

ПОДРОБНЫЙ РАЗБОР САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ ИЗ

ДИДАКТИЧЕСКИХ МАТЕРИАЛОВ ПО АЛГЕБРЕ

8 класс

авторов:

**В. И. Жохов
Ю. Н. Макарычев
Н. Г. Миндюк**

(М.: Просвещение, 1995-2005)

САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Вариант 1

С-1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЦЕЛОГО ВЫРАЖЕНИЯ
В МНОГОЧЛЕН (ПОВТОРЕНИЕ)

1. 1) а) $(3a-7)+(4-a)=3a-7+4-a=2a-3$;
б) $(8b+12)-(2-5b)=8b+12-2+5b=13b+10$;
2) а) $(6x^2-1)+(2-3x-x^2)=6x^2-1+2-3x-x^2=5x^2-3x+1$;
б) $(10-12y^2)-(y^3-y^2+6)=10-12y^2-y^3+y^2-6=-y^3-11y^2+4$.
2. 1) а) $7c^2(2c-9)=14c^3-63c^2$; б) $-0,5a(4-2a)=a^2-2a$;
в) $3x(x^2-7x+2)=3x^3-21x^2+6x$;
2) а) $(b+3)(b-5)=b^2-5b+3b-15=b^2-2b-15$;
б) $(4a-3)(2a+1)=8a^2+4a-6a-3=8a^2-2a-3$;
в) $(c-2)(c^2-3c-1)=c^3-3c^2-c-2c^2+6c+2=c^3-5c^2+5c+2$.
3. 1) а) $5(2x-3)+2(7-3x)=10x-15+14-6x=4x-1$;
б) $6y(y^2-3y)-3y(y^2-6y)=6y^3-18y^2-3y^3+18y^2=3y^3$;
2) а) $(3a-1)(2a+5)-6a^2=6a^2+15a-2a-5-6a^2=13a-5$;
б) $12b^3-(4b^2-1)(3b-2)=12b^3-12b^3+8b^2+3b-2=8b^2+3b-2$.
4. 1) а) $(x-8)(x+8)=x^2-64$; б) $(6+y)(y-6)=y^2-36$;
в) $(3z^2-5)(5+3z^2)=9z^4-25$;
2) а) $(y+3)^2=y^2+6y+9$; б) $(a-5)^2=a^2-10a+25$;
в) $(2b^2-1)^2=4b^4-4b^2+1$; г) $(5+3c^2)^2=25+30c^2+9c^4$;
3) а) $(c+2)(c^2-2c+4)=c^3+8$; б) $(y-3)(y^2+3y+9)=y^3-3^3=y^3-27$.
5. $(a-4)(a+8)-4(a-9)=a^2+8a-4a-32-4a+36=a^2+4>0$ при любом a , что и требовалось доказать.
6. $32y+(y-8)^2-y(y-16)=32y+y^2-16y+64-y^2+16y=32(y+2)$ — кратно 32 при любом целом y .
7. $(x^2+2x-3)(x-b)=x^3-bx^2+2x^2-2bx-3x+3b=x^3+(2-b)x^2-(2b+3)x+3b$ не содержит x^2 при $b=2$.



С-2. РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ (ПОВТОРЕНИЕ)

1. 1) а) $12b-48=12(b-4)$; б) $x^2-2x=x(x-2)$;
в) $3y^3+15y=3y(y^2+5)$; г) $6z^3-2z^5=2z^3(3-z^2)$;
2) а) $ax-3a+bx-3b=a(x-3)+b(x-3)=(x-3)(a+b)$;
б) $x^2-ax+bx-ab=x(x-a)+b(x-a)=(x-a)(x+b)$;
2. 1) а) $y^2-9=(y-3)(y+3)$; б) $25c^2-1=(5c-1)(5c+1)$;
в) $0,49-a^2x^4=(0,7-ax^2)(0,7+ax^2)$;
2) а) $n^2-2n+1=(n-1)^2=(n-1)(n-1)$;

- б) $4m^2+12m+9=(2m+3)^2=(2m+3)(2m+3)$; в) $4+0,25x^2-2x=(0,5x-2)^2=(0,5x-2)(0,5x-2)$;
- 3) а) $p^3+1=(p+1)(p^2-p+1)$; б) $a^3-8=(a-2)(a^2+2a+4)$;
в) $8q^3+27=(2q+3)(4q^2-6q+9)$;
г) $0,001x^6-1000y^3=(0,1x^2-10y)(0,01x^4+x^2y+100y^2)$.
3. 1) а) $3x^2-3y^2=3(x^2-y^2)=3(x-y)(x+y)$; б) $y^3-y=y(y^2-1)=y(y-1)(y+1)$;
в) $a^5-a=a(a^4-1)=a(a^2-1)(a^2+1)=a(a-1)(a+1)(a^2+1)$;
2) а) $b^3-12b^2+36b=b(b^2-12b+36)=b(b-6)^2=b(b-6)(b-6)$;
б) $20a^3-60a^2+45a=5a(4a^2-12a+9)=5a(2a-3)^2=5a(2a-3)(2a-3)$;
3) а) $x^2-y^2+x+y=(x-y)(x+y)+x+y=(x+y)(x-y+1)$;
б) $c^2-4c+4-9x^2=(c-2)^2-9x^2=(c-2-3x)(c-2+3x)$.
4. $a^2+4ab+5b^2+2b+1=(a^2+4ab+4b^2)+(b^2+2b+1)=(a+2b)^2+(b+1)^2 \geq 0$
при любых a и b , что и требовалось доказать.
5. $a^3-b^3+3a^2b-3ab^2=(a-b)(a^2+ab+b^2)+3ab(a-b)=(a-b)(a^2+ab+b^2+3ab)=$
 $=(a-b)(a^2+4ab+b^2)$.
6. $x^2-8x+12=(x^2-8x+16)-4=(x-4)^2-2^2=(x-4-2)(x-4+2)=(x-6)(x-2)$.



С-3. ЦЕЛЫЕ И ДРОБНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

1. а) $\frac{2x+7}{3}=\frac{2 \cdot 0,4+7}{3}=\frac{7,8}{3}=2,6$ при $x=0,4$;
б) $\frac{y^2-7y+5}{5}=\frac{2,25-7 \cdot 1,5+5}{5}=\frac{2,25-10,5+5}{5}=\frac{-3,25}{5}=-0,65$ при $y=1,5$.
- 2.

m	-4	-2	0,5	1	2,5	4
$\frac{m-2}{m}$	1,5	2	-3	-1	0,2	0,5

3. а) $\frac{a+b}{a-b}$; б) $\frac{xy}{x^2+y^2}$.
4. $V_1=18$ км/ч – скорость движения по шоссе, $V_2=18$ км/ч – 6 км/ч = 12 км/ч – скорость движения по проселочной дороге, $S_1=a$ км – расстояние движения по шоссе, $S_2=b$ км – расстояние движения по проселочной дороге,
 $t_1=\frac{S_1}{V_1}=\frac{a}{18}$ ч – время движения по шоссе,
 $t_2=\frac{S_2}{V_2}=\frac{b}{12}$ ч – время движения по проселочной дороге,
 $t=t_1+t_2=(\frac{a}{18}+\frac{b}{12})$ ч – время затраченное на дорогу. При $a=27$ и $b=3$,
 $t=(\frac{27}{18}+\frac{3}{12})$ ч $=(\frac{3}{2}+\frac{1}{4})$ ч $=\frac{7}{4}$ ч = 1 ч. 45 мин.

5. 1) а) $2x^2 - 8, x$ – любое; б) $\frac{3}{x-2}, x \neq 2$; в) $\frac{x^2}{x+3}, x \neq -3$;
 2) а) $\frac{y-1}{y^2-4}, y^2-4 \neq 0, y \neq -2, y \neq 2$; б) $\frac{y^2-1}{y^2+1}, y$ – любое;
 в) $\frac{8}{y-5} + \frac{1}{y}, y \neq 5$ и $y \neq 0$.
 6. а) $\frac{a-5}{8} = 0$ при $a = 5$; б) $\frac{a-5}{8} = 1$ при $a - 5 = 8, a = 13$
 в) $\frac{a-5}{8} > 1$ при $a - 5 > 8, a > 13$; г) $\frac{a-5}{8} < 1$ при $a - 5 < 8, a < 13$.
 7. а) $\frac{2x}{x^2-16}, x^2-16 \neq 0, x \neq 4, x \neq -4$; б) $\frac{3}{x-1} + \frac{7}{x+2}, x \neq 1$ и $x \neq -2$;
 в) $\frac{1}{|x|-2}, |x| \neq \pm 2$; г) $\frac{2x}{|x-5|}, x \neq 5$.
 8. а) $\frac{1}{y-8}$; б) $\frac{1}{y(y-7)} = \frac{1}{y^2-7y}$.



С-4. ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ СОКРАЩЕНИЕ ДРОБЕЙ

1. 1) а) $\frac{5a}{15b} = \frac{a}{3b}$; б) $\frac{3c}{8c} = \frac{3}{8}$; в) $\frac{b}{12b} = \frac{1}{12}$; г) $\frac{-6}{18x} = \frac{-1}{3x}$; д) $\frac{ac}{bc} = \frac{a}{b}$; е) $\frac{xy}{2y} = \frac{x}{2}$.
 2) а) $\frac{3x^2}{7x} = \frac{3x}{7}$; б) $\frac{8y^3}{15y^4} = \frac{8}{15y}$; в) $\frac{4z^2}{-8z^3} = \frac{1}{-2z}$; г) $\frac{2a^5}{a^4} = 2a$;
 д) $\frac{-14b^2}{21b^4} = \frac{-2}{3b^2}$; е) $\frac{27c^6}{45c} = \frac{3c^5}{5}$.
 3) а) $\frac{a^2b^5}{ab^7} = \frac{a}{b^2}$; б) $\frac{-63xy^5}{81xy^4} = \frac{-7y}{9}$; в) $\frac{30a^2c^3}{48a^3c^2} = \frac{5c}{8a}$; г) $\frac{111p^6q^6}{37p^4q^4} = 3p^2q^2$.
 2. 1) а) $\frac{b}{a^2} = \frac{ba^2}{a^4}$; б) $\frac{x}{2y} = \frac{2xy^2}{4y^3}$;
 2) а) $\frac{5}{3a^2b} = \frac{35ab}{21a^3b^2}$; б) $\frac{3c}{7y^5} = \frac{6cxy}{14xy^6}$.
 3. 1) а) $\frac{2^4}{2^7} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$; б) $\frac{3^5}{3^3} = 3^2 = 9$; в) $\frac{5^2}{125} = \frac{5^2}{5^3} = \frac{1}{5}$; г) $\frac{64}{2^5} = \frac{2^6}{2^5} = 2$;
 2) а) $\frac{16^2}{8^3} = \frac{2^8}{2^9} = \frac{1}{2}$; б) $\frac{25^3}{125^2} = \frac{5^6}{5^6} = 1$; в) $\frac{27^5}{81^4} = \frac{3^{15}}{3^{16}} = \frac{1}{3}$.

Самостоятельные работы

$$4. \text{ а) } \frac{5^5 \cdot 22^7}{110^6} = \frac{5^5 \cdot 22^7}{5^6 \cdot 22^6} = \frac{22}{5} = 4,4; \text{ б) } \frac{21^5 \cdot 15^6}{3^{10} \cdot 35^5} = \frac{3^5 \cdot 7^5 \cdot 3^6 \cdot 5^6}{3^{10} \cdot 5^5 \cdot 7^5} = \frac{3^{11} \cdot 7^5 \cdot 5^6}{3^{10} \cdot 7^5 \cdot 5^5} = 3 \cdot 5 = 15.$$

$$5. \frac{-3(a^7)^4(b^{13})^3}{2(a^9)^3(b^8)^5} = \frac{-3a^{28}b^{39}}{2a^{27}b^{40}} = \frac{-3a}{2b} = \frac{-3 \cdot 1,8}{0,27} = \frac{-5,4}{0,27} = -20 \text{ при } a = 1,8; b = 0,27.$$

I

С-5. СОКРАЩЕНИЯ ДРОБЕЙ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

$$1. \text{ а) } \frac{x(a+3)}{y(a+3)} = \frac{x}{y}; \quad \text{б) } \frac{3(x+5)^2}{(x+5)^3} = \frac{3}{x+5};$$

$$\text{в) } \frac{3a(b-2)}{6(b-2)^2} = \frac{a}{2(b-2)}; \quad \text{г) } \frac{x^2(x-8)^3}{x^4(x-8)^2} = \frac{x-8}{x^2};$$

$$2) \text{ а) } \frac{3a+3b}{5(a+b)} = \frac{3(a+b)}{5(a+b)} = \frac{3}{5}; \quad \text{б) } \frac{7x-14y}{3x-6y} = \frac{7(x-2y)}{3(x-2y)} = \frac{7}{3};$$

$$\text{в) } \frac{5a-20c}{15ac} = \frac{5(a-4c)}{15ac} = \frac{a-4c}{3ac}; \quad \text{г) } \frac{x-2b}{x^2-2bx} = \frac{x-2b}{x(x-2b)} = \frac{1}{x}.$$

$$3) \text{ а) } \frac{2(x-y)}{x(y-x)} = \frac{-2(y-x)}{x(y-x)} = -\frac{2}{x}; \quad \text{б) } \frac{3c-9d}{6d-2c} = \frac{-3(3d-c)}{2(3d-c)} = -\frac{3}{2};$$

$$\text{в) } \frac{a^2-2ab}{6b-3a} = \frac{-a(2b-a)}{3(2b-a)} = -\frac{a}{3}; \quad \text{г) } \frac{m^3-5m^2n}{5n^3-mn^2} = \frac{-m^2(5n-m)}{n^2(5n-m)} = -\frac{m^2}{n^2};$$

$$4) \text{ а) } \frac{5x-10}{x^2-4} = \frac{5(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{5}{x+2}; \quad \text{б) } \frac{a^2-9}{15+5a} = \frac{(a-3)(a+3)}{5(3+a)} = \frac{a-3}{5};$$

$$\text{в) } \frac{x^2-4x+4}{3x-6} = \frac{(x-2)^2}{3(x-2)} = \frac{x-2}{3}; \quad \text{г) } \frac{b^2+6b+9}{b^2-9} = \frac{(b+3)^2}{(b-3)(b+3)} = \frac{b+3}{b-3};$$

$$5) \text{ а) } \frac{y^2-16}{4y^2-y^3} = \frac{(y-4)(y+4)}{-y^2(y-4)} = \frac{y+4}{-y^2};$$

$$\text{б) } \frac{a^2-2a+1}{1-a^2} = \frac{(a-1)^2}{(1-a)(1+a)} = \frac{(1-a)^2}{(1-a)(1+a)} = \frac{1-a}{1+a};$$

$$\text{в) } \frac{m^3+8}{m^2-2m+4} = \frac{(m+2)(m^2-2m+4)}{m^2-2m+4} = m+2;$$

$$\text{г) } \frac{3+3n+3n^2}{n^3-1} = \frac{3(n^2+n+1)}{(n-1)(n^2+n+1)} = \frac{3}{n-1}.$$

$$2. \text{ а) } \frac{7}{a-2} = \frac{35}{5a-10}; \quad \text{б) } \frac{7}{a-2} = \frac{-21}{6-3a}; \quad \text{в) } \frac{7}{a-2} = \frac{7a}{a^2-2a}; \quad \text{г) } \frac{7}{a-2} = \frac{7a+14}{a^2-4}.$$

$$3. \text{ а) } \frac{6a^2-3ab}{8ab-4b^2} = \frac{3a(2a-b)}{4b(2a-b)} = \frac{3a}{4b} = \frac{3 \cdot \frac{1}{2}}{4 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{3}{2}, \text{ при } a = \frac{1}{2}, b = \frac{1}{4};$$

$$6) \frac{x^5+1}{x^8+x^3} = \frac{x^5+1}{x^3(x^5+1)} = \frac{1}{x^3} = \begin{cases} \frac{1}{0,001} = 1000, \text{ при } x = 0,1 \\ \frac{1}{-1} = -1, \text{ при } x = -1 \\ \frac{-1}{27} = -\frac{1}{27}, \text{ при } x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$4. \text{ а) } \frac{y^6+y^3}{y^6-1} = \frac{y^3(y^3+1)}{(y^3-1)(y^3+1)} = \frac{y^3}{y^3-1};$$

$$6) \frac{(a+1)^2+(a-1)^2}{3a^2+3} = \frac{a^2+2a+1+a^2-2a+1}{3(a^2+1)} = \frac{2(a^2+1)}{3(a^2+1)} = \frac{2}{3}.$$

$$5. y = \frac{x^3-2x^2+x-2}{x^2+1} = \frac{x^2(x-2)+(x-2)}{x^2+1} = \frac{(x-2)(x^2+1)}{x^2+1} = x-2 - \text{линейная функция.}$$

$$6. \frac{4,5a^2+0,5ab}{40,5a^2-0,5b^2} = \frac{0,5a(9a+b)}{0,5(81a^2-b^2)} = \frac{a(9a+b)}{(9a-b)(9a+b)} = \frac{a}{9a-b}, \text{ ч. т. д.}$$

$$7. x+3y=8, \text{ тогда } \frac{2x-6y}{0,25x^2-2,25y^2} = \frac{2(x-3y)}{0,25(x^2-9y^2)} = \frac{8(x-3y)}{(x-3y)(x+3y)} = \frac{8}{x+3y} = \frac{8}{8} = 1.$$

$$8. 5a-10b=18, \text{ тогда}$$

$$\text{ а) } \frac{7,2}{a-2b} = \frac{36}{5a-10b} = \frac{36}{18} = 2; \quad \text{ б) } \frac{4b-2a}{3} = \frac{2(5a-10b)}{-15} = \frac{2 \cdot 18}{-15} = -\frac{12}{5};$$

$$\text{ в) } \frac{a^2-4b^2}{0,9a+1,8b} = \frac{(a-2b)(a+2b)}{0,9(a+2b)} = \frac{5a-10b}{4,5} = \frac{18}{4,5} = 4.$$



С-6. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С ОДИНАКОВЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

$$1. 1) \text{ а) } \frac{x}{7} + \frac{y}{7} = \frac{x+y}{7}; \quad \text{ б) } \frac{m}{2} - \frac{n}{2} = \frac{m-n}{2}; \quad \text{ в) } \frac{a}{b} + \frac{2a}{b} = \frac{3a}{b}; \quad \text{ г) } \frac{3x}{y} - \frac{x}{y} = \frac{2x}{y};$$

$$\text{ д) } \frac{a+5b}{15} + \frac{2a+4b}{15} = \frac{3a+9b}{15} = \frac{a+3b}{5}; \quad \text{ е) } \frac{b+c}{3a} - \frac{b-2c}{3a} = \frac{b+c-b+2c}{3a} = \frac{c}{a};$$

$$\text{ ж) } -\frac{3x+2y}{xy} + \frac{2y-5x}{xy} = \frac{-3x-2y+2y-5x}{xy} = \frac{-8x}{xy} = -\frac{8}{y};$$

$$2) \text{ а) } \frac{5x-7}{6x} - \frac{x-3}{6x} + \frac{2x-8}{6x} = \frac{6x-12}{6x} = \frac{x-2}{x}; \quad \text{ б) } \frac{8y-5}{7y} - \frac{2y-1}{7y} - \frac{10-y}{7y} = \frac{7y-14}{7y} = \frac{y-2}{y};$$

$$в) \frac{x-5}{x^2-49} + \frac{12}{x^2-49} = \frac{x+7}{(x-7)(x+7)} = \frac{1}{x-7};$$

$$г) \frac{y^2+2y}{y^2-4y+4} - \frac{4y}{y^2-4y+4} = \frac{y(y-2)}{(y-2)^2} = \frac{y}{y-2}; д) \frac{3z}{z^2-2z} - \frac{8-z}{z^2-2z} = \frac{4(z-2)}{z(z-2)} = \frac{4}{z};$$

$$3) а) \frac{a+3}{a-1} - \frac{a}{1-a} = \frac{a+3}{a-1} + \frac{a}{a-1} = \frac{2a+3}{a-1};$$

$$б) \frac{3x+2y}{2x-3y} - \frac{x-8y}{3y-2x} = \frac{3x+2y}{2x-3y} + \frac{x-8y}{2x-3y} = \frac{2(2x-3y)}{2x-3y} = 2;$$

$$в) \frac{b^2}{2b-10} + \frac{25}{10-2b} = \frac{b^2-25}{2b-10} = \frac{(b-5)(b+5)}{2(b-5)} = \frac{b+5}{2};$$

$$4) а) \frac{9y+1}{y^2-4} - \frac{y-8}{4-y^2} + \frac{1-7y}{y^2-4} = \frac{9y+1}{y^2-4} + \frac{y-8}{y^2-4} + \frac{1-7y}{y^2-4} = \frac{3(y-2)}{(y-2)(y+2)} = \frac{3}{y+2};$$

$$б) \frac{3x}{x^3-1} - \frac{4x-1}{1-x^3} - \frac{x^2}{1-x^3} = \frac{3x}{x^3-1} + \frac{4x-1}{x^3-1} + \frac{x^2}{x^3-1} = \frac{x^2+7x-1}{x^3-1}.$$

$$2. 1) \frac{2y-7}{y^2-9} - \frac{y-10}{y^2-9} = \frac{y+3}{(y-3)(y+3)} = \frac{1}{y-3} = \begin{cases} \frac{1}{3,1-3} = 10, \text{ при } y=3,1 \\ \frac{1}{-2-3} = -\frac{1}{5}, \text{ при } y=-2 \end{cases};$$

$$2) \frac{3c-5}{4-c^2} + \frac{3-2c}{c^2-4} = \frac{3c-5}{c^2-4} + \frac{3-2c}{c^2-4} = \frac{c-2}{(c-2)(c+2)} = \frac{1}{c+2} = \begin{cases} \frac{1}{3+2} = \frac{1}{5}, \text{ при } c=3 \\ \frac{1}{-3+2} = \frac{1}{-1} = -1, \text{ при } c=-3 \end{cases};$$

$$3. а) \frac{16-7x}{(x-3)^2} - \frac{13-6x}{(3-x)^2} = \frac{3-x}{(3-x)^2} = \frac{1}{3-x};$$

$$б) \frac{3(c^2+4)}{(c-2)^3} + \frac{12c}{(2-c)^3} = \frac{3(c^2-4c+4)}{(c-2)^3} = \frac{3(c^2-4c+4)}{(c-2)^3} = \frac{3(c-2)^2}{(c-2)^3} = \frac{3}{c-2};$$

$$в) \frac{a^2-6b}{(a-2)(b-3)} - \frac{2(a-3b)}{(2-a)(3-b)} = \frac{a^2-2a}{(a-2)(b-3)} = \frac{a(a-2)}{(a-2)(b-3)} = \frac{a}{b-3}.$$

$$4. \frac{a^2-3}{(a-2)^4} - \frac{5a-1}{(a-2)^4} + \frac{a+6}{(a-2)^4} = \frac{a^2-4a+4}{(a-2)^4} = \frac{(a-2)^2}{(a-2)^4} = \frac{1}{(a-2)^2} > 0 \text{ при всех } a \neq 2, \text{ ч.т.д.}$$

$$5. y = \frac{x^2}{x-3} + \frac{9}{3-x} = \frac{x^2-9}{x-3} = x+3, \text{ при } x \neq 3 \text{ (рис. 1)}$$

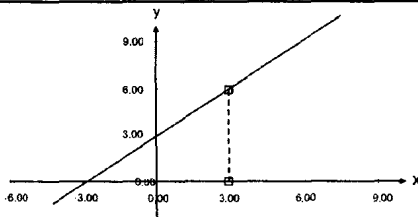


Рис. 1.

$$6. \text{ а) } \frac{x^3+8}{x} = x^2 + \frac{8}{x};$$

$$\text{б) } \frac{y^2+6y-1}{y+6} = y - \frac{1}{y+6}; \text{ в) } \frac{p^2+4p+5}{p+2} = \frac{(p+2)^2+1}{p+2} = (p+2) + \frac{1}{p+2}.$$

I

С-7. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С РАЗНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

$$1. \text{ 1) а) } \frac{x}{3} + \frac{x-2}{5} = \frac{5x}{15} + \frac{3x-6}{15} = \frac{5x+3x-6}{15} = \frac{8x-6}{15};$$

$$\text{б) } \frac{3y-2}{6} - \frac{y+1}{4} = \frac{6y-4}{12} - \frac{3y+3}{12} = \frac{3y-7}{12}; \text{ в) } -\frac{b-c}{7} + \frac{3b-c}{14} = \frac{2c-2b}{14} + \frac{3b-c}{14} = \frac{b+c}{14};$$

$$\text{г) } \frac{1}{a^2} + \frac{a-2}{a} = \frac{1}{a^2} + \frac{a^2-2a}{a^2} = \frac{a^2-2a+1}{a^2} = \frac{(a-1)^2}{a^2}; \text{ д) } \frac{3x-5}{x} - \frac{3y-2}{y} =$$

$$= \frac{3xy-5y}{xy} - \frac{3xy-2x}{xy} = \frac{2x-5y}{xy}; \text{ е) } \frac{b-a}{ab} - \frac{a-b}{b^2} = \frac{b^2-ab}{ab^2} - \frac{a^2-ab}{ab^2} = \frac{b^2-a^2}{ab^2};$$

$$2. \text{ а) } \frac{(x+y)^2}{6y} + \frac{(x-y)^2}{12y} - \frac{x^2-y^2}{4y} = \frac{2(x^2+2xy+y^2)+(x^2-2xy+y^2)-3(x^2-y^2)}{12y} =$$

$$= \frac{6y^2+2xy}{12y} = \frac{2y(3y+x)}{12y} = \frac{3y+x}{6y};$$

$$\text{б) } \frac{3a+1}{7a} - \frac{7a+b}{14ab} - \frac{b-1}{2b} = \frac{2b(3a+1)-(7a+b)-7a(b-1)}{14ab} = \frac{b-ab}{14ab} = \frac{b(1-a)}{14ab} = \frac{1-a}{14a};$$

$$3) \text{ а) } \frac{a-1}{2(a-4)} + \frac{a}{a-4} = \frac{a-1+2a}{2(a-4)} = \frac{3a-1}{2(a-4)}; \text{ б) } \frac{x-1}{3x-12} - \frac{x-3}{2x-8} = \frac{2(x-1)-(x-3)}{6(x-4)} = \frac{7-x}{6(x-4)};$$

$$\text{в) } \frac{3y}{4y-4} + \frac{2y}{5-5y} = \frac{15y-8y}{20(y-1)} = \frac{7y}{20(y-1)};$$

$$4) \text{ а) } \frac{a+1}{a^2-ab} - \frac{1-b}{b^2-ab} = \frac{a+1}{a(a-b)} + \frac{1-b}{b(a-b)} = \frac{b+a}{ab(a-b)};$$

$$\begin{aligned} 6) \frac{3x^2-8y^2}{x^2-2xy} \cdot \frac{3xy-x^2}{xy-2y^2} &= \frac{3x^2-8y^2}{x(x-2y)} \cdot \frac{3xy-x^2}{y(x-2y)} = \frac{y(3x^2-8y^2)-x(3xy-x^2)}{xy(x-2y)} = \\ &= \frac{x^3-8y^3}{xy(x-2y)} = \frac{(x-2y)(x^2+2xy+4y^2)}{xy(x-2y)} = \frac{x^2+2xy+4y^2}{xy}; \quad \text{в)} \frac{2}{y^2-4} - \frac{1}{y^2+2y} = \\ &= \frac{2}{(y-2)(y+2)} - \frac{1}{y(y+2)} = \frac{2y-(y-2)}{y(y-2)(y+2)} = \frac{y+2}{y(y-2)(y+2)} = \frac{1}{y(y-2)}. \end{aligned}$$

$$2. 1) \text{ а) } 5x + \frac{1}{x} = \frac{5x^2+1}{x}; \quad \text{б) } \frac{6}{y} - 2y = \frac{6-2y^2}{y}; \quad \text{в) } 4a - \frac{8a^2}{2a-3} = \frac{8a^2-12a-8a^2}{2a-3} = \frac{-12a}{2a-3};$$

$$\text{г) } \frac{6b}{3-b} - 2b = \frac{6b-2b(3-b)}{3-b} = \frac{2b^2}{3-b};$$

$$2) \text{ а) } \frac{8b^2}{4b-5} - 2b - 1 = \frac{8b^2 - (2b+1)(4b-5)}{4b-5} = \frac{8b^2 - 8b^2 + 10b - 4b + 5}{4b-5} = \frac{6b+5}{4b-5};$$

$$\text{б) } 3x + \frac{3+4x-4x^2}{2x-3} + 1 = \frac{3x(2x-3) + 3 + 4x - 4x^2 + 2x - 3}{2x-3} = \frac{2x^2 - 3x}{2x-3} = \frac{x(2x-3)}{2x-3} = x.$$

$$\begin{aligned} 3. \frac{(x-3)(x-7)}{12} - \frac{(x-7)(x-1)}{8} + \frac{(x-1)(x-3)}{24} &= \frac{2(x^2-10x+21) - 3(x^2-8x+7) + (x^2-4x+3)}{24} = \\ &= \frac{24}{24} = 1, \text{ что и требовалось доказать.} \end{aligned}$$

$$4. \frac{3y+4}{5y-10} - \frac{y+4}{3y-6} = \frac{3(3y+4) - 5(y+4)}{15(y-2)} = \frac{4y-8}{15(y-2)} = \frac{4(y-2)}{15(y-2)} = \frac{4}{15},$$

не зависит от y , при $y \neq 2$.

$$5. \frac{a}{b} = 10, \text{ тогда: а) } \frac{a+b}{a} = 1 + \frac{b}{a} = 1 + \frac{1}{\frac{a}{b}} = 1 + \frac{1}{10} = \frac{11}{10}; \quad \text{б) } \frac{2a-3b}{b} = 2 \cdot \frac{a}{b} - 3 = 20 - 3 = 17;$$

$$\text{в) } \frac{(a-b)^2}{ab} = \frac{a^2-2ab+b^2}{ab} = \frac{a}{b} - 2 + \frac{b}{a} = 10 - 2 + \frac{1}{10} = \frac{81}{10}.$$

$$6. 3 + \frac{a}{x+5} = \frac{3x+15+a}{x+5} = \frac{3x}{x+5}, \text{ при } a = -15.$$



С-8. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ

С РАЗНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

$$1. 1) \text{ а) } \frac{2b^2-3b+4}{(b-1)^2} - \frac{b-2}{b-1} = \frac{2b^2-3b+4-(b-2)(b-1)}{(b-1)^2} = \frac{2b^2-3b+4-b^2+3b-2}{(b-1)^2} = \frac{b^2+2}{(b-1)^2};$$

$$\text{б) } \frac{1-2c}{c^3-1} - \frac{c-1}{c^2+c+1} = \frac{1-2c-(c-1)(c-1)}{c^3-1} = \frac{1-2c-c^2+2c-1}{c^3-1} = \frac{-c^2}{c^3-1};$$

$$2) \text{ а) } \frac{2x-1}{6-3x} + \frac{2x+1}{2x-4} - \frac{x+3}{6x-12} = \frac{-2(2x-1)+3(2x+1)-(x+3)}{6(x-2)} = \frac{x+2}{6(x-2)};$$

$$б) \frac{2a}{a-5} - \frac{5}{a+5} + \frac{2a^2}{25-a^2} = \frac{2a(a+5)-5(a-5)-2a^2}{a^2-25} = \frac{5a+25}{a^2-25} = \frac{5}{a-5};$$

$$3) \text{ а) } \frac{3}{2y+6} + \frac{y^2-y-3}{y^2-9} - 1 = \frac{3(y-3)+2(y^2-y-3)-2(y^2-9)}{2(y+3)(y-3)} = \frac{y+3}{2(y+3)(y-3)} = \frac{1}{2(y-3)};$$

$$б) 1 - \frac{2b+1}{b^3+1} - \frac{b}{b+1} = \frac{b^3+1-(2b+1)-b(b^2-b+1)}{b^3+1} = \frac{b^2-3b}{b^3+1}.$$

$$2. \text{ а) } b - \frac{b^3-24b-5}{b^2-25} = \frac{b(b^2-25)-(b^3-24b-5)}{b^2-25} = \frac{-(b-5)}{(b-5)(b+5)} =$$

$$= -\frac{1}{b+5} = -\frac{1}{-5,5+5} = \frac{1}{-0,5} = -2;$$

$$б) \frac{2x^2+7x+9}{x^3-1} + \frac{4x+3}{x^2+x+1} - \frac{5}{x-1} = \frac{2x^2+7x+9+(4x+3)(x-1)-5(x^2+x+1)}{x^3-1} =$$

$$= \frac{x^2+x+1}{(x-1)(x^2+x+1)} = \frac{1}{x-1} = \frac{1}{1,1-1} = \frac{1}{0,1} = 10.$$

$$3. \text{ а) } \frac{0,7}{0,5p-1,5} - \frac{0,4p-1,2}{p^2-6p+9} = \frac{1,4}{p-3} - \frac{0,4p-1,2}{(p-3)^2} = \frac{1,4(p-3)-(0,4p-1,2)}{(p-3)^2} = \frac{p-3}{(p-3)^2} = \frac{1}{p-3};$$

$$б) \frac{3x+0,5y}{9x^2-1,5xy} - \frac{12x}{9x^2-0,25y^2} - \frac{3x-0,5y}{9x^2+1,5xy} =$$

$$= \frac{3x+0,5y}{3x(3x-0,5y)} - \frac{12x}{(3x-0,5y)(3x+0,5y)} - \frac{3x-0,5y}{3x(3x+0,5y)} =$$

$$= \frac{(3x+0,5y)^2-36x^2-(3x-0,5y)^2}{3x(3x+0,5y)(3x-0,5y)} = \frac{6xy-36x^2}{3x(3x+0,5y)(3x-0,5y)} =$$

$$= \frac{6x(y-6x)}{-1,5x(3x+0,5y)(y-6x)} = -\frac{4}{3x+0,5y}.$$

$$4. \text{ а) } \frac{n+9}{n} = 1 + \frac{9}{n}; \text{ - является целым числом при } n = 1 \text{ или } n = 3 \text{ или } n = 9.$$

$$б) \frac{n^2-7n+4}{n} = \frac{n(n-7)+4}{n} = (n-7) + \frac{4}{n} \text{ - является целым при } n = 1 \text{ или}$$

$$\text{или } n = 2 \text{ или } n = 4.$$

$$5. \frac{a+2b}{b} = 7, \text{ тогда:}$$

$$\text{а) } \frac{a}{b} = \frac{a+2b}{b} - 2 = 5; \text{ б) } \frac{2a-b}{b} = 2 \cdot \frac{a}{b} - 1 = 9; \text{ в) } \frac{3a+4b}{a} = 3 + 4 \cdot \frac{b}{a} = 3 + \frac{4}{5} = \frac{19}{5}.$$



С-9. УМНОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ.

