \text{ Ответ: } 90^\circ \text{ и } 70^\circ.$$

8.

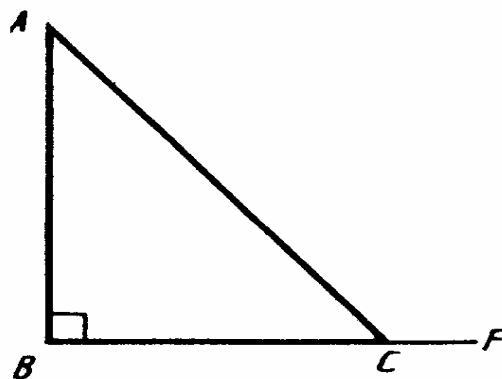


$$\angle MOB = \frac{1}{2} \angle MOB = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle AOC) = 70^\circ$$

9.



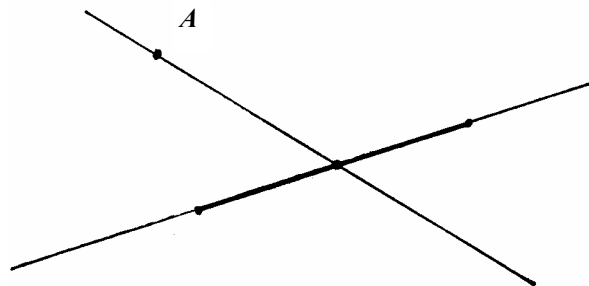
$\angle COD$
10.



Нет, т.к. внешний угол больше любого не смежного с ним.

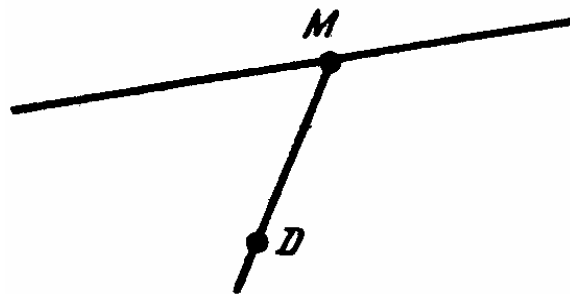
МД-1. В-2.

1.



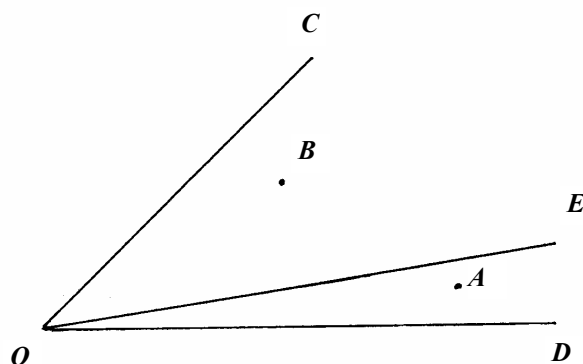
Точка A .

2.



5 лучей

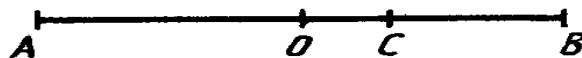
3.



4.

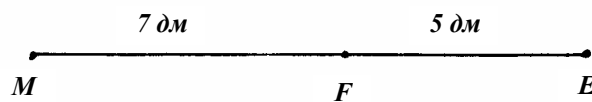
а) Луч, проведенный из вершины угла во внутренней его области, составляющий равные углы со сторонами угла.

б)



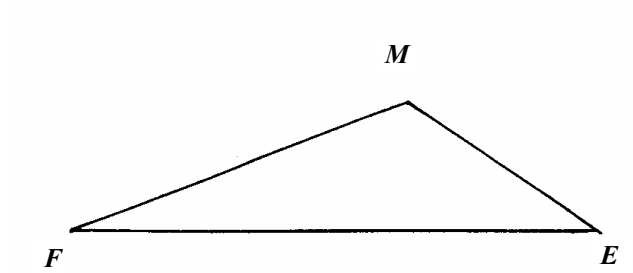
$AC > CB$.

5.



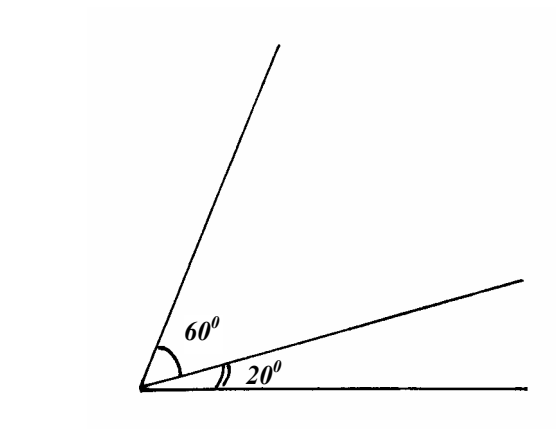
$$FM = 12 - 5 = 7 \text{ (дм)}.$$

6.



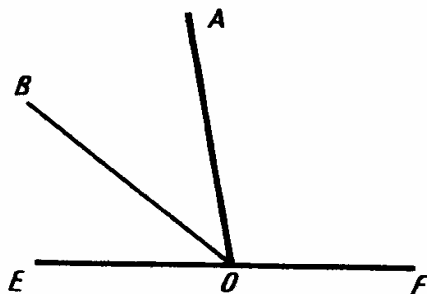
Нет, т.к. $EF < EM + EM$

7.



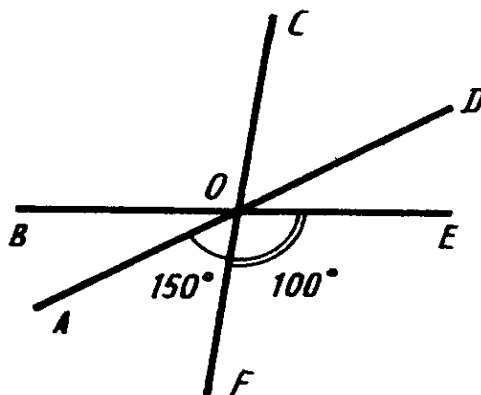
$80^\circ = x + 3x \Rightarrow x = 20^\circ$. Ответ: 20° и 60° .

8.



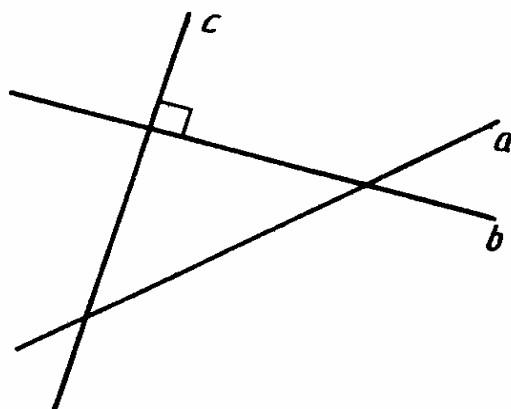
$$\angle AOB = \frac{1}{2} \angle AOE = \frac{1}{2} (180^\circ - \angle AOF) = 40^\circ.$$

9.



$\angle COD$, т.к. он вертикальный с $\angle AOF$.

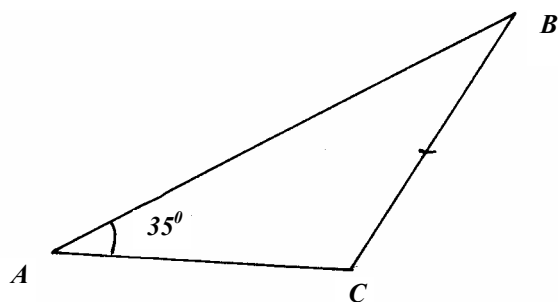
10.



Нет, т.к. тогда бы a было параллельно c , что не так.

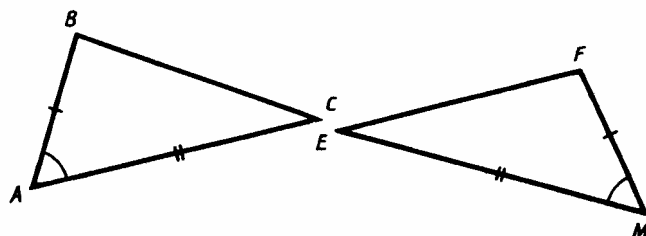
МД-2. В-1.

1.

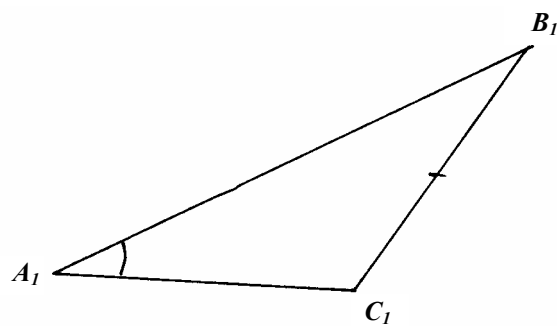


$\angle A_1 = 35^\circ$

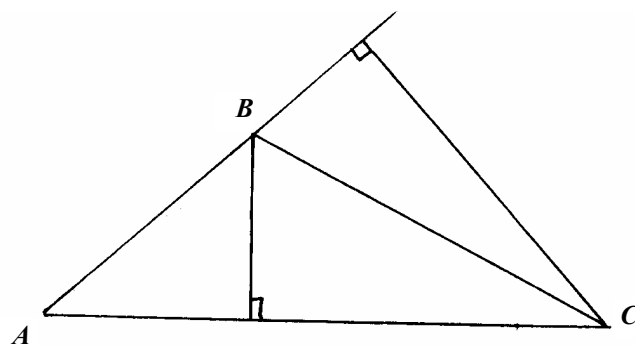
2.



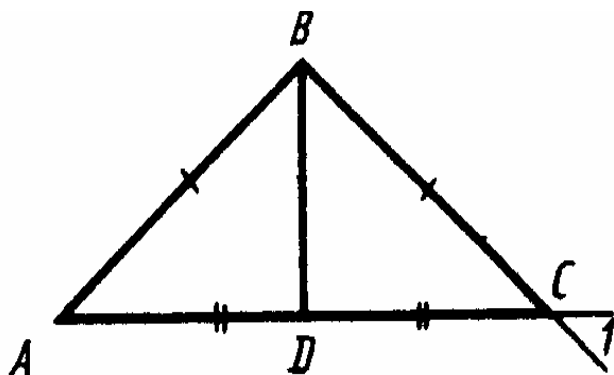
$BC : EF = 1$, т.к. $BC = EF$, т.к. $\triangle ABC = \triangle MFE$ по 1-му признаку.
3.