1. 1) а) $\frac{3a}{b} \cdot \frac{b}{6a} = \frac{3ab}{6ab} = \frac{1}{2}$; б) $\frac{2x}{3y} \cdot \frac{y}{6x} = \frac{2xy}{18xy} = \frac{1}{9}$;
 в) $\frac{a^2b}{12c} \cdot \frac{4c}{ab^2} = \frac{4a^2bc}{12ab^2c} = \frac{a}{3b}$; г) $\frac{18m^3}{5n^2} \cdot \frac{25n}{12m^2} = \frac{18 \cdot 25nm^3}{12 \cdot 5n^2m^2} = \frac{15m}{2n}$;
 д) $6x \cdot \frac{a}{3x^2} = \frac{6ax}{3x^2} = \frac{2a}{x}$; е) $\frac{7y^3}{z^3} \cdot z^3 = \frac{7y^3z^3}{z^2} = 7y^3z$;
- 2) а) $\frac{3}{x^2-2x} \cdot \frac{2x-4}{x} = \frac{3 \cdot 2 \cdot (x-2)}{x(x-2) \cdot x} = \frac{6}{x^2}$; б) $\frac{a-2b}{12c} \cdot \frac{18c^2}{2b-a} = \frac{-18c^2 \cdot (2b-a)}{12c(2b-a)} = \frac{-3c}{2}$;
 в) $\frac{x^2-16}{8x^3} \cdot \frac{4x}{x+4} = \frac{(x-4)(x+4) \cdot 4x}{8x^3(x+4)} = \frac{x-4}{2x^2}$;
 г) $\frac{5-y}{2y} \cdot \frac{3y^2}{y^2-25} = \frac{-(y-5)3y^2}{2y(y-5)(y+5)} = \frac{-3y}{2(y+5)}$;
 д) $\frac{c^2+4c+4}{2c-6} \cdot \frac{c^2-9}{5c+10} = \frac{(c+2)^2 \cdot (c-3)(c+3)}{2(c-3)5(c+2)} = \frac{(c+2)(c+3)}{10} = \frac{c^2+5c+6}{10}$;
 е) $(3a-6b) \cdot \frac{a+2}{a^2-4b^2} = \frac{3(a-2b) \cdot (a+2)}{(a-2b)(a+2b)} = \frac{3(a+2)}{a+2b}$;
- 3) а) $\frac{x^2-6x+9}{x^2-3x+9} \cdot \frac{x^3+27}{3x-9} = \frac{(x-3)^2 \cdot (x+3) \cdot (x^2-3x+9)}{(x^2-3x+9) \cdot 3 \cdot (x-3)} = \frac{(x-3)(x+3)}{3} = \frac{x^2-9}{3}$;
 б) $\frac{1}{5a^2+10ab+20b^2} (a^3-8b^3) = \frac{(a-2b)(a^2+2ab+4b^2)}{5(a^2+2ab+4b^2)} = \frac{a-2b}{5}$;
 в) $\frac{x^2-ax+bx-ab}{x^2+ax-bx-ab} \cdot \frac{x^2+2ax+a^2}{x^2-2bx+b^2} = \frac{(x-a)(x+b)(x+a)^2}{(x+a)(x-b)(x-b)^2} = \frac{(x-a)(x+a)(x+b)}{(x-b)^3}$.
2. 1) а) $\left(\frac{x}{y^2}\right)^2 = \frac{x^2}{y^4}$; б) $\left(-\frac{2a^2}{c^2}\right)^3 = \frac{-8a^6}{c^6}$; в) $\left(\frac{c^2}{b}\right)^3 \cdot \left(\frac{b^2}{c^4}\right)^2 = \frac{c^6 \cdot b^4}{b^3 \cdot c^8} = \frac{b}{c^2}$;
 2) а) $\left(-\frac{16x^2}{27y^3}\right)^2 \cdot \left(\frac{9y^2}{8x^2}\right)^3 = \frac{2^8 \cdot x^4 \cdot 3^6 \cdot y^6}{3^6 \cdot y^6 \cdot 2^9 \cdot x^6} = \frac{1}{2x^2}$;
 б) $\left(\frac{a-b}{a+b}\right)^3 \cdot \frac{a+2ab+b^2}{a^2-2ab+b^2} = \frac{(a-b)^3 \cdot (a+b)^2}{(a+b)^3 \cdot (a-b)^2} = \frac{a-b}{a+b}$.
3. а) $\frac{45xy}{7z^2} \cdot \frac{14xz^3}{81y^2} \cdot \frac{27y^3}{5xz} = \frac{5 \cdot 3^3 \cdot xy \cdot 2 \cdot 7xz^3 \cdot 3^3 \cdot y^3}{7z^2 \cdot 3^4 \cdot y^2 \cdot 5xz} = \frac{2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3^5 \cdot x^2 \cdot y^4 \cdot z^3}{5 \cdot 7 \cdot 3^4 \cdot xy^2z^3} = 6xy^2z$;

$$6) \frac{74a^3b}{c^4} \cdot \frac{b^3}{111a^5} \cdot 3ac^3 = \frac{2 \cdot 37 \cdot a^3 b b^3 \cdot 3ac^3}{c^4 \cdot 3 \cdot 37 \cdot a^5} = \frac{2 \cdot 37 a^4 b^4 c^3}{3 \cdot 37 \cdot a^5 c^4} = \frac{2b^4}{3ac}.$$

$$4) \frac{8-0,5y^4}{4+0,5y^3} \cdot \frac{0,5y^2-y+2}{0,5y^2+2} \cdot \frac{1}{2-y} = \frac{0,5(4-y^2)(4+y^2) \cdot 0,5(y^2-2y+4)}{0,5(2+y)(y^2-2y+4) \cdot 0,5(y^2+4)(2-y)} =$$

$$= \frac{(2-y)(2+y)}{(2+y)(2-y)} = 1, \text{ ч. т. д.}$$



С-10. ДЕЛЕНИЕ ДРОБЕЙ

$$1. 1) \text{ а) } \frac{2x^2}{y} : \frac{x}{y^2} = \frac{2x^2 \cdot y^2}{y \cdot x} = \frac{2xy}{1} = 2xy; \quad 6) -\frac{3a}{b^2} : \frac{12a^2}{b^3} = \frac{-3a \cdot b^3}{b^2 \cdot 12a^2} = \frac{-b}{4a};$$

$$\text{в) } \frac{4a}{5b} : \frac{2a^2}{15b^2} = \frac{4a \cdot 15b^2}{5b \cdot 2a^2} = \frac{6b}{a};$$

$$\text{г) } 10a^2 : \frac{5a}{b} = \frac{10a^2 \cdot b}{5a} = 2ab; \quad \text{д) } \frac{7x^3}{y^2} : (14x^2) = \frac{7x^3}{y^2 \cdot 14x^2} = \frac{x}{2y^2};$$

$$2) \text{ а) } \frac{a^2-b^2}{a+3b} : \frac{ab+b^2}{2a+6b} = \frac{(a-b)(a+b) \cdot 2(a+3b)}{(a+3b) \cdot b(a+b)} = \frac{2(a-b)}{b};$$

$$\text{б) } \frac{5x-25}{3y+5} : \frac{x^2-25}{6y+10} = \frac{5(x-5) \cdot 2(3y+5)}{(3y+5) \cdot (x-5)(x+5)} = \frac{10}{x+5};$$

$$\text{в) } \frac{k+4}{k-4} : \frac{k^2-8k+16}{k^2-16} = \frac{(k+4) \cdot (k-4)(k+4)}{(k-4) \cdot (k-4)^2} = \frac{(k+4)^2}{(k-4)^2};$$

$$\text{г) } \frac{c+d}{3-2c} : \frac{c^2+2cd+d^2}{2c^2-3c} = \frac{-c}{c+d};$$

$$3) \text{ а) } \frac{9+6y+4y^2}{2y-1} : \frac{27-8y^3}{4y^2-1} = \frac{(9+6y+4y^2) \cdot (2y-1)(2y+1)}{(2y-1) \cdot (3-2y)(9+6y+4y^2)} = \frac{2y+1}{3-2y};$$

$$\text{б) } \frac{8+p^3}{16-p^4} : \frac{p^2-p^2+4}{p^2+4} = \frac{(2+p)(4-2p+p^2) \cdot (p^2+4)}{(4-p^2)(4+p^2) \cdot (p^2-2p+4)} = \frac{2+p}{(2-p)(2+p)} = \frac{1}{2+p}.$$

$$2. \text{ а) } \left(\frac{x}{4}\right)^2 : \left(\frac{x}{2}\right)^3 = \frac{x^2}{16} \cdot \frac{8}{x^3} = \frac{1}{2x};$$

$$\text{б) } \frac{(a-2b)^3}{(2a-b)^3} : \frac{a^2-4ab+4b^2}{4a^2-4ab+b^2} = \frac{(a-2b)^3 \cdot (2a-b)^2}{(2a-b)^3 \cdot (a-2b)^2} = \frac{a-2b}{2a-b}.$$

$$3. \text{ а) } \frac{3x^2}{2y^2z^2} : \frac{6y^3}{7z^6} : \frac{9xy}{14z^2} = \frac{3x^2 \cdot 2 \cdot 3y^3 \cdot 2 \cdot 7z^2}{2y^2z^2 \cdot 7z^6 \cdot 3 \cdot 3xy} = \frac{2^2 \cdot 3^2 \cdot 7x^2y^3z^2}{2 \cdot 3^2 \cdot 7xy^3z^8} = \frac{2xy^2}{z^6};$$

$$6) \frac{216a^6}{343b^3} : \frac{18a^8}{49b^4} \cdot \frac{7a^3}{4b^2} = \frac{2^3 \cdot 3^3 a^6 \cdot 7^2 b^4 \cdot 7a^3}{7^3 b^3 \cdot 2 \cdot 3^2 a^8 2^2 b^2} = \frac{2^3 \cdot 3^3 \cdot 7^3 a^9 b^4}{2^3 \cdot 3^2 \cdot 7^3 a^8 b^5} = \frac{3a}{b}.$$

$$4) \left(\frac{x^2 - 10x + 25}{x^2 - 25} \right)^3 : \left(\frac{x-5}{x+5} \right)^3 = \frac{(x-5)^6 \cdot (x+5)^3}{(x-5)^3 (x+5)^3 \cdot (x-5)^3} = 1, \text{ ч. т. д.}$$

$$5) (n-2)^2 : n^2 = 1 - \frac{4}{n} + \frac{4}{n^2} - \text{является целым числом при } n = \pm 1 \text{ и } n = \pm 2.$$

$$6) \frac{0,2y+1,6}{0,2y^2+y+5} : \frac{0,5y^2-32}{0,5y^3-62,5} = \frac{0,2(y+8) \cdot 0,5(y^3-125)}{0,2(y^2+5y+25) \cdot 0,5(y^3-64)} =$$

$$= \frac{(y+8)(y-5)(y^2+5y+25)}{(y^2+5y+25)(y-8)(y+8)} = \frac{y-5}{y-8}.$$

I

C-11. ВСЕ ДЕЙСТВИЯ С ДРОБЯМИ.

$$1) \text{ а) } \left(\frac{2a}{b^2} - \frac{1}{2a} \right) : \left(\frac{1}{b} + \frac{1}{2a} \right) = \left(\frac{4a^2 - b^2}{2ab^2} \right) : \left(\frac{2a+b}{2ab} \right) = \frac{(2a-b)(2a+b) \cdot 2ab}{2ab^2 \cdot (2a+b)} = \frac{2a-b}{b};$$

$$\text{б) } \left(\frac{2m}{2m-1} + 1 \right) \cdot \frac{6m-3}{4m^2-m} = \left(\frac{2m+2m-1}{2m-1} \right) \cdot \frac{3(2m-1)}{m(4m-1)} = \frac{(4m-1) \cdot 3(2m-1)}{(2m-1) \cdot m(4m-1)} = \frac{3}{m};$$

$$\text{в) } \frac{y-3}{y+3} \cdot \left(y + \frac{y^2}{3-y} \right) = \frac{(y-3)}{y+3} \cdot \left(\frac{(3-y)y + y^2}{3-y} \right) = \frac{(y-3)3y}{(y+3)(3-y)} = \frac{-3y}{y+3};$$

$$\text{г) } \left(x - \frac{5x}{x+2} \right) : \frac{x-3}{x+2} = \left(\frac{x^2 + 2x - 5x}{x+2} \right) \cdot \frac{x+2}{x-3} = \frac{x(x-3)(x+2)}{(x+2)(x-3)} = x;$$

$$\text{д) } \frac{6x+y}{3x} - \frac{5y^2}{x^2} \cdot \frac{x}{15y} = \frac{6x+y}{3x} - \frac{5xy^2}{15x^2y} = \frac{6x+y}{3x} - \frac{y}{3x} = \frac{6x+y-y}{3x} = \frac{6x}{3x} = 2;$$

$$2) \text{ а) } \frac{a^2-x^2}{b^2-16} \cdot \frac{b+4}{a-x} + \frac{x}{4-b} = \frac{(a-x)(a+x)(b+4)}{(b-4)(b+4)(a-x)} + \frac{x}{4-b} = \frac{a}{b-4};$$

$$\text{б) } \frac{x-y}{2x+y} + \frac{1}{x-y} \cdot \frac{x^2-y^2}{2x+y} = \frac{x-y}{2x+y} + \frac{(x-y)(x+y)}{(x-y)(2x+y)} = \frac{x-y}{2x+y} + \frac{x+y}{2x+y} = \frac{2x}{2x+y};$$

$$\text{в) } \left(\frac{2a^2-a}{a^2-a+1} - 2 \right) : \left(\frac{1}{a+1} - \frac{a-1}{a^2-a+1} \right) = \left(\frac{2a^2-a-2a^2+2a-2}{a^2-a+1} \right) : \left(\frac{a^2-a+1-a^2+1}{a^3+1} \right) =$$

$$= \frac{(a-2) \cdot (a+1)(a^2-a+1)}{(a^2-a+1) \cdot (2-a)} = -a-1.$$

$$2) \text{ а) } \left(\frac{x+y}{x-y} - \frac{x-y}{x+y} \right) : \frac{xy}{x^2-y^2} = \left(\frac{(x+y)^2 - (x-y)^2}{x^2-y^2} \right) : \frac{xy}{x^2-y^2} = \frac{4xy \cdot (x^2-y^2)}{(x^2-y^2) \cdot xy} = \frac{4}{1} = 4;$$

$$6) \left(\frac{a}{a-5} - \frac{a}{a+5} - \frac{a+25}{25-a^2} \right) \cdot \frac{a-5}{a^2+10a+25} = \left(\frac{a(a+5)-a(a-5)+a+25}{a^2-25} \right) \cdot \frac{a-5}{(a+5)^2} =$$

$$= \frac{(11a+25) \cdot (a-5)}{(a-5)(a+5)(a+5)^2} = \frac{11a+25}{(a+5)^3}.$$

$$3. \left(\frac{2a-0,5b}{4a^2+ab+0,25b^2} + \frac{24ab}{64a^3-b^3} + \frac{1}{2a-0,5b} \right) \frac{4a-b}{4} =$$

$$= \left(\frac{8a-2b}{16a^2+4ab+b^2} + \frac{24ab}{64a^3-b^3} + \frac{2}{4a-b} \right) \cdot \frac{4a-b}{4} =$$

$$= \left(\frac{2(4a-b)^2 + 24ab + 2(16a^2+4ab+b^2)}{64a^3-b^3} \right) \cdot \frac{4a-b}{4} =$$

$$= \frac{64a^2+16ab+4b^2}{64a^3-b^3} \cdot \frac{4a-b}{4} = \frac{4(b^2+4ab+16a^2)(4a-b)}{(4a-b)(16a^2+4ab+b^2) \cdot 4} = 1, \text{ ч. т. д.}$$

$$4. \frac{\frac{3x-y}{y}+1}{\frac{3x+y}{y}-1} + \frac{3-\frac{y}{x}}{\frac{3x}{y}-1} = \frac{\frac{3x}{y}}{\frac{3x}{y}} + \frac{\frac{3x-y}{y}}{\frac{3x-y}{y}} = 1 + \frac{y}{x} = \frac{x+y}{x}.$$

$$5. \left(\frac{1}{(a-x)(x-1)} - \frac{1}{(a-x)(a-1)} - \frac{1}{(a-1)(x-1)} \right) \cdot \frac{a^3-8x^3}{a^4+b^4} =$$

$$= \left(\frac{a-1-(x-1)-(a-x)}{(a-x)(a-1)(x-1)} \right) \cdot \frac{a^3-8x^3}{a^4+b^4} = 0.$$



С-12. ФУНКЦИЯ $y = \frac{k}{x}$ И ЕЕ ГРАФИК

1. $y = \frac{48}{x};$

x	-16	-8	-4	4	6	12	16	96
y	-3	-6	-12	12	8	4	3	0.5

2. График $y = \frac{9}{x}$ см. на рис. 2.

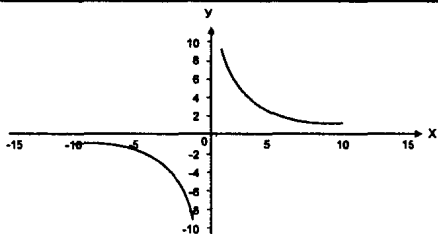


Рис. 2

а) $y(-5) = -\frac{9}{5} = -1,8$; $y(-2) = -\frac{9}{2} = -4,5$; $y(2) = \frac{9}{2} = 4,5$; $y(5) = \frac{9}{5} = 1,8$;

б) при $y = -9$, $x = \frac{9}{y} = -1$; при $y = -2,3$, $x = \frac{-9}{2,3} = -\frac{90}{23}$;

при $y = 2,3$, $x = \frac{90}{23}$; при $y = 9$, $x = 1$;

в) $y > 0$ при $x > 0$, $y < 0$ при $x < 0$.

3. $y = \frac{128}{x}$;

А $(-4; 32)$ – принадлежит графику функции, т.к. $32 = \frac{128}{-4}$;

В $(8; -16)$ – принадлежит графику функции, т.к. $-16 = \frac{128}{8}$;

С $(2, 64)$ – не принадлежит графику функции, т.к. $64 \neq \frac{128}{2}$;

Д $(0, -128)$ – не принадлежит графику функции, т.к. $x=0$ не принадлежит области определения функции.

4. $x = \frac{49}{x}$, $x^2 = 49$, $x = 7$ или $x = -7$.

Ответ: Две точки $(-7; -7)$ и $(7; 7)$.

5. а) $y = \frac{64}{(x-4)^2 - (x+4)^2} = \frac{64}{x^2 - 8x + 16 - x^2 - 8x - 16} = -\frac{4}{x}$. см. рис. 3.

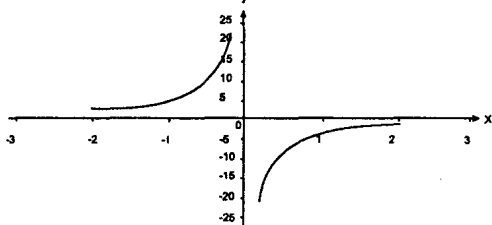


Рис. 3

б) $y = \frac{8}{|x|}$, $y = \begin{cases} \frac{8}{x}, & \text{при } x > 0 \\ -\frac{8}{x}, & \text{при } x < 0 \end{cases}$ график см. рис.4

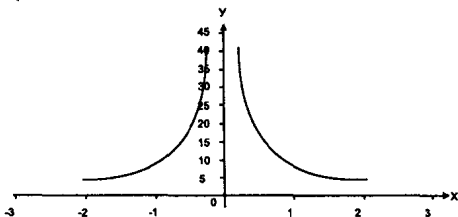


Рис. 4

в) $y = \frac{5}{2|x|} = \begin{cases} \frac{5}{2x}, & \text{при } x > 0 \\ -\frac{5}{2x}, & \text{при } x < 0 \end{cases}$ график аналогичен рис. 4

6. $a \cdot b \text{ см}^2 = 18 \text{ см}^2$, $ab = 18$, $b = \frac{18}{a}$ график см. рис. 5.
(учтено, что $a > 0$ и $b > 0$)

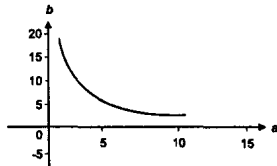


Рис. 5

I

С-13. РАЦИОНАЛЬНЫЕ И ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА.

1. а) 7; 201 б) -8; -1; в) 2,1; 3, (6) $= \frac{11}{3}$; 201; $2\frac{3}{19}$; г) 0,2020020002...; $-\pi$.

2. 1) а) $\frac{1}{9} = 0,1111... = 0,(1)$; б) $4 = 4,(0)$; в) $-3,25(0)$; г) $1\frac{1}{3} = 1,333... = 1,(3)$;

2) а) $-\frac{1}{12} = -0,08333... = -0,08(3)$; б) $\frac{1}{16} = 0,0625(0)$;

в) $\frac{3}{11} = 0,2727... = 0,(27)$; г) $-\frac{5}{24} = -0,20833... = -0,208(3)$.

3. 1) а) $0,121 > 0,038$; б) $0,3 > -68$; в) $-2,45 > -2,54$;

2) а) $\frac{1}{15} > 0$; б) $\frac{4}{9} = \frac{44}{99} < \frac{45}{99} = \frac{5}{11}$; в) $2,8 = 2\frac{24}{30} < 2\frac{5}{6}$;

3) а) $-1,5353... < -1,3535...;$ б) $5,73 < 5,(73);$ в) $1\frac{5}{13} = 1,3846... < 1,(39);$

4) а) неверно (например, $5-7=-2$ — не натуральное);

б) верно; доказательство: $x_1 = \frac{m_1}{n_1}, x_2 = \frac{m_2}{n_2}$, где $m_1, m_2 \in \mathbb{Z}, n_1, n_2 \in \mathbb{N}$; тогда:

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{m_1}{n_1} \cdot \frac{m_2}{n_2} = \frac{m_1 m_2}{n_1 n_2}, \quad m_1 m_2 \in \mathbb{Z}, n_1 n_2 \in \mathbb{N};$$

$$x_1^3 + x_2^3 = \frac{m_1^3}{n_1^3} + \frac{m_2^3}{n_2^3} = \frac{m_1^3 n_2^3 + n_1^3 m_2^3}{n_1^3 n_2^3}, \quad (m_1^3 n_2^3 + n_1^3 m_2^3) \in \mathbb{Z}, \text{ а } n_1^3 n_2^3 \in \mathbb{N}.$$

5) а) $0,(6)=x, 10x=6,(6), 10x-x=6,9x=6, x=\frac{2}{3};$

б) $0,0(5)=x, 10x=0,5(5), 10x-x=0,5=\frac{1}{2}; 9x=\frac{1}{2}, x=\frac{1}{18};$

в) $0,0(45)=x, 100x=4,5(45), 100x-x=4,5=\frac{9}{2}; 99x=\frac{9}{2}, x=\frac{1}{22};$

б) а и b — нечетные числа, то есть $a=2m+1, b=2k+1, k, m \in \mathbb{Z};$

$$2a^2 - b = 2(2m+1)^2 - (2k+1) = 8m^2 + 8m + 2 - 2k - 1 = 2(4m^2 + 4m - k) + 1,$$

где $(4m^2 + 4m - k) \in \mathbb{Z}$, то есть $2a^2 - b$ — нечетно.

I

С-14. АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ

1. 1) а) $\sqrt{16} = \sqrt{4^2} = 4;$ б) $\sqrt{100} = \sqrt{10^2} = 10;$ в) $\sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7;$ г) $\sqrt{81} = \sqrt{9^2} = 9;$

2) а) $\sqrt{0,25} = \sqrt{0,5^2} = 0,5;$ б) $\sqrt{3600} = \sqrt{60^2} = 60;$

в) $\sqrt{0,09} = \sqrt{0,3^2} = 0,3;$ г) $\sqrt{400} = \sqrt{20^2} = 20;$

3) а) $\sqrt{\frac{1}{64}} = \sqrt{\frac{1}{8^2}} = \frac{1}{8};$ б) $\sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{9}} = \frac{7}{3};$

в) $\sqrt{3\frac{6}{25}} = \sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5};$ г) $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4}.$

2. а) верно, т.к. $12^2 = 144;$ б) неверно, т.к. $\sqrt{a} \geq 0;$ в) верно, т.к. $0^2 = 0;$

г) неверно, т.к. $0,2^2 = 0,04;$ д) верно, т.к. $0,9^2 = 0,81;$ е) неверно, т.к. $70^2 = 4900.$

3. Сторона квадрата a , а площадь $S = a^2, a = \sqrt{S};$

а) $S = 25 \text{ дм}^2; a = \sqrt{25 \text{ дм}^2} = 5 \text{ дм};$ б) $a = \sqrt{64 \text{ см}^2} = 8 \text{ см};$

$$\text{в) } a = \sqrt{0,49 \text{ м}^2} = 0,7 \text{ м}; \quad \text{г) } a = \sqrt{\frac{9}{16} \text{ м}^2} = \frac{3}{4} \text{ м}.$$

$$4. \text{ а) } 9; \quad \text{б) } 100; \quad \text{в) } 0; \quad \text{г) } 0,64; \quad \text{д) } \frac{1}{16}; \quad \text{е) } 0,01; \quad \text{ж) } 2\frac{7}{9}; \quad \text{з) } 1,21.$$

$$5. 1) \text{ а) } \sqrt{25} - \sqrt{49} = 5 - 7 = -2; \quad \text{б) } \sqrt{16} \cdot \sqrt{9} = 4 \cdot 3 = 12;$$

$$\text{в) } 3\sqrt{4} - \sqrt{36} = 3 \cdot 2 - 6 = 0; \quad \text{г) } \sqrt{64} : \sqrt{900} = 8 : 30 = \frac{4}{15};$$

$$2) \text{ а) } \sqrt{0,36} + \sqrt{0,01} = 0,6 + 0,1 = 0,7; \quad \text{б) } \frac{1}{8}\sqrt{0,64} - 1 = \frac{1}{8} \cdot 0,8 - 1 = 0,1 - 1 = -0,9;$$

$$\text{в) } -3\sqrt{0,49} + 2,6 = -3 \cdot 0,7 + 2,6 = -2,1 + 2,6 = 0,5; \quad \text{г) } 0,4 \cdot \sqrt{0,04} = 0,4 \cdot 0,2 = 0,08;$$

$$3) \text{ а) } (\sqrt{4})^2 - 1,5 = 4 - 1,5 = 2,5; \quad \text{б) } 7 \cdot \left(\sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2 = 7 \cdot \frac{2}{7} = 2;$$

$$\text{в) } (\sqrt{0,9})^2 - 0,3 = 0,9 - 0,3 = 0,6; \quad \text{г) } \frac{1}{6} \cdot (\sqrt{12})^2 = \frac{1}{6} \cdot 12 = 2;$$

$$4) \text{ а) } \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5; \quad \text{б) } \sqrt{4 \cdot 5^2 - 6^2} = \sqrt{4 \cdot 25 - 36} = \sqrt{64} = 8;$$

$$\text{в) } \sqrt{3(0,4^2 + 0,11)} = \sqrt{3(0,16 + 0,11)} = \sqrt{3 \cdot 0,27} = \sqrt{0,81} = 0,9;$$

$$\text{г) } \sqrt{0,5^2 - 0,3^2} = \sqrt{0,25 - 0,09} = \sqrt{0,16} = 0,4.$$

$$6. 1) \text{ а) } \sqrt{169} = \sqrt{13^2} = 13; \quad \text{б) } \sqrt{324} = \sqrt{18^2} = 18;$$

$$\text{в) } \sqrt{441} = \sqrt{21^2} = 21 \quad \text{г) } \sqrt{676} = \sqrt{26^2} = 26;$$

$$2) \text{ а) } \sqrt{2,25} = \sqrt{1,5^2} = 1,5; \quad \text{б) } \sqrt{3,61} = \sqrt{1,9^2} = 1,9;$$

$$\text{в) } \sqrt{5,76} = \sqrt{2,4^2} = 2,4; \quad \text{г) } \sqrt{7,84} = \sqrt{2,8^2} = 2,8;$$

$$3) \text{ а) } \sqrt{11,56} = \sqrt{3,4^2} = 3,4; \quad \text{б) } \sqrt{48400} = \sqrt{220^2} = 220;$$

$$\text{в) } \sqrt{68,89} = \sqrt{8,3^2} = 8,3; \quad \text{г) } \sqrt{72900} = \sqrt{270^2} = 270.$$

$$7. \text{ а) } \sqrt{37+c} = \sqrt{37+12} = \sqrt{49} = 7, \text{ при } c = 12;$$

$$\sqrt{37+c} = \sqrt{37-1} = \sqrt{36} = 6, \text{ при } c = -1;$$

$$\sqrt{37+c} = \sqrt{37+27} = \sqrt{64} = 8, \text{ при } c = 27;$$

$$\sqrt{37+c} = \sqrt{37-28} = \sqrt{9} = 3, \text{ при } c = -28;$$

$$\sqrt{37+c} = \sqrt{37+63} = \sqrt{100} = 10, \text{ при } c = 63;$$

Самостоятельные работы

б) $\sqrt{a-b} = \sqrt{70-6} = \sqrt{64} = 8$, при $a = 70$, $b = 6$;

$\sqrt{a-b} = \sqrt{38+43} = \sqrt{81} = 9$, при $a = 38$, $b = -43$;

$\sqrt{a-b} = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{18}} = \sqrt{\frac{29}{36}} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{29}$, при $a = \frac{3}{4}$, $b = -\frac{1}{18}$;

$\sqrt{a-b} = \sqrt{0,93-0,57} = \sqrt{0,36} = 0,6$, при $a = 0,93$, $b = 0,57$;

$\sqrt{a-b} = \sqrt{-0,29+0,78} = \sqrt{0,49} = 0,7$, при $a = -0,29$, $b = -0,78$;

в) $2\sqrt{x} - x = 2\sqrt{0} - 0 = 0$, при $x = 0$;

$2\sqrt{x} - x = 2\sqrt{0,01} - 0,01 = 0,2 - 0,01 = 0,19$, при $x = 0,01$;

$2\sqrt{x} - x = 2\sqrt{900} - 900 = 60 - 900 = -840$, при $x = 900$;

8. 1) а) $x = 1$; б) $x = 81$; в) $x = 0$; г) $x = 0,04$;

2) а) $x = 400$; б) $x = 36$; в) неверно ни при каком x ; г) $x = \pm \frac{1}{4}$;

3) а) $x = \frac{1}{49}$; б) неверно ни при каком x ; в) $\frac{16}{9}$; г) неверно ни при каком x .

9. 1) а) $\sqrt{1369} - \sqrt{1681} = 37 - 41 = -4$; б) $2\sqrt{0,1156} - \sqrt{0,4761} = 0,68 - 0,69 = -0,01$;

в) $0,4\sqrt{441} + \sqrt{2,56} = 8,4 + 1,6 = 10$;

2) а) $\frac{5}{\sqrt{4225}} - \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{65} - \frac{5}{13} = -\frac{20}{65} = -\frac{4}{13}$; б) $\frac{1}{\sqrt{361}} + \sqrt{6,25} = \frac{1}{19} + \frac{5}{2} = \frac{97}{38} = 2\frac{21}{38}$;

в) $\sqrt{1369 - 2 \cdot 37 \cdot 29 + 841} = \sqrt{(37 - 29)^2} = 8$.

10. 1) а) $6\sqrt{x} = 5$; $\sqrt{x} = \frac{5}{6}$; $x = \frac{25}{36}$; б) $\sqrt{7x} = 1$; $7x = 1$; $x = \frac{1}{7}$;

в) $\frac{1}{3\sqrt{x}} = 3$; $\sqrt{x} = \frac{1}{9}$; $x = \frac{1}{81}$; г) $(\sqrt{x})^2 = 9$; $x = 9$;

2) а) $\sqrt{x+1} = 2$; $x+1 = 4$, $x = 3$; б) $\frac{3}{\sqrt{x-5}} = 4$; $\sqrt{x-5} = \frac{3}{4}$; $x-5 = \frac{9}{16}$; $x = 5\frac{9}{16}$;

в) $\frac{15}{\sqrt{x}-3} = 3$; $\sqrt{x}-3 = 5$; $\sqrt{x} = 8$, $x = 64$;

г) $\sqrt{2+\sqrt{3+\sqrt{x}}} = 2$; $2+\sqrt{3+\sqrt{x}} = 4$; $\sqrt{3+\sqrt{x}} = 2$; $3+\sqrt{x} = 4$; $\sqrt{x} = 1$, $x = 1$.

11. 1) а) $x \geq 0$; б) $x \leq 0$; в) x — любое; г) $x \leq 0$;

2) а) $x > 0$; б) $x < 0$; в) $x \geq 0$, $x \neq 4$; г) $x = 0$.

**С-15. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ВИДА $x^2 = a$**

1. а) имеет, $x = 4$ или $x = -4$; б) имеет, $x = 0$;
в) имеет, $x = \pm\sqrt{26}$; г) не имеет, т.к. $x^2 \geq 0$, для любых x .
2. а) $\approx 1,6$; б) $\approx 2,4$; в) $\approx 2,8$.
3. 1) а) $x^2 = 25$, $x = \pm\sqrt{25}$, $x = \pm 5$; б) $x^2 = 0,36$, $x = \pm\sqrt{0,36}$, $x = \pm 0,6$;
в) $x^2 = 169$, $x = \pm\sqrt{169}$, $x = \pm 13$; г) $x^2 = \frac{9}{49}$, $x = \pm\sqrt{\frac{9}{49}}$, $x = \pm\frac{3}{7}$;
- 2) а) $x^2 = 3$, $x = \pm\sqrt{3}$; б) $x^2 = 12$, $x = \pm\sqrt{12}$; в) $x^2 = 3,6$, $x = \pm\sqrt{3,6}$; г) $x^2 = 8,1$, $x = \pm\sqrt{8,1}$;
- 3) а) $x^2 - 0,1 = 0,06$; $x^2 = 0,16$; $x = \pm\sqrt{0,16}$; $x = \pm 0,4$;
б) $30 + x^2 = 31$, $x^2 = 1$, $x = \pm 1$; в) $49 + y^2 = 0$; $y^2 = -49$ – решений нет;
г) $\frac{1}{6}a^2 = 5$, $a^2 = 30$, $a = \pm\sqrt{30}$;
- 4) а) $(x-1)^2 = 36$, $x-1 = \pm 6$, $x = 7$ или $x = -5$;
б) $(y+5)^2 = 4$, $y+5 = \pm 2$, $y = -3$ и $y = -7$;
в) $(x+7)^2 = 5$, $x+7 = \pm\sqrt{5}$, $x = \sqrt{5} - 7$ и $x = -\sqrt{5} - 7$;
г) $\left(y - \frac{1}{9}\right)^2 = \frac{4}{81}$, $y - \frac{1}{9} = \pm\frac{2}{9}$, $y = \frac{3}{9}$, и $y = -\frac{1}{9}$.
4. 1) $x^2 = 0$; 2) $x^2 = -1$; 3) $x^2 = 2$; 4) $x^2 = \frac{1}{4}$.
5. а) $\frac{y}{x} > 0$ и x – одного знака или $y = 0$ при $x \neq 0$;
б) $xy^2 \geq 0$, $x \geq 0$, y – любое; в) $\frac{y}{x} > 0$, и x – разного знака или $y = 0$ при $x \neq 0$;
г) $xy^3 \geq 0$ и x – одного знака или $y = 0$ или $x = 0$.
6. а) $y^2 = (\sqrt{11} + \sqrt{2})(\sqrt{11} - \sqrt{2})$, $y^2 = (\sqrt{11})^2 - (\sqrt{2})^2 = 9$, $y = \pm 3$;
б) $(\sqrt{7}y)^2 = 14$, $7y^2 = 14$, $y^2 = 2$, $y = \pm\sqrt{2}$.
7. если бы $\sqrt{10m-3} = n$, где $m, n \in N$, тогда $10m-3 = n^2$, $10m = n^2 + 3$, тогда $(n^2 + 3)$ заканчивается на 0, тогда n^2 – заканчивается на 7, чего не может быть при $n \in N$.

**С-16. НАХОЖДЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ
КВАДРАТНОГО КОРНЯ**

1. 1) а) 3 и 4; б) 6 и 7; в) 10 и 11; г) 2 и 3;
2) а) 0 и 1; б) 1 и 2; в) -3 и -2; г) -5 и -4;
2. 1) а) $\approx 1,7$; б) $\approx 2,4$; в) $\approx 2,8$;
2) а) $\approx 1,9$; б) $\approx -2,6$; в) $\approx -3,2$;
3. 1) а) $\approx 2,65$; б) $\approx 5,29$; в) $\approx 0,95$; г) $\approx -2,74$; д) $\approx 0,71$; е) $\approx 22,07$;
2) а) $\approx 5,24$; б) $\approx 0,78$; в) $\approx 5,22$; г) $\approx 18,38$;
3) а) $\approx 2,77$; б) $\approx 1,5$; в) $\approx 1,02$.
4) $\approx 0,71$ при $a = 3,5$; $\approx 1,48$ при $a = 5,2$; $\approx 4,88$ при $a = 26,8$;
 $\approx 24,2$ при $a = 588,6$.
4. $(\boxed{a} \boxed{x^2} + \boxed{b} \boxed{x^2}) \boxed{\sqrt{x}}$ – набрав это на калькуляторе, подставляя вместо a и b значения чисел, мы получим значение c .
а) $\approx 9,2$; б) $\approx 29,3$.

**С-17. ФУНКЦИЯ $y = \sqrt{x}$**

1. 1) $\sqrt{0} = 0$; $\sqrt{4} = 2$; $\sqrt{6} \approx 2,4$; $\sqrt{10} \approx 3,2$;
2) $\sqrt{2} \approx 1,4$; $\sqrt{3,5} \approx 1,9$; $\sqrt{5,2} \approx 2,3$; $\sqrt{8,5} \approx 2,9$;
3) $\sqrt{x} = 1; 2; 2,5; 3,2$, тогда $x = 1; 4; 6,25; \approx 10$;
4) $\sqrt{x} = 0,8; 1,6; 2,3; 2,9$, тогда $x \approx 0,64; \approx 2,6; \approx 5,3; \approx 8,4$.
2. а) $\sqrt{0,7} < 1$; б) $3 > \sqrt{7,5}$; в) $\sqrt{3,6} < \sqrt{6,5}$; г) $\sqrt{9,3} > \sqrt{7,5}$.
3. а) пересекает; б) пересекает; в) пересекает; г) не пересекает.
4. 1) В(25;5) – принадлежит; С(81;9) – принадлежит; Р(1;1) – принадлежит;
N(-16;4) – не принадлежит; Е(3;9) – не принадлежит;
2) А(169;13) – принадлежит; D(2500;50) – принадлежит; М(0,36;0,6) – принадлежит;
К(0,8;0,64) – не принадлежит; Н(100;-10) – не принадлежит.
5. 1) а) $\sqrt{45} > \sqrt{43}$; б) $\sqrt{2,6} > \sqrt{2,1}$; в) $\sqrt{48} < 7$; г) $\sqrt{30} < 6$;
2) а) $\sqrt{\frac{1}{10}} > \sqrt{\frac{1}{12}}$; б) $\sqrt{1,44} = 1,2$; в) $2,3 < \sqrt{6,25}$; г) $\frac{3}{4} > \sqrt{\frac{7}{16}}$.
6. а) $\sqrt{40} > 6 > \sqrt{35,8} > 5 > \sqrt{21}$; б) $\sqrt{0,5} > \sqrt{0,2} > \frac{1}{3} > 0,25$.
7. а) пересекает; б) пересекает; в) не пересекает;
г) пересекает; д) пересекает; е) не пересекает;
8. а) 2; 3; 4; б) 8; в) никакие; г) -1; д) -3; е) -4; -3; -2; -1; 0; 1.

**С-18. КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ ИЗ ПРОИЗВЕДЕНИЯ.
ПРОИЗВЕДЕНИЕ КОРНЕЙ**

1. 1) а) $\sqrt{9 \cdot 36} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{36} = 3 \cdot 6 = 18$; б) $\sqrt{25 \cdot 81} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{81} = 5 \cdot 9 = 45$;
в) $\sqrt{16 \cdot 900} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{900} = 4 \cdot 30 = 120$; г) $\sqrt{2500 \cdot 49} = \sqrt{2500} \cdot \sqrt{49} = 50 \cdot 7 = 350$;
- 2) а) $\sqrt{0,64 \cdot 25} = \sqrt{0,64} \cdot \sqrt{25} = 0,8 \cdot 5 = 4$; б) $\sqrt{0,49 \cdot 16} = \sqrt{0,49} \cdot \sqrt{16} = 0,7 \cdot 4 = 2,8$;
в) $\sqrt{9 \cdot 1,21} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{1,21} = 3 \cdot 1,1 = 3,3$; г) $\sqrt{400 \cdot 0,36} = \sqrt{400} \cdot \sqrt{0,36} = 20 \cdot 0,6 = 12$;
- 3) а) $\sqrt{0,09 \cdot 0,25} = \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{0,25} = 0,3 \cdot 0,5 = 0,15$;
б) $\sqrt{0,81 \cdot 0,04} = \sqrt{0,81} \cdot \sqrt{0,04} = 0,9 \cdot 0,2 = 0,18$;
в) $\sqrt{6,25 \cdot 0,16} = \sqrt{6,25} \cdot \sqrt{0,16} = 2,5 \cdot 0,4 = 1$;
г) $\sqrt{0,36 \cdot 1,44} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{1,44} = 0,6 \cdot 1,2 = 0,72$;
- 4) а) $\sqrt{25 \cdot 16 \cdot 0,36} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{0,36} = 5 \cdot 4 \cdot 0,6 = 12$;
б) $\sqrt{196 \cdot 2,25 \cdot 0,09} = \sqrt{196} \cdot \sqrt{2,25} \cdot \sqrt{0,09} = 14 \cdot 1,5 \cdot 0,3 = 6,3$;
в) $\sqrt{1,69 \cdot 0,04 \cdot 0,0001} = \sqrt{1,69} \cdot \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{0,0001} = 1,3 \cdot 0,2 \cdot 0,01 = 0,0026$;
2. 1) а) $\sqrt{40 \cdot 490} = \sqrt{400 \cdot 49} = \sqrt{400} \cdot \sqrt{49} = 20 \cdot 7 = 140$;
б) $\sqrt{10 \cdot 640} = \sqrt{100 \cdot 64} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{64} = 10 \cdot 8 = 80$;
в) $\sqrt{18 \cdot 32} = \sqrt{36 \cdot 16} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{16} = 6 \cdot 4 = 24$;
г) $\sqrt{8 \cdot 800} = \sqrt{16 \cdot 400} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{400} = 4 \cdot 20 = 80$;
д) $\sqrt{12 \cdot 27} = \sqrt{36 \cdot 9} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{9} = 6 \cdot 3 = 18$;
- 2) а) $\sqrt{2,5 \cdot 40} = \sqrt{0,25 \cdot 400} = \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{400} = 0,5 \cdot 20 = 10$;
б) $\sqrt{6,4 \cdot 90} = \sqrt{0,64 \cdot 900} = \sqrt{0,64} \cdot \sqrt{900} = 0,8 \cdot 30 = 24$;
в) $\sqrt{4,9 \cdot 0,9} = \sqrt{49 \cdot 0,09} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{0,09} = 7 \cdot 0,3 = 2,1$;
г) $\sqrt{12,1 \cdot 0,4} = \sqrt{1,21 \cdot 4} = \sqrt{1,21} \cdot \sqrt{4} = 1,1 \cdot 2 = 2,2$;
д) $\sqrt{5 \cdot 45} = \sqrt{25 \cdot 9} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{9} = 5 \cdot 3 = 15$;
3. 1) а) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 18} = \sqrt{36} = 6$; б) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{48} = \sqrt{3 \cdot 48} = \sqrt{144} = 12$;
в) $\sqrt{13} \cdot \sqrt{52} = \sqrt{13 \cdot 52} = \sqrt{169 \cdot 4} = \sqrt{169} \cdot \sqrt{4} = 13 \cdot 2 = 26$;
г) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{75} = \sqrt{12 \cdot 75} = \sqrt{36 \cdot 25} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{25} = 6 \cdot 5 = 30$;

- 2) а) $\sqrt{4,5} \cdot \sqrt{72} = \sqrt{4,5 \cdot 72} = \sqrt{9 \cdot 36} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{36} = 3 \cdot 6 = 18$;
 б) $\sqrt{12,5} \cdot \sqrt{98} = \sqrt{12,5 \cdot 98} = \sqrt{25 \cdot 49} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{49} = 5 \cdot 7 = 35$;
 в) $\sqrt{0,4} \cdot \sqrt{3,6} = \sqrt{4 \cdot 0,36} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{0,36} = 2 \cdot 0,6 = 1,2$;
 г) $\sqrt{200} \cdot \sqrt{0,18} = \sqrt{200 \cdot 0,18} = \sqrt{100 \cdot 0,36} = \sqrt{100} \cdot \sqrt{0,36} = 10 \cdot 0,6 = 6$;
- 3) а) $\sqrt{17} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{34} = \sqrt{17 \cdot 2 \cdot 34} = \sqrt{34^2} = 34$;
 б) $\sqrt{\frac{1}{11}} \cdot \sqrt{\frac{11}{13}} \cdot \sqrt{\frac{13}{25}} = \sqrt{\frac{1}{11} \cdot \frac{11}{13} \cdot \frac{13}{25}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$; в) $\sqrt{\frac{3}{7}} \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{\frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{3}{7} \cdot 3 \cdot \frac{1}{7}} = \frac{3}{7}$.
4. а) $\sqrt{33} = \sqrt{3 \cdot 11} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{11}$; б) $\sqrt{51} = \sqrt{3 \cdot 17} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{17}$;
 в) $\sqrt{13y} = \sqrt{13} \cdot \sqrt{y}$; г) $\sqrt{21b} = \sqrt{3 \cdot 7b} = \sqrt{3} \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{b}$.
5. а) $\sqrt{72900} = \sqrt{729 \cdot 100} = \sqrt{729} \cdot \sqrt{100} = 27 \cdot 10 = 270$;
 б) $\sqrt{547600} = \sqrt{5476 \cdot 100} = \sqrt{5476} \cdot \sqrt{100} = 74 \cdot 10 = 740$;
 в) $\sqrt{2890000} = \sqrt{289 \cdot 10000} = \sqrt{289} \cdot \sqrt{10000} = 17 \cdot 100 = 1700$;
6. а) $\sqrt{11^2 + 60^2} = \sqrt{121 + 3600} = \sqrt{3721} = 61$;
 б) $\sqrt{85^2 - 84^2} = \sqrt{(85 - 84) \cdot (85 + 84)} = \sqrt{1} \cdot \sqrt{169} = 13$;
 в) $\sqrt{2,5^2 - 2,4^2} = \sqrt{(2,5 - 2,4) \cdot (2,5 + 2,4)} = \sqrt{0,1 \cdot 4,9} = \sqrt{0,01 \cdot 49} = \sqrt{0,01} \cdot \sqrt{49} = 0,1 \cdot 7 = 0,7$;
7. $\sqrt{60} \approx 7,75$, тогда
 а) $\sqrt{6000} = \sqrt{60} \cdot \sqrt{100} \approx 7,75 \cdot 10 = 77,5$; б) $\sqrt{0,6} = \sqrt{60} \cdot \sqrt{0,01} \approx 7,75 \cdot 0,1 = 0,775$;
 в) $\sqrt{240} = \sqrt{60} \cdot \sqrt{4} \approx 7,75 \cdot 2 = 15,5$; г) $\sqrt{960} = \sqrt{60} \cdot \sqrt{16} \approx 7,75 \cdot 4 = 31$.

I

С-19. КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ ИЗ ДРОБИ. ЧАСТНОЕ КОРНЕЙ

1. а) $\sqrt{\frac{49}{64}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{64}} = \frac{7}{8}$; б) $\sqrt{\frac{81}{100}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{100}} = \frac{9}{10}$;
 в) $\sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{25}} = \frac{3}{5}$; г) $\sqrt{\frac{36}{121}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{121}} = \frac{6}{11}$;
- 2) а) $\sqrt{3\frac{6}{25}} = \sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$; б) $\sqrt{2\frac{46}{49}} = \sqrt{\frac{144}{49}} = \frac{\sqrt{144}}{\sqrt{49}} = \frac{12}{7} = 1\frac{5}{7}$;

$$в) \sqrt{11\frac{1}{9}} = \sqrt{\frac{100}{9}} = \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{9}} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3};$$

$$г) \sqrt{3\frac{13}{36}} = \sqrt{\frac{121}{36}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{36}} = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6};$$

$$2. а) \sqrt{\frac{7}{19}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{19}};$$

$$б) \sqrt{\frac{6}{13}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{13}};$$

$$в) \sqrt{\frac{b}{10}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{10}}; г) \sqrt{\frac{8}{y}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{y}}.$$

$$3. 1) а) \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{50}} = \sqrt{\frac{8}{50}} = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5};$$

$$б) \frac{\sqrt{99}}{\sqrt{11}} = \sqrt{\frac{99}{11}} = \sqrt{9} = 3;$$

$$в) \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{112}} = \sqrt{\frac{7}{112}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4};$$

$$г) \frac{\sqrt{72000}}{\sqrt{2000}} = \sqrt{\frac{72000}{2000}} = \sqrt{36} = 6;$$

$$2) а) \frac{\sqrt{4,8}}{\sqrt{0,3}} = \sqrt{\frac{4,8}{0,3}} = \sqrt{16} = 4;$$

$$б) \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{1,5}} = \sqrt{\frac{54}{1,5}} = \sqrt{36} = 6;$$

$$в) \frac{\sqrt{4,5}}{\sqrt{128}} = \sqrt{\frac{4,5}{128}} = \sqrt{\frac{2,25}{64}} = \frac{1,5}{8} = \frac{3}{16};$$

$$г) \frac{\sqrt{2,7}}{\sqrt{7,5}} = \sqrt{\frac{2,7}{7,5}} = \sqrt{\frac{0,9}{2,5}} = \sqrt{\frac{9}{25}} = \frac{3}{5};$$

$$4. \frac{a_1}{a_2} = \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = \sqrt{\frac{36\text{см}^2}{4\text{см}^2}} = \sqrt{9} = 3. \text{ Ответ: в 3 раза.}$$

$$5. а) \sqrt{\frac{a}{y}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{y}}; б) \sqrt{\frac{a}{y}} = \frac{\sqrt{-a}}{\sqrt{-y}};$$

$$6. S_1 = \pi R_1^2, S = \pi R_2^2, \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{9}, R_2 = 9\text{дм};$$

$$\frac{\pi R_1^2}{\pi R_2^2} = \frac{S_1}{S_2} = \frac{1}{9}; \quad \frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}, \quad R_1 = \frac{1}{3} R_2 = 3\text{дм. Ответ: 3 дм.}$$

I С-20. КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ ИЗ СТЕПЕНИ.

$$1. 1) а) \sqrt{(3,8)^2} = 3,8; б) \sqrt{(-1,3)^2} = 1,3; в) \sqrt{(0,4)^2} = 0,4; г) \sqrt{(-6,19)^2} = 6,19;$$

$$2) а) 3\sqrt{(-17)^2} = 3 \cdot 17 = 51;$$

$$б) 5\sqrt{(4,2)^2} = 5 \cdot 4,2 = 21;$$

$$в) 0,1\sqrt{(-73)^2} = 0,1 \cdot 73 = 7,3;$$

$$г) -0,4\sqrt{22^2} = -0,4 \cdot 22 = -8,8;$$

$$3) а) \sqrt{10^4} = 10^2 = 100; б) \sqrt{5^6} = 5^3 = 125; в) \sqrt{3^8} = 3^4 = 81; г) \sqrt{2^{10}} = 2^5 = 32;$$

$$4) а) \sqrt{(-6)^4} = 6^2 = 36;$$

$$б) \sqrt{(-3)^8} = 3^4 = 81;$$

$$\text{в)} \sqrt{(-10)^6} = 10^3 = 1000; \quad \text{г)} \sqrt{(-3)^{10}} = 3^5 = 243;$$

$$5) \text{ а)} \sqrt{(1,2)^4} = (1,2)^2 = 1,44; \quad \text{б)} \sqrt{(-0,2)^6} = (0,2)^3 = 0,008;$$

$$\text{в)} \sqrt{3^4 \cdot 6^2} = 3^2 \cdot 6 = 54; \quad \text{г)} \sqrt{2^8 \cdot 5^2} = 2^4 \cdot 5 = 80.$$

$$2. 1) \text{ а)} \sqrt{b^2} = |b|; \quad \text{б)} \sqrt{m^2} = |m|; \quad \text{в)} 2,3\sqrt{x^2} = 2,3|x|; \quad \text{г)} -0,5\sqrt{a^2} = -0,5|a|;$$

$$2) \text{ а)} \sqrt{c^4} = c^2; \quad \text{б)} \sqrt{x^6} = |x^3|; \quad \text{в)} \sqrt{a^8} = a^4; \quad \text{г)} \sqrt{(p-2)^2} = |p-2|.$$

$$3. 1) \text{ а)} \sqrt{m^2} = |m| = m, \text{ при } m > 0; \quad \text{б)} \sqrt{c^2} = |c| = -c, \text{ при } c < 0;$$

$$\text{в)} \sqrt{0,81x^2} = |0,9x| = 0,9x, \text{ при } x \geq 0; \quad \text{г)} \sqrt{0,49a^2} = |0,7a| = -0,7a, \text{ при } a \leq 0;$$

$$2) \text{ а)} -3\sqrt{\frac{1}{9}n^2} = -3\left|\frac{1}{3}n\right| = 3 \cdot \frac{1}{3}n = n, \text{ при } n < 0; \quad \text{б)} \sqrt{x^4} = x^2;$$

$$\text{в)} \sqrt{a^6} = |a^3| = a^3, \text{ при } a \geq 0; \quad \text{г)} \sqrt{c^{10}} = |c^5| = -c^5, \text{ при } c \leq 0;$$

$$\text{д)} \sqrt{p^{16}} = p^8; \quad \text{е)} \sqrt{m^{22}} = |m^{11}| = m^{11}, \text{ при } m > 0;$$

$$3) \text{ а)} -\sqrt{0,64y^6} = -|0,8y^3| = 0,8y^3, \text{ при } y < 0;$$

$$\text{б)} 10\sqrt{0,09c^{14}} = 10 \cdot |0,3c^7| = 10 \cdot 0,3c^7 = 3c^7, \text{ при } c > 0;$$

$$\text{в)} 2,3\sqrt{100x^{12}} = 2,3 \cdot 10x^6 = 23x^6;$$

$$\text{г)} -0,1\sqrt{16a^{18}} = -0,1|4a^9| = 0,1 \cdot 4a^9 = 0,4a^9, \text{ при } a \leq 0.$$

$$4. \text{ а)} \sqrt{38416} = \sqrt{2^4 \cdot 7^4} = 2^2 \cdot 7^2 = 4 \cdot 49 = 196;$$

$$\text{б)} \sqrt{13689} = \sqrt{3^4 \cdot 13^2} = 3^2 \cdot 13 = 9 \cdot 13 = 117; \quad \text{в)} \sqrt{104976} = \sqrt{2^4 \cdot 3^8} = 2^2 \cdot 3^4 = 4 \cdot 81 = 324.$$

$$5. 1) \text{ а)} \sqrt{\frac{a^8 b^{12}}{c^2}} = \frac{a^4 b^6}{|c|} = -\frac{a^4 b^6}{c}, \text{ при } c < 0; \quad \text{б)} -x\sqrt{x^2 y^{16}} = -x|xy^8| = x^2 y^8, \text{ при } x < 0;$$

$$\text{в)} m^2 \sqrt{m^4 n^{26}} = m^2 \cdot |m^2 n^{13}| = m^4 n^{13}, \text{ при } n > 0;$$

$$\text{г)} -\frac{2}{9p^3} \sqrt{20,25 p^6 q^{20}} = -\frac{2}{9p^3} |4,5 p^3 q^{10}| = -q^{10}, \text{ при } p < 0;$$

$$2) \text{ а)} \sqrt{(a-b)^2} = |a-b| = b-a, \text{ при } b > a;$$

$$\text{б)} \sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{(x-3)^2} = |x-3| = x-3, \text{ при } x \geq 3;$$

$$\text{в)} \sqrt{21+8\sqrt{5}} = \sqrt{4^2+2\cdot 4\cdot \sqrt{5}+5} = \sqrt{(4+\sqrt{5})^2} = |4+\sqrt{5}| = 4+\sqrt{5};$$

$$\text{г)} \sqrt{37-20\sqrt{3}} = \sqrt{5^2-2\cdot 5\cdot 2\sqrt{3}+12} = \sqrt{(5-2\sqrt{3})^2} = |5-2\sqrt{3}| = 5-2\sqrt{3}.$$

I

С-21. ВЫНЕСЕНИЕ МНОЖИТЕЛЯ ИЗ-ПОД ЗНАКА КОРНЯ. ВНЕСЕНИЕ МНОЖИТЕЛЯ ПОД ЗНАК КОРНЯ

1. 1) а) $\sqrt{28} = \sqrt{4\cdot 7} = \sqrt{4}\cdot\sqrt{7} = 2\sqrt{7};$ б) $\sqrt{99} = \sqrt{9\cdot 11} = \sqrt{9}\cdot\sqrt{11} = 3\sqrt{11};$
 в) $\sqrt{160} = \sqrt{16\cdot 10} = \sqrt{16}\cdot\sqrt{10} = 4\sqrt{10};$ г) $\sqrt{147} = \sqrt{3\cdot 49} = \sqrt{49}\cdot\sqrt{3} = 7\sqrt{3};$
- 2) а) $0,2\sqrt{50} = 0,2\sqrt{25\cdot 2} = 0,2\cdot 5\sqrt{2} = \sqrt{2};$ б) $-\frac{1}{2}\sqrt{8} = -\frac{1}{2}\sqrt{4\cdot 2} = -\frac{1}{2}\cdot 2\sqrt{2} = -\sqrt{2};$
 в) $\frac{3}{5}\sqrt{175} = \frac{3}{5}\cdot\sqrt{25\cdot 7} = \frac{3}{5}\cdot 5\sqrt{7} = 3\sqrt{7};$
 г) $-0,01\sqrt{30000} = -0,01\cdot\sqrt{10000\cdot 3} = -0,01\cdot 100\sqrt{3} = -\sqrt{3};$
- 3) а) $\sqrt{5^2\cdot 3} = 5\sqrt{3};$ б) $\sqrt{3^4\cdot 5} = 3^2\cdot\sqrt{5} = 9\sqrt{5};$
 в) $\sqrt{7^2\cdot 3^3} = 7\sqrt{3^2\cdot 3} = 7\cdot 3\sqrt{3} = 21\sqrt{3};$ г) $\sqrt{2^3\cdot 3^5} = \sqrt{2^2\cdot 3^4\cdot 6} = 2\cdot 3^2\sqrt{6} = 18\sqrt{6};$
- 4) а) $\sqrt{11a^2} = |a|\sqrt{11} = a\sqrt{11},$ при $a \geq 0;$ б) $\sqrt{c^3} = \sqrt{c^2\cdot c} = c\sqrt{c};$
 в) $\sqrt{5x^4} = x^2\sqrt{5};$ г) $\sqrt{3b^5} = \sqrt{3b\cdot b^4} = b^2\sqrt{3b};$
- 5) а) $\sqrt{36a^7} = \sqrt{6^2\cdot a^6\cdot a} = 6a^3\sqrt{a};$
 б) $\sqrt{45x^6} = \sqrt{5\cdot 3^2\cdot x^6} = 3|x^3|\sqrt{5} = -3x^3\sqrt{5},$ при $x \leq 0;$
 в) $\sqrt{300m^9} = \sqrt{3\cdot 10^2\cdot m\cdot m^8} = 10m^4\sqrt{3m};$
 г) $\sqrt{\frac{7c^{10}}{64}} = \frac{|c^5|}{8}\sqrt{7} = \frac{c^5}{8}\sqrt{7},$ при $c > 0.$
2. 1) а) $6\sqrt{2} = \sqrt{6^2\cdot 2} = \sqrt{72};$ б) $5\sqrt{6} = \sqrt{5^2\cdot 6} = \sqrt{150};$
 в) $-3\sqrt{2} = -\sqrt{3^2\cdot 2} = -\sqrt{18};$ г) $-8\sqrt{10} = -\sqrt{8^2\cdot 10} = -\sqrt{640};$
- 2) а) $2\sqrt{a} = \sqrt{2^2\cdot a} = \sqrt{4a};$ б) $\frac{1}{2}\sqrt{8x} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2\cdot 8x} = \sqrt{2x};$
 в) $-10\sqrt{0,2p} = -\sqrt{10^2\cdot 0,2p} = -\sqrt{20p};$ г) $6\sqrt{\frac{1}{6}m} = \sqrt{6^2\cdot \frac{1}{6}m} = \sqrt{6m}.$
3. 1) а) $3\sqrt{2} = \sqrt{18} < \sqrt{20};$ б) $\sqrt{14} > 2\sqrt{3} = \sqrt{12};$ в) $7\sqrt{3} = \sqrt{147} > 3\sqrt{7} = \sqrt{63};$

- 2) а) $\frac{2}{3}\sqrt{63} = \sqrt{28} > \frac{1}{2}\sqrt{104} = \sqrt{26}$; б) $\frac{3}{5}\sqrt{75} = \sqrt{27} < 10\sqrt{\frac{3}{5}} = \sqrt{60}$;
 в) $0,7\sqrt{1\frac{3}{7}} = \sqrt{0,7} > 0,9\sqrt{\frac{2}{3}} = \sqrt{0,54}$;
- 3) а) $3\sqrt{7} = \sqrt{63} > \sqrt{28}$; б) $2\sqrt{75} = \sqrt{300} < 3\sqrt{48} = \sqrt{432}$;
 в) $10\sqrt{54} = 30\sqrt{6} > 3\sqrt{96} = 12\sqrt{6}$.
4. а) $\sqrt{25x^2y^5} = 5|x|y^2\sqrt{y} = -5xy^2\sqrt{y}$, при $x < 0$;
 б) $\sqrt{32a^3b^{10}} = 4a|b^5|\sqrt{2a} = -4ab^5\sqrt{2a}$, при $b \leq 0$;
 в) $\sqrt{-8c^7} = 2|c^3|\sqrt{-2c} = -2c^3\sqrt{-2c}$; г) $\sqrt{27(a-b)^5} = 3(a-b)^2\sqrt{3(a-b)}$.
5. а) $x\sqrt{5} = -\sqrt{(-x)^2 \cdot 5} = -\sqrt{5x^2}$, при $x < 0$; б) $a^3\sqrt{2} = -\sqrt{2a^6}$, при $a \leq 0$;
 в) $x\sqrt{x} = \sqrt{x^3}$; г) $y\sqrt{-y} = -\sqrt{-y^3}$; д) $(a-b)\sqrt{a-b} = \sqrt{(a-b)^3}$;
 е) $(x-y)\sqrt{y-x} = -\sqrt{(y-x)^3}$.
6. а) $(a+2)\sqrt{\frac{2}{a^2+4a+4}} = (a+2)\sqrt{\frac{2}{|(a+2)^2|}} = \frac{a+2}{|a+2|}\sqrt{2} = \sqrt{2}$, при $a > -2$;
 б) $(a-b)\sqrt{\frac{1}{a^2-2ab+b^2}} = (a-b)\sqrt{\frac{1}{(a-b)^2}} = (a-b)\frac{1}{|a-b|} = -1$, при $a-b < 0$.