Медианой треугольника называется отрезок, соединяющий вершиной с серединой противоположной стороны.
4.

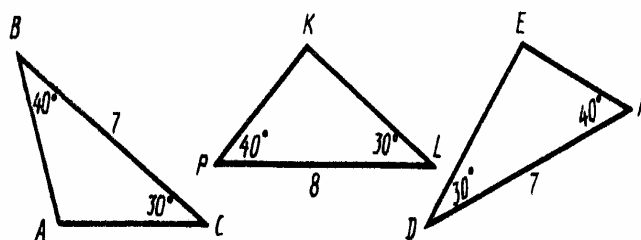


5.



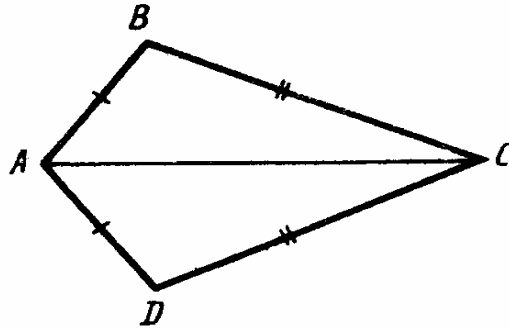
$\angle 1 = \angle C = \angle A = 40^\circ$. $\angle BOC = 90^\circ$, т.к. медиана равнобедренного треугольника, проведенная к основанию, является высотой.

6.



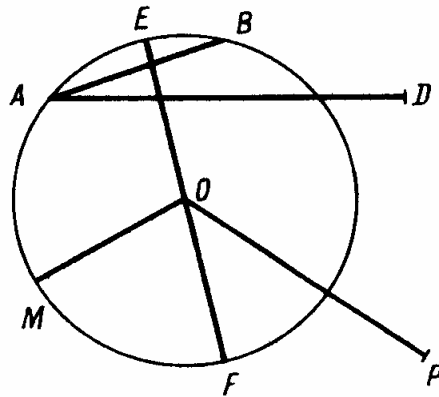
$\triangle BCA$ и $\triangle FDE$ равны по стороне и двум прилежащим к ней углам.

7.



Да, т.к. $\triangle ABC = \triangle ADC$ по 3-м сторонам $\Rightarrow \angle BCA = \angle DCA \Rightarrow$
 $\Rightarrow BL$ – биссектриса

8.



Диаметр: EF . Хорды: AB . Радиусы: MO, OE, OF .

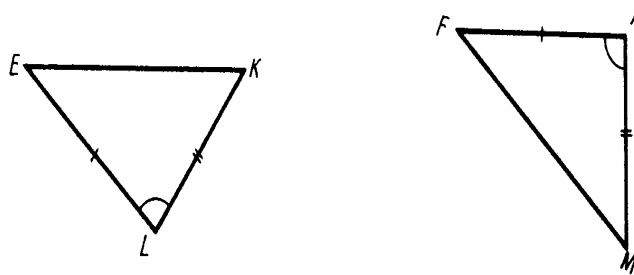
9. См. задачу В1. С-12.1.

10. См. задачу В1. С-24.2.

МД-2. В-2.

1. $EM = E_1M_1 = 7$ см, т.к. $\triangle EFM = \triangle E_1F_1M_1$.

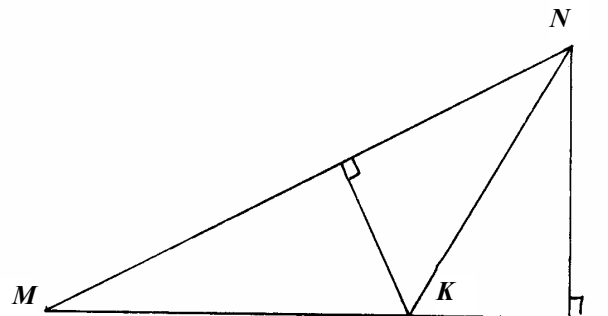
2.



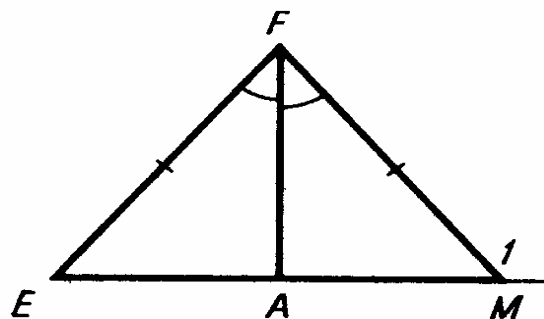
$\angle F = \angle E = 40^\circ$, т.к. $\Delta ELK = \Delta FAM$ по 1-му признаку.

3. Высотой треугольника называется отрезок, перпендикулярный стороне треугольника и проходящий через противоположную вершину.

4.



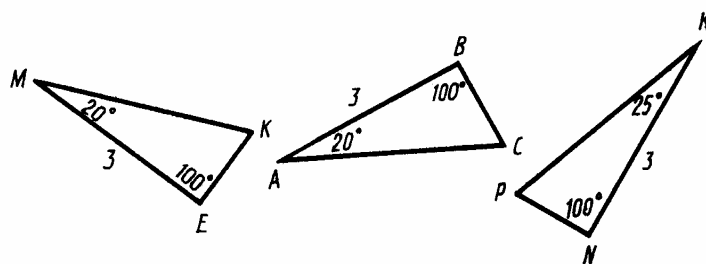
5.



$$\angle 1 = 180^\circ - \angle FMA = 180^\circ - \angle FEA = 130^\circ.$$

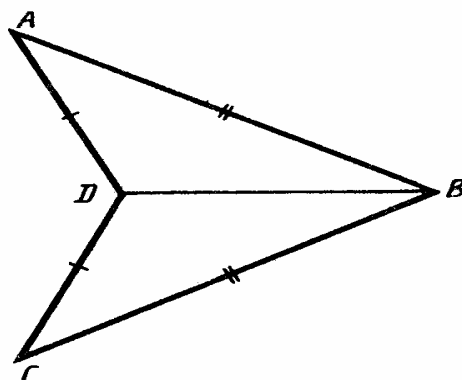
$\angle FAE = 90^\circ - \angle FEA = 40^\circ$, т.к. $FA \perp EM$, т.к. FA – биссектриса и $\triangle FEM$ – равнобедренный.

6.



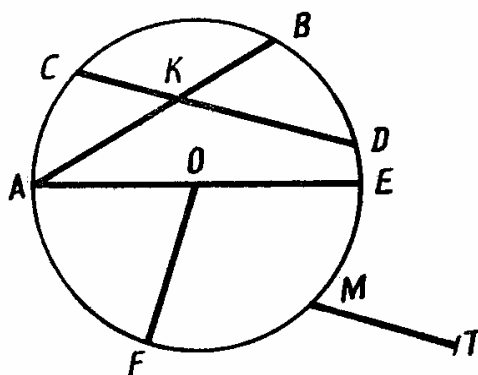
$\triangle MEK = \triangle ABC$ по стороне и двум прилежащим углам.

7.



Т.к. $\triangle ADB = \triangle CDB$ по 3-м сторонам $\Rightarrow \angle ABD = \angle CBD$.

8.



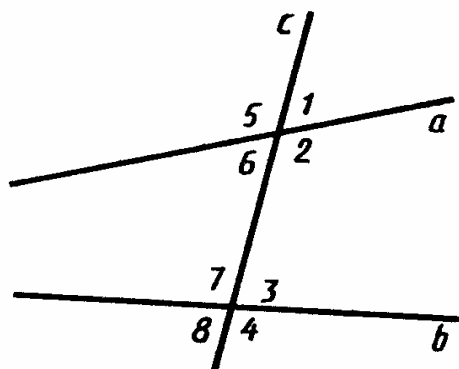
Радиусы: AO, FO, EO . Хорды: AB, CD . Диаметр: AE .

9. См В2. С-12.2.

10. См. В1. С-24.2

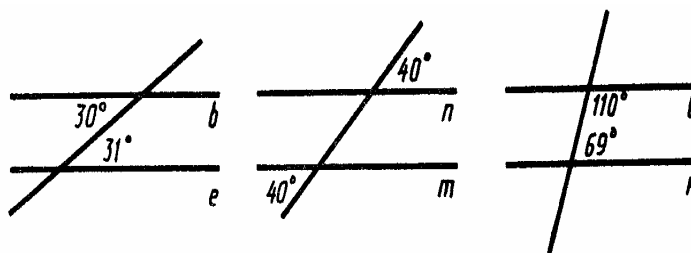
МД-3. В-1.

1.



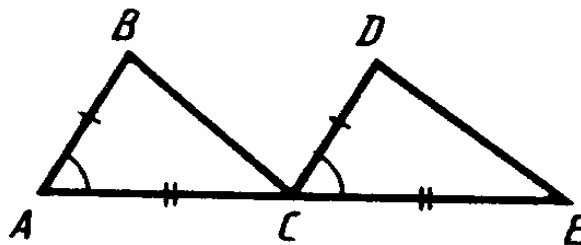
Накрест лежащие: $\angle 6$ и $\angle 3$, $\angle 2$ и $\angle 7$, односторонние: $\angle 6$ и $\angle 7$, $\angle 2$ и $\angle 3$. Соответственные: $\angle 1$ и $\angle 3$, $\angle 5$ и $\angle 7$, $\angle 8$ и $\angle 6$, $\angle 2$ и $\angle 4$.

2

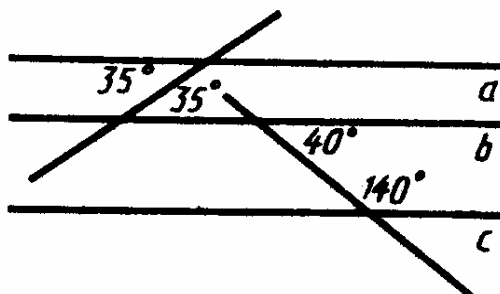


$m \parallel n$, т.к. равны соответственные углы

3.