I

С-22. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ КВАДРАТНЫЕ КОРНИ

1. 1) а) $3\sqrt{c} + 8\sqrt{c} - 9\sqrt{c} = 2\sqrt{c}$; б) $5\sqrt{a} - 2\sqrt{b} + \sqrt{a} = 6\sqrt{a} - 2\sqrt{b}$;
 в) $\sqrt{4x} + \sqrt{64x} - \sqrt{81x} = 2\sqrt{x} + 8\sqrt{x} - 9\sqrt{x} = \sqrt{x}$;
 г) $\sqrt{27} - \sqrt{48} + \sqrt{75} = 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$;
- 2) а) $\sqrt{12y} - 0,5\sqrt{48y} + 2\sqrt{108y} - 2\sqrt{3y} - 2\sqrt{3y} + 12\sqrt{3y} = 12\sqrt{3y}$;
 б) $2\sqrt{8a} + 0,3\sqrt{45c} - 4\sqrt{18a} + 0,01\sqrt{500c} = 4\sqrt{2a} + 0,9\sqrt{5c} - 12\sqrt{2a} + 0,1\sqrt{5c} =$
 $= \sqrt{5c} - 8\sqrt{2a}$;
- 3) а) $\sqrt{3}(\sqrt{27} - \sqrt{48}) = \sqrt{3}(3\sqrt{3} - 4\sqrt{3}) = \sqrt{3}(-\sqrt{3}) = -3$;
 б) $(5\sqrt{7} - \sqrt{63} + \sqrt{14}) \cdot \sqrt{7} = (5\sqrt{7} - 3\sqrt{7} + \sqrt{14}) \cdot \sqrt{7} = (2\sqrt{7} + \sqrt{2 \cdot 7}) \cdot \sqrt{7} =$
 $= 2 \cdot 7 + \sqrt{2 \cdot 7} = 14 + 7\sqrt{2}$;

$$\text{в)} 3\sqrt{2}(2-5\sqrt{32})-2\sqrt{18}=6\sqrt{2}-15\sqrt{64}-6\sqrt{2}=-15\cdot 8=-120;$$

$$\text{р)} \sqrt{12}-(\sqrt{15}-3\sqrt{5})\cdot\sqrt{5}=2\sqrt{3}-\sqrt{75}+3\cdot 5=2\sqrt{3}-5\sqrt{3}+15=15-3\sqrt{3}.$$

$$2. 1) \text{ а)} (2+\sqrt{3})(1-\sqrt{3})=2-2\sqrt{3}+\sqrt{3}-\sqrt{9}=-1-\sqrt{3};$$

$$\text{б)} (\sqrt{2}-\sqrt{5})(2\sqrt{2}+\sqrt{5})=2\sqrt{4}+\sqrt{10}-2\sqrt{10}-\sqrt{25}=-1-\sqrt{10};$$

$$\text{в)} (\sqrt{7}-\sqrt{12})(\sqrt{7}-3\sqrt{3})=\sqrt{49}-3\sqrt{21}-2\sqrt{21}+3\sqrt{36}=25-5\sqrt{21};$$

$$\text{р)} (2\sqrt{5}-\sqrt{18})(\sqrt{18}+\sqrt{5})-\sqrt{90}=2\sqrt{90}+2\sqrt{25}-\sqrt{18^2}-\sqrt{90}-\sqrt{90}=-8;$$

$$2) \text{ а)} (a+\sqrt{c})(a-\sqrt{c})=a^2-c;$$

$$\text{б)} (\sqrt{x}+\sqrt{y})(\sqrt{x}-\sqrt{y})=x-y;$$

$$\text{в)} (\sqrt{14}-2)(2+\sqrt{14})=14-4=10; \quad \text{р)} (b+\sqrt{m})^2=b^2+2b\sqrt{m}+m;$$

$$\text{д)} (\sqrt{k}-\sqrt{p})^2=k-2\sqrt{kp}+p; \quad \text{е)} (\sqrt{3}-\sqrt{6})^2=3-2\sqrt{3\cdot 6}+6=9-6\sqrt{2};$$

$$3) \text{ а)} (1+3\sqrt{2})(3\sqrt{2}-1)=18-1=17; \quad \text{б)} (5\sqrt{3}-\sqrt{11})(\sqrt{11}+5\sqrt{3})=75-11=64;$$

$$\text{в)} (1-2\sqrt{3})^2=1-4\sqrt{3}+12=13-4\sqrt{3};$$

$$\text{р)} (3\sqrt{5}+2\sqrt{10})^2=45+12\sqrt{50}+40=95+60\sqrt{2}.$$

$$3. 1) \text{ а)} c^2-2=c^2-(\sqrt{2})^2=(c-\sqrt{2})(c+\sqrt{2});$$

$$\text{б)} 11-y^2=(\sqrt{11})^2-y^2=(\sqrt{11}-y)(\sqrt{11}+y);$$

$$\text{в)} 9x^2-5=(3x)^2-(\sqrt{5})^2=(3x-\sqrt{5})(3x+\sqrt{5});$$

$$\text{р)} 2a^2-3=(\sqrt{2}a)^2-(\sqrt{3})^2=(a\sqrt{2}-\sqrt{3})(a\sqrt{2}+\sqrt{3});$$

$$2) \text{ а)} a-9=(\sqrt{a})^2-3^2=(\sqrt{a}-3)(\sqrt{a}+3);$$

$$\text{б)} 5-b=(\sqrt{5})^2-(\sqrt{b})^2=(\sqrt{5}-\sqrt{b})(\sqrt{5}+\sqrt{b});$$

$$\text{в)} x-c=(\sqrt{x})^2-(\sqrt{c})^2=(\sqrt{x}-\sqrt{c})(\sqrt{x}+\sqrt{c});$$

$$\text{р)} 4a-25b=(2\sqrt{a})^2-(5\sqrt{b})^2=(2\sqrt{a}-5\sqrt{b})(2\sqrt{a}+5\sqrt{b});$$

$$3) \text{ а)} 7-\sqrt{7}=\sqrt{7}(\sqrt{7}-1); \quad \text{б)} 13+3\sqrt{13}=\sqrt{13}(\sqrt{13}+3);$$

$$\text{в)} \sqrt{y}+y=\sqrt{y}(1+\sqrt{y});$$

$$\text{р)} \sqrt{2a}-\sqrt{5\cdot a}=\sqrt{a}(\sqrt{2}-\sqrt{5}).$$

$$4. \text{ а)} \frac{a^2-3}{a+\sqrt{3}}=\frac{(a-\sqrt{3})(a+\sqrt{3})}{a+\sqrt{3}}=a-\sqrt{3}; \quad \text{б)} \frac{\sqrt{7}-y}{7-y^2}=\frac{\sqrt{7}-y}{(\sqrt{7}-y)(\sqrt{7}+y)}=\frac{1}{\sqrt{7}+y};$$

$$\text{в)} \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}-1; \quad \text{р)} \frac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{b-c}=\frac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{(\sqrt{b}-\sqrt{c})(\sqrt{b}+\sqrt{c})}=\frac{1}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}.$$

$$5. 1) \text{ а)} \frac{a}{\sqrt{3}}=\frac{a\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{a\sqrt{3}}{3}; \quad \text{б)} \frac{2}{\sqrt{y}}=\frac{2\sqrt{y}}{y}; \quad \text{в)} \frac{7}{3\sqrt{2}}=\frac{7\sqrt{2}}{6};$$

$$r) \frac{6}{5\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{15} = \frac{2\sqrt{3}}{5}; \quad d) \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}; \quad e) \frac{7}{2\sqrt{7}} = \frac{7 \cdot \sqrt{7}}{2\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{\sqrt{7}}{2};$$

$$2) a) \frac{3}{\sqrt{x}-a} = \frac{3(\sqrt{x}+a)}{(\sqrt{x}-a)(\sqrt{x}+a)} = \frac{3\sqrt{x}+3a}{x-a^2};$$

$$б) \frac{10}{\sqrt{6}+1} = \frac{10 \cdot (\sqrt{6}-1)}{6-1} = \frac{10(\sqrt{6}-1)}{5} = 2\sqrt{6}-2;$$

$$в) \frac{a}{\sqrt{x}+\sqrt{a}} = \frac{a(\sqrt{x}-\sqrt{a})}{x-a} = \frac{a\sqrt{x}-a\sqrt{a}}{x-a}; \quad r) \frac{b}{b-\sqrt{c}} = \frac{b(b+\sqrt{c})}{b^2-c} = \frac{b^2+b\sqrt{c}}{b^2-c};$$

$$д) \frac{3}{\sqrt{11}-\sqrt{2}} = \frac{3 \cdot (\sqrt{11}+\sqrt{2})}{11-2} = \frac{\sqrt{11}+\sqrt{2}}{3}; \quad e) \frac{9}{7+4\sqrt{3}} = \frac{9(7-4\sqrt{3})}{49-48} = 63-36\sqrt{3}.$$

$$6. a) \sqrt{9-6\sqrt{2}} = \sqrt{6-2\sqrt{18}+3} = \sqrt{(\sqrt{6}-\sqrt{3})^2} = \sqrt{6}-\sqrt{3}, \text{ ч.т.д.}$$

$$б) \sqrt{27+10\sqrt{2}} = \sqrt{25+2 \cdot \sqrt{50}+2} = \sqrt{(5+\sqrt{2})^2} = 5+\sqrt{2}, \text{ ч.т.д.}$$

$$7. a) \sqrt{3+3\sqrt{5}} \cdot \sqrt{3\sqrt{5}-3} = \sqrt{(3+3\sqrt{5})(3\sqrt{5}-3)} = \sqrt{45-9} = \sqrt{36} = 6 \in N, \text{ ч.т.д.}$$

$$б) \sqrt{(\sqrt{3}+1) \cdot 2\sqrt{2}} \cdot \sqrt{(\sqrt{3}-1) \cdot 2\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{3}+1)(\sqrt{3}-1) \cdot 2\sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2}} = \sqrt{3-1} \cdot 2\sqrt{2} = \sqrt{2} \cdot 2\sqrt{2} = 4 \in N, \text{ ч.т.д.}$$

$$8. a) \frac{\sqrt{15}-5}{3-\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{3}-\sqrt{5})}{\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{5})} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}}{3};$$

$$б) \frac{3\sqrt{3}-a\sqrt{a}}{\sqrt{a}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{a})(3+\sqrt{3a}+a)}{\sqrt{a}-\sqrt{3}} = -(3+a+\sqrt{3a});$$

$$в) \frac{x\sqrt{x+y}\sqrt{x-y}}{x\sqrt{x+y}\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{x}(x+y-\sqrt{xy})}{(\sqrt{x}+\sqrt{y})(x+y-\sqrt{xy})} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}.$$

I

С-23. УРАВНЕНИЯ И ИХ КОРНИ

- 1) а) $2x-7=8$, $a=7,5$ – является корнем;
 б) $x^3-2,5=-29,5$, $a=-3$ – является корнем;
 в) $x^2-x-20=0$, $a=5$ – является корнем;
 г) $x^4-x^3+2x=12$, $a=2$ – является корнем;
 д) $(x^3+12)(x^2-8)=0$, $a=2\sqrt{2}$ – является корнем;
- 2) а) $(x-3)(x+12)=0$, $x=3$ и $x=-12$;
 б) $(x+1)(x+7)(x-9)=0$, $x=-1$, $x=-7$ и $x=9$;
 в) $(6x-5)(x+5)=0$, $x=\frac{5}{6}$ и $x=-5$;

$$г) (x+8)(2x-5)(x^2+25)=0, x=-8 \text{ и } x=\frac{5}{2}.$$

3. а) $x^2+10=0$ не имеет корней, т.к. $x^2+10>0$ для любого x ;

б) $\sqrt{x}+4=0$ не имеет корней, т.к. $\sqrt{x}+4>0$ для любого x ;

в) $\frac{5x-1}{x-0,2}=0$ не имеет корней, т.к. $\frac{5x-1}{x-0,2}=\frac{5(x-0,2)}{x-0,2}=5$ для любого $x \neq 0,2$;

г) $\frac{10x+7}{(x+6)(x+0,7)}=0$ не имеет корней,

т.к. $\frac{10x+7}{(x+6)(x+0,7)}=\frac{10}{x+6} \neq 0$ при любом $x \neq -6$ и $x \neq -0,7$.

4. а) $5x-7=0$ и $1,4-x=0$ – равносильны;

б) $(6x-18)(\sqrt{x}-1)=0$ и $(121-x)(\sqrt{x}-3)=0$ – неравносильны;

в) $x^2+7=0$ и $\sqrt{x}+49=0$ – равносильны;



С-24. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ. НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ.

1. а) $\underline{3x^2+7x-6=0}$; б) $\underline{2x^2-5x+1=0}$;

в) $\underline{5x^2-x+9=0}$; $\underline{5x^2-1x+9=0}$; г) $\underline{x^2+7-4x=0}$; $\underline{1x^2-4x+7=0}$;

д) $\underline{2x^2-11=0}$; $\underline{2x^2+0x-11=0}$; е) $\underline{15x-x^2=0}$; $\underline{-1x^2+15x+0=0}$;

ж) $\underline{7x^2=0}$; $\underline{7x^2+0x+0=0}$; з) $\underline{3x-x^2+19=0}$; $\underline{-1x^2+3x+19=0}$.

2. уравнения д), е), ж) – неполные, так как или коэффициент или свободный член равны нулю.

3. а) $3x^2-12=0$, $3(x-2)(x+2)=0$, $x=2$ и $x=-2$;

б) $2x^2+6x=0$, $2x(x+3)=0$, $x=0$ и $x=-3$;

в) $1,8x^2=0$, $x=0$; г) $x^2+9=0$ – корней нет;

д) $7x^2-14=0$, $7(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})=0$, $x=\sqrt{2}$ и $x=-\sqrt{2}$;

е) $x^2-3x=0$, $x(x-3)=0$, $x=0$ и $x=3$;

ж) $-\frac{2}{3}x^2=0$, $x=0$; з) $6^2+24=0$ – корней нет;

и) $10x+2x^2=2x(5+x)=0$, $x=0$ и $x=-5$;

к) $\frac{1}{7}x^2+\frac{6}{7}=0$ – корней нет;

л) $15-5x^2=5(\sqrt{3}-x)(\sqrt{3}+x)$, $x=\sqrt{3}$ и $x=-\sqrt{3}$; м) $4,9x^2=0$, $x=0$.

4. а) $9y^2 - 4 = 0$, $(3y-2)(3y+2) = 0$, $y = \pm \frac{2}{3}$;

Проверка: $9 \cdot \left(\pm \frac{2}{3}\right)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$ верно;

б) $-y^2 + 5 = 0$, $(\sqrt{5} - y)(\sqrt{5} + y) = 0$, $y = \pm \sqrt{5}$;

Проверка: $-(\pm \sqrt{5})^2 + 5 = -5 + 5 = 0$ верно;

в) $1 - 4y^2 = 0$, $(1-2y)(1+2y) = 0$, $y = \pm \frac{1}{2}$;

Проверка: $1 - 4 \cdot \left(\pm \frac{1}{2}\right)^2 = 1 - 1 = 0$ верно;

г) $8y^2 + y = 0$, $y(8y+1) = 0$, $y = 0$ и $y = -\frac{1}{8}$;

Проверка: $8 \cdot 0^2 + 0 = 0 + 0 = 0$ верно и $8 \cdot \left(-\frac{1}{8}\right)^2 - \frac{1}{8} = \frac{1}{8} - \frac{1}{8} = 0$ верно;

д) $6y - y^2 = 0$, $y(6-y) = 0$, $y = 0$ и $y = 6$;

Проверка: $6 \cdot 0 - 0^2 = 0 - 0 = 0$ верно и $6 \cdot 6 - 6^2 = 36 - 36 = 0$ верно;

е) $0,1y^2 - 0,5y = 0$, $0,1y(y-5) = 0$, $y = 0$ и $y = 5$;

Проверка: $0,1 \cdot 0^2 - 0,5 \cdot 0 = 0 - 0 = 0$ верно и $0,1 \cdot 5^2 - 0,5 \cdot 5 = 2,5 - 2,5 = 0$ верно.

5. а) $(x+1)(x-2) = 0$, $x = -1$ и $x = 2$; б) $x(x+0,5) = 0$, $x = 0$ и $x = -0,5$;

в) $x^2 - 2x = 0$, $x(x-2) = 0$, $x = 0$ и $x = 2$; г) $x^2 - 16 = 0$, $x = \pm 4$;

д) $9x^2 - 1 = 0$, $x = \pm \frac{1}{3}$; е) $3x - 2x^2 = 0$, $x(3-2x) = 0$, $x = 0$ и $x = \frac{3}{2}$;

ж) $x^2 = 3x$, $x(x-3) = 0$, $x = 0$ и $x = 3$; з) $x^2 + 2x - 3 = 2x + 6$, $x^2 = 9$, $x = \pm 3$;

и) $3x^2 + 7 = 12x + 7$, $3x(x-4) = 0$, $x = 0$ и $x = 4$.

6. а) $(x-0,3)(x+\frac{1}{7})(x+2,1) = 0$, $x = 0,3$; $x = -\frac{1}{7}$ и $x = -2,1$;

б) $3x(2x-0,1) = 0$, $x = 0$ и $x = 0,05$; в) $0,2x^2 - 1,8x = 0$, $0,2x(x-9) = 0$, $x = 0$ и $x = 9$;

г) $\frac{1}{3}a^2 - \frac{4}{27} = 0$, $a^2 = \frac{4}{9}$, $a = \pm \frac{2}{3}$; д) $1,2y^2 - 3,6 = 0$, $y^2 = 3$, $y = \pm \sqrt{3}$;

е) $6z - 0,3z^2 = 0$, $z(6-0,3z) = 0$, $z = 0$ и $z = 20$.

7. а), б), в), г).

8. $\begin{cases} ab = \frac{a+b}{2} \\ a-b=1 \end{cases}; \begin{cases} b(b+1) = \frac{b+1+b}{2} \\ a=b+1 \end{cases}; \begin{cases} b^2 + b = b + \frac{1}{2} \\ a=b+1 \end{cases}; \begin{cases} b = \sqrt{\frac{1}{2}} \\ a = \sqrt{\frac{1}{2}} + 1 \end{cases}; \begin{cases} b = -\sqrt{\frac{1}{2}} \\ a = 1 - \sqrt{\frac{1}{2}} \end{cases}$

Ответ: $\sqrt{\frac{1}{2}}$ и $(1 + \sqrt{\frac{1}{2}})$ или $-\sqrt{\frac{1}{2}}$ и $(1 - \sqrt{\frac{1}{2}})$.

**С-25. РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ**

1. а) -1 ; 2; б) 0 ; $-0,5$; в) $-0,5$; 2; г) $\frac{1}{3}$; -1 .
2. а) $D=25-4 \cdot 3 \cdot 2=1$; б) $D=16-4 \cdot 4 \cdot 1=0$;
в) $D=4-4 \cdot (-1) \cdot 3=16$; г) $D=9-4 \cdot 6 \cdot (-1)=33$.
3. а) два корня; б) один корень; в) два корня; г) не имеет корней.
4. а) $x^2-4x+3=0$; б) $x^2+1,5x-1=0$; в) $x^2-4x=0$;
г) $x^2-\frac{1}{6}x-\frac{1}{18}=0$; д) $x^2-3=0$; е) $x^2-2x-2=0$.
5. а) $n=\pm 8$; б) $n=-9$; в) $n=9$; г) $n=\pm \frac{4}{7}$.
6. а) $x^2+x=0$, $x(x+1)=0$, $x=0$ и $x=-1$;
б) $x^2-4x+3=0$, $D=4$, $x=\frac{4 \pm 2}{2}$, $x=3$ и $x=1$;
в) $5x^2+14x-3=0$, $D=256$, $x=\frac{-14 \pm 16}{10}$, $x=\frac{1}{5}$ и $x=-3$;
г) $x^2-2x-2=0$, $D=12$, $x=\frac{2 \pm 2\sqrt{3}}{2}$, $x=1 \pm \sqrt{3}$;
д) $5x=3x^2$, $x(3x-5)=0$, $x=0$ и $x=\frac{5}{3}$;
е) $x^2-5x+4=0$, $D=9$, $x=\frac{5 \pm 3}{2}$, $x=4$ и $x=1$;
ж) $7x^2-4=0$, $x^2=\frac{4}{7}$, $x=\pm \frac{2}{\sqrt{7}}$; з) $3x^2-x+2=0$, $D=-23$, корней нет.
7. а) $10x^2+5x-0,6=0$, $D=49$, $x=\frac{-5 \pm 7}{20}$, $x=\frac{1}{10}$ и $x=-\frac{3}{5}$;
б) $7x^2+8x+1=0$, $D=36$, $x=\frac{-8 \pm 6}{14}$, $x=-\frac{1}{7}$ и $x=-1$;
в) $2x^2-3x+2=0$, $D=-7$ – нет корней;
г) $x^2+6=5x$, $x^2-5x+6=0$, $D=1$, $x=\frac{5 \pm 1}{2}$, $x=3$ и $x=2$;
д) $5y^2-4y=1$, $5y^2-4y-1=0$, $D=36$, $y=\frac{4 \pm 6}{10}$, $y=1$ и $y=-\frac{1}{5}$;
е) $2-3x=5x^2$, $5x^2+3x-2=0$, $D=49$, $x=\frac{-3 \pm 7}{10}$, $x=\frac{2}{5}$ и $x=-1$.
8. а) $x^2-6x+9=(x-3)^2=(x-3)(x-3)$; б) $4x^2-\frac{9}{121}=\left(2x-\frac{3}{11}\right)\left(2x+\frac{3}{11}\right)$;

в) $x^2 + 5x + 6 = (x+2)(x+3)$;

г) $x^2 + x - 2 = (x-1)(x+2)$;

д) $3y^2 - 5 = (\sqrt{3}y - \sqrt{5})(\sqrt{3}y + \sqrt{5})$;

е) $y^2 - 3y - 4 = (y+1)(y-4)$.

9. а) при $a = 6$ и $a = -6$;

б) при $a = 0$ и $a = \frac{4}{9}$.

10. $3(-2)^2 - m(-2) - 6 = 0$, $2m + 6 = 0$, $m = -3$.

**С-26. РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ
(ПРОДОЛЖЕНИЕ)**

1. 1) а) $(x-2)^2 = 3x - 8$, $x^2 - 7x + 12 = 0$, $D = 1$, $x = \frac{7 \pm 1}{2}$, $x = 4$ и $x = 3$;

б) $(x-1)^2 = 29 - 5x$, $x^2 + 3x - 28 = 0$, $D = 121$, $x = \frac{-3 \pm 11}{2}$, $x = 4$ и $x = -7$;

в) $5(x+2)^2 = -6x - 44$, $5x^2 + 26x + 64 = 0$, $D = -604$ — нет корней;

г) $(x+3)^2 - 16 = (1-2x)^2$, $3x^2 - 10x + 8 = 0$, $D = 4$, $x = \frac{10 \pm 2}{6}$, $x = 2$ и $x = \frac{4}{3}$;

2) а) $(x-2)(x+2) = 7x - 14$, $x^2 - 7x + 10 = 0$, $D = 9$, $x = \frac{7 \pm 3}{2}$, $x = 5$ и $x = 2$;

б) $(-x-1)(x-4) = x(4x-1)$, $5x^2 - 14x - 4 = 0$, $D = 276$, $x = \frac{14 \pm 2\sqrt{69}}{10}$, $x = \frac{7}{5} \pm \frac{\sqrt{69}}{5}$;

в) $-x\left(\frac{1}{3} - x\right) = (x-1)(x+1)$, $-\frac{1}{3}x = -1$, $x = 3$;

г) $5(x-2) = (3x+2)(x-2)$, $3x^2 - 9x + 6 = 0$, $D = 9$, $x = \frac{9 \pm 3}{6}$, $x = 2$ и $x = 1$.

3) а) $\frac{x^2 - x}{3} = \frac{2x - 4}{5}$, $5x^2 - 11x + 12 = 0$, $D = -119$ — нет корней;

б) $\frac{x^2 - 3}{2} - 6x = 5$, $x^2 - 12x - 13 = 0$, $D = 196$, $x = \frac{12 \pm 14}{2}$, $x = 13$ и $x = -1$;

в) $\frac{x^2 + 2x}{2} = \frac{x^2 + 24}{7}$, $5x^2 + 14x - 48 = 0$, $D = 1156$, $x = \frac{-14 \pm 34}{10}$, $x = 2$ и $x = -\frac{24}{5}$;

г) $\frac{3x^2 + x}{4} - \frac{2 - 7x}{5} = \frac{3x^2 + 17}{10}$, $9x^2 + 33x - 42 = 0$, $3x^2 + 11x - 14 = 0$, $D = 289$,
 $x = \frac{-11 \pm 17}{6}$, $x = 1$ и $x = -\frac{14}{3}$.

2. а) $y^2 - 11y + 24 = 0$, $0,5y^2 - 5,5y + 12 = 0$, $D = 2785$, $y = \frac{55 \pm \sqrt{2785}}{10}$;

б) $1,5y^2 + 0,5 = 3y - 2,5y^2$, $4y^2 - 3y + 0,5 = 0$, $D = 1$, $y = \frac{3 \pm 1}{8}$, $y = \frac{1}{2}$ и $y = \frac{1}{4}$;

в) $2 + y - 0,5y^2 = 2y^2 - 3y$, $2,5y^2 - 4y - 2 = 0$, $D = 36$, $y = \frac{4 \pm 6}{5}$, $y = 2$ и $y = -\frac{2}{5}$.

3. а) $x^2 - 6x + 4 = 0$, $D = 20$, $x = \frac{6 \pm 2\sqrt{5}}{2}$, $x \approx 5,236$ и $x \approx 0,764$;

б) $16y^2 - 8y - 31 = 0$, $D = 2048$, $y = \frac{8 \pm 32\sqrt{2}}{32}$, $y \approx 1,664$ и $y \approx -1,164$.

4. $D = k^2 + 24 > 0$ при любом k , значит уравнение имеет два корня.

5. $D = m^2 - 4m + 8 = (m - 2)^2 + 4 > 0$ при любом m , значит уравнение имеет два разных корня.

6. а) $\frac{x^3}{|x|} + x + 3 = 0$, при $x > 0$; $x^2 + x + 3 = 0$ – решений нет при

$x < 0$: $-x^2 + x + 3 = 0$, $x^2 - x - 3 = 0$, $x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2}$, $x = \frac{1 - \sqrt{13}}{2}$;

ОТВЕТ: $\frac{1 - \sqrt{13}}{2}$;

б) $3x^2 + \frac{x^2}{|x|} - 4 = 0$, при $x > 0$: $3x^2 + x - 4 = 0$, $x = \frac{-1 \pm \sqrt{49}}{6}$, $x = 1$ при

$x < 0$: $3x^2 - x - 4 = 0$, $x = \frac{1 \pm 7}{6}$, $x = -1$.

ОТВЕТ: $x = -1$ и $x = 1$.



C-27. ТЕОРЕМА ВЬЕТА

1. 1) а) $x_1 + x_2 = 16$, $x_1 x_2 = 28$; б) $x_1 + x_2 = 12$, $x_1 x_2 = -45$;

в) $y_1 + y_2 = -17$, $y_1 y_2 = 60$; г) $y_1 + y_2 = -3$, $y_1 y_2 = -40$;

2) а) $x_1 + x_2 = 27$, $x_1 x_2 = 0$; б) $y_1 + y_2 = 0$, $y_1 y_2 = 12$;

в) $z_1 + z_2 = -60$, $z_1 z_2 = 0$; г) $y_1 + y_2 = 4,5$, $y_1 y_2 = 0$;

3) а) $x_1 + x_2 = 2$, $x_1 x_2 = -\frac{7}{3}$; б) $y_1 + y_2 = -\frac{1}{5}$, $y_1 y_2 = -\frac{3}{5}$;

в) $x_1 + x_2 = 4$, $x_1 x_2 = -\frac{3}{2}$; г) $y_1 + y_2 = \frac{5}{4}$, $y_1 y_2 = 0$.

2. а) $x^2 - 7x + 10 = 0$; б) $x^2 - 2x - 3 = 0$; в) $x^2 - 2,9x + 1 = 0$.

3. 1) а) $x = 2$ и $x = 3$; б) $y = -3$ и $y = -5$;

2) а) $x = -1$ и $x = 9$; б) $z = -2$ и $z = 5$;

3) а) $x = 14$ и $x = 3$; б) $y = -5$ и $y = 16$.

4. а) $x_1 = 2$; $x_2 = -19$; б) $x_1 = 2$; $x_2 = -\frac{3}{7}$.

5. 1) а) $x_1 < 0$ и $x_2 < 0$; б) $y_1 > 0$, а $y_2 < 0$.

2) а) $y_1 > 0$ и $y_2 > 0$; б) $x_1 > 0$, а $x_2 < 0$.

3) а) корней нет; б) $y_1 > 0$, а $y_2 < 0$.

6. 1) а) $x_1 = -3$, $x_2 = 8$, $k = -24$; б) $x_1 = -3$, $x_2 = -6$; $k = 9$;

2) а) $x_1 = -3$, $x_2 = \frac{1}{3}$, $k = -3$; б) $x_1 = -3$, $x_2 = \frac{4}{5}$, $k = 11$.

7. $x^2 + 7x - 11 = 0$;

1) а) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-7}{-11} = \frac{7}{11}$; б) $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 49 + 22 = 71$;

в) $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 49 + 44 = 93$;

г) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{71}{-11} = -\frac{71}{11}$;

д) $x_1^3 + x_2^3 = (x_1 + x_2)(x_1^2 - x_1 x_2 + x_2^2) = (x_1 + x_2)((x_1 + x_2)^2 - 3x_1 x_2) = (-7) \cdot (49 + 33) = -7 \cdot 82 = -574$;

2) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{7}{11}$; $\frac{1}{x_1 x_2} = -\frac{1}{11}$; $x^2 - \frac{7}{11}x - \frac{1}{11} = 0$, $11x^2 - 7x - 1 = 0$.



С-28. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

1. $\begin{cases} n_1 n_2 = 273 \\ n_1 - n_2 = 8 \end{cases}$; $\begin{cases} (8 + n_2)n_2 = 273 \\ n_1 = 8 + n_2 \end{cases}$; $\begin{cases} n_2^2 + 8n_2 - 273 = 0 \\ n_1 = n_2 + 8 \end{cases}$; $\begin{cases} n_2 = -21, n_2 = 13 \\ n_1 = n_2 + 8 \end{cases}$;

Числа натуральные, поэтому $n_2 = 13$, $n_1 = 21$. Ответ: 13 и 21.

2. $\begin{cases} ab = 480 \text{ дм}^2 \\ a + b = 47 \text{ дм} \end{cases}$; $\begin{cases} ab = 480 \\ a = 47 - b \end{cases}$; $\begin{cases} (47 - b)b = 480 \\ a = 47 - b \end{cases}$; $\begin{cases} b^2 - 47b + 480 = 0 \\ a = 47 - b \end{cases}$;

$\begin{cases} b = 32, b = 15 \\ a = 47 - b \end{cases}$; $b = 32$ дм. $a = 15$ дм или $b = 15$ дм, а $a = 32$ дм.

Ответ: 15 дм и 32 дм.

3. $\begin{cases} x_1 + x_2 = 46 \text{ см} \\ x_1^2 + x_2^2 = 1156 \text{ см}^2 \end{cases}$; $\begin{cases} x_1 = 46 - x_2 \\ x_1^2 + x_2^2 = 1156 \end{cases}$; $\begin{cases} x_1 = 46 - x_2 \\ 2116 - 92x_2 + x_2^2 + x_2^2 = 1156 \end{cases}$;

$\begin{cases} x_1 = 46 - x_2 \\ x_2^2 - 46x_2 + 480 = 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x_1 = 46 - x_2 \\ x_2 = 16, x_2 = 30 \end{cases}$; $x_2 = 16$ см, а $x_1 = 30$ см или $x_2 = 30$ см, а $x_1 = 16$ см. Ответ: 30 см, 16 см.

4. $\begin{cases} n_1^3 - n_2^3 = 1603 \\ n_1 - n_2 = 7 \end{cases}$; $\begin{cases} (n_1 - n_2)(n_1^2 + n_1 n_2 + n_2^2) = 1603 \\ n_1 = 7 + n_2 \end{cases}$; $\begin{cases} (7 + n_2)^2 + n_2(7 + n_2) + n_2^2 = 229 \\ n_1 = 7 + n_2 \end{cases}$;

$\begin{cases} n_1 = 7 + n_2 \\ 3n_1^2 + 21n_2 - 180 = 0 \end{cases}; \begin{cases} n_1 = 7 + n_2 \\ n_2^2 + 7n_2 - 60 = 0 \end{cases}; \begin{cases} n_1 = 7 + n_2 \\ n_2 = -12, n_2 = 5 \end{cases};$ так как числа натуральные, то $n_2 = 5$, а $n_1 = 12$. **Ответ:** 5 и 12.

5. $\begin{cases} 240 = v_0 t - 5t^2 \\ 120 = v_0 \cdot 2 - 20 \end{cases}; \begin{cases} 240 - 70t + 5t^2 = 0 \\ v_0 = 70 \end{cases}; t^2 - 14t + 48 = 0, t = 6 \text{ и } t = 8.$

Ответ: в 6 с и в 8 с.

I

C-29. РАЗЛОЖЕНИЕ КВАДРАТНОГО ТРЕХЧЛЕНА НА МНОЖИТЕЛИ. БИКВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. 1) а) $x^2 - 6x = 8 = (x-2)(x-4)$; б) $x^2 + 4x - 12 = (x-2)(x+6)$;

в) $x^2 + 8x + 15 = (x+3)(x+5)$; г) $x^2 + 4x - 21 = (x-3)(x+7)$;

2) а) $5x^2 - 3x - 26 = 5(x+2)\left(x - \frac{13}{5}\right)$; б) $7x^2 - 8x + 1 = 7(x-1)\left(x - \frac{1}{7}\right)$;

в) $12x^2 - 7x + 1 = 12\left(x - \frac{1}{3}\right)\left(x - \frac{1}{4}\right)$; г) $x^2 - 2x - 1 = (x-1-\sqrt{2})(x-1+\sqrt{2})$.

2. 1) а) $\frac{x^2 + x - 12}{x-3} = \frac{(x-3)(x+4)}{x-3} = x+4$; б) $\frac{x+2}{x^2 + 7x + 10} = \frac{x+2}{(x+2)(x+5)} = \frac{1}{x+5}$;

2) а) $\frac{6x^2 + 29x - 5}{x+4} = \frac{6(x+5) \cdot x - \frac{1}{6}}{x+5} = 6x - 1$;

б) $\frac{x-4}{3x^2 - 14x + 8} = \frac{x-4}{3(x-4)\left(x - \frac{2}{3}\right)} = \frac{1}{3x-2}$;

3) а) $\frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - 9} = \frac{2(x+3)\left(x - \frac{1}{2}\right)}{(x-3)(x+3)} = \frac{2x-1}{x-3}$;

б) $\frac{4x^2 - 1}{2x^2 - 7x - 4} = \frac{(2x-1)(2x+1)}{2\left(x + \frac{1}{2}\right)(x-4)} = \frac{2x-1}{x-4}$.

3. 1) а) $x^4 - 26x^2 + 25 = 0, (x^2 - 1)(x^2 - 25) = 0, x^2 = 1 \text{ и } x^2 = 25, x = \pm 1 \text{ и } x = \pm 5$;

б) $x^4 - 20x^2 + 64 = 0, (x^2 - 4)(x^2 - 16) = 0, x^2 = 4 \text{ и } x^2 = 16, x = \pm 2 \text{ и } x = \pm 4$;

в) $9x^4 - 37x^2 + 4 = 9 \cdot x^2 - \frac{1}{9} \cdot (x^2 - 4) = 0, x^2 = \frac{1}{9} \text{ и } x^2 = 4, x = \pm \frac{1}{3} \text{ и } x = \pm 2$;

$$r) 16x^4 - 25x^2 + 9 = 16x^2 - \frac{9}{16}(x^2 - 1) = 0, x^2 = \frac{9}{16} \text{ и } x^2 = 1, x = \pm \frac{3}{4} \text{ и } x = \pm 1.$$

$$2) a) x^4 + 15x^2 - 16 = 0, (x^2 - 1)(x^2 + 16) = 0, x^2 = 1, x = \pm 1;$$

$$б) 9x^4 - 32x^2 - 16 = 9x^2 + \frac{4}{9}(x^2 - 4) = 0, x^2 = 4, x = \pm 2;$$

$$3) a) x^4 - 10x^2 + 25 = 0, (x^2 - 5)^2 = 0, x^2 = 5, x = \pm \sqrt{5};$$

$$б) x^4 - 3x^2 + 9 = 0, \left(x^2 - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{27}{4} = 0 - \text{решений нет.}$$

$$4. 1) a) \frac{x^2 - x - 6}{x^2 - 3x - 10} = \frac{(x-3)(x+2)}{(x-5)(x+2)} = \frac{x-3}{x-5}; б) \frac{x^2 - 6x - 7}{x^2 - 9x + 14} = \frac{(x-7)(x+1)}{(x-7)(x-2)} = \frac{x+1}{x-2};$$

$$в) \frac{4x^2 - 5x + 1}{x^2 + 5x - 6} = \frac{4(x-1)\left(x - \frac{1}{4}\right)}{(x-1)(x+6)} = \frac{4x-1}{x+6};$$

$$r) \frac{3x^2 - 7x + 2}{2 - 3x^2 - 7x} = \frac{3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x-2)}{-3x^2 - 7x + 2} - \text{дробь не сокращается};$$

$$2) a) \frac{x^3 + x^2 - 12x}{x^2 - 2x - 3} = \frac{x(x^2 + x - 12)}{x^2 - 2x - 3} = \frac{x(x-3)(x+4)}{(x-3)(x+1)} = \frac{x^2 + 4x}{x+1};$$

$$б) \frac{3x^2 - 16x + 5}{x^3 - 4x^2 - 5x} = \frac{3(x-5) \cdot x - \frac{1}{3}}{x(x^2 - 4x - 5)} = \frac{(x-5)(3x-1)}{x(x-5)(x+1)} = \frac{3x-1}{x^2 + x};$$

$$3) a) \frac{x^4 - 5x^2 + 4}{x^2 + 3x + 2} = \frac{(x^2 - 1)(x^2 - 4)}{(x+1)(x+2)} = \frac{(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)}{(x+1)(x+2)} =$$

$$= (x-1)(x-2) = x^2 - 3x + 2;$$

$$б) \frac{9x - x^3}{x^4 - 7x^2 - 18} = \frac{x(9 - x^2)}{(x^2 - 9)(x^2 + 2)} = \frac{-x}{x^2 + 2}.$$

I

С-30. ДРОБНЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$1. 1) a) \frac{3x - x^2}{2} + \frac{2x^2 - x}{6} = x, 9x - 3x^2 + 2x^2 - x = 6x, x^2 - 2x = 0, x = 1 \text{ и } x = 2;$$

$$б) \frac{3x+1}{4} - \frac{7x-x^2}{10} = \frac{x^2-1}{8}; 10(3x+1) - 4(7x-x^2) = 5(x^2-1),$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0, x = 5 \text{ и } x = -3;$$

$$2) \text{ а) } \frac{x^2}{2-x} = \frac{3x}{2-x}, \begin{cases} x^2 = 3x \\ 2-x \neq 0 \end{cases}; x=0 \text{ и } x=3;$$

$$\text{б) } \frac{x^2-2x}{x+4} = \frac{x-4}{x+4}, \begin{cases} x^2-2x = x-4 \\ x+4 \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2-3x+4=0 \\ x \neq -4 \end{cases}, \text{решений нет};$$

$$\text{в) } \frac{2x^2+3x}{3-x} = \frac{x-x^2}{x-3}, \begin{cases} 2x^2+3x = x^2-x \\ x-3 \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2+4x=0 \\ x \neq 3 \end{cases}, x=0 \text{ и } x=-4;$$

$$\text{г) } \frac{x^2-2x}{2x-1} = \frac{4x-3}{1-2x}, \begin{cases} x^2-2x = 3-4x \\ 2x-1 \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2+2x-3=0 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}, x=-3 \text{ и } x=1;$$

$$3) \text{ а) } \frac{5x-7}{x-3} = \frac{4x-3}{x}, \begin{cases} (5x-7)x = (4x-3)(x-3) \\ x \neq 0, x-3 \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2+8x-9=0 \\ x \neq 0, x \neq 3 \end{cases}, x=-9 \text{ и } x=1;$$

$$\text{б) } \frac{y+4}{y+2} = \frac{2y-1}{y}, \begin{cases} (y+4)y = (2y-1)(y+2) \\ y+2 \neq 0, y \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} y^2-y-2=0 \\ y \neq -2, y \neq 0 \end{cases}, y=-1 \text{ и } y=2;$$

$$\text{в) } \frac{5x-2}{x+2} = \frac{6x-21}{x-3}, \begin{cases} (5x-2)(x-3) = (6x-21)(x+2) \\ x+2 \neq 0, x-3 \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2+8x-48=0 \\ x \neq -2, x \neq 3 \end{cases}, \\ x=-12 \text{ и } x=4;$$

$$\text{г) } \frac{2y-5}{y+5} = \frac{3y+21}{2y-1}, \begin{cases} (2y-5)(2y-1) = (3y+21)(y+5) \\ y+5 \neq 0, 2y-1 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} y^2-48y-100=0 \\ y \neq -5, y \neq \frac{1}{2} \end{cases}; \\ y=50 \text{ и } y=-2;$$

$$4) \text{ а) } \frac{3x^2-5x-2}{2-x} = 0, \begin{cases} 3x^2-5x-2=0 \\ 2-x \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{5 \pm \sqrt{49}}{6} \\ x \neq 2 \end{cases}, x = -\frac{1}{3};$$

$$\text{б) } \frac{3x^2+11x-4}{3x-1} = 3, \begin{cases} 3x^2+11x-4 = 3(3x-1) \\ 3x-1 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 3x^2+2x-1=0 \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{6} \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases}, x = -1;$$

$$в) \frac{3y^2 + y - 24}{9 - y^2} = -2, \begin{cases} 3y^2 + y - 24 = -2(9 - y^2) \\ 9 - y^2 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} y^2 + y - 6 = 0 \\ y \neq \pm 3 \end{cases}, y = 2;$$

$$г) \frac{9}{x+3} = 2x-1, \begin{cases} 9 = (2x-1)(x+3) \\ x+3 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 2x^2 + 5x - 12 = 0 \\ x \neq -3 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = \frac{-5 \pm \sqrt{121}}{4}, x = -4, x = \frac{3}{2}; \\ x \neq -3 \end{cases}$$

$$д) \frac{4x+2}{1+2x} = x-6, \begin{cases} 4x+2 = (x-6)(1+2x) \\ 1+2x \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 2x^2 - 15x - 8 = 0 \\ x \neq -0,5 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = \frac{15 \pm \sqrt{289}}{4}, x = 8. \\ x \neq -0,5 \end{cases}$$

$$2. 1) а) \frac{x-7}{x-2} + \frac{x+4}{x+2} = 1, \begin{cases} (x-7)(x+2) + (x+4)(x-2) = (x-2)(x+2) \\ x+2 \neq 0, x-2 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x - 18 = 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}, x = 6 \text{ и } x = -3;$$

$$б) \frac{3y-3}{3y-2} + \frac{6+2y}{3y+2} = 2, \begin{cases} (3y-3)(3y+2) + (6+2y)(3y-2) = 2(3y-2)(3y+2) \\ 3y-2 \neq 0, 3y+2 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 3y^2 - 11y + 10 = 0 \\ y \neq \pm \frac{2}{3} \end{cases}, y = 2 \text{ и } y = \frac{5}{3};$$

$$в) \frac{2}{x-5} - \frac{4}{x+5} = \frac{3}{x^2-25}, \begin{cases} 2(x+5) - 4(x-5) = 3 \\ x^2 - 25 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 2x - 27 = 0 \\ x \neq \pm 5 \end{cases}, x = \frac{27}{2};$$

$$г) \frac{2y-2}{y+3} - \frac{18}{y^2-9} = \frac{y-6}{y-3}, \begin{cases} (2y-2)(y-3) - 18 = (y-6)(y+3) \\ y^2 - 9 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} y^2 - 5y + 6 = 0 \\ y \neq \pm 3 \end{cases}, y = 2$$

$$2) а) \frac{4}{y-2} - \frac{2}{y} = \frac{3-y}{y^2-2y}, \begin{cases} 4y - 2(y-2) = 3-y \\ y \neq 0, y-2 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 3y = -1 \\ y \neq 0, y \neq 2 \end{cases}, y = -\frac{1}{3};$$

$$6) \frac{3x-2}{x-1} + \frac{x-4}{x+3} = \frac{3x^2+1}{(x-1)(x+3)}, \begin{cases} (3x-2)(x+3) + (x-4)(x-1) = 3x^2+1 \\ (x-1)(x+3) \neq 0 \end{cases},$$

$$x^2 + 2x - 3 = 0, \text{ нет решений}; \\ x \neq 1, x \neq -3$$

$$3) a) \frac{7}{x-3} + 1 = \frac{18}{x^2 - 6x + 9}, \frac{7}{x-3} + 1 = \frac{18}{(x-3)^2}, \begin{cases} 7(x-3) + (x-3)^2 = 18 \\ x-3 \neq 0 \end{cases},$$

$$x^2 + x - 30 = 0, x = -6 \text{ и } x = 5; \\ x \neq 3$$

$$6) \frac{1}{2x-1} - \frac{13x-4}{4x^2-4x+1} = 4, \frac{1}{2x-1} - \frac{13x-4}{(2x-1)^2} = 4,$$

$$\begin{cases} 2x-1-13x+4 = 4(2x-1)^2 \\ 2x-1 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 16x^2 - 5x + 1 = 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases} \quad \text{— решений нет;}$$

$$в) \frac{1}{(x-2)^2} + \frac{9}{(x+2)^2} - \frac{6}{x^2-4} = 0, \begin{cases} (x+2)^2 + 9(x-2)^2 - 6(x^2-4) = 0 \\ x^2-4 \neq 0 \end{cases};$$

$$\begin{cases} 4x^2 - 32x + 64 = 0 \\ x^2 \neq 4 \end{cases}, \begin{cases} x^2 - 8x + 16 = 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}, x = 4;$$

$$г) \frac{4}{1-9y^2} + \frac{3}{3y^2+y} = \frac{4}{9y^2+6y+1}, \frac{-4}{(3y-1)(3y+1)} + \frac{3}{y(3y+1)} =$$

$$= \frac{4}{(3y+1)^2}, \begin{cases} -4y(3y+1) + 3(9y^2-1) = 4y(3y-1) \\ y(3y+1)^2(3y-1) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 3y^2 - 3 = 0 \\ y \neq 0, y \neq \pm \frac{1}{3} \end{cases},$$

$$\begin{cases} y^2 = 1 \\ y \neq 0, y \neq \pm \frac{1}{3} \end{cases}, y = \pm 1.$$

$$3. a) \frac{y-14}{y^3-8} = \frac{5}{y^2+2y+4} - \frac{1}{y-2}, \begin{cases} y-14 = 5(y-2) - (y^2+2y+4) \\ y^3-8 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} y^2 - 2y = 0 \\ y \neq 2 \end{cases}, y = 0;$$

$$б) \frac{8c-3}{4c^2-2c+1} + \frac{6}{8c^3+1} = \frac{2}{2c+1}, \begin{cases} (8c-3)(2c+1)+6=2(4c^2-2c+1) \\ 8c^3+1=0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 8c^2+6c+1=0 \\ c \neq -\frac{1}{2} \end{cases}, \begin{cases} c = \frac{-6 \pm 2}{16} \\ c \neq -\frac{1}{2} \end{cases}, c = -\frac{1}{4};$$

$$в) \frac{14}{x^3+x^2-9x-9} - \frac{1}{x+3} = \frac{7}{(x-3)(x+1)}, \frac{14}{(x+1)(x^2-9)} - \frac{1}{x+3} = \frac{7}{(x-3)(x+1)},$$

$$\begin{cases} 14-(x+1)(x-3)=7(x+3) \\ (x+1)(x-3)(x+3) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2+5x+4=0 \\ x \neq -1, x \neq \pm 3 \end{cases}, x = -4;$$

$$г) \frac{1}{x^3-4x} + \frac{1}{x^3+4x} - \frac{4}{x^4-16} = 0, \begin{cases} x^2+4+x^2-4-4x=0 \\ x(x^4-16) \neq 0 \end{cases},$$

$$x(x-2)=0 \\ x \neq 0, x \neq \pm 2 \quad \text{— решений нет.}$$

$$4. а) \frac{(x+1)(3x-2)}{x-4} = 0, x = -1 \text{ и } x = \frac{2}{3} \quad \underline{\text{Ответ:}} \quad (-1; 0), \frac{2}{3}; 0;$$

$$б) \frac{x^2-2x-15}{x+3} = 0, x = 5. \quad \underline{\text{Ответ:}} \quad (5; 0);$$

$$в) 2x-1 = \frac{14-x}{x+2}, \frac{(2x-1)(x+2)-(14-x)}{x+2} = 0, \frac{2x^2+4x-16}{x+2} = 0, x = -4 \text{ и } x = 2;$$

$$\underline{\text{Ответ:}} \quad (-4; -9), (2; 3);$$

$$г) 5x = 6 + \frac{4}{x-1}, \frac{5x(x-1)-6(x-1)-4}{x-1} = 0, \frac{5x^2-11x+2}{x-1} = 0, x = 2 \text{ и } x = \frac{1}{5}.$$

$$\underline{\text{Ответ:}} \quad (2; 10) \text{ и } \left(\frac{1}{5}; 1\right).$$

$$5) а) \frac{x\sqrt{5}}{x\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{x\sqrt{3}}{\sqrt{5}-x\sqrt{3}}, \begin{cases} x\sqrt{5}(\sqrt{5}-x\sqrt{3}) = x\sqrt{3}(\sqrt{5}-x\sqrt{3}) \\ (x\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}-x\sqrt{3}) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 2\sqrt{15}x^2-8x=0 \\ x \neq \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}, x \neq \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \end{cases}, \begin{cases} 2x(x\sqrt{15}-4)=0 \\ x \neq \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}, x \neq \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \end{cases}, x=0 \text{ и } x = \frac{4}{\sqrt{15}};$$

$$6) \frac{x\sqrt{7}+\sqrt{2}}{x\sqrt{7}-\sqrt{2}} + \frac{x\sqrt{7}-\sqrt{2}}{x\sqrt{7}+\sqrt{2}} = \frac{x}{7x^2-2}, \quad (x\sqrt{7}+\sqrt{2})^2 + (x\sqrt{7}-\sqrt{2})^2 = x, \\ 7x^2-2 \neq 0$$

$$\begin{cases} 14x^2 - x + 4 = 0 \\ x \neq \pm\sqrt{\frac{2}{7}} \end{cases}, \text{ решений нет.}$$

$$6. \text{ а) } x^2 + x + 1 = \frac{15}{x^2 + x + 3}, y = x^2 + x + 1, y = \frac{15}{y+2} = 0, \frac{y^2 + 2y - 15}{y+2} = 0,$$

$$y = -5 \text{ и } y = 3, x^2 + x + 1 = -5 \text{ и } x^2 + x + 1 = 3, x^2 + x + 6 = 0 \text{ и } x^2 + x - 2 = 0, \\ x = -2 \text{ и } x = 1;$$

$$6) x(x+1) = \frac{24}{(x-1)(x+2)}, x^2 + x = \frac{24}{x^2 + x - 2}, x^2 + x = y, y = \frac{24}{y-2},$$

$$\frac{y^2 - 2y - 24}{y-2} = 0, y = 6 \text{ и } y = -4, x^2 + x = 6 \text{ и } x^2 + x = -4,$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \text{ и } x^2 + x + 4 = 0, x = -3 \text{ и } x = 2.$$



С-31. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$1. \begin{cases} x = y - 4 \\ \frac{x+19}{y+28} = \frac{x}{y} + \frac{1}{5} \end{cases}; \begin{cases} x = y - 4 \\ \frac{x+19}{y+28} = \frac{5x+y}{5y} \end{cases}; \begin{cases} x = y - 4 \\ (y+15) \cdot 5y = (6y-20)(y+28) \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = y - 4 \\ y^2 + 73y - 560 = 0 \end{cases}; \begin{cases} x = y - 4 \\ y = -80 \text{ и } y = 7 \end{cases} \text{ при } y = -80, x = -84, \text{ и } \frac{x}{y} = \frac{-84}{-80}$$

$$\text{т.е. дробь сократима при } y = 7, x = 3 \text{ и } \frac{x}{y} = \frac{3}{7}. \text{ Ответ: } \frac{3}{7}.$$

2. x – скорость течения реки. $x \geq 0, x < 18$;

$$t_1 \text{ время пути по течению } t_1 = \frac{50}{x+18};$$

$$t_2 \text{ время пути против течения } t_2 = \frac{8}{18-x};$$

$$\frac{50}{x+18} + \frac{8}{18-x} = 3; 50(18-x) + 8(x+18) = 3(324-x^2),$$

$$3x^2 - 42x + 72 = 0, x^2 - 14x + 24 = 0, x = 2 \text{ и } x = 12. \text{ Ответ: } 2 \text{ км/ч или } 12 \text{ км/ч}$$

3. Пусть x деталей изготавливал в час первый автомат и $(x - 2)$ деталей изготавливал в час второй автомат. Тогда, $t_2 = \frac{180}{x-2}$ – время работы второго автомата. Получаем уравнение:

$$\frac{180}{x-2} - \frac{180}{x} = 3, 60x - 60(x-2) = x(x-2), x^2 - 2x - 120 = 0, x = 12 \text{ и } x = -10.$$

Ответ: 12 деталей и 10 деталей.

4. S – объем бассейна;

V_1 – скорость наполнения через 1-ую трубу;

V_2 – скорость наполнения через 2-ую трубу;

V_3 – скорость наполнения через 3-ю трубу;

$$\frac{S}{V_1} = \frac{S}{V_2 + V_3} \quad V_1 = V_2 + V_3 \quad V_1 = \frac{SV_1}{4V_1 + S} + \frac{SV_1}{16V_1 + S}$$

$$\frac{S}{V_2} = 4 + \frac{S}{V_1}; \quad V_2 = \frac{SV_1}{4V_1 + S}; \quad V_2 = \frac{SV_1}{4V_1 + S};$$

$$\frac{S}{V_3} = 16 + \frac{S}{V_1} \quad V_3 = \frac{SV_1}{16V_1 + S} \quad V_3 = \frac{SV_1}{16V_1 + S}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} (4V_1 + S)(16V_1 + S) = S(16V_1 + S) + S(4V_1 + S) \\ V_2 = \frac{SV_1}{4V_1 + S} \\ V_3 = \frac{SV_1}{16V_1 + S} \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 64V_1^2 = S^2 \\ V_2 = \frac{SV_1}{4V_1 + S} \\ V_3 = \frac{SV_1}{16V_1 + S} \end{array} \right.$$

так как $V_1 > 0$, то $V_1 = \frac{S}{8}$, $V_2 = \frac{S}{12}$, $V_3 = \frac{S}{24}$ тогда $\frac{S}{V_1} = 8$, $\frac{S}{V_2} = 12$, $\frac{S}{V_3} = 24$.

Ответ: за 8 часов, за 12 часов и за 24 часа.

I

С-32. ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ

1. а) Строим графики функций $y = x^2$ и $y = x + 6$ (см. рис. 6);

они пересекаются в точках $x = +3$ и в точке $x = -2$

Проверка: $x^2 = x + 6$, $x^2 - x - 6 = 0$, $x = -2$ и $x = 3$ верно;

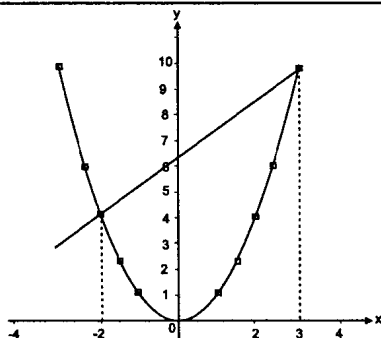


Рис. 6

б) Строим график функции $y = 2x^2 + x - 1$ (см. рис. 7). Он пересекает ось абсцисс в точках $x = -1$ и $x = 0,5$ – верно.

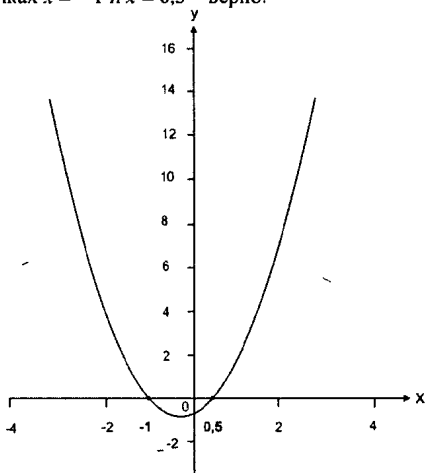


Рис. 7

2. а) Строим графики функций $y = x^2$ и $y = \frac{6}{x}$, они пересекаются в точке $x \approx 1,8$ (см. рис. 8).

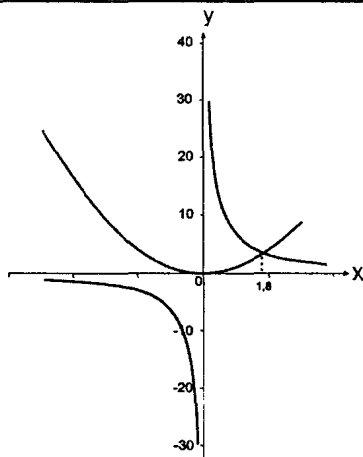


Рис. 8

б) Строим графики функций $y = \frac{2}{x}$ и $y = 2x - 3$, (см. рис. 9) они пересекаются в точках $x = -\frac{1}{2}$ и $x = 2$;

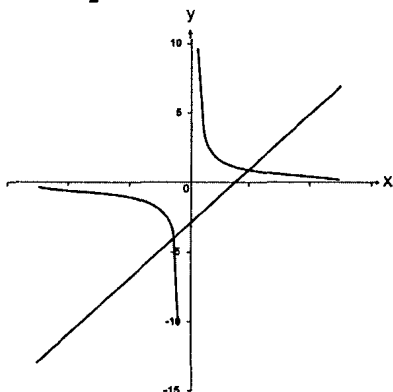


Рис. 9

в) Строим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = 6 - x$, (см. рис. 10), они пересекаются в точке $x = 4$;

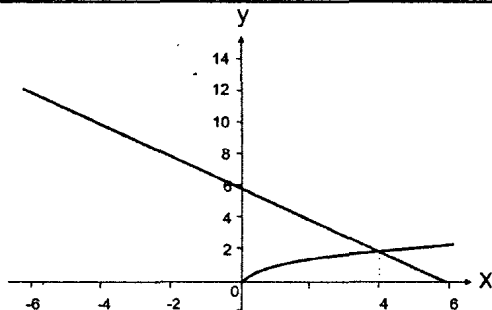


Рис. 10

г) Строим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = \frac{1}{x}$ (см. рис. 11), они пересекаются в точке $x = 1$.

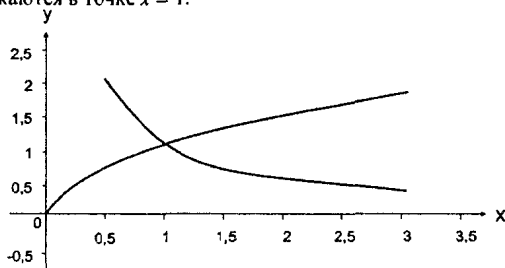


Рис. 11

3. а) При $b > 0$, прямая $y = \frac{x}{b}$ пересекает график функции $y = \frac{3}{x}$ в двух точках, а при $b < 0$ не пересекает (см. рис. 12). Значит уравнение имеет два корня при $b > 0$ и не имеет корней при $b < 0$;

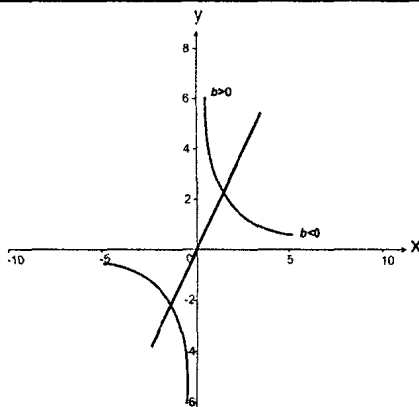


Рис. 12

- б) При $b > 0$ прямая $y = \frac{x}{b}$ пересекает график функции $y = \sqrt{x}$ в двух точках, а при $b < 0$ не пересекает. Значит, уравнение имеет два корня при $b > 0$ и не имеет корней при $b < 0$;

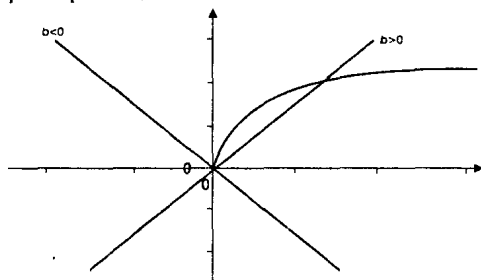


Рис. 13

- в) При $b > 0$, прямая $y = \frac{x}{b}$ пересекает график функций $y = \frac{|x|}{x}$ в 2-х точках, а при $b < 0$ не пересекает (см. рис. 14). Значит, уравнение имеет два корня при $b > 0$ и не имеет корней при $b < 0$;

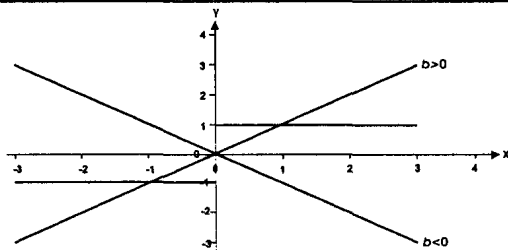


Рис. 14

- г) При $b > 0$, прямая $y = \frac{x}{b}$ пересекает график функции $y = x^3$ в 3-х точках, а при $b < 0$ – в одной точке (см. рис. 14а). Значит, уравнение имеет три корня при $b > 0$ и один корень при $b < 0$;

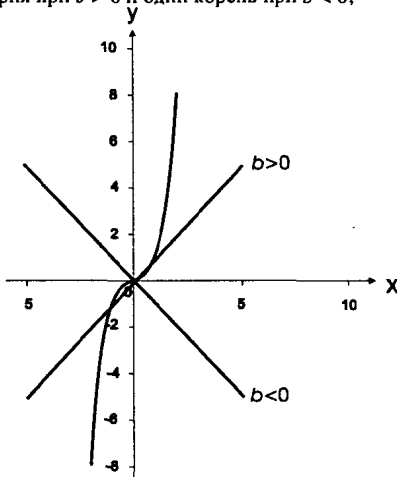


Рис. 14а

- д) При $0 < b \leq 1$ прямая $y = \frac{x}{b}$ не пересекает график функции $y = |x+1|$ при $b > 1$ и $-1 \leq b < 0$ пересекает в одной точке, и при $b < -1$ – пересекает в двух точках (см. рис. 15). Значит уравнение имеет два корня при $b < -1$, один корень при $-1 \leq b < 0$ и $b > 1$, и не имеет корней при $0 < b \leq 1$.