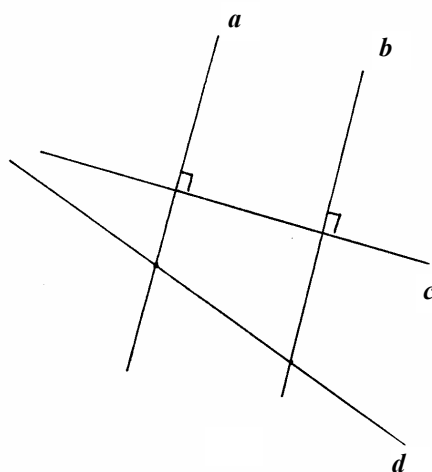


Нет, т.к. из равенства треугольников следует, что $\angle BCA = \angle DEC$.
4.



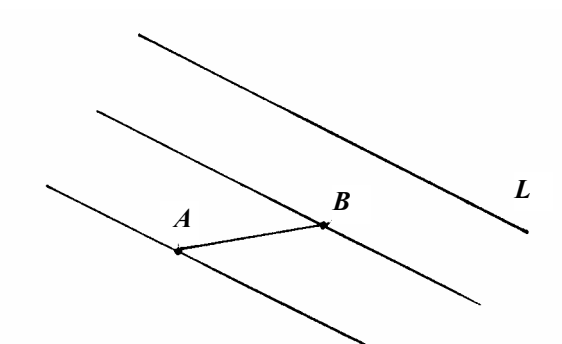
Нет, т.к. $a \parallel b, b \parallel c \Rightarrow a \parallel c$.

5.



Т.к. $a \perp c$ и $b \perp c$, то $a \parallel b$. Т.к. d пересечет a , то d пересечет и b , т.к. иначе через точку пересечения a и d проходило бы две параллельные b .

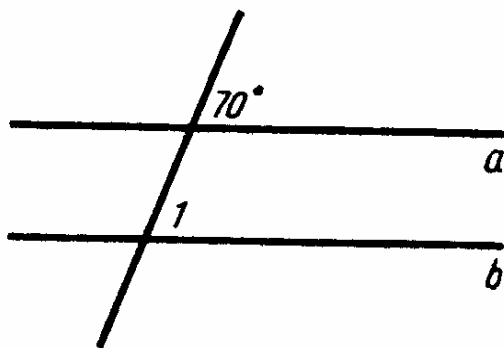
6.



Приложите угольник одним катетом к l , а вдоль другого проведите прямую так, чтобы она проходила через точку B . Приложите угольник одним катетом к этой прямой, а вдоль другого проведите прямую так, чтобы она проходила точку A . Аналогично постройте прямую, проходящую через точку A .

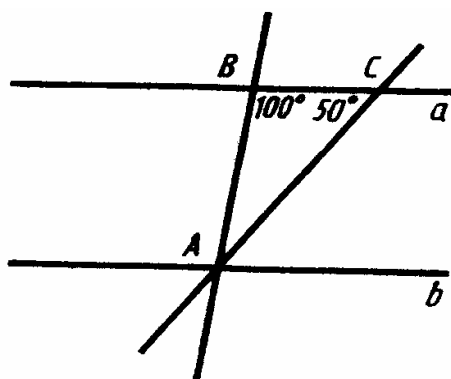
7. См. задачу В1. С-23.2.

8.



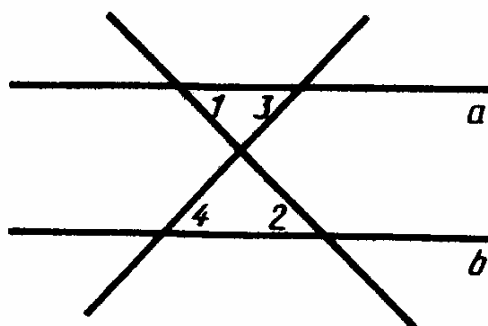
$\angle 1 = 70^\circ$, т.к. это соответственные углы при параллельных прямых.

9.



$$180^\circ - 100^\circ - 50^\circ = 30^\circ.$$

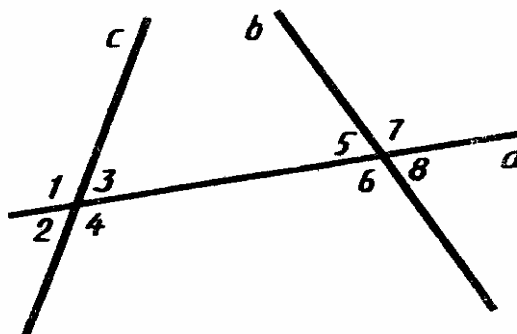
10.



$\angle 1 = \angle 2 \Rightarrow a \parallel b \Rightarrow \angle 3 = \angle 4$ как накрест лежащие углы.

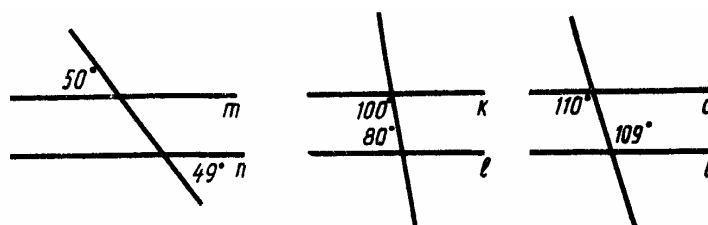
МД-3. В-2.

1.



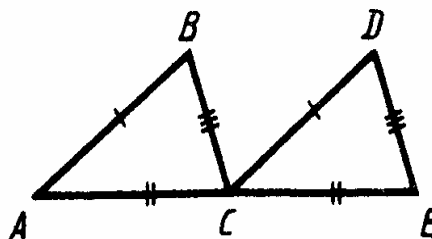
Накрест лежащие: $\angle 3$ и $\angle 6$, $\angle 4$ и $\angle 5$; соответственные: $\angle 1$ и $\angle 5$, $\angle 2$ и $\angle 6$, $\angle 3$ и $\angle 7$, $\angle 4$ и $\angle 8$; односторонние: $\angle 3$ и $\angle 5$, $\angle 2$ и $\angle 6$.

2



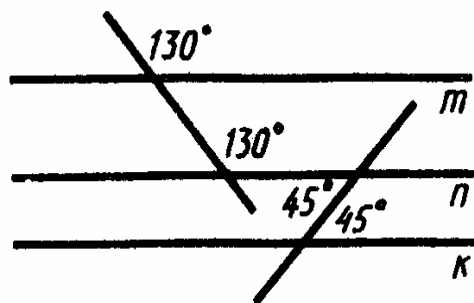
$k \parallel c$, т.к. сумма внутренних односторонних углов равна 180° .

3.



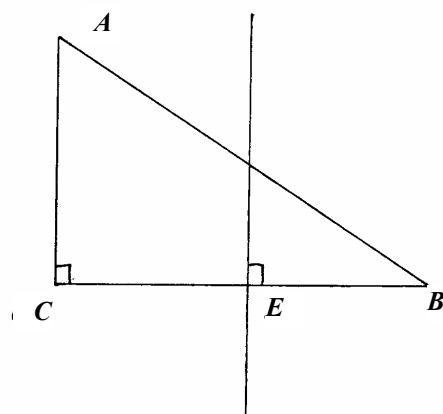
Нет, т.к. из равенства треугольников следует, что $\angle BAC = \angle DCF \Rightarrow AB \parallel DC$.

4.



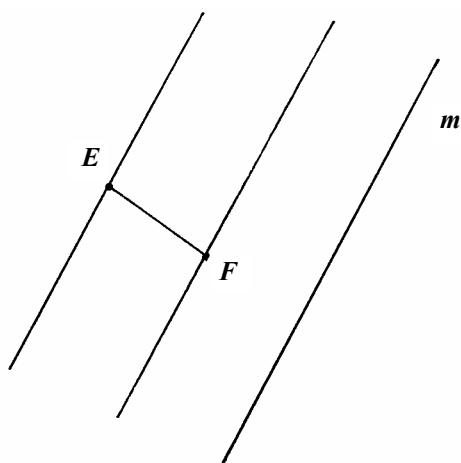
Нет, т.к. $m \parallel n$ и $n \parallel k \Rightarrow m \parallel k$.

5.



Нет, т.к. они параллельны, т.к. соответствующие углы равны.

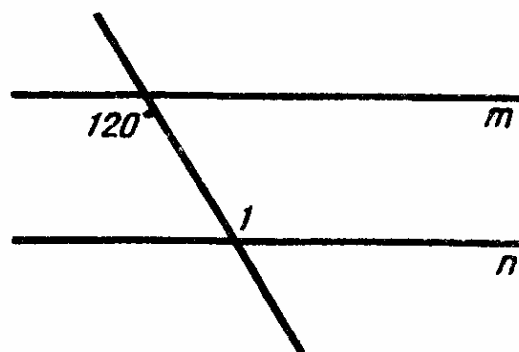
6.



Решается аналогично МД-3. В-1.6.

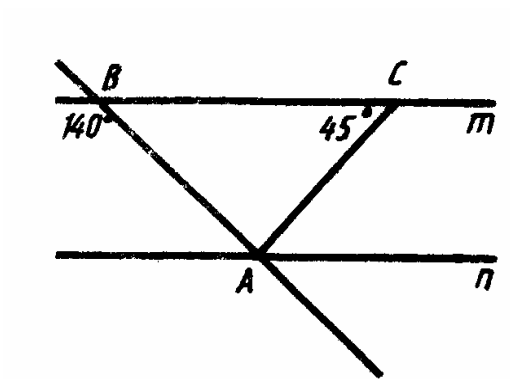
7. См. задачу В-1. С-23.2.

8.