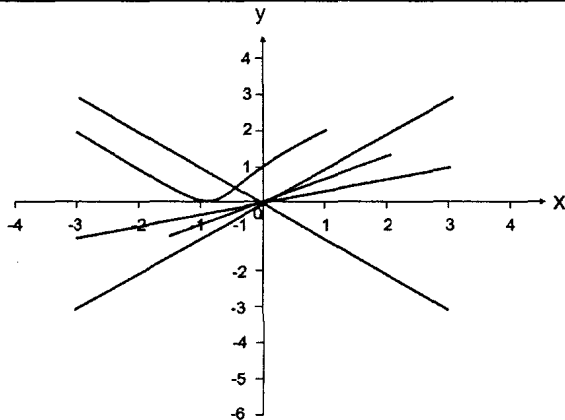


Рис. 15

I

С-33. СРАВНЕНИЕ ЧИСЕЛ (ПОВТОРЕНИЕ)

1. 1) а) $\frac{3}{4} < \frac{7}{8}$; б) $1,25 = 1\frac{1}{4}$; в) $0,6 > \frac{3}{7}$; г) $1,08 < 1\frac{1}{7}$;

2) а) $-\frac{1}{2} < -\frac{1}{3}$; б) $-\frac{1}{7} > -0,26$; в) $-\frac{5}{8} = -0,625$; г) $-0,07 < -\frac{3}{50}$.

2. а) -6 ; $-5,7$; б) -7 ; $-6,5$.

3. 1) а) $12,08 : 0,04 = 302 < 303 = 101 : \frac{1}{3}$; б) $24,48 : 24 = 1,02 = 102 \cdot 0,01$;

2) а) $-3,16 \cdot 8,4 = -26,544 > -30,1 = 24,08 : (-0,8)$;

б) $9,1 : (-3,5) = -2,6 < -2,2 = 11 \cdot (-\frac{1}{5})$.

4. а) неверно; б) верно; в) верно; г) верно.

5. 1) а) $(-6,3)^3 < 0$; б) $(-2,1)^4 > 0$; в) $0^5 = 0$; г) $(-\frac{2}{3})^7 < 0$; д) $(-\frac{1}{9})^6 > 0$;

2) а) $2,6^3 \cdot (-1,3)^5 < 0$; б) $(-3,8)^5 \cdot 0^7 = 0$;

в) $(-11,4)^4 \cdot (-1,2)^6 > 0$; г) $(-1,8)^9 \cdot (-2,4)^3 > 0$.

6. $1\frac{1}{9}$; $1,2$; $1\frac{2}{7}$; $1\frac{1}{3}$; $1,4$.

7. а) $1463 \cdot \frac{5}{7} < 1463 \cdot \frac{6}{7}$; б) $2862 \cdot \frac{2}{3} < 2862 \cdot \frac{2}{3}$;

в) $5417 : \frac{1}{7} = 5417 \cdot 7$; г) $13,64 : 0,5 > 13,64 \cdot 0,5$.

8. а) $15,1 < 15,15 < 15,2$; б) $0 < 0,05 < 0,1$;

в) $-2,6 < -2,55 < -2,5$; г) $\frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{1}{2}$.

9. а) существует; б) не существует.



С-34. СВОЙСТВА ЧИСЛОВЫХ НЕРАВЕНСТВ

1. а) $3 < 7, -3 < 1$; б) $-18 < -5, -10 < 3$; в) $48 > -8, -30 < 5$;

г) $1 < 3, -3 > -9, -9 > -27$.

2. 1) а) $a - 4 < b - 4$; б) $10,5a < 10,5$; в) $-3,2a > -3,2b$;

2) а) $b + 6 > a + 6$; б) $12 - a > 12 - b$; в) $-\frac{a}{3} > -\frac{b}{3}$.

3. $a < d; b > c$.

4. а) $b > 0, a > 0$; б) $a < 0, b < 0$; в) $b > 0, a > 0$; г) $b < 0, a < 0$.

5. $b - 4; b - 1; b; a; a + 3; a + 8$.

6. а) $5 + a > b$; б) $b - 8 < a$; в) $-a < 8 - b$; г) $-(a + 4) < -b$.

7. а) $12a > 10b$; б) $6a > b$; в) $-15a < -14b$; г) $-3a < -2b$.

8. а) верно; б) верно.



С-35. СЛОЖЕНИЕ И УМНОЖЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ

1. 1) а) $22 > 12$; б) $-1 < 14$; 2) а) $0 > -2, 2$; б) $-3\frac{1}{2} < -2\frac{1}{6}$.

2. 1) а) $32 > 14$; б) $1010 < 2060$; 2) а) $\frac{3}{8} > \frac{1}{8}$; б) $0,014 < 0,16$.

3. 1) а) верно; б) верно; в) неверно;

2) а) верно; б) верно; в) верно;

3) неверно.

4. 1) а) $a > 8, b > 2$, тогда $3a > 24$ и $3a + b > 26$;

б) $a > 8, b > 2$, тогда $5a > 40, 3b > 6$ и $5a + 3b > 46$;

2) а) $a > 8, b > 2$, тогда $12a > 96, 2b > 4$ и $12a + 2b > 100 > 97$;

б) $a > 8, b > 2$, тогда $20a > 160, 11b > 22$ и $20a + 11b > 182 > 180$.

Самостоятельные работы

5. 1) а) $a > 4, b < -3$, тогда $2a > 8, -b > 3$ и $2a - b > 11$;
 б) $a > 4, b < -3$, тогда $3a > 12, -4b > 12$ и $3a - 4b > 24$;
 в) $a > 4, b < -3$, тогда $5b < -15, -a < -4$ и $5b - a < -19$;
 2) а) $a > 4, b < -3$, тогда $-6b > 18$ и $a - 6b > 22 > 20$;
 б) $a > 4, b < -3$, тогда $12a > 48$ и $-15b > 45$ и $12a - 15b > 93 > 92$;
 в) $a > 4, b < -3$, тогда $6b < -18$ и $-11a < -44$ и $6b - 11a < -62 < -60$.
 6. а) $0 < a < 12$ и $0 < b < 5$, тогда
 $0 < 6a < 72, 0 < 3b < 15$, и $0 < 6a + 3b < 87$, значит $6a + 3b < 90$;
 б) $0 < a < 12$ и $0 < b < 5$, тогда $0 < ab < 60$ и $ab + 11 < 71 < 72$.
 7. а) $5a + b > 12$, при $a > 2$ и $b > 4$; б) $b - 3a < 0$ при $a > 8$ и $b < 6$;
 в) $b - 5a$ и 1 нельзя сравнить при $a < 11$ и $b < 0$;
 г) $a - 4b < 9$ при $a > 8$ и $b > 1$.

I**С-36. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО НЕРАВЕНСТВА**

1. а) $a > 0$ и $b < 0$, тогда:
 1) $2a > 0, 3b < 0, -5a < 0, -4b > 0, -a < 0, -b > 0$;
 2) $a^2 > 0, b^4 > 0, a^3 > 0, b^5 < 0, a^2b < 0, ab^2 > 0, (ab)^3 < 0, (ab)^6 > 0$;
 3) $\frac{a}{3} > 0, -\frac{2}{b} > 0, \frac{a}{b} < 0, \frac{a}{b^2} > 0, \left(\frac{b}{a}\right)^2 > 0, \frac{a^4}{b^3} < 0$.
 2. 1) $a^2 > 0, -a^2 < 0, (-a)^2 > 0, 3a^2 > 0, -12a^2 < 0, (-4a)^2 > 0$;
 2) $a^2 + 8 > 0, -a^2 - 6 < 0, (a - 12)^2 \geq 0, (a - 3)^2 + 1 > 0, a^2 - 4a + 4 \geq 0$.
 3. $(a - 5)^2 \geq 0, a^2 + 10 > 0$.
 4. 1) а) $a(a + 10) + 2 > 10a$, так как $a(a + 10) + 2 - 10a = a^2 + 2 > 0$;
 б) $(b - 3)(b + 3) + 13 = b^2 + 4 > 0$, поэтому $(b - 3)(b + 3) + 13 > 0$;
 в) $(a + 2)^2 > 4a$, так как $(a + 2)^2 - 4a = a^2 + 4 > 0$;
 2) а) $(x + 4)(x - 1) > (x - 7)(x + 10)$, так как $(x + 4)(x - 1) - (x - 7)(x + 10) = 66 > 0$;
 б) $a(a - 6) < (a - 3)^2$, так как $a(a - 6) - (a - 3)^2 = -9 < 0$;
 в) $x(x - 12) \geq -36$, так как $x(x - 12) + 36 = (x - 6)^2 \geq 0$;
 3) а) $\frac{(3b + 1)^2}{6} > b$, так как $\frac{(3b + 1)^2}{6} - b = \frac{9b^2 + 1}{6} > 0$;

- 6) $\frac{(b+2)^2}{4} \geq b+1$, так как $\frac{(b+2)^2}{4} - (b+1) = \frac{b^2}{4} \geq 0$.
5. $a > 0$ и $b < 0$, тогда
 а) $a - b > 0$; б) $b - a < 0$; в) $2a - 3b > 0$;
 г) $7b - 9a < 0$; д) $\frac{a}{5a-b} > 0$; е) $\frac{b}{b-a} > 0$.
6. а) $11 + a^2 > 0$; б) $-3 - a^2 < 0$; в) $-5 - (a+1)^2 < 0$;
 г) $(-3)^6 + (a-5)^2 > 0$; д) $(1-a)^2 + (5a-11)^2 > 0$.
7. $\frac{a^2}{1+a^4} - \frac{1}{2} = \frac{-(a^4 - 2a^2 + 1)}{2(1+a^4)} = \frac{-(a^2 - 1)^2}{2(1+a^4)} \leq 0$, поэтому $\frac{a^2}{1+a^4} \leq \frac{1}{2}$.
8. а) $x^2 + 12x + 37 > 0$, так как $x^2 + 12x + 37 = (x+6)^2 + 1 > 0$;
 б) $a^2 - 6a > -12$, так как $a^2 - 6a + 12 = (a-3)^2 + 3 > 0$;
 в) $a^2 + b^2 + 8 - 4(a+b) = (a-2)^2 + (b-2)^2 \geq 0$.
9. $\frac{a+c}{b+c} - \frac{a}{b} = \frac{ab+bc-ab-ac}{b(b+c)} = \frac{c(b-a)}{b(b+c)} > 0$
 при $c > 0$ и $b > a$ поэтому $\frac{a+c}{b+c} > \frac{a}{b}$.
10. Пусть намеченная скорость – V . Тогда время до поезда $-\frac{18}{V}$.
 Время туристов $\frac{9}{V-1} + \frac{9}{V+1} = \frac{18V}{V^2-1}$; $\frac{18V}{V^2-1} - \frac{18}{V} = \frac{18}{V(V^2-1)} > 0$,
 так как $V > 1$, значит туристы не успеют на поезд.



С-37. ОЦЕНКА ЗНАЧЕНИЯ ВЫРАЖЕНИЯ

1. 1) а) $-24 < 2a < 20$; б) $60 > -5a > -50$; в) $12 > -a > -10$;
 г) $-3 < \frac{a}{4} < \frac{5}{2}$; д) $-7 < a+5 < 15$;
- 2) а) $20 > 8 - a > -2$; б) $\frac{1}{a} \neq 0$; в) $\frac{3}{a} \neq 0$;
 г) $-23 < 2a+1 < 21$; д) $41 > 5 - 3a > 25$.
2. а) $2 < x+y < 4$; б) $5 < x-y < 7$; в) $-10 < xy < -4$; г) $-5 < \frac{x}{y} < -2$.
3. $4,4 < a < 4,5$; $6,3 < b < 6,4$, тогда

$$21,4 < P = 2(a+b) < 21,8 \text{ и } 27,72 < S = ab < 28,8.$$

4. а) $5,2 < 2\sqrt{2} + \sqrt{6} < 5,6$; б) $3,36 < \sqrt{12} < 3,9$;
 в) $6,2 < \sqrt{24} + \sqrt{2} < 6,7$; г) $6,6 < \sqrt{18} + \sqrt{6} < 7,1$.
5. $2,5 < a < 2,6$ и $2 < b < 2,1$, тогда $10,25 < a^2 + b^2 < 11,17$.
6. а) $-15 < 2a + 3b < -10$, при $0 < a < 1$ и $-5 < b < -4$;
 б) $0 < \frac{a}{3} - b < 2$, при $0 < a < 3$ и $-1 < b < 0$;
 в) $-3 < -a + 4b < 14,5$ при $1,5 < a < 3$ и $0 < b < 4$;
 г) $-3,7 < \frac{b}{2} - 3a < -3,35$ при $1,2 < a < 1,3$ и $0,4 < b < 0,5$.
7. $3 \leq a \leq 5$ и $1 \leq b \leq 4$, тогда $-9 \leq ab - 3b \leq 17$ и $0 \leq b(a-3) \leq 8$.
8. $36^\circ \leq \angle A \leq 37^\circ$, $66^\circ \leq \angle B \leq 67^\circ$, тогда
 $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B$ и $76^\circ \leq \angle C \leq 78^\circ$.
9. $15,2 \leq a \leq 15,6$, $10,4 \leq b \leq 10,8$, тогда $12,8 \leq \frac{a+b}{2} \leq 13,2$.



С-38. ЧИСЛОВЫЕ ПРОМЕЖУТКИ

1. 1) а) см. рис. 15а;

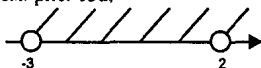


Рис. 15а

б) см. рис. 15б;

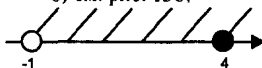


Рис. 15б

в) см. рис. 15в;

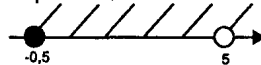


Рис. 15в

г) см. рис. 15г.

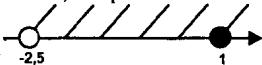


Рис. 15г

2) а) см. рис. 16а;

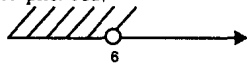


Рис. 16а

б) см. рис. 16б;

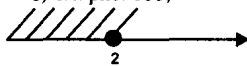


Рис. 16б

в) см. рис. 16в;

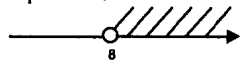


Рис. 16в

г) см. рис. 16г.

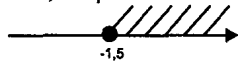


Рис. 16г

2. $(-5; 4]; [8; 12]; (-4; 0); (11; +\infty); (-\infty; 15]$.

3. 1) а) $(1,5; +\infty)$ см. рис. 17а;

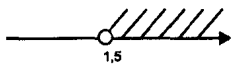


Рис. 17а

б) $[3,2; +\infty)$ см. рис. 17б;

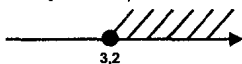


Рис. 17 б

в) $(-\infty; 8]$ см. рис. 17в;

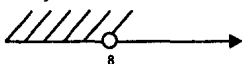


Рис. 17в

г) $(-\infty; 7,5]$ см. рис. 17г;

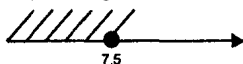


Рис. 17г

2) а) $(0; 1]$ см. рис. 18а;

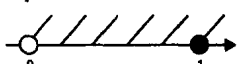


Рис. 18а

б) $[-1; 4]$ см. рис. 18б;

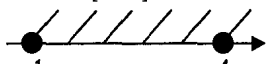


Рис. 18б

в) $(0; 3]$ см. рис. 18в;

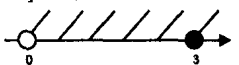


Рис. 18в

г) $[-5; -3]$ см. рис. 18г.

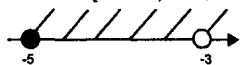


Рис. 18г

4. $-2 \notin (-1, 2; 1, 4); -1,5 \notin (-1, 2; 1, 4); -1,2 \notin (-1, 2; 1, 4); -1 \in (-1, 2; 1, 4);$
 $0 \in (-1, 2; 1, 4); 1,3 \in (-1, 2; 1, 4); 1,4 \notin (-1, 2; 1, 4).$

5. а) 0; 1; 2; 3; б) 0; в) -2; -1; 0; 1; 2; 3; 4; г) -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1.

6. а) 7; б) 0; в) 0; г) 1.

7. -0,009; -0,08; 0,08; 0,09.

8. а) принадлежит; б) принадлежит; в) принадлежит; г) не принадлежит;

9. а) $(0; 10)$ см. рис. 19а;

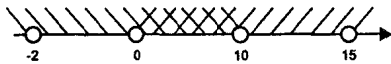


Рис. 19а

б) $[-1; 1]$ см. рис. 19б;



Рис. 19б

в) $(-2; 2)$ см. рис. 19в;

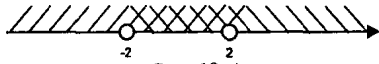


Рис. 19в

г) $(5; +\infty)$ см. рис. 19г.

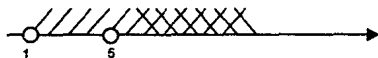


Рис. 19г

10. а) см. рис. 20а;

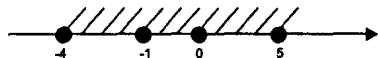


Рис. 20а

б) см. рис. 20б;

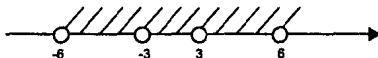


Рис. 20б

в) см. рис. 20в;

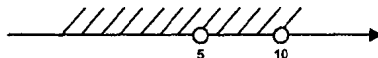


Рис. 20в

г) см. рис. 20г.

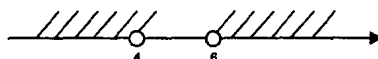


Рис. 20г

11. а) $N \cap Z = N$; $N \cup Z = Z$ б) $Q \cap R = Q$; $Q \cup R = R$.

I

С-39. РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ

1. а) $3x < 42$, $x < 14$; $x = 1$, $x = 2$, $x = 3$;

б) $5x > 115$, $x > 23$; $x = 5$, $x = 6$, $x = 10$;

в) $-4x < 24$, $x > -6$; $x = -4$, $x = 0$, $x = 3$;

г) $-6x > -102$, $x < 17$; $x = -3$, $x = 0$, $x = 15$.

2. а) $12x > 36$, $x > 3$ (см. рис. 21а);

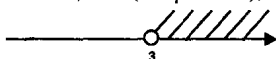


Рис. 21а

б) $-4x < 0$, $x > 0$ (см. рис. 21б);

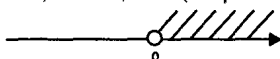


Рис. 21б

в) $-15x \geq 45$, $x \leq -3$ (см. рис. 21в)

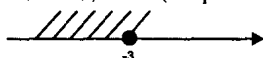


Рис. 21в

г) $6x \leq -18$, $x \leq -3$ (см. рис. 21г).

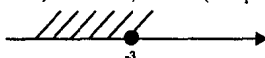


Рис. 21г

3. 1) а) $5x > 35$, $x > 7$; б) $8x < 72$, $x < 9$; в) $-9x > -63$, $x < 7$; г) $-x < 10$, $x > -10$;

2) а) $3x > 11$, $x > \frac{11}{3}$; б) $6x < 12$, $x < 2$;

$$\text{в)} -18x \geq -27, x \leq \frac{3}{2}; \quad \text{г)} -15x \leq 25, x \geq -\frac{5}{3};$$

$$3) \text{ а)} \frac{1}{6}x < 3, x < 18; \quad \text{б)} -\frac{3}{8}x < -12, x > 32;$$

$$\text{в)} \frac{2}{3}x > 18, x > 27; \quad \text{г)} -1\frac{1}{6}x > 42, x < -36;$$

$$4) \text{ а)} 0,4x > 2, x > 5; \quad \text{б)} -0,3x < -9, x > 30;$$

$$\text{в)} 0,1x < 10, x > 100; \quad \text{г)} -3x > 1,1, x < -\frac{11}{30}.$$

4. а) При $-3x > 21$, то есть при $x < -7$; б) При $-3x < -15$, то есть при $x > 5$.

5. а) $x = 5$; б) $x = 4$; в) $x = -16$; г) $x = -7$.

6. а) $3x > 9$; б) $-5x > 10$.

7. При $a < 0$.



С-40. РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

1. $2x - 7 > 8$, $2x > 15$, $x > 7,5$; числа 7 и 7,5 – не являются решением неравенства, а числа 8 и 8,5 – являются решением неравенства.

2. 1) а) $12 + x > 18$, $x > 6$; б) $6 - x \leq 4$, $x \geq 2$;

в) $0,3 + x \geq 1$, $x \geq 0,7$; г) $0,4 - x < 0$, $x > 0,4$.

$$2) \text{ а)} 1 + 3x > 10, 3x > 9, x > 3; \quad \text{б)} 3x + 8 < 0, 3x < -8, x < -\frac{8}{3};$$

$$\text{в)} 6 - 5x \leq 2, -5x \leq -4, x \geq \frac{4}{5}; \quad \text{г)} 9 - 12x \geq 0, 12x \leq 9, x \leq \frac{3}{4};$$

$$3) \text{ а)} 6 + x < 3 - 2x, 3x < -3, x < -1; \quad \text{б)} 4 + 12x > 7 + 13x, x < -3;$$

$$\text{в)} 4x + 19 \leq 5x - 1, x \geq 20; \quad \text{г)} 6x \geq 8x + 1, 2x \leq -1, x \leq -\frac{1}{2};$$

$$4) \text{ а)} 3(2 + x) > 4 - x, 4x > -2, x > -\frac{1}{2}; \quad \text{б)} -(4 - x) \leq 2(3 + x), x \geq -10;$$

$$\text{в)} 3(1 - x) + 2(2 - 2x) < 0, -7x < -7, x > 1;$$

$$\text{г)} -(2 - 3x) + 4(6 + x) \geq 1, 7x \geq -21, x \geq -3;$$

$$5) \text{ а)} \frac{5x}{2} > 1, x > \frac{2}{5}; \quad \text{б)} \frac{x}{4} < 0, x < 0; \quad \text{в)} \frac{2x}{3} \geq 9, x \geq \frac{27}{2}; \quad \text{г)} \frac{4x}{7} \leq 0, x \leq 0;$$

$$6) \text{ а)} \frac{5 + 3x}{2} < 1, \frac{3x}{2} < -\frac{3}{2}, x < -1; \quad \text{б)} \frac{4 - x}{3} \geq 0, -\frac{x}{3} \geq -\frac{4}{3}, x \leq +4;$$

$$\text{в)} \frac{1-x}{4} < 5, -\frac{x}{4} < \frac{19}{4}, x > -19; \quad \text{г)} \frac{2+5x}{4} \geq 0, \frac{5x}{4} \geq -\frac{14}{2}, x \geq -\frac{2}{5};$$

$$7) \text{ а)} \frac{2x}{5} - x > 3, -\frac{3x}{5} > 3, x < -5; \quad \text{б)} x + \frac{x}{4} \geq 2, \frac{5x}{4} \geq 2, x \geq \frac{8}{5};$$

$$\text{в)} \frac{3x}{2} - x < 0, \frac{x}{2} < 0, x < 0; \quad \text{г)} \frac{x-1}{3} - 2x > \frac{3x+1}{2}, -\frac{19x}{6} > \frac{5}{6}; x < -\frac{5}{19}.$$

$$3. \quad \text{а)} \text{ при } 2b+11 > 0, \text{ то есть при } b > -\frac{11}{2};$$

$$\text{б)} \text{ при } 13-b < 0, \text{ то есть при } b > 13.$$

$$4. \quad \text{при } \frac{5a-1}{3} < 3-2a, \text{ то есть } \frac{11a}{3} < \frac{10}{3}, a < \frac{10}{11}.$$

$$5. \quad \text{а)} \text{ при } 0,5x-11 > 0, \text{ то есть при } x > 22;$$

$$\text{б)} \text{ при } 0,5x-11 < 0, \text{ то есть при } x < 22.$$

$$6. \quad \text{а)} 5(a^2-1)-5a(a+2) > 3, -10a > 8, a < -0,8;$$

$$\text{б)} 8x^2-2x(4x+1) \leq x, -3x \leq 0, x \geq 0; \quad \text{в)} \frac{2x}{3} - \frac{x-1}{6} + \frac{x+2}{2} \geq 0, x \geq -\frac{7}{6};$$

$$\text{г)} x - \frac{x-3}{4} + \frac{x+1}{8} > 2, \frac{7x}{8} > \frac{9}{8}, x > \frac{9}{7}.$$

$$7. \quad \text{а)} 5x-2=a, x=\frac{a+2}{5}, x > 0 \text{ при } \frac{a+2}{5} > 0, \frac{a}{5} > -\frac{2}{5}, a > -2;$$

$$\text{б)} 4+3x=a-5, x=\frac{a-9}{3}, x < 0 \text{ при } \frac{a-9}{3} < 0, \frac{a}{3} < 3, a < 9.$$

$$8. \quad ax > 2x+5, (a-2)x > 5, \text{ уравнение не имеет решений при } a-2=0, \text{ то есть при } a=2.$$



С-41. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ НЕРАВЕНСТВ

$$1. \quad \text{а)} \text{ является; б)} \text{ не является; в)} \text{ является.}$$

$$2. 1) \text{ а)} \begin{cases} x > 2 \\ x < 11 \end{cases}, 2 < x < 11; \quad \text{б)} \begin{cases} x < -1 \\ x > 0 \end{cases} \text{ решений нет;}$$

$$\text{в)} \begin{cases} x > 1,5 \\ x > 2,7 \end{cases}, x > 2,7; \quad \text{г)} \begin{cases} x < -5 \\ x < -4 \end{cases}, x < -5;$$

$$2) \text{ а)} \begin{cases} 3x > -3 \\ -5x < 10 \end{cases}, \begin{cases} x > -1 \\ x > -2 \end{cases}, x > -1; \quad \text{б)} \begin{cases} 0,5x < 2 \\ -3x \geq -9 \end{cases}, \begin{cases} x < 4 \\ x \leq 3 \end{cases}, \begin{cases} x < 4 \\ x \leq 3 \end{cases}, x \leq 3;$$

$$\text{в)} \begin{cases} 1,5x > -3 \\ -6x > -12 \end{cases}, \begin{cases} x > -2 \\ x < 2 \end{cases}, -2 < x < 2; \quad \text{г)} \quad \frac{1}{7}x < 2; \quad x < \frac{2}{7} - \text{решений нет}; \\ -5x \leq -75 \quad x \geq 15$$

$$3) \text{ а)} \quad \begin{matrix} 5x < 3x+1 & 2x < 1 & x < \frac{1}{2} \\ 0,6x > 5,2-2x & 2,6x > 5,2 & x > 2 \end{matrix} - \text{решений нет};$$

$$\text{б)} \begin{cases} 6x+2 > 9-x \\ x+8,3 < 11 \end{cases}, \begin{cases} 7x > 7 \\ x < 2,7 \end{cases}, \begin{cases} x > 1 \\ x < 2,7 \end{cases}, 1 < x < 2,7;$$

$$\text{в)} \begin{cases} 3x-2 < 1,5x+1 \\ 4-2x > x-2 \end{cases}, \begin{cases} 1,5x < 3 \\ -3x > -6 \end{cases}, \begin{cases} x < 2 \\ x < 2 \end{cases}, x < 2;$$

$$4) \text{ а)} \begin{cases} 2(x+3)-(x-8) < 4 \\ 6x > 3(x+1)-1 \end{cases}, \begin{cases} x < -10 \\ 3x > 2 \end{cases}, \begin{cases} x < -10 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases} - \text{решений нет};$$

$$\text{б)} \begin{cases} -(x-2)-3(x-1) < 2x \\ 5x+4 \geq 12-(x-3) \end{cases}, \begin{cases} -6x < -5 \\ 6x \geq 11 \end{cases}, \begin{cases} x > \frac{5}{6} \\ x \geq \frac{11}{6} \end{cases}, x \geq \frac{11}{6};$$

$$\text{в)} \quad \begin{matrix} 1,6(2-x)-0,4x > 3 & -2x > -0,2 & x < \frac{1}{10} \\ -3(6x-1)-2x < x & -21x < -3 & x > \frac{1}{7} \end{matrix} - \text{решений нет};$$

$$5) \text{ а)} \quad \begin{cases} \frac{x}{2} < 5 \\ \frac{2x}{5} > 0 \end{cases}; \begin{cases} x < 10 \\ x > 0 \end{cases}, 0 < x < 10;$$

$$\text{б)} \begin{cases} \frac{3x+6}{8} > 0 \\ \frac{x}{11} < 1 \end{cases}; \begin{cases} \frac{3x}{8} > -\frac{6}{8} \\ x < 11 \end{cases}; \begin{cases} x > -2 \\ x < 11 \end{cases}, -2 < x < 11;$$

$$\text{в)} \begin{cases} x - \frac{x}{4} \geq 2 \\ \frac{x-1}{2} + \frac{x-2}{3} > 1 \end{cases}, \begin{cases} \frac{3x}{4} \geq 2 \\ \frac{5x}{6} > \frac{13}{6} \end{cases}, \begin{cases} x \geq \frac{8}{3} \\ x > \frac{13}{5} \end{cases}, x \geq \frac{8}{3}.$$

$$3. \quad \text{при } \begin{cases} 0,3x-3>0 \\ -0,1x+5>0 \end{cases}, \begin{cases} 0,3x>3 \\ 0,1x<5 \end{cases}, \begin{cases} x>10 \\ x<50 \end{cases}, \text{ то есть при } 10<x<50.$$

$$4. \quad \text{а) } \begin{cases} 6x-1>3-x \\ 2x-4<x \end{cases}, \begin{cases} 7x>4 \\ x<4 \end{cases}, \begin{cases} x>\frac{4}{7} \\ \frac{4}{7}<x<4; x=1, x=2, x=3; \\ x<4 \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} 0,5x+2>1 \\ 3x-1,6<0,8 \end{cases}, \begin{cases} 0,5x>-1 \\ 3x<2,4 \end{cases}, \begin{cases} x>-2 \\ x<0,8 \end{cases}, -2<x<0,8, x=-1, x=0;$$

$$\text{в) } \begin{cases} 1,6x-4>0 \\ 2-0,2x>0,3 \end{cases}, \begin{cases} 1,6x>4 \\ 0,2x<1,7 \end{cases}, \begin{cases} x>\frac{5}{2} \\ x<\frac{17}{2} \end{cases}, \frac{5}{2}<x<\frac{17}{2};$$

$$x=3, x=4, x=5, x=6, x=7, x=8.$$

$$5. \quad \text{а) } \begin{cases} 0,2(3x-4)-1,6<0,3(4-3x) \\ 0,4(1+x)-0,3x<0,5 \end{cases}, \begin{cases} 1,5x<3,6 \\ 0,1x<0,1 \end{cases}, \begin{cases} x<\frac{12}{5} \\ x<1 \end{cases};$$

$$\text{б) } \begin{cases} \frac{x-1}{2}-\frac{x-2}{3}\geq\frac{x-3}{4}-x \\ 1-x>0,5x-4 \end{cases}, \begin{cases} \frac{11}{12}x\geq-\frac{11}{12} \\ -1,5x>-5 \end{cases}, \begin{cases} x\geq-1 \\ x<\frac{10}{3} \end{cases}, -1\leq x<\frac{10}{3}.$$

$$6. \quad \text{а) } \begin{cases} x>4 \\ x>7, 7<x<15; \\ x<15 \end{cases}, \text{ б) } \begin{cases} 2x>15 \\ 3x<1 \\ 7x<21 \end{cases}, \begin{cases} x>7,5 \\ x<\frac{1}{3} \\ x<3 \end{cases} - \text{решений нет};$$

$$\text{в) } \begin{cases} x-4>12 \\ 2x-1>3 \\ 3x+2<56 \end{cases}, \begin{cases} x>16 \\ 2x>4 \\ 3x<54 \end{cases}, \begin{cases} x>16 \\ x>2, 16<x<18. \\ x<18 \end{cases}$$

$$7. \quad \begin{cases} 3x>12 \\ x<a \end{cases}, \begin{cases} x>4 \\ x<a \end{cases} - \text{не имеет решений при } a\leq 4.$$

$$8. \quad \text{Пусть } x - \text{другая сторона, тогда } \begin{cases} x+12+16>48 \\ 16+12>x \\ 12+x>16 \end{cases}, \begin{cases} x>20 \\ x<28, 20<x<28. \\ x>4 \end{cases}$$

• Ответ: $20 \text{ м} < x < 28 \text{ м}.$



С-42. РЕШЕНИЕ ДВОЙНЫХ НЕРАВЕНСТВ.