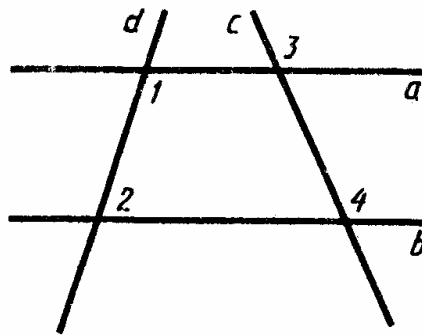
Т.к. $m \parallel n$, то $\angle 1 = 120^\circ$.

9.



$$\angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle BCA = 180^\circ - (180^\circ - 130^\circ) - 45^\circ = 95^\circ.$$

10.



Т.к. $\angle 1 + \angle 2 = 180^\circ$, то $a \parallel b \Rightarrow \angle 3 = \angle 4$.

МД-4. В-1.

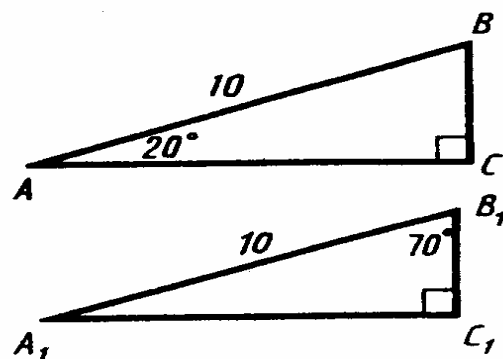
1. $180^\circ - 2 \cdot 20^\circ = 140^\circ$.

2. Т.к. $AB < BC$, то $\angle C < \angle A$.

3. 90° , т.к. BD еще и высота.

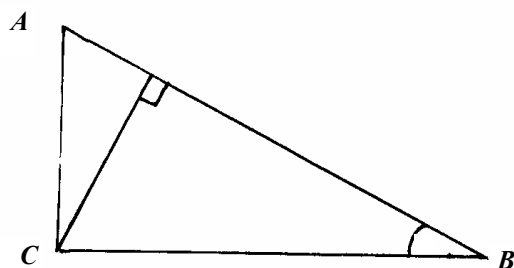
4. 1 см, т.к. $2 \text{ см} > 1 \text{ см} + 0,9 \text{ см}$.

5.



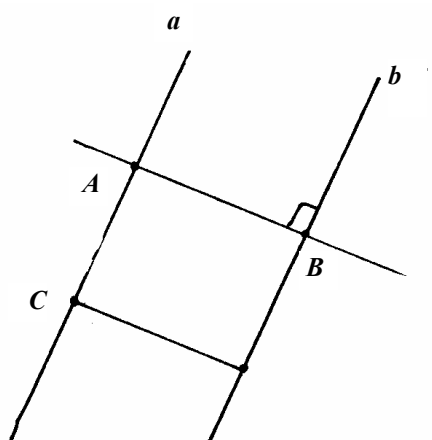
$\angle A_1 = 90^\circ - 79^\circ = 20^\circ \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ по гипотенузе и острому углу $\Rightarrow AC = A_1C_1 \Rightarrow \frac{AC}{A_1C_1} = 1$.

6.



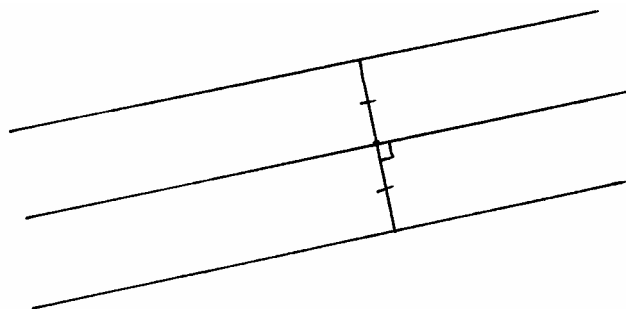
Половине AC , т.к. $\angle BAC = 30^\circ \Rightarrow 5$ см.

7.



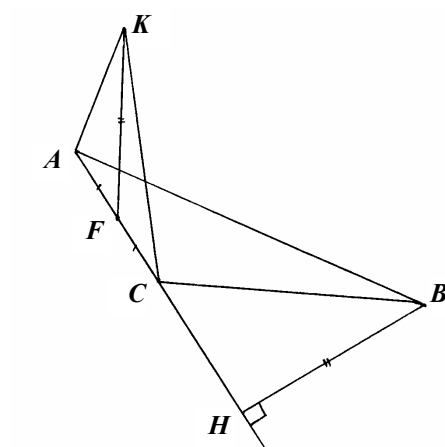
7 см.

8.



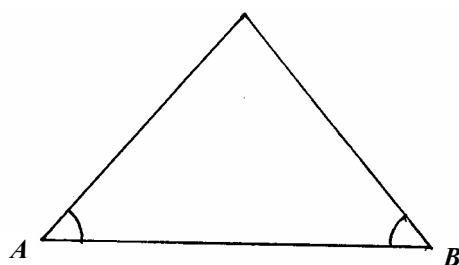
Постройте отрезок, перпендикулярный к обеим прямым и проведите к нему серединный перпендикуляр.

9.



Разделите AC пополам. F – середина AC . В точке F восставьте перпендикуляр FK , равный BH ($BH \perp AC$). Соедините K с точками A и C . $\triangle ACK$ – искомый.

10.



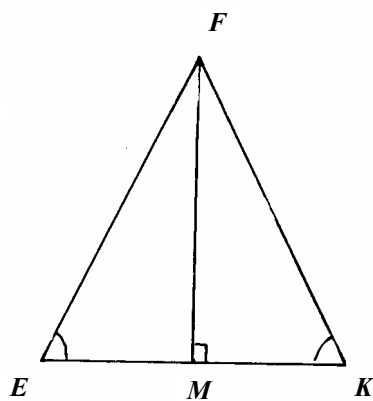
Нарисуйте основание. Отложите от него углы, равные данному, в одну сторону. Точка пересечения их сторон даст 3-ю вершину треугольника.

МД-4. В-2.

1. $30^\circ + 100^\circ = 130^\circ$

2. Т.к. $\angle A < \angle C$, то $BC < AB$.

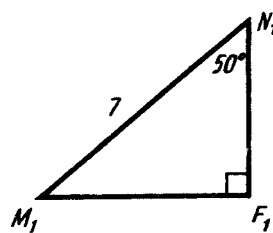
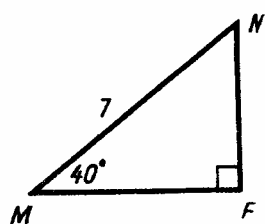
3.



$\angle EFM = \angle MFK$, т.к. FM еще и биссектриса.

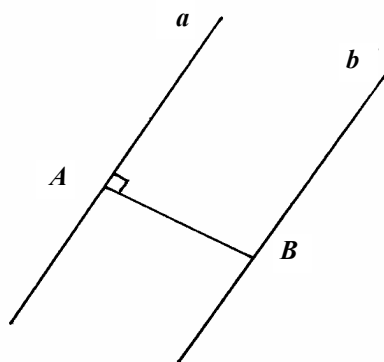
4. 2 см.

5.



6. 16 см

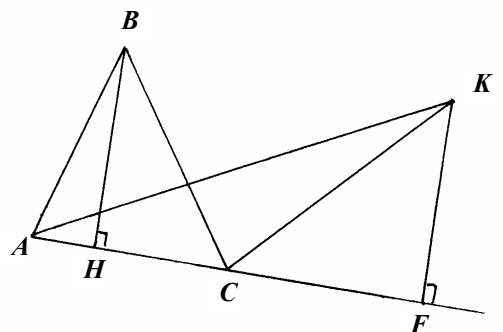
7.



12 см

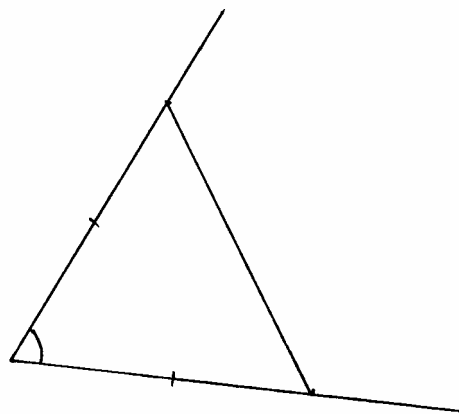
8. См. задачу В-1.С-23.2.

9.



Начертите остроугольный треугольник ABC . Продлите сторону AC за точку C на $CF = AC$. В точке F восставьте перпендикуляр FK , равный BH ($BH \perp AC$). Соедините точки K и A . $\triangle ACK$ – искомый.

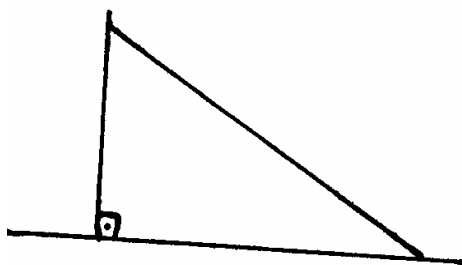
10.



Постройте угол, равный углу при вершине. На его сторонах отложите от вершины отрезки, равные боковым сторонам. Соедините их концы.

Геометрические построения С. 100

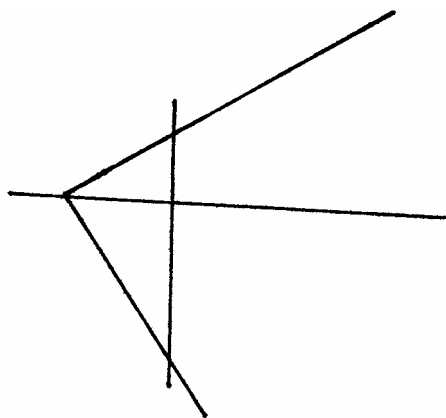
а)



Нарисуйте прямую. Отложите на ней отрезок, равный катету. В одном его конце восставьте перпендикуляр. От другого отложите угол, равный данному.

б) Постройте угол, равный 90° – данный (и дальше как в п. а)).