1. а) см. рис. 22а

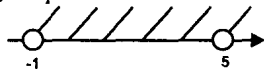


Рис. 22а

б) см. рис. 22б

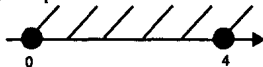


Рис. 22б

в) см. рис. 22в

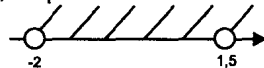


Рис. 22в

г) см. рис. 22г

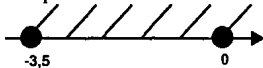


Рис. 22г

2. а) $-7; -6$; б) $-6; -5; -4; -3; -2; -1; 0$; в) $-1; 0; 1; 2; 3$; г) $-4; -3; -2; -1; 0; 1$.

3. 1) а) $1,5 < 3x < 3, 0,5 < x < 1$; б) $-1 \leq 6x \leq 2, -\frac{1}{6} \leq x \leq \frac{1}{3}$;

в) $4 < -4x < 8, -2 < x < -1$;

2) а) $0 < x+1 < 3, -1 < x < 2$; б) $1 < 12+x < 13, -11 < x < 1$;

в) $-4 < 22+x < -1, -26 < x < -23$;

3) а) $-4 < 2x+1 < 2, -5 < 2x < 1, -2,5 < x < 0,5$;

б) $-1 \leq 5-3x \leq 1, -6 \leq -3x \leq -4, \frac{4}{3} \leq x \leq 2$;

в) $-4 < 1-x < 5, -5 < -x < 4, -4 < x < 5$;

4) а) $-2 < \frac{x}{4} < 2, -8 < x < 8$; б) $0 \leq \frac{x}{3} \leq 1, 0 \leq x \leq 3$; в) $0,2 < \frac{x}{5} < 0,4, 1 < x < 2$;

5) а) $-2 < \frac{2x+1}{3} < 1, -\frac{7}{3} < \frac{2x}{3} < \frac{2}{3}, -\frac{7}{2} < x < 1$;

б) $1 \leq \frac{2+3x}{2} \leq 1,5, 0 \leq \frac{3x}{2} \leq 0,5, 0 \leq x \leq \frac{1}{3}$;

в) $2 < \frac{2-x}{5} < 4, \frac{8}{5} < -\frac{x}{5} < \frac{18}{5}, -18 < x < -8$.

4. а) при $-4 < 10-2x < 4, -14 < -2x < -6, 3 < x < 7$;

б) при $-1 \leq \frac{5x+1}{2} \leq 2, -\frac{3}{2} \leq \frac{5x}{2} \leq \frac{3}{2}, -\frac{3}{5} \leq x \leq \frac{3}{5}$.

5. $0 < 1+4x < 17, -1 < 4x < 16, -\frac{1}{4} < x < 4$; наим. целое -0 , наиб. целое -3 .

6. а) $\begin{cases} 3x-2 < 0 \\ 1 < 5x < 5 \end{cases}, \begin{cases} x < \frac{2}{3} \\ \frac{1}{5} < x < \frac{2}{3} \\ \frac{1}{5} < x < 1 \end{cases}$

б) $\begin{cases} 6x > 0 \\ -2 < x+4 < 2 \end{cases}, \begin{cases} x > 0 \\ -6 < x < -2 \end{cases}$ — решений нет;

в) $\begin{cases} 4+3x > 10 \\ -1 < -3x < 1 \end{cases}, \begin{cases} x > 2 \\ -\frac{1}{3} < x < \frac{1}{3} \end{cases}$ — решений нет.

7. а) $|a| < 3$ при $-3 < a < 3$; б) $|a+12| < 5$ при $-5 < a+12 < 5, -17 < a < -7$;

в) $|4-a| < 2$ при $-2 < 4-a < 2, -6 < -a < -2, 2 < a < 6$.

г) $|a-5| > 2, \begin{cases} a-5 > 2 \\ a-5 < -2 \end{cases}, \begin{cases} a > 7 \\ a < 3 \end{cases}, a < 3 \text{ и } a > 7$.

I

С-43. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА, СОДЕРЖАЩИЕ ПЕРЕМЕННУЮ СО ЗНАКОМ МОДУЛЯ

1. а) имеет два корня; б) имеет один корень; в) не имеет корней; г) имеет бесконечно много корней.

2. 1) $|x| = 2, 6, x = \pm 2, 6$; б) $|x| = 1, 5, x = \pm 1, 5$; в) $|x| = -3$ — нет решений;

2) а) $|x+5| = 3, x+5 = \pm 3, x = -2 \text{ и } x = -8$;

б) $|4-x| = 2, 5, 4-x = \pm 2, 5, x = 1, 5, x = 6, 5$;

в) $|x-7| = 0, x-7 = 0, x = 7$;

3) а) $|3x-5| = 7, 3x-5 = \pm 7, x = 4 \text{ и } x = -\frac{2}{3}$;

б) $|5x+1| = 4, 5x+1 = \pm 4, x = \frac{3}{5} \text{ и } x = -1$;

в) $|6-2x| = 8, 6-2x = \pm 8, x = -1, x = 7$.

3. а) $|x| < 4, -4 < x < 4$ (см. рис. 23а); б) $|x| \leq 3, -3 \leq x \leq 3$ (см. рис. 23б);

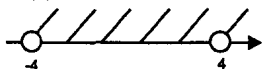


Рис. 23а



Рис. 23б

в) $|x| > 1$, $x > 1$ и $x < -1$ (см. рис. 23в);

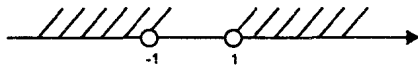


Рис. 23в

г) $|x| \geq 2,5$, $x \geq 2,5$ и $x \leq -2,5$ (см. рис. 23г)

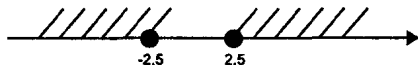


Рис. 23г

4. 1) а) $|x| < 7$, $-7 < x < 7$; б) $|x| > 6$, $x > 6$ и $x < -6$;

в) $|x| \leq 10$, $-10 \leq x \leq 10$; г) $|x| \geq 4,5$, $x \geq 4,5$ и $x \leq -4,5$;

2) а) $|x+5| > 2$, $x+5 > 2$ и $x+5 < -2$, $x > -3$ и $x < -7$;

б) $|x-6| < 5$, $-5 < x-6 < 5$, $1 < x < 11$;

в) $|2+x| \geq 0,5$, $2+x \geq 0,5$ и $2+x \leq -0,5$, $x \geq -1,5$ и $x \leq -2,5$;

г) $|3-x| \leq 1,5$, $-1,5 \leq 3-x \leq 1,5$, $-4,5 \leq -x \leq -1,5$, $1,5 \leq x \leq 4,5$;

3) а) $|6x-1| < 2$, $-2 < 6x-1 < 2$, $-1 < 6x < 3$, $-\frac{1}{6} < x < \frac{1}{2}$;

б) $|3+5x| > 4$, $3+5x > 4$ и $3+5x < -4$, $5x > 1$ и $5x < -7$, $x > \frac{1}{5}$ и $x < -\frac{7}{5}$;

в) $|2-2x| \leq 1$, $-1 \leq 2-2x \leq 1$, $-3 \leq -2x \leq -1$, $\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$;

г) $|1+3x| \geq 2$, $1+3x \geq 2$ и $1+3x \leq -2$, $3x \geq 1$ и $3x \leq -3$, $x \geq \frac{1}{3}$ и $x \leq -1$.

5. а) $a > 0$; б) $a < 0$; в) $a < 0$; г) $a > 0$.

6. 1) а) $b \leq 0$; б) $b+4 \geq 0$, $b \geq -4$; в) $b-5 \leq 0$, $b \leq 5$.

2) а) $b > 0$; б) $b+8 < 0$, $b < -8$; в) $6-b < 0$, $b > 6$.

7. 1) а) $\frac{|x-1|}{3} = 5$, $|x-1| = 15$, $x-1 = \pm 15$, $x = 16$ и $x = -14$;

б) $\frac{|2-x|}{4} = 3$, $|2-x| = 12$, $2-x = \pm 12$, $x = -10$ и $x = 14$;

в) $\frac{6}{|x-1|} = 2$, $|x-1| = 3$, $x-1 = \pm 3$, $x = 4$ и $x = -2$;

Самостоятельные работы

$$2) \text{ а) } |x+4|=|x-2|, \begin{cases} x+4=x-2 \\ x \leq -4 \text{ и } x \geq 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+4=-(x-2) \\ -4 < x < 2 \end{cases},$$

первая система решений не имеет, так что $\begin{cases} x=-1 \\ -4 < x < 2 \end{cases}, x=-1;$

$$\text{б) } |6-x|=|2+x|, \begin{cases} 6-x=2+x \\ -2 \leq x \leq 6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 6-x=-(2+x) \\ x < -2 \text{ и } x > 6 \end{cases},$$

вторая система решений не имеет, так что $\begin{cases} 2x=4 \\ -2 \leq x \leq 6 \end{cases}, x=2;$

$$\text{в) } |3-x|=|x|, \begin{cases} 3-x=x-2 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 3-x=-x \\ x < 0 \text{ и } x > 3 \end{cases},$$

вторая система решений не имеет, так что $\begin{cases} 2x=3 \\ 0 \leq x \leq 3 \end{cases}, x=1,5.$

$$8. \quad |x+2|=|x-5|, \begin{cases} x+2=x-5 \\ x \leq -2 \text{ и } x \geq 5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+2=-(x-5) \\ -2 < x < 5 \end{cases},$$

первая система решений не имеет, так что $\begin{matrix} x=1,5 \\ -4 < x < 2 \end{matrix}, x=1,5;$

Ответ: (1,5; 3,5).

$$9. \text{ а) } |x|-2x=3, \begin{cases} x-2x=3 \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} -x-2x=3 \\ x < 0 \end{cases}, \text{ то есть } \begin{cases} x=-3 \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ (нет решений)}$$

или $\begin{cases} x=-1 \\ x < 0 \end{cases}, x=-1; \text{ Ответ: } x=-1;$

$$\text{б) } |x-1|+5x=5, \begin{cases} x-1+5x=5 \\ x \geq 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 1-x+5x=5 \\ x < 1 \end{cases}, \text{ то есть } \begin{cases} x=1 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

или $\begin{matrix} x=1 \\ x < 1 \end{matrix}, x=1 \text{ (нет решений). Ответ: } x=1.$

$$10. \text{ а) } |2x|>x+3, \begin{cases} 2x>x+3 \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} -2x \geq x+3 \\ x < 0 \end{cases}, \text{ то есть } \begin{cases} x>3 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

или $\begin{matrix} x < -1 \\ x < 0 \end{matrix}, x>3 \text{ и } x<-1;$

$$6) |x-2|+x > 4, \begin{cases} x-2+x > 4 \\ x \geq 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} 2-x+x > 4 \\ x < 2 \end{cases}, \text{ то есть } \begin{cases} x > 3 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

$$\text{или } \begin{cases} 2 > 4 \\ x < 2 \end{cases}, x > 3.$$

11. а) $3 < |x| < 5, 3 < x < 5$ и $-5 < x < -3$; б) $0 < |x| < 8, 0 < x < 8$ и $-8 < x < 0$.



С-44. СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

1. а) $\frac{1}{2^5} = 2^{-5}$; б) $\frac{1}{10} = 10^{-1}$; в) $\frac{1}{x^6} = x^{-6}$; г) $\frac{1}{a} = a^{-1}$; д) $\frac{1}{23^4} = 23^{-4}$.

2. а) $7^{-3} = \frac{1}{7^3}$; б) $2^{-1} = \frac{1}{2}$; в) $y^{-10} = \frac{1}{y^{10}}$; г) $b^{-1} = \frac{1}{b}$; д) $(3a)^{-4} = \frac{1}{(3a)^4}$.

3. 1) а) $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$; б) $(-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{25}$;

в) $(-6)^{-1} = \frac{1}{-6} = -\frac{1}{6}$; г) $-4 \cdot (-2)^{-3} = \frac{-4}{(-2)^3} = \frac{1}{2}$;

2) а) $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = 3$; б) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} = \frac{5^2}{2^2} = \frac{25}{4}$;

б) $(0,1)^{-4} = 10^4 = 10000$; г) $\left(2\frac{1}{3}\right)^{-3} = \frac{3^3}{7^3} = \frac{27}{343}$;

3) а) $8^{-1} + 6^{-2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{36} = \frac{11}{72}$; б) $2 \cdot 4^{-1} + 5^0 = \frac{5}{12} + 1 = \frac{17}{12}$;

в) $1453 - 0,1^{-3} = 1453 - 1000 = 453$; г) $18 - \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = 18 - 25 = -7$.

4. 1) а) $7m^{-6} = \frac{7}{m^6}$; б) $2(ab)^{-1} = \frac{2}{ab}$; в) $11(x+y)^{-3} = \frac{11}{(x+y)^3}$; г) $9a^3b^{-4}c^0 = \frac{9a^3}{b^4}$;

2) а) $a^{-2} + b^{-1} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{b} = \frac{b+a^2}{a^2b}$; б) $x^0 + x^{-3} = 1 + \frac{1}{x^3} = \frac{x^3+1}{x^3}$;

в) $a + b^{-3} = a + \frac{1}{b^3} = \frac{ab^3+1}{b^3}$; г) $xy^{-3} - x^{-1}y^2 = \frac{x}{y^3} - \frac{y^2}{x} = \frac{x^2-y^5}{xy^3}$.

5. 1) а) $(1+a^{-3})(a+1)^{-2} = 1 + \frac{1}{a^3} \cdot \frac{1}{(a+1)^2} = \frac{a^3+1}{a^3(a+1)^2} = \frac{a^2-a+1}{a^3(a+1)}$;

$$6) (x^{-2} - y^{-2}) : (x^{-1} - y^{-1}) = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} : \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{(y^2 - x^2)}{x^2 y^2} \cdot \frac{xy}{(y - x)} = \frac{y + x}{xy};$$

$$2) a) \left(\frac{a}{c}\right)^{-1} + \left(\frac{a}{c}\right)^{-3} = \frac{c}{a} + \frac{c^3}{a^3} = \frac{ca^2 + c^3}{a^3};$$

$$6) \frac{1}{b^{-3}} + \frac{1}{c^{-3}} (b+c)^{-1} = \frac{b^3 + c^3}{b+c} = \frac{b^2 - bc + c^2}{1} = b^2 - bc + c^2.$$

I

С-45. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ СТЕПЕНИ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

$$1. 1) a) a^2 \cdot a^5 = a^7; \quad 6) a^{-12} \cdot a^7 = a^{-5}; \quad в) a^6 \cdot a^{-2} = a^4;$$

$$г) a^{-9} \cdot a = a^{-8}; \quad д) a^3 \cdot a \cdot a^{-5} = a^{-1};$$

$$2) a) x^3 : x^7 = x^{-4}; \quad 6) x^{-10} : x = x^{-11}; \quad в) x^8 : x^{-4} = x^{12};$$

$$г) x^{-3} : x^4 = x^{-7}; \quad д) x^{-2} : x^{-5} = x^3;$$

$$3) a) (c^2)^3 = c^6; \quad 6) (c^5)^{-5} = c^{-25}; \quad в) (c^{-3})^3 = c^{-9};$$

$$г) (c^{-2})^{-4} = c^8; \quad д) (c^{-6})^0 = 1;$$

$$4) a) (xy)^{-3} = x^{-3} y^{-3}; \quad 6) (xy^{-2})^{-5} = x^{-5} y^{10}; \quad в) (xyz)^{-2} = x^{-2} y^{-2} z^{-2};$$

$$г) (x^{-4} y^3)^{-1} = x^4 y^{-3}; \quad д) (x^0 y^{-1} z^{-3})^2 = y^{-2} z^{-6};$$

$$5) a) \left(\frac{a}{b}\right)^{-2} = a^{-2} b^2; \quad 6) \left(\frac{a^2}{b}\right)^{-1} = a^{-2} b; \quad в) \left(\frac{a^{-3}}{b^{-1}}\right)^2 = a^{-6} b^2;$$

$$г) \left(\frac{a^0}{b^{-4}}\right)^{-5} = b^{-20}; \quad д) \left(\frac{a^{-1}}{b^3 c^{-2}}\right)^3 = a^{-3} b^{-9} c^6.$$

$$2. 1) a) 3^7 \cdot 3^{-6} = 3; \quad 6) 7^{-9} \cdot 7^8 = 7^{-1} = \frac{1}{7};$$

$$в) \left(\frac{1}{5}\right)^{-7} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^6 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} = 5; \quad г) \left(\frac{1}{4}\right)^{14} \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^{-16} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 16;$$

$$2) a) 2^5 : 2^6 = 2^{-1} = \frac{1}{2}; \quad 6) 5 : 5^{-2} = 5^3 = 125;$$

$$в) 6^{-9} : 6^{-11} = 6^2 = 36; \quad г) \left(\frac{1}{7}\right)^{-3} : \left(\frac{1}{7}\right)^{-3} = 1;$$

$$3) \text{ а) } (3^2)^{-1} = 3^{-2} = \frac{1}{9}; \quad \text{б) } \frac{1}{2}^{-3 \cdot -2} = \frac{1}{2}^6 = \frac{1}{64};$$

$$\text{в) } (0,1^{-2})^6 = 0,1^{-12} = 1000000000000; \quad \text{г) } \left(\left(\frac{1}{6}\right)^{-2}\right)^0 = 1;$$

$$4) \text{ а) } -17 \cdot 34^{-1} = -\frac{17}{34} = -\frac{1}{2}; \quad \text{б) } -10 \cdot 2^{-3} = -\frac{10}{8} = -\frac{5}{4};$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{8}\right)^{-2} - 0,01^{-1} = 64 - 100 = -36; \quad \text{г) } 6^{-2} + 24^{-1} = \frac{1}{36} + \frac{1}{24} = \frac{5}{72};$$

$$5) \text{ а) } 32 \cdot 2^{-6} = \frac{32}{64} = \frac{1}{2}; \quad \text{б) } 27 \cdot (3^{-2})^2 = \frac{27}{81} = \frac{1}{3};$$

$$\text{в) } 7^{-8} \cdot 7^9 : 49 = \frac{7}{49} = \frac{1}{7}; \quad \text{г) } 25^{-2} \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^{-6} = 5^{-4} \cdot 5^6 = 5^2 = 25;$$

$$6) \text{ а) } 81^{-2} \cdot 27^2 = 3^{-8} \cdot 3^6 = 3^{-2} = \frac{1}{9}; \quad \text{б) } 16^{-5} : 8^{-6} = 2^{-20} : 2^{-18} = 2^{-2} = \frac{1}{4};$$

$$\text{в) } \frac{(-6)^{-9} \cdot 6^{-7}}{6^{-15}} = -6^{-1} = -\frac{1}{6}; \quad \text{г) } \frac{4^{-6} \cdot 16^{-5}}{8^{-10}} = \frac{2^{-12} \cdot 2^{-20}}{2^{-30}} = 2^{-2} = \frac{1}{4}.$$

$$3. 1) \text{ а) } 6x^{-5}y^7 \cdot 2,5x^7y^{-6} = 15x^2y; \quad \text{б) } 0,8a^{-6}b^4 \cdot 5a^{12}b^{-4} = 4a^6;$$

$$2) \text{ а) } 3,2a^6b : (0,8a^3b^{-1}) = 4a^3b^4; \quad \text{б) } 3\frac{1}{2}m^{-8}n^{-7} : \left(-\frac{7}{8}m^{-5}n^{-7}\right) = -4m^{-3};$$

$$3) \text{ а) } \frac{13x^{-4}}{y^{-6}} \cdot \frac{y}{52x^{-5}} = \frac{1}{4}xy^7; \quad \text{б) } \frac{21a^{-4}}{10b^6} \cdot \frac{5b^{-6}}{7a^{-8}} = \frac{3}{2}a^4b^{-12};$$

$$4) \text{ а) } \left(\frac{9m^{-3}}{5n^{-1}}\right)^{-2} \cdot 81m^{-6}n^3 = 25n; \quad \text{б) } \frac{2x^4}{y^9}^{-3} \cdot (x^{-2}y)^{-6} = \frac{1}{8}y^{21}.$$

$$4. \text{ а) } \frac{14^n}{2^{n-2} \cdot 7^n} = \frac{14^n}{14^n \cdot 2^{-2}} = 4; \quad \text{б) } \frac{36^{n+1}}{6^{2n+1}} = \frac{6^{2n+2}}{6^{2n+1}} = 6;$$

$$\text{в) } \frac{x^{6n}y^{n+3}}{x^{2n}y^{n+4}} = \frac{x^{4n}}{y}; \quad \text{г) } \frac{a^{-2n} + a^n}{a^{-n}} = a^{-n} + a^{2n};$$

$$\text{д) } \frac{6^{n+1} + 6^{n+3}}{37} = \frac{6^{n+1}(1 + 6^2)}{37} = 6^{n+1}; \quad \text{е) } \frac{5^n + 1}{5^{-n} + 1} = \frac{5^n(1 + 5^{-n})}{5^{-n} + 1} = 5^n.$$

$$5. \text{ а) } \frac{a^7 + a^{13}}{a^{-3} + a^3} = \frac{a^{10}(a^{-3} + a^3)}{a^{-3} + a^3} = a^{10}; \quad \text{б) } \frac{x^4 + 2x^6 + x^7}{2 + x + x^{-2}} = \frac{x^6(x^{-2} + 2 + x)}{x^{-2} + 2 + x} = x^6.$$

I**С-46. СТАНДАРТНЫЙ ВИД ЧИСЛА**

1. а) $100 \cdot 10^{-5} = 10^{-3}$; б) $10^8 \cdot 10^{-6} = 10^2$; в) $10^{-6} : 10^{-12} = 10^6$; г) $(10^{-3})^5 = 10^{-15}$.

2. 1) а) $70000 = 7 \cdot 10^4$; б) $240000 = 2,4 \cdot 10^5$;

в) $6050000 = 6,05 \cdot 10^6$; г) $823 = 8,23 \cdot 10^2$;

2) а) $60,3 = 6,03 \cdot 10^1$; б) $509,2 = 5,092 \cdot 10^2$;

в) $14200,5 = 1,42005 \cdot 10^4$; г) $97,01 = 9,701 \cdot 10^1$;

3) а) $0,56 = 5,6 \cdot 10^{-1}$; б) $0,00018 = 1,8 \cdot 10^{-4}$;

в) $0,000008 = 8 \cdot 10^{-6}$; г) $0,0362 = 3,62 \cdot 10^{-2}$;

4) а) $28 \cdot 10^5 = 2,8 \cdot 10^6$; б) $563 \cdot 10^{-4} = 5,63 \cdot 10^{-2}$;

в) $0,031 \cdot 10^6 = 3,1 \cdot 10^4$; г) $0,0077 \cdot 10^{-2} = 7,7 \cdot 10^{-5}$.

3. 1) а) $(2,8 \cdot 10^5) \cdot (2,5 \cdot 10^{-7}) = 7 \cdot 10^{-2}$;

б) $(1,5 \cdot 10^{-3}) \cdot (9,2 \cdot 10^{-4}) = 13,8 \cdot 10^{-7} = 1,38 \cdot 10^{-6}$;

2) а) $(5,7 \cdot 10^4) : (3,8 \cdot 10^{-3}) = 1,5 \cdot 10^7$;

б) $(1,56 \cdot 10^{-2}) : (2,6 \cdot 10^{-6}) = 0,6 \cdot 10^4 = 6 \cdot 10^3$;

3) а) $6,2 \cdot 10^{-2} + 4,8 \cdot 10^{-2} = 11 \cdot 10^{-2} = 1,1 \cdot 10^{-1}$;

б) $5,1 \cdot 10^5 + 2,9 \cdot 10^6 = 5,1 \cdot 10^5 + 29 \cdot 10^5 = 34,1 \cdot 10^5 = 3,41 \cdot 10^6$.

4. а) $3,7 \cdot 10^5 > 2,95 \cdot 10^5$; б) $1,1 \cdot 10^{-7} < 3 \cdot 10^{-7}$;

в) $4,9 \cdot 10^8 > 9,7 \cdot 10^7$; г) $7,3 \cdot 10^{-6} < 5,2 \cdot 10^{-5}$.

5. а) -11; б) -17; в) -3; г) 10.

6. а) -3 или -2; б) 19 или 18; в) 8.

I**С-47. ЗАПИСЬ ПРИБЛИЖЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ**

1. а) $\Delta_{\text{абс.}} = 0,3$; $\Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,3}{15} = 0,02$; б) $\Delta_{\text{абс.}} = 0,05$; $\Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,05}{2,5} = 0,02$;

в) $\Delta_{\text{абс.}} = 4$; $\Delta_{\text{отн.}} = \frac{4}{500} = 0,008$; г) $\Delta_{\text{абс.}} = 0,0018$; $\Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,0018}{0,36} = 0,005$.

2. 1) а) $45 \leq y \leq 47$; б) $374 \leq y \leq 394$; в) $1710 \leq y \leq 1780$;

2) а) $8,8 \leq y \leq 9$; б) $17,3 \leq y \leq 18,3$; в) $17,9 \leq y \leq 23,3$;

3) а) $10,53 \leq y \leq 10,83$; б) $0,055y \leq y \leq 0,063$; в) $0,0616 \leq y \leq 0,0806$.

3. 1) а) $\Delta \text{абс.} \leq 0,5$; б) $\Delta \text{абс.} \leq 0,05$; в) $\Delta \text{абс.} \leq 0,0005$; г) $\Delta \text{абс.} \leq 0,00005$;
 2) а) $\Delta \text{абс.} \leq 0,00005$; б) $\Delta \text{абс.} \leq 0,005$; в) $\Delta \text{абс.} \leq 0,05$; г) $\Delta \text{абс.} \leq 0,0005$.
 4. а) до 1; б) до 0,001; в) до 0,1; г) до 0,01; д) до 0,01; е) до 0,001.
 5. а) $\Delta \text{абс.} \leq 50$; б) $\Delta \text{абс.} \approx 500000$;
 в) $\Delta \text{абс.} \leq 0,000000005$; г) $\Delta \text{абс.} \leq 0,00005$.
 6. а) $\Delta \text{отн.} \leq \frac{0,05}{4,8} = \frac{5}{480}$; б) $\Delta \text{отн.} \leq \frac{0,05}{7,1} = \frac{5}{710}$;
 в) $\Delta \text{отн.} \leq \frac{0,005}{1,356} = \frac{5}{13560}$; г) $\Delta \text{отн.} \leq \frac{0,005}{5,9} = \frac{5}{5900}$.
 7. Для колибри: $\Delta \text{абс.} = 0,05 \cdot 10^{-3} = 0,00005$; $\Delta \text{отн.} = \frac{0,05 \cdot 10^{-3}}{1,7 \cdot 10^{-3}} = \frac{5}{170}$,

$$\text{Для кита: } \Delta \text{абс.} = 0,005 \cdot 10^5 = 500; \Delta \text{отн.} = \frac{0,005 \cdot 10^5}{1,45 \cdot 10^5} = \frac{5}{1450}$$

Приближение для кита – точнее (относительно).



С–48. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ПРИБЛИЖЕНИЯ

1. а) 0,03; 0,07; б) 0,0405; 0,0595; в) $\frac{1}{154}$; г) 0,0(3).
 2. а) 0,04; б) 0,1; в) 0,047; г) 0,48.
 3. 1) а) $6 \leq y \leq 8$; б) $24 \leq m \leq 30$; в) $2200 \leq a \leq 2400$;
 2) а) $22,9 \leq c \leq 23,1$; б) $16 \leq x \leq 17$; в) $11,6 \leq b \leq 12,4$;
 3) а) $5,81 \leq b \leq 5,83$; б) $30,37 \leq z \leq 30,47$; в) $6,173 \leq n \leq 6,175$.
 4. 1) а) $x = 20 \pm 2$; б) $x = 10,5 \pm 0,5$;
 2) а) $x = 5,9 \pm 0,1$; б) $x = 15,7 \pm 0,1$;
 3) а) $x = 3,61 \pm 0,03$; б) $x = 24,55 \pm 0,25$.
 5. Так как $\frac{a+b}{2} + \frac{a-b}{2} = a$ и $\frac{a+b}{2} - \frac{a-b}{2} = b$ и $x = \frac{a+b}{2} \pm \frac{a-b}{2}$,
 то $x \approx a$ и $x \approx b$, что и требовалось доказать.



С–49. ОКРУГЛЕНИЕ ЧИСЕЛ

1. 1) а) $35,7 \approx 36$; б) $289 \approx 290$;
 2) а) $82,3591 \approx 82,4$; б) $0,53748 \approx 0,537$;
 3) а) $3847,5 \approx 3800$; б) $1,384795 \approx 1,3848$.

2. 1) а) $\frac{5}{6} = 0,83333... \approx 0,833$;

б) $\frac{1}{7} = 0,14285... \approx 0,143$;

в) $\frac{4}{15} = 0,2666... \approx 0,267$;

г) $1\frac{5}{11} = 1,4545... \approx 1,455$;

д) $20\frac{6}{13} = 20,4615... \approx 20,462$;

е) $2\frac{7}{19} = 2,3684... \approx 2,368$;

2) а) Абс. = 0,000(3); б) Абс. = 0,000142...; в) Абс. = 0,000(3);

г) Абс. = 0,000(45); д) Абс. = 0,000461538...; е) Абс. = 0,000(3).

3. $\frac{5}{13} - 0,01 = 0,3746..., \text{ а } \frac{5}{13} - 0,01 = 0,3946..., 0,3746 < 0,38 < 0,3946$

и $0,3746 < 0,39 < 0,3946$, так что являются приближением числа $\frac{5}{13}$ с точностью до 0,01, а 0,38 – еще является приближением числа $\frac{5}{13}$ с точностью до 0,005, так как $\frac{5}{13} - 0,005 < 0,38 < \frac{5}{13} + 0,005$.**I****С-50. ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ**

1. а) $2,1 \approx 2$; б) $5,12 \approx 5$; в) $9,736 \approx 10$; г) $49,54 \approx 50$;
Дотн. = 0,05; Дотн. = 0,024; Дотн. = 0,0264; Дотн. = 0,0092.

2. $2\frac{5}{8} = 2,625 \approx 2,63$; Абс. = 0,005; Дотн. = 0,0019...

$14\frac{11}{16} = 14,6875 \approx 14,69$; Абс. = 0,0025; Дотн. = 0,00017...

3. Дотн. = $\frac{10 \text{ км}}{6380 \text{ км}} = \frac{1}{638}$.

4. Для L : Дотн. = $\frac{5}{3530} = \frac{1}{706}$. Для d : Дотн. = $\frac{1}{38}$.