в)



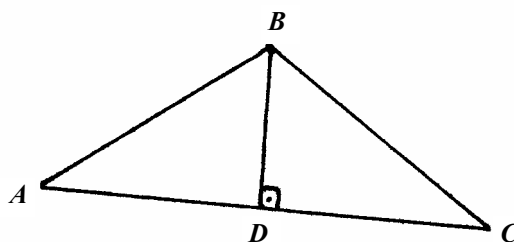
Постройте угол, дополняющий данный до 90° . Проведите прямую. Выберите на ней точку. Отложите от нее углы (равный данному и дополняющий его) в разные стороны. От вершины во внутреннюю

область полученного угла отложите отрезок, равный высоте. И через его конец проведите перпендикулярную прямую.

Равнобедренный треугольник С. 100

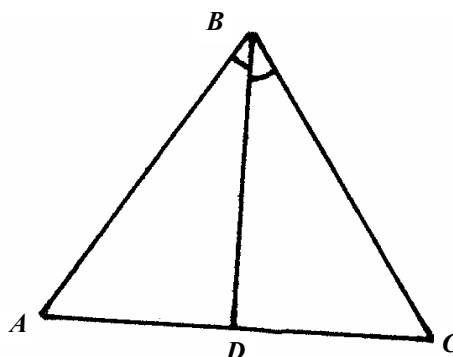
а) Пусть основание треугольника равно x , тогда боковая сторона $x - 8 \Rightarrow 2x - 16 + x = 38 \Rightarrow 3x = 54 \Rightarrow x = 18$, т.е. основание – 18 см, боковая сторона – 10 см.

б)



$$P(ABC) = 2P(ABD) - 2BD = 2 \cdot 24 - 2 \cdot 8 = 32 \text{ (см).}$$

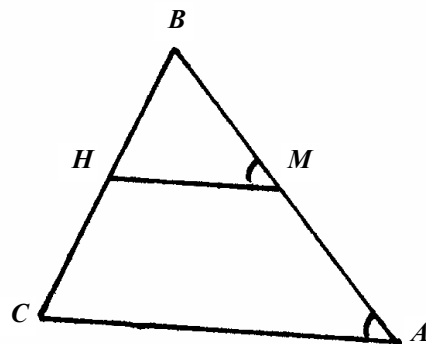
в)



$$P(ABC) = 2P(ABD) - 2BD \Rightarrow BD = \frac{-P(ABC) + 2P(ABD)}{2} = \frac{48 - 36}{2} = 6 \text{ (см).}$$

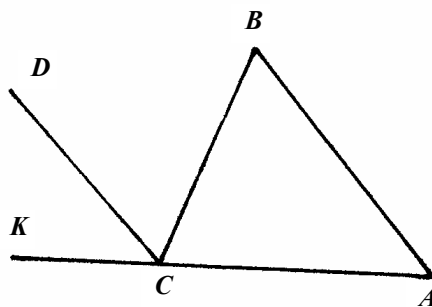
Параллельные прямые ! С-100!

а)



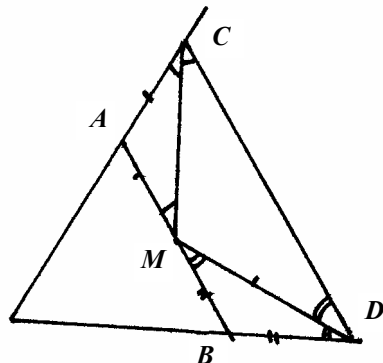
Т.к. $\angle A = \angle BMH$, то $MH \parallel AC \Rightarrow \angle BHM = \angle C = 60^\circ \Rightarrow \angle MHC = 120^\circ$.

б)



$\angle BCK = 180^\circ - 80^\circ = 100^\circ \Rightarrow \angle DCK = 50^\circ \Rightarrow PC \parallel AB$.

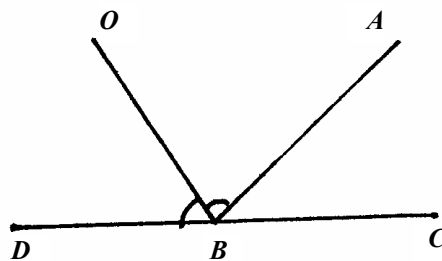
в)



Т.к. $AB \parallel CD$, то $\angle AMC = \angle MCD$ и $\angle BMD = \angle MDC \Rightarrow AC = AM$ и $MB = MD \Rightarrow AB = AM + MB = AC + BD$.

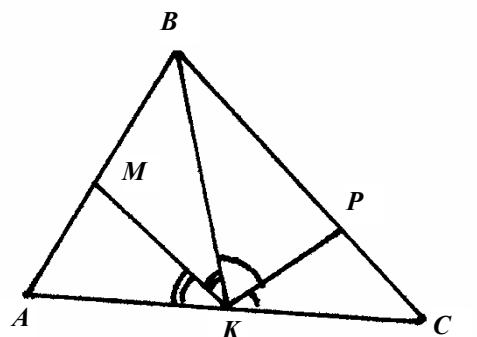
Смежные углы С. 101

а)



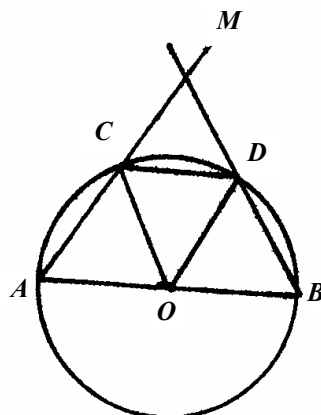
$$\angle ABD = 80^\circ - \angle ABC = 140^\circ \Rightarrow \angle OBD = \frac{1}{2} 140^\circ = 70^\circ$$

б)



$$180^\circ = 2\angle MKB + 2\angle BKP \Rightarrow 90^\circ = \angle MKB + \angle PKB = \angle MKP$$

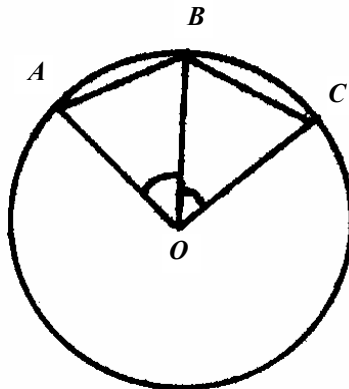
в)



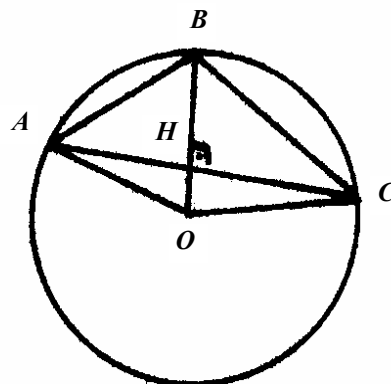
$$\begin{aligned} \triangle AOC &= \triangle COD = \triangle DOB \text{ по 3-м сторонам } \Rightarrow \\ \Rightarrow \angle AOC &= \angle COD = \angle DOB \Rightarrow \text{эти углы равны } 60^\circ \Rightarrow \\ \Rightarrow \triangle ODB &\text{ – равносторонний } \Rightarrow OB = DB = AC. \end{aligned}$$

Окружность С. 101

а)

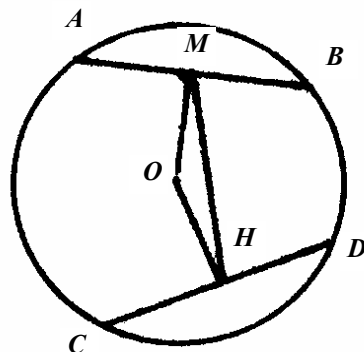


$\triangle AOB = \triangle BOC$ по 1-му признаку $\Rightarrow \angle OAB = \angle OCB$.
б)



$\triangle AHO = \triangle CHO$ по катету и гипотенузе $\Rightarrow \angle AOB = \angle BOC \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle AOB = \triangle BOC$ по 1-му признаку $\Rightarrow AB = BC$.

в)



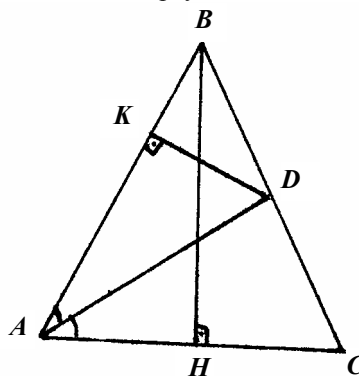
$\triangle AOB = \triangle COD$ по 3-м сторонам $\Rightarrow OM = OH \Rightarrow \angle OMH = \angle OHM$

Геометрические построения С. 101

а) Разделите отрезок, равный сумме боковых сторон, пополам и постройте треугольник по основанию и боковой стороне.

б) Разделите одну сторону треугольника пополам, постройте отрезок, равный $\frac{3}{2}$ этой стороны. Прodelайте то же с другими сторонами. Постройте искомый треугольник по 3-м сторонам.

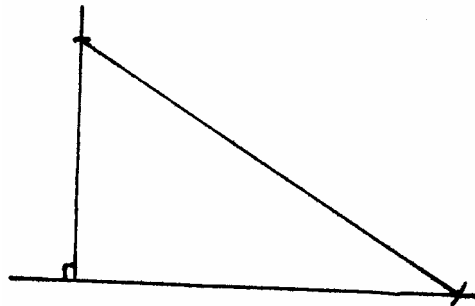
в)



$\triangle ADK$ постройте по катету и гипотенузе. Постройте $\angle DAC$, равный $\angle KAD$. Постройте AC . Проведите к ней серединный перпендикуляр BH . Проведите BA и BC .

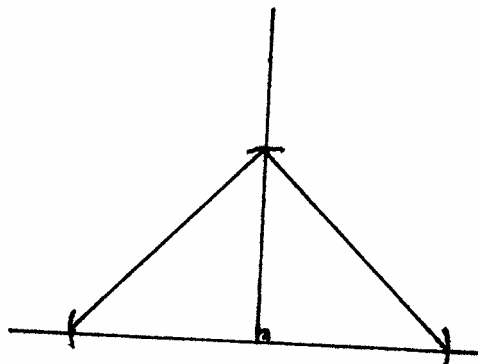
Задачи на построение С. 101

а)



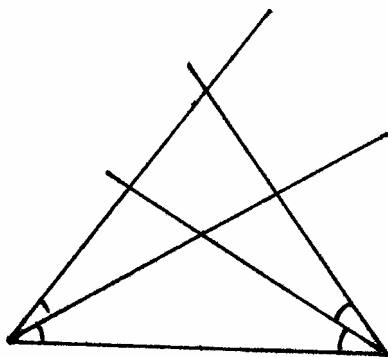
Нарисуйте прямую. Постройте к ней перпендикуляр, равный половине гипотенузы. Проведите окружность с центром в его конце и радиусом, равным гипотенузе. Точка ее пересечения с 1-й прямой – 3-я вершина с углом в 30° .

б)



Нарисуйте гипотенузу. Проведите к ней серединный перпендикуляр. Отложите на нем отрезок, равный половине гипотенузы. Соедините его конец с концами гипотенузы.

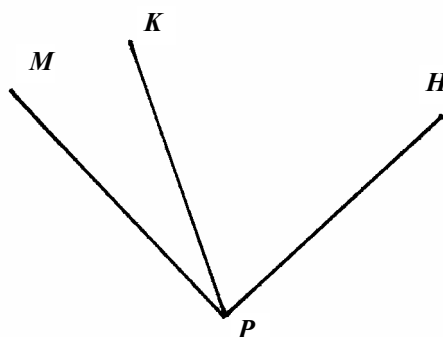
в)



Нарисуйте основание AC . Отложите от него углы, равные данному. От AA_1 и BB_1 отложите еще по углу, равному данному. Их стороны пересекутся в точке C . $\triangle ABC$ – искомый.

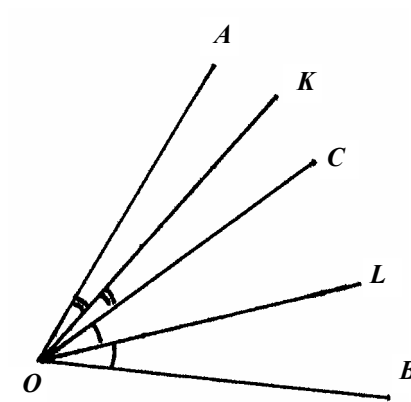
Начальные понятия по геометрии С. 102

а)



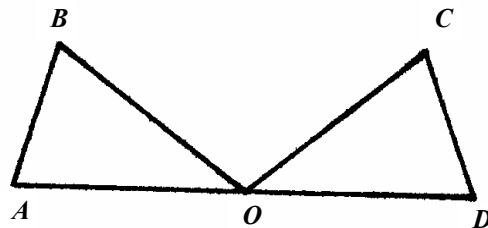
Пусть $\angle MPK = x \Rightarrow \angle KPH = 4x$. $5x = 105^\circ \Rightarrow x = 21^\circ$.

б)



$$\angle KOL = \angle KOC + \angle COL = \frac{1}{2} \angle AOB = 21,5^\circ.$$

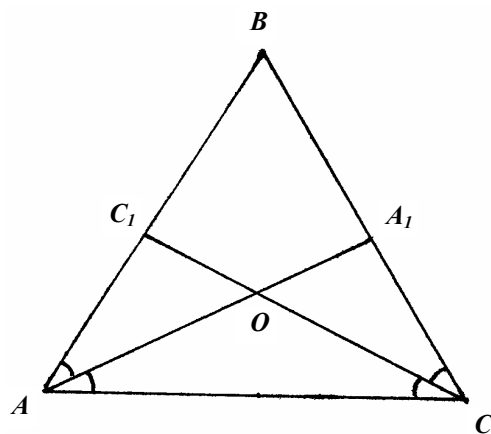
в)



$\triangle AOB = \triangle COD$ по 3-м сторонам $\Rightarrow \angle AOB = \angle COD \Rightarrow$
 $\Rightarrow \angle AOC = \angle BOD \Rightarrow \triangle AOC = \triangle BOD \Rightarrow AC = BD$

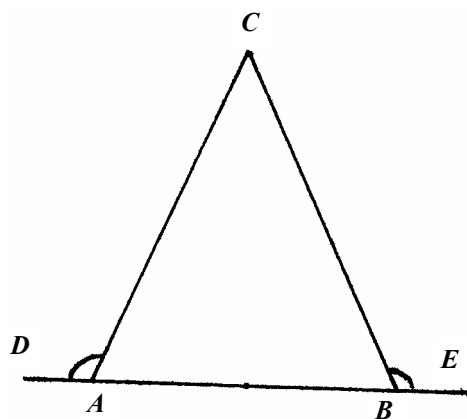
Равнобедренный треугольник С. 102

а)



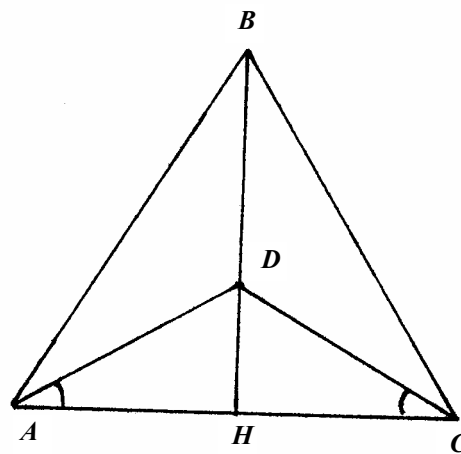
Т.к. $\angle A = \angle C$, то $\angle OAC = \angle OCA \Rightarrow \triangle AOC$ – равнобедренный.

б)



Т.к. $\angle CAD = \angle CBE$, то $\angle A = \angle B \Rightarrow AC = CB \Rightarrow$
 $\Rightarrow AB < AC + CB = 2AC$

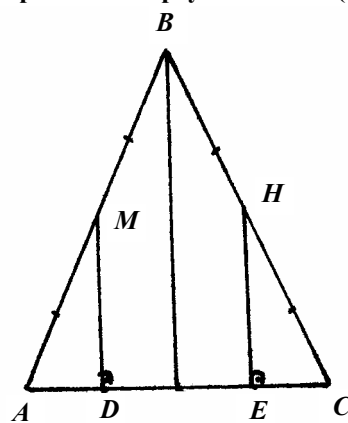
в)



$\triangle ADH = \triangle CDH$ по катету и острому углу $\Rightarrow AH = HC \Rightarrow$
 $\Rightarrow BH$ – высота \Rightarrow точка пересечения высот лежит на $BH \Rightarrow$
 \Rightarrow и на BD .

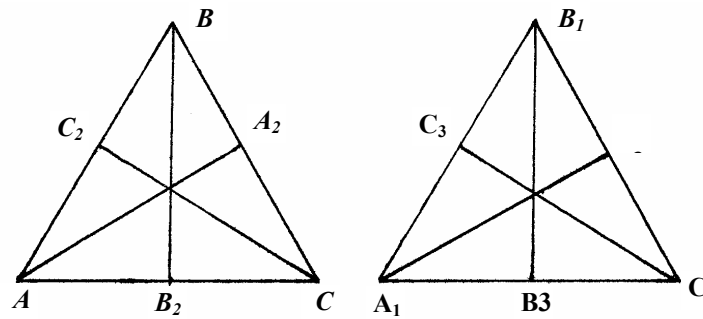
Признаки равенства треугольников (102)

а)



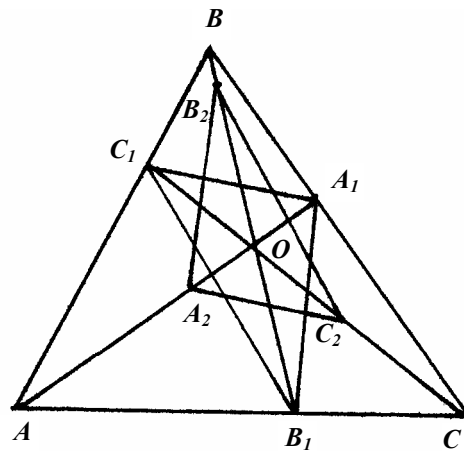
$\triangle AMD = \triangle CHE$ по катету и острому углу

б)



$\triangle AOC_2 = \triangle A_1O_1C_3$ по катету и острому углу $\Rightarrow AC_2 = A_1C_3 \Rightarrow$
 $\Rightarrow AB = A_1B_1 \Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ по 3-м сторонам

в)

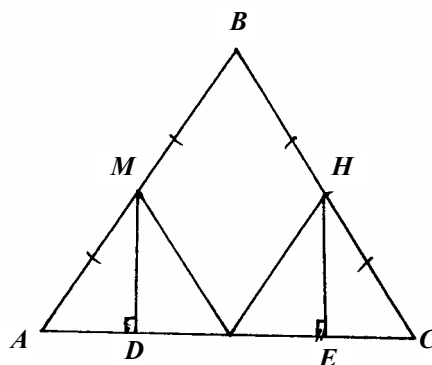


$\triangle A_2OB_2 = \triangle A_1OB_1$ по 1-му признаку $\Rightarrow A_1B_1 = A_2B_2$.
 Аналогично: $C_1A_1 = C_2A_2$ и $B_1C_1 = B_2C_2 \Rightarrow \triangle A_1B_1C_1 = \triangle A_2B_2C_2$

по 3-м сторонам.

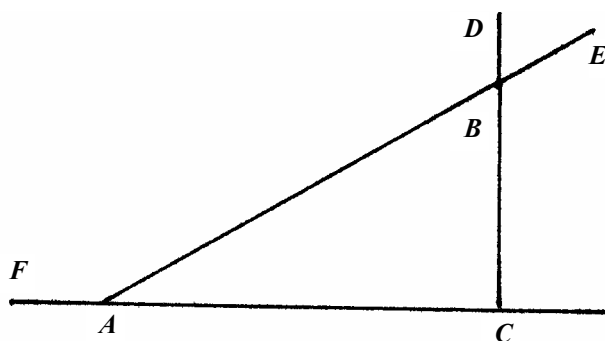
Смежные и вертикальные углы С. 102

а)



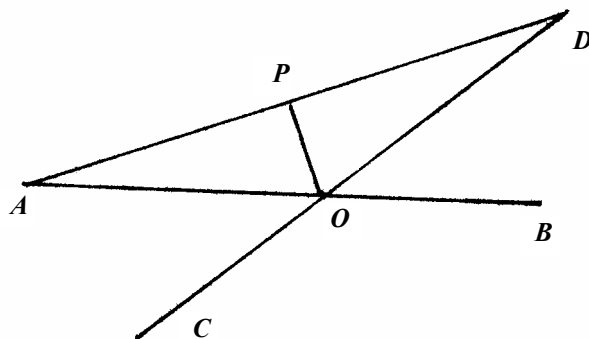
$18^\circ, 162^\circ, 118^\circ$.

б)



Пусть $\angle A = x \Rightarrow \angle C = 3x$, т.к. $\angle B = 60^\circ$, то $60 + 4x = 180^\circ \Rightarrow 4x = 120^\circ \Rightarrow x = 30^\circ \Rightarrow \angle A = 30^\circ \Rightarrow \angle FAB = 150^\circ$

в)

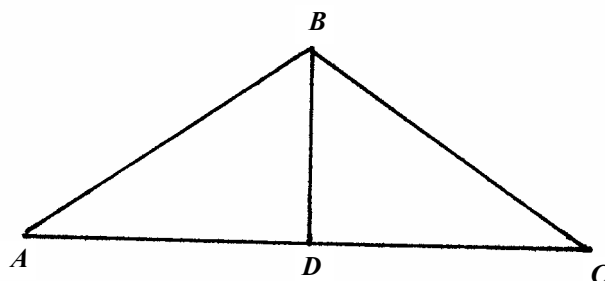


Т.к. $\angle AOC = \angle DOB$, то $\angle AOP = \angle POD \Rightarrow PO$ – биссектриса, а т.к. $AO = OD$, то PO – и медиана, а т.к. медианы пересекаются в одной точке, то точка пересечения медиан лежит на PO .

Равнобедренный треугольник С. 103

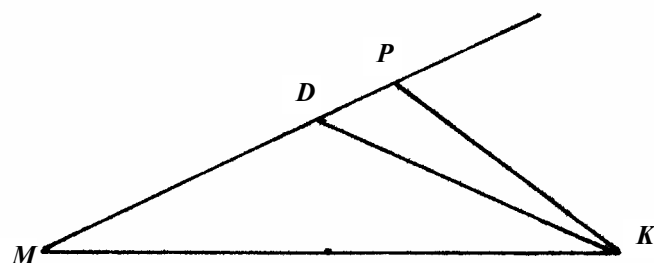
а) Т.к. два угла равны, то треугольник равнобедренный \Rightarrow основание равно 10 см, а боковая сторона – 20 см (из условия существования треугольника) $\Rightarrow P = 20 + 20 + 10 = 50$ (см).

б)



$\angle C = 180^\circ - 100^\circ - 40^\circ = 40^\circ \Rightarrow AB = BC$. Т.к. $\angle BDC$ – тупой, то $\angle BDC > \angle C \Rightarrow BC = AB > BD$.

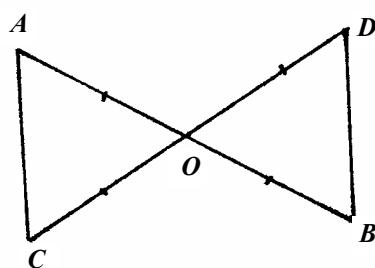
в)



$\angle DKM = 50^\circ - 20^\circ = 30^\circ \Rightarrow MD = DK.$
 $DK > DP$, т.к. $100^\circ > 20^\circ \Rightarrow DP < MD.$

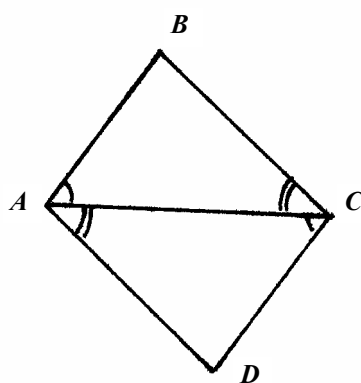
Параллельные прямые С. 103

а)

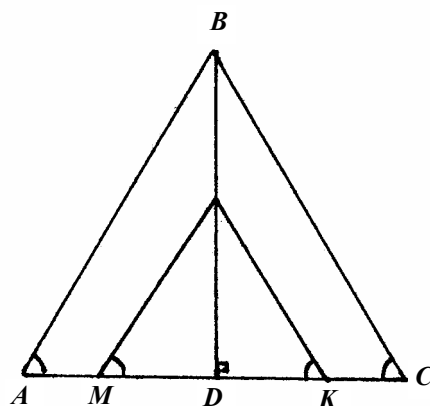


$\triangle AOC = \triangle DOB \Rightarrow \angle C = \angle D \Rightarrow AC \parallel DB$

б)



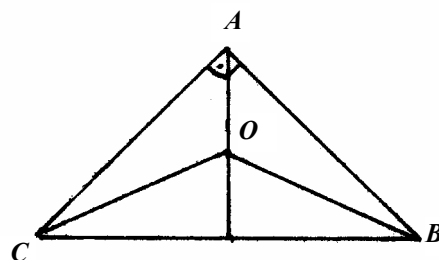
Т.к. $AB \parallel DC$, то $\angle BAC = \angle ACD$.
 Т.к. $BC \parallel AD$, то $\angle BCA = \angle CAD \Rightarrow \triangle ABC = \triangle CDA \Rightarrow$
 $\Rightarrow AB = DC, AD = BC, \angle ABC = \angle ADC$
в)



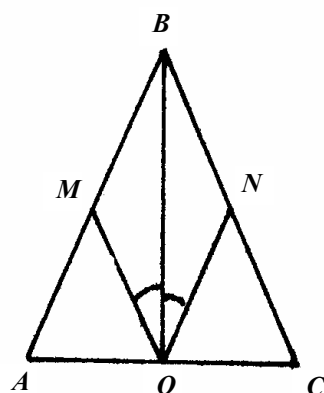
Т.к. прямые параллельны сторонам и треугольник ABC –
 равнобедренный, то $\angle A = \angle H = \angle K = \angle C \Rightarrow \triangle HED = \triangle KED$ по
 катету и острому углу $\Rightarrow HD = DK \Rightarrow AH = KC$

Признаки равенства треугольников С. 103

а)

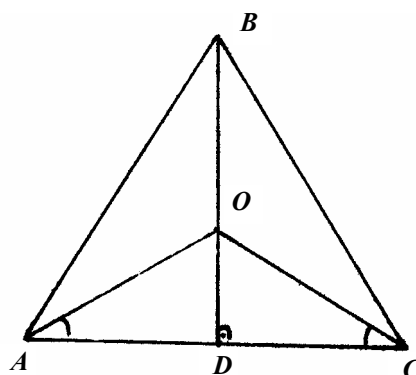


Т.к. $AC = AB$, то $\angle CAO = \angle BAO \Rightarrow \triangle AOC = \triangle AOB$ по 1-му признаку.
б)



Т.к. $AB = BC$ и BD – высота, то $AD = DC$. $\angle ADM = \angle CDH \Rightarrow \Rightarrow \triangle AMD = \triangle CHD$ по 2-му признаку $\Rightarrow AM = HC$.

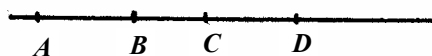
в)



$\triangle AOD = \triangle COD$ по катету и острому углу $\Rightarrow AD = DC \Rightarrow \Rightarrow \triangle ADB = \triangle CDB$ по 2-м катетам $\Rightarrow \angle ABD = \angle CBD \Rightarrow \Rightarrow BP$ – биссектриса \Rightarrow точка O равноудалена от AB и BC .

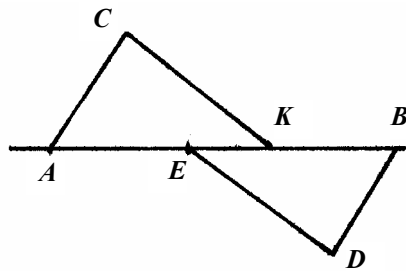
Начальные понятия геометрии С. 103

а)



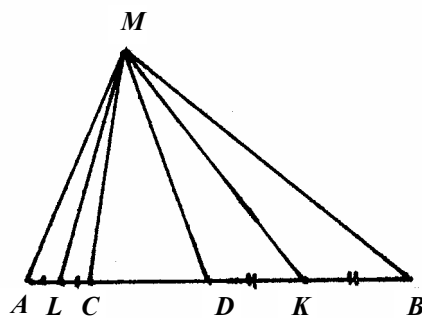
$$AD = AC + BD - BC = 15 \text{ (см)}$$

б)



$$\triangle ACK = \triangle BED \text{ по 3-м сторонам}$$

в)

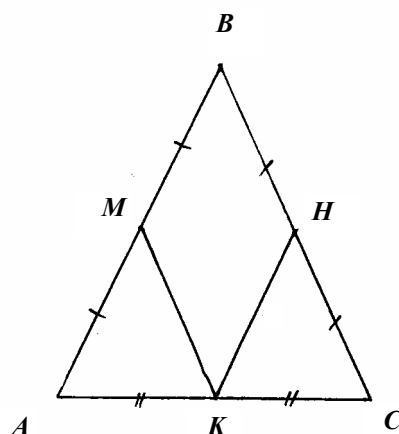


$$KL = \frac{1}{2} (AB - CD) + CD = 4 + 7 = 11 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \triangle KML - \text{равносторонний} \Rightarrow \angle KML = 60^\circ.$$

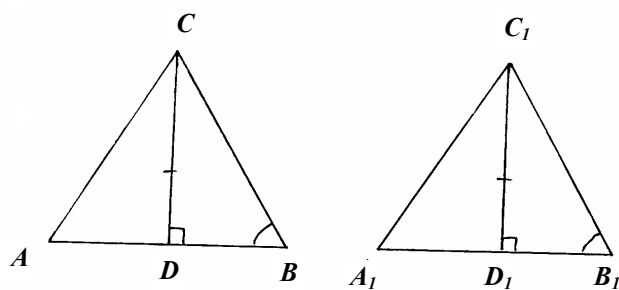
Признаки равенства треугольников С. 104

а)



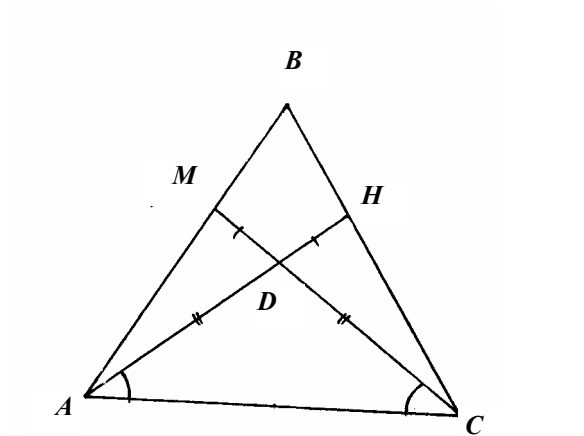
$AB = BC \Rightarrow AM = HC$ и $\angle A = \angle C \Rightarrow \triangle AMK = \triangle CHK$

б)



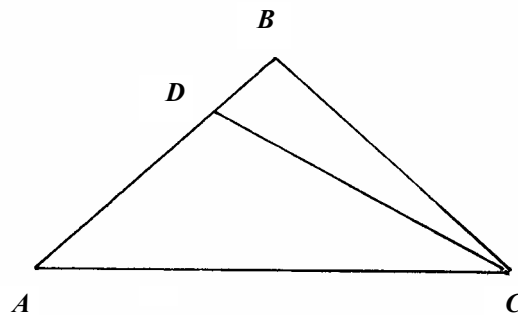
$\triangle DBC = \triangle D_1B_1C_1$ по катету и острому углу $\Rightarrow DB = D_1B_1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow A_1D_1 = AD \Rightarrow \triangle ADC = \triangle A_1D_1C_1$ по 2-м катетам $\Rightarrow \angle A = \angle A_1 \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle ABC = \triangle A_1B_1C_1$ по 2-му признаку.

в)



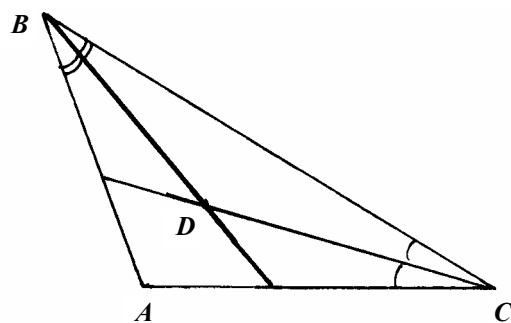
$\triangle AMD = \triangle CHD$ по 1-му признаку $\Rightarrow AM = HC$ и $\angle MAD = \angle HCD \Rightarrow \angle A = \angle C \Rightarrow AB = BC \Rightarrow MB = BH \Rightarrow$ можно.
Сумма углов треугольника С. 104

а)



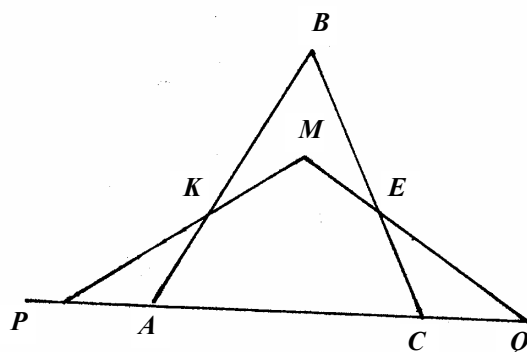
Пусть угол при основании равен x , тогда $2x + x - 27^\circ = 180^\circ \Rightarrow \Rightarrow 3x = 180^\circ - 27^\circ \Rightarrow x = 60^\circ - 9^\circ \Rightarrow x = 51^\circ$. Ответ: $51^\circ, 51^\circ, 78^\circ$.

б)



Пусть $\angle A = x$, тогда $x + x + 4x = 180^\circ \Rightarrow x = 30^\circ \Rightarrow AB = 2BD = 24$

в)



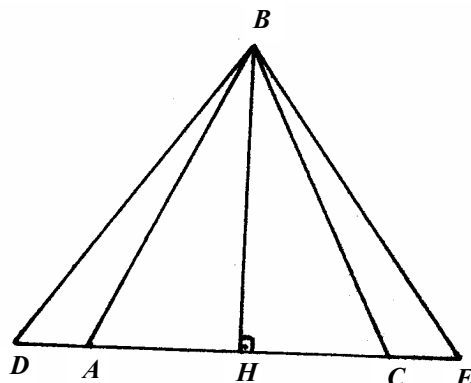
Продлим KM и ME до пересечения с AC . $\angle KAP = 120^\circ$,
 $\angle PKA = 40^\circ \Rightarrow \angle P = 20^\circ$. Аналогично $\angle Q = 30^\circ \Rightarrow \angle KME = 130^\circ$.

Смежные углы С. 104

а) $x + 5x = 180^\circ \Rightarrow 6x = 180^\circ \Rightarrow x = 30^\circ$

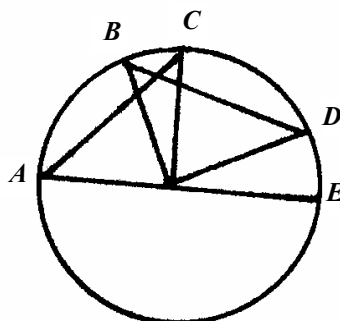
Ответ: 30° и 150° .

б)



Проведем высоту BH , тогда $AH = HC \Rightarrow DH = HE \Rightarrow \triangle DBH = \triangle EBH$ по 2-м катетам $\Rightarrow BD = BE$.

в)



$$\angle AOC = \angle COE = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ. \quad \angle BOC = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ.$$

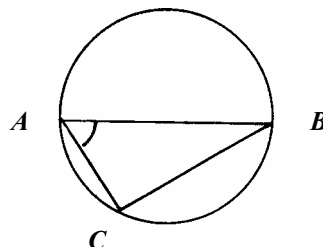
$$\angle COD = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ. \quad \angle BOD = 30^\circ + 60^\circ = 90^\circ \Rightarrow \triangle AOC = \triangle BOD \text{ по 2-м катетам} \Rightarrow AC = BD.$$

Сумма углов треугольника С. 104

а) $\angle C = 180^\circ - 100^\circ - 20^\circ = 60^\circ$. $\angle BCD = 60^\circ - 40^\circ = 20^\circ \Rightarrow \angle BDC = 180^\circ - 100^\circ - 20^\circ = 60^\circ$

б) $\angle BDC = 180^\circ - \frac{1}{2}(\angle B + \angle C) = 180^\circ - \frac{1}{2}(180^\circ - \angle A) = 140^\circ$.

в)



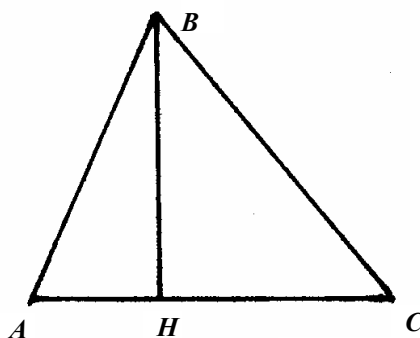
$AO = OC \Rightarrow \angle CAO = \angle ACO = 70^\circ \Rightarrow \angle COA = 40^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle COB = 140^\circ \Rightarrow \angle OCB = \angle OBC = \frac{180^\circ - 140^\circ}{2} = 20^\circ \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle ACB = 90^\circ, \angle CBO = 20^\circ$

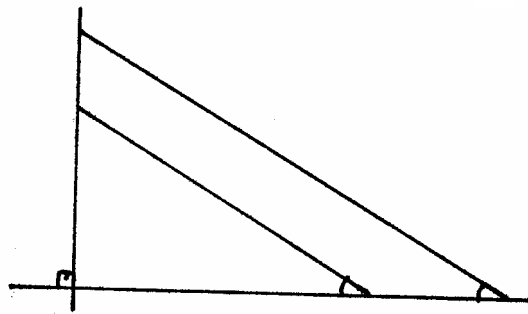
Задачи на построение ! С. 105 !

а)



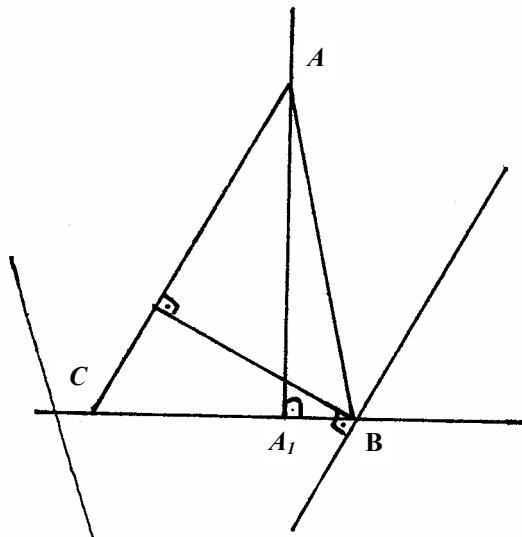
Проведите прямую. Отложите на ней отрезки AH и HC , равные отрезкам, на которые высота делит сторону треугольника. В точке H восстановьте перпендикуляр BH к AC , равный высоте треугольника. Соедините точки B и A и B и C . $\triangle ABC$ – искомый.

б)



Нарисуйте прямую. Восставьте к ней перпендикуляр. Из его конца, не лежащем на прямой, проведите окружность с радиусом в два раза большим этого перпендикуляра. Соедините точку ее пересечения с концом перпендикуляра. Отложите от основания перпендикуляра отрезок, равный катету, и через другой его конец проведите прямую, параллельную построенной, до пересечения с перпендикуляром.

в)



Нарисуйте прямую. Восставьте к ней перпендикуляр AA_1 . Постройте угол, равный $90^\circ - \angle A_1OC$ и отложите его от AA_1 так, чтобы

вершина совпадала с точкой A . Точка пересечения другой его стороны с первой прямой даст точку C . Постройте прямую, удаленную от AC на BB_1 . Точка ее пересечения с первой прямой даст точку B . $\triangle ABC$ – искомый.