Качество измерения L – точнее.**I****С-51. ДЕЙСТВИЯ НАД ПРИБЛИЖЕННЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ**

1. 1) а) $m \approx 7,3, n \approx 0,58, m+n \approx 7,9$; б) $m \approx 0,24, n \approx 1,2, m+n \approx 1,4$;

2) а) $m \approx 16, n \approx 15,9, m+n \approx 32$; б) $m \approx 250, n \approx 76,4, m+n \approx 326$;

3) а) $m \approx 5,635, n \approx 24,36, m+n \approx 30,00$; б) $m \approx 0,8653, n \approx 1,135, m+n \approx 2,000$;

- 4) а) $m \approx 3,7 \cdot 10^3$, $n \approx 2,6 \cdot 10^2$, $m+n \approx 4,0 \cdot 10^3$;
б) $m \approx 6 \cdot 10^{-5}$, $n \approx 7,0 \cdot 10^{-4}$, $m+n \approx 7,6 \cdot 10^{-4}$.
2. 1) а) $z \approx 5,3$, $t \approx 0,94$, $z-t \approx 4,4$; б) $z \approx 3,3$, $t \approx 0,86$, $z-t \approx 2,4$;
2) а) $z \approx 34,6$, $t \approx 28$, $z-t \approx 7$; б) $z \approx 628$, $t \approx 69,1$, $z-t \approx 559$;
3) а) $z \approx 47,35$, $t \approx 8,442$, $z-t \approx 38,91$;
б) $z \approx 7,576$, $t \approx 0,8657$, $z-t \approx 6,710$;
4) а) $z \approx 2,1 \cdot 10^{-4}$, $t \approx 6,5 \cdot 10^3$, $z-t \approx 1,5 \cdot 10^4$;
б) $z \approx 1,0 \cdot 10^{-5}$, $t \approx 4 \cdot 10^{-6}$, $z-t \approx 0,6 \cdot 10^{-6}$.
3. 1) а) $a \approx 4,0$, $b \approx 1,60$, $ab \approx 6,4$; б) $a \approx 25$, $b \approx 0,600$, $ab \approx 15$;
2) а) $a \approx 1,1 \cdot 10^5$, $b \approx 7 \cdot 10^8$, $ab \approx 8 \cdot 10^{13}$;
б) $a \approx 5,0 \cdot 10^{-3}$, $b \approx 2,40 \cdot 10^{-6}$, $ab \approx 1,2 \cdot 10^{-8}$;
3) а) $a \approx 3,80 \cdot 10^{-4}$, $b \approx 1,050 \cdot 10^7$, $ab \approx 399 \cdot 10^3$;
б) $a \approx 6,824 \cdot 10^9$, $b \approx 3,5 \cdot 10^{-8}$, $ab \approx 2,4 \cdot 10^2$.
4. 1) а) $x = 5,70$, $y \approx 3,0$; $\frac{x}{y} \approx 1,9$; б) $x = 33,690$, $y \approx 1,8$; $\frac{x}{y} \approx 2,1$;
2) а) $x \approx 1,50 \cdot 10^{10}$, $y \approx 6 \cdot 10^8$, $\frac{x}{y} \approx 30$;
б) $x \approx 1,80 \cdot 10^{-2}$, $y \approx 1,2 \cdot 10^3$, $\frac{x}{y} \approx 1,5 \cdot 10^{-5}$;
3) а) $x \approx 5,200 \cdot 10^4$, $y \approx 2,08 \cdot 10^7$, $\frac{x}{y} \approx 2,50 \cdot 10^{-3}$;
б) $x \approx 1,170 \cdot 10^{-6}$, $y \approx 4,5 \cdot 10^{-4}$, $\frac{x}{y} \approx 2,6 \cdot 10^{-3}$.
5. а) $a+b-c \approx 29,6$ при $a \approx 36,4$, $b \approx 4,752$ и $c \approx 11,51$;
б) $x-y-z \approx 1,5 \cdot 10^5$, при $x \approx 2,7 \cdot 10^5$, $y \approx 3,250 \cdot 10^4$, $z \approx 8,40 \cdot 10^4$;
в) $ac-3c \approx 6$, при $a \approx 6,20$, $c \approx 2$;
г) $\frac{p-q}{p+q} \approx 0,81$, при $p \approx 47 \cdot 10^{-3}$, $q \approx 5 \cdot 10^{-4}$. Ответ: $\approx 1,1 \cdot 10^{21} \text{ м}^3$.
6. $V = \frac{m}{g} \approx \frac{6,0 \cdot 10^{24}}{5518} \approx 1,1 \cdot 10^{21} (\text{м}^3)$.

$$7. \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{10} + \frac{1}{0,4} = 0,1 + 2,5 = 2,6, \quad R = \frac{1}{2,6} \approx 0,384 \approx 0,4 \text{ (Ом)}.$$



С-52. ПОНЯТИЕ ФУНКЦИИ.

ГРАФИК ФУНКЦИИ (ПОВТОРЕНИЕ)

$$1. \quad y = x^2 - 5x, \quad y(-5) = -100; \quad y(-1) = 4; \quad y(0) = 0; \quad y\left(\frac{1}{5}\right) = -\frac{124}{125}; \quad y(5) = 100.$$

$$2. \quad y = (3x - 5)(x + 2)$$

$$1) \text{ а) } y(-5) = 60; \quad \text{б) } y(-2,5) = 6,25; \quad \text{в) } y(0) = -10; \quad \text{г) } y(4) = 42;$$

$$2) \text{ а) } y = -10 \text{ при } (3x - 5)(x + 2) = -10, \quad 3x^2 + x = 0, \quad x = 0 \text{ и } x = -\frac{1}{3};$$

$$\text{б) } y = -6 \text{ при } (3x - 5)(x + 2) = -6, \quad 3x^2 + x - 4 = 0, \quad x = \frac{-1 \pm 7}{6}, \quad x = 1 \text{ и } x = -\frac{4}{3};$$

$$\text{в) } y = 0 \text{ при } (3x - 5)(x + 2) = 0; \quad x = \frac{5}{3} \text{ и } x = -2;$$

$$\text{г) } y = 4 \text{ при } (3x - 5)(x + 2) = 4, \quad 3x^2 + x - 14 = 0, \quad x = \frac{-1 \pm 13}{6}, \quad x = 2 \text{ и } x = -\frac{7}{3}.$$

$$3. \quad P(x) = 2(x + 3x) = 8x(\text{см}), \quad S(x) = 3x \cdot x = 3x^2 = (\text{см}^2).$$

$$P(12) = 96(\text{см}), \quad S(12) = 432(\text{см}^2).$$

4. 1)

x	-4	-1	0	1	2	$\frac{5}{2}$	6
$y = 8x - 5$	-37	-13	-5	3	11	15	43

2)

x	-4	-3	0	1	2	4
$y = \frac{x-2}{x+5}$	-6	-2,5	-0,4	$-\frac{1}{6}$	0	$\frac{2}{9}$

$$5. \text{ а) } y(-2) = -3; \quad y\left(-\frac{1}{2}\right) = 1; \quad y(1) = 2,5; \quad y(5) = -1;$$

$$\text{б) } y = -1 \text{ при } x = -1,5 \text{ и } x = 5; \quad y = 0 \text{ при } x = -1, \quad x = 4 \text{ и } x = 6, \\ y = 2 \text{ при } x = 0,5, \quad x = 3 \text{ и } x = 8;$$

$$\text{в) } y > 0 \text{ при } -1 < x < 4 \text{ и } 6 < x \leq 8; \quad \text{г) } y < 0 \text{ при } -2 \leq x < -1 \text{ и } 4 < x < 6.$$

6. а) см. рис. 24а;

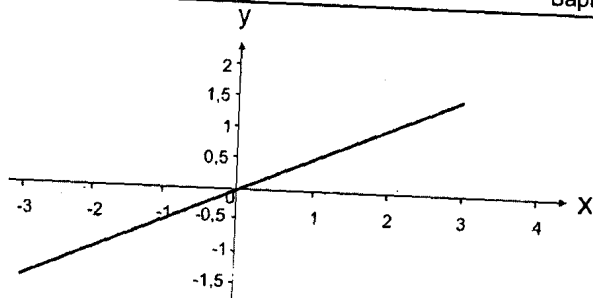


Рис. 24а

б) см. рис. 24б;

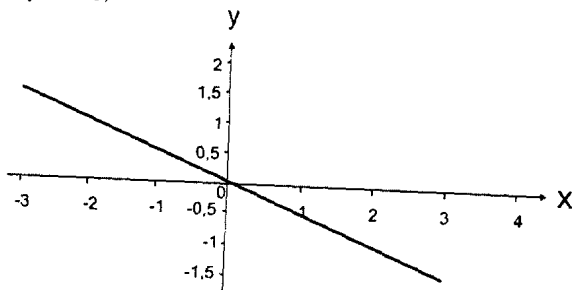


Рис. 24б

в) см. рис. 24в;

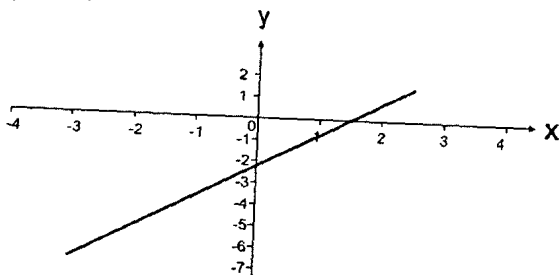


Рис. 24в

г) см. рис. 24г;

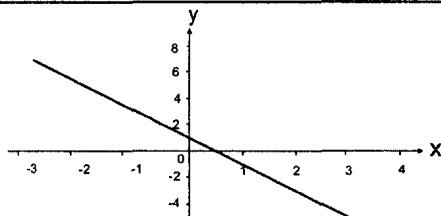


Рис. 24г

д) см. рис. 24д:

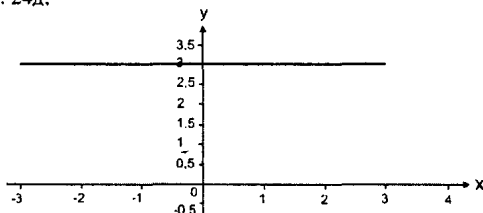


Рис. 24д

е) см. рис. 24е.

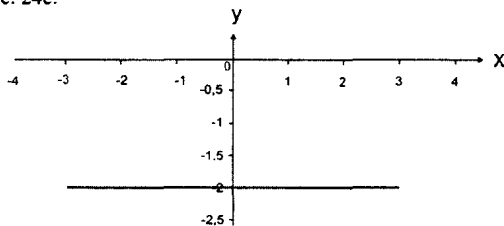


Рис. 24е

7. $y = 40x - 75$;

$A(2; 5)$ – принадлежит графику функции, $B(-3; -195)$ – принадлежит графику, $C\left(\frac{1}{8}; 70\right)$ – не принадлежит графику.

8. $y_1 = 3x - 1$, $y_2 = -7x + 19$, $y_3 = 0,5x + 4$;

$$y_1 = y_2 \text{ при } 3x - 1 = -7x + 19, x = 2; y_2 = y_3 \text{ при } -7x + 19 = 0,5x + 4, x = 2.$$

Значит графики функций y_1 , y_2 , y_3 проходят через точку $(2; 5)$, ч.т.д.

9. $y = kx + b$, $A(3; 7)$ – принадлежит графику, значит $7 = 3k + b$,

$$B(-2; -3) \text{ – принадлежит графику, значит } -3 = -2k + b;$$

$$\begin{cases} 3k+b=7 \\ -2k+b=-3 \end{cases}, \begin{cases} 3k+b=7 \\ 5k=10 \end{cases}, \begin{cases} k=2 \\ b=1 \end{cases}.$$

10. $y = kx + b$, где $k = 15$, так как прямая параллельна прямой $y = 15x - 23$,
а так как $y = 0$ – принадлежит графику функции, то $10 = 15 \cdot \frac{1}{3} + b$,
откуда $b = 5$. Ответ: $y = 15x + 5$.



С-53. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ

1. $y = x^2 - 2x - 8$, $y = -8$ при $x^2 - 2x - 8 = -8$, $x^2 - 2x = 0$, $x = 0$ и $x = 2$,
 $y = -5$ при $x^2 - 2x - 8 = -5$, $x^2 - 2x - 3 = 0$, $x = -1$ и $x = 3$;
 $y = 0$ при $x^2 - 2x - 8 = 0$, $x = -2$ и $x = 4$;
 $y = 7$ при $x^2 - 2x - 8 = 7$, $x^2 - 2x - 15 = 0$, $x = -3$ и $x = 5$.
2. а) -3 ; 5 б) -3 ; 0; в) $-\sqrt{5}$; г) 0,5 и 5.
3. а) $x^2 - 12x + 36 = 0$, $x = 6$; б) $x^2 - 9 = 0$, $x = \pm 3$;
в) $6x^2 + x - 1 = 0$, $x = \frac{-1 \pm 5}{12}$, $x = -\frac{1}{2}$ и $x = \frac{1}{3}$; г) $3x^2 - 4x + 2 = 0$ – решений нет.
4. а) $p = -8$, $q = 15$; б) $p = 2$, $q = 0$; в) $p = 0$, $q = -7$; г) $p = -6$, $q = 7$.
5. а) $x^2 - 7x + 9 = -2x + 3$, $x^2 - 5x + 6 = 0$, $x = 2$ и $x = 3$; (2; -1) и (3; -3);
б) $2x^2 - 8x + 13 = 4x - 3$, $2x^2 - 12x + 16 = 0$, $x^2 - 6x + 8 = 0$, $x = 2$ и $x = 4$; (2; 5) и (4; 13);
в) $3x^2 - x - 1 = 5x + 6$; $3x^2 - 6x - 7 = 0$, $x = \frac{6 \pm 2\sqrt{30}}{6} = 1 \pm \frac{\sqrt{30}}{3}$;
 $\left(1 + \frac{\sqrt{30}}{3}; 11 + \frac{5\sqrt{30}}{3}\right)$ и $\left(1 - \frac{\sqrt{30}}{3}; 11 - \frac{5\sqrt{30}}{3}\right)$;
г) $x^2 - 3x - 7 = 5x - 27$; $x^2 - 8x + 20 = 0$, решений нет.



С-54. Функция $y = ax^2$

1. см. рис. 25

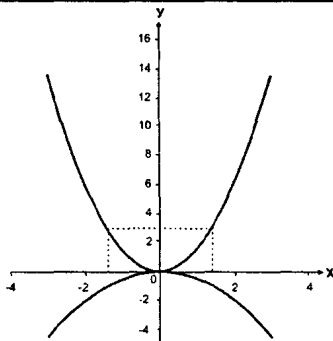


Рис. 25

- 1) а) $y = 1,5x^2$; б) $y = 1,5x^2$;
 2) а) $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$; б) $x < -2$ и $x > 2$; в) x – любое; г) решений нет.
 2. $y = 5x^2$, $A(-8; 320)$ – принадлежит графику функции; $B(3; 45)$ – принадлежит графику функции; $C(-5; -125)$ – не принадлежит графику.
 3. а) $8x^2 = 2x + 1$, $8x^2 - 2x - 1 = 0$, $x = \frac{2 \pm 6}{16}$, $x = \frac{1}{2}$ и $x = -\frac{1}{4}$, $\left(\frac{1}{2}; 2\right)$ и $\left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right)$;
 б) $8x^2 = 16x$, $8x(x - 2) = 0$, $x = 0$ и $x = 2$; $(0; 0)$ и $(2; 32)$;
 в) $8x^2 = 32$, $x = \pm 2$; г) $8x^2 = 0$, $x = 0$, $(0; 0)$.
 4. а) возрастающая; б) убывающая; в) не является; г) не является.
 5. $y = 0,25x^2$ при $-4 \leq x \leq 2$; $y_{\text{наим.}} = 0$, $y_{\text{наиб.}} = 4$.

I

С-55. ГРАФИК ФУНКЦИИ $y = ax^2 + bx + c$

1. 1) а) $(4; 5)$; б) $(-7; -9)$; в) $(0; 12)$; г) $(1; 0)$.
 2) а) $y = x^2 - 6x + 8$, $y = (x - 3)^2 - 1$, $(3; -1)$; б) $(0; 4)$;
 в) $y = -2x^2 + x + 10$, $y = -2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{81}{8}$, $\left(\frac{1}{4}; \frac{81}{8}\right)$;
 г) $y = 4x^2 - 8x$, $y = 4(x - 1)^2 - 4$, $(1; -4)$.
 2. а) $(0; 6)$ – с осью ординат; $x^2 - 5x + 6 = 0$, $x = 2$ при $x = 3$,
 $(2; 0)$ и $(3; 0)$ – с осью абсцисс;

б) $(0; 12)$ – с осью ординат; $-2x - 5x + 12 = 0$, $x = -4$ и $x = \frac{3}{2}$, $\left(\frac{3}{2}; 0\right)$

и $(-4; 0)$ – с осью абсцисс;

в) $(0; 0)$ – с осью ординат; $x^2 - 4x = 0$, $x = 0$ и $x = 4$,

$(0; 0)$ и $(4; 0)$ – с осью абсцисс;

г) $(0; 12)$ – с осью ординат; $-3x^2 + 12 = 0$, $x = \pm 2$,

$(-2; 0)$ и $(2; 0)$ – с осью абсцисс.

3. см. рис. 26

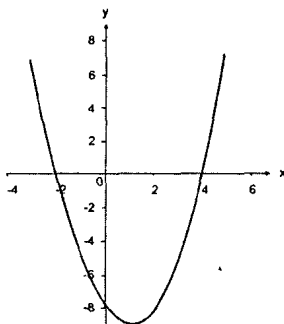


Рис. 26

а) $y(-2, 5) = -2, 75$; $y(1, 5) = -8, 75$; $y(3) = -5$;

б) $y = 7$ при $x = 5$ и $x = -3$; $y = -3$ при $x \approx -1, 5$ и $x \approx 2, 5$;

в) $y = 0$ при $x = -2$ и $x = 4$, $y < 0$ при $-2 < x < 4$; $y > 0$ при $x < -2$ и $x > 4$;

г) y – возрастает при $x \geq 1$, y – убывает при $x \leq 1$;

д) y принимает наименьшее значение при $x = 1$.

4. $y = x^2 - 11x + 24$, $A(2; 6)$ – принадлежит графику функции, $B(-1; 36)$ – принадлежит графику функции, $C(-23; -278)$ – не принадлежит.

5. $y = 25x^2 - 30x + 8$, $y = (5x - 3)^2 - 1$, поэтому y – принимает наименьшее значение $y = -1$ при $5x - 3 = 0$, то есть $x = \frac{3}{5}$.

6. $y = x^2 + px + q$, $A(2; -5)$ и $B(-1; 16)$ – принадлежит графику функции,

$$\text{значит } \begin{cases} -5 = 4 + 2p + q \\ 16 = 1 - p + q \end{cases}, \begin{cases} 2p + q = -9 \\ q - p = 15 \end{cases}, \begin{cases} 3p = -24 \\ q = 15 + p \end{cases}, \begin{cases} p = -8 \\ q = 7 \end{cases}$$

I**С-56. РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ НЕРАВЕНСТВ**

1. а) -3 ; 0 ; 2 ; б) -3 ; 2 ; в) 0 .

2. график см. рис. 27

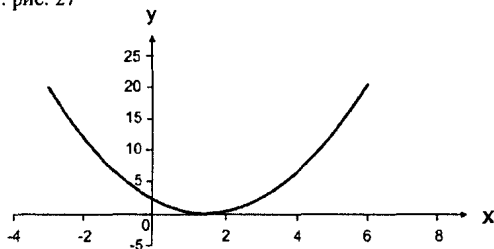


Рис. 27

а) $x^2 - 3x + 2 > 0$, то есть $y > 0$ при $x < 1$ и $x > 2$;

б) $x^2 - 3x + 2 < 0$, то есть $y < 0$ при $1 < x < 2$.

3. а) строим график функции $y = 3x^2 + 2x - 1$ – (см. рис. 28а)

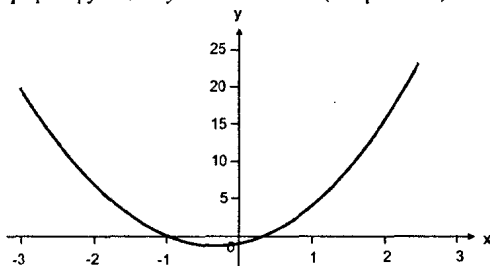


Рис. 28а.

$3x^2 + 2x - 1 > 0$, то есть $y > 0$ при $x < -1$ и $x > \frac{1}{3}$;

б) строим график функции $y = x^2 - 4$ (см. рис. 28б.);

$x^2 - 4 < 0$, то есть $y < 0$ при $-2 < x < 2$;

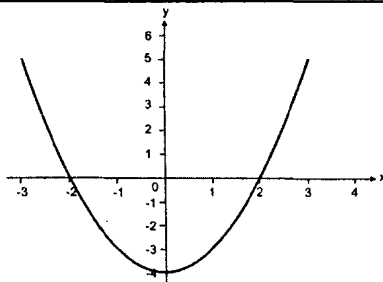


Рис. 28б

в) строим график функции $y = x^2 + 4$ (см. рис. 28в);

$x^2 + 4 > 0$, то есть $y > 0$ при любом x .

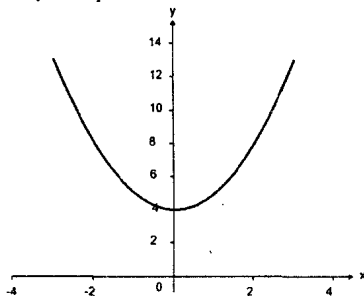


Рис. 28в

4. 1) а) $x^2 - 49 > 0$, $x^2 > 49$, $x < -7$ и $x > 7$;

б) $x^2 - 25 < 0$, $x^2 < 25$, $-5 < x < 5$;

в) $x^2 + 6 < 0$, $x^2 < -6$ – решений нет;

г) $x^2 + 12 > 0$, $x^2 > -12$ – любое;

2) а) $x^2 - 3x > 0$, $x(x-3) > 0$, $\begin{cases} x > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x < 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}$, $x > 3$ или $x < 0$;

б) $x^2 + 6x < 0$, $x(x+6) < 0$, $\begin{cases} x > 0 \\ x+6 < 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x < 0 \\ x+6 > 0 \end{cases}$, $-6 < x < 0$;

в) $x^2 + 0,5x > 0$, $x(x+0,5) > 0$, $\begin{cases} x > 0 \\ x+0,5 > 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x < 0 \\ x+0,5 < 0 \end{cases}$, $x > 0$ или $x < -0,5$;

$$г) x^2 - 1,6x < 0, x(x-1,6) < 0, \begin{cases} x > 0 \\ x-1,6 < 0 \end{cases}, \begin{cases} x < 0 \\ x-1,6 > 0 \end{cases}, 0 < x < 1,6;$$

$$3) а) x^2 - 6x + 7 > 0, (x-3)^2 - 2 > 0, (x-3)^2 > 2, x-3 < -\sqrt{2} \text{ и } x-3 > \sqrt{2}, x > 3 + \sqrt{2} \text{ и } x < 3 - \sqrt{2};$$

$$б) 2x^2 - x - 6 > 0, 2\left(x - \frac{1}{4}\right)^2 - 6\frac{1}{8} > 0, \left(x - \frac{1}{4}\right)^2 > \frac{49}{16}, x - \frac{1}{4} < -\frac{7}{4} \text{ и } x - \frac{1}{4} > \frac{7}{4}, x < -\frac{3}{2} \text{ и } x > 2;$$

$$в) x^2 + 4x + 11 < 0, (x+2)^2 + 7 < 0 - \text{решений нет};$$

$$г) 2x^2 - 4x + 1 > 0, 2(x-1)^2 - 1 > 0, (x-1)^2 > \frac{1}{2}, x-1 < \frac{-1}{\sqrt{2}} \text{ и } x-1 > \frac{1}{\sqrt{2}}, x < 1 - \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ и } x > 1 + \frac{1}{\sqrt{2}};$$

$$д) 4x^2 - 12x + 9 > 0, 4\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 > 0, x \neq \frac{3}{2}, \text{ то есть } x < \frac{3}{2} \text{ и } x > \frac{3}{2};$$

$$е) 25x^2 - 40x + 16 < 0, (5x-4)^2 < 0 - \text{решений нет};$$

$$5. а) x^2 > 25, x < -5 \text{ и } x > 5; б) 0,5x^2 \leq 32, x^2 \leq 64, -8 \leq x \leq 8;$$

$$в) 0,3x^2 < 0,6x, 0,3x(x-2) < 0, \begin{cases} x > 0 \\ x-2 < 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < 0 \\ x-2 > 0 \end{cases}, \text{ то есть } 0 < x < 2;$$

$$г) \frac{1}{3}x^2 > x, \frac{1}{3}x(x-3) > 0, \begin{cases} x > 0 \\ x-3 > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < 0 \\ x-3 < 0 \end{cases}, \text{ то есть } x > 3 \text{ или } x < 0.$$

$$6. а) (3x-2)^2 > 3x\left(x - \frac{1}{2}\right), 6x^2 - 10,5x + 4 > 0, 6\left(x - \frac{21}{24}\right)^2 - \frac{19}{32} > 0,$$

$$\left(x - \frac{7}{8}\right)^2 > \frac{19}{192}, x - \frac{7}{8} < -\frac{\sqrt{19}}{8\sqrt{3}} \text{ или } x - \frac{7}{8} > \frac{\sqrt{19}}{8\sqrt{3}}, \\ x < \frac{7}{8} - \frac{\sqrt{19}}{8\sqrt{3}} \text{ или } x > \frac{7}{8} + \frac{\sqrt{19}}{8\sqrt{3}};$$

$$б) (x+2)^2 > 2x(x+3) + 5, x^2 + 2x + 1 < 0, (x+1)^2 > 0 - \text{решений нет};$$

$$в) \frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} - 12 < 0, x^2 + 2x - 24 < 0, (x-4)(x+6) < 0, \begin{cases} x-4 > 0 \\ x+6 < 0 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} x-4 < 0 \\ x+6 > 0 \end{cases}, \text{ то есть } -6 < x < 4;$$

$$г) \frac{x^2}{5} + \frac{2x}{3} > \frac{8}{15}, 3x^2 + 10x - 8 > 0, (x+4)(3x-2) > 0, \begin{cases} x+4 > 0 \\ 3x-2 > 0 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} x+4 < 0 \\ 3x-2 < 0 \end{cases}, \text{ то есть } x > \frac{2}{3} \text{ и } x < -4.$$

$$7. а) \begin{cases} x^2 + 7x - 8 < 0 \\ x > 0 \end{cases}, \begin{cases} (x+8)(x-1) < 0 \\ x > 0 \end{cases}, \begin{cases} x-1 < 0 \\ x > 0 \end{cases}, 0 < x < 1;$$

$$б) \begin{cases} 2x^2 + 5x - 3 > 0 \\ 2x - 6 > 0 \end{cases}, \begin{cases} (2x-1)(x+3) > 0 \\ x > 3 \end{cases}, x > 3;$$

$$в) \begin{cases} x^2 - 12x < 0 \\ 3x - 15 > 0 \end{cases}, \begin{cases} x(x-12) < 0 \\ x > 5 \end{cases}, \begin{cases} x-12 < 0 \\ x > 5 \end{cases}, 5 < x < 12.$$

$$8. а) \text{ при } x^2 - 7x + 6 \geq 0, (x-1)(x-6) \geq 0, \begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-6 \geq 0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x-1 \leq 0 \\ x-6 \leq 0 \end{cases},$$

то есть при $x \geq 6$ и $x \leq 1$;

$$б) \text{ при } 3x^2 - 12x > 0, 3x(x-4) > 0, \begin{cases} x > 0 \\ x-4 > 0 \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x < 0 \\ x-4 < 0 \end{cases},$$

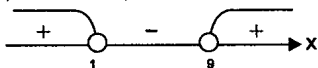
то есть при $x > 4$ и $x < 0$;

$$в) \text{ при } \begin{cases} x^2 - 25 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} x \leq -5, x \geq 5 \\ x \geq 3 \end{cases}, \text{ то есть } x \geq 5.$$

I

С-57. МЕТОД ИНТЕРВАЛОВ

$$1. 1) а) (x-9)(x-1) > 0, x < 0 \text{ и } x > 9;$$



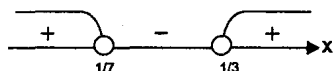
$$б) (x+8)(x-10) < 0, -8 < x < 10;$$



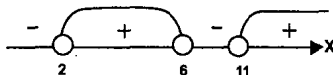
$$в) (x+6)(x+5,5) < 0, -6 < x < -5,5;$$



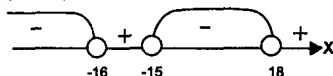
$$г) \left(x - \frac{1}{3}\right) \left(x - \frac{1}{7}\right) > 0, x < \frac{1}{7} \text{ и } x > \frac{1}{3};$$



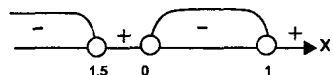
$$2) а) (x-2)(x-6)(x-11) > 0, 2 < x < 6 \text{ и } x > 11;$$



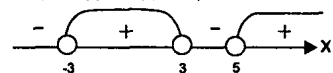
$$б) (x-18)(x+16)(x+15) < 0, x < -16 \text{ и } -15 < x < 18;$$



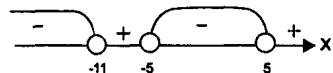
$$в) x(x-1)(x+1,5) < 0, x < -1,5 \text{ и } 0 < x < 1.$$



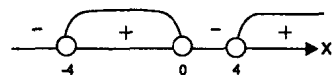
$$3) а) (x-5)(x^2-9) > 0, (x-5)(x-3)(x+3) > 0, -3 < x < 3 \text{ и } x > 5;$$



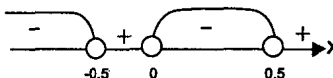
$$б) (x^2-25)(x+11) < 0, (x-5)(x+5)(x+11) < 0, x < -11 \text{ и } -5 < x < 5;$$



$$в) x^3-16x > 0, x(x-4)(x+4) > 0, -4 < x < 0 \text{ и } x > 4;$$



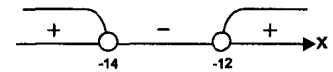
$$г) x^3-0,25x < 0, x(x-0,5)(x+0,5) < 0, x < -0,5 \text{ и } 0 < x < 0,5;$$



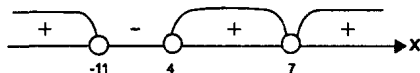
$$4) а) (x^2+8)(x-4)(x-2) < 0, 2 < x < 4;$$



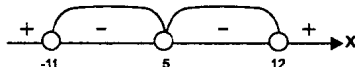
$$б) (x+14)(x+12)(x^2+49) > 0, x < -14 \text{ и } x > -12;$$



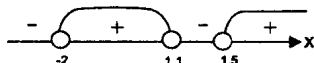
в) $(x-4)(x+11)(x-7)^2 > 0$, $x < -11$, $4 < x < 7$ и $x > 7$;



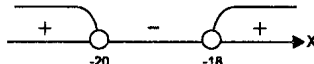
г) $(x-5)^2(x-12)(x+11) < 0$, $-11 < x < 5$ и $5 < x < 12$.



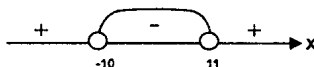
2. а) при $(x+2)(x-1,1)(x-1,5) > 0$, то есть при $-2 < x < 1,1$ и $x > 1,5$;



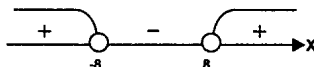
б) при $(x^2+7)(x+18)(x+20) > 0$, то есть при $x < -20$ и $x > -18$.



3. 1) а) $\frac{x+10}{x-11} < 0$, $-10 < x < 11$;



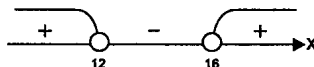
б) $\frac{x-8}{x+8} > 0$, $x < -8$ и $x > 8$;



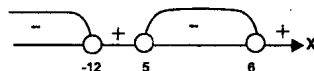
в) $\frac{x+4}{x+6} < 0$, $-6 < x < -4$;



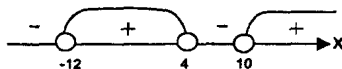
г) $\frac{x-12}{x-16} > 0$, $x < 12$ и $x > 16$;



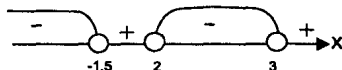
2) а) $\frac{(x-6)(x+12)}{x-5} < 0$, $x < -12$ и $5 < x < 6$;



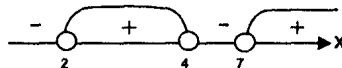
б) $\frac{(x-4)(x-10)}{x+12} > 0, -12 < x < 4 \text{ и } x > 10.$



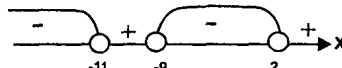
в) $\frac{(x+1,5)(x-2)}{x-3} < 0, x < -1,5 \text{ и } 2 < x < 3;$



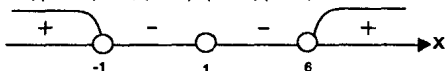
4. 1) а) $(x^2 - 9x + 14)(x - 4) > 0, (x - 2)(x - 7)(x - 4) > 0, 2 < x < 4, x > 7;$



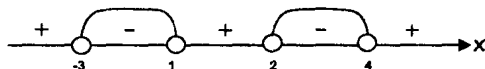
б) $(x+11)(x^2 + 7x - 18) < 0, (x+11)(x-2)(x+9) < 0, x < -11 \text{ и } -9 < x < 2;$



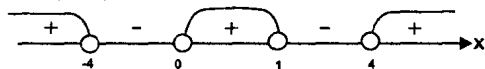
в) $(x^2 - 7x + 6)(x^2 - 1) > 0, (x-1)^2(x-6)(x+1) > 0, x < -1 \text{ и } x > 6;$



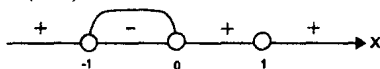
г) $(x^2 - 6x + 8)(x^2 + 2x - 3) < 0, (x-2)(x-4)(x-1)(x+3) < 0, -3 < x < 1 \text{ и } 2 < x < 4.$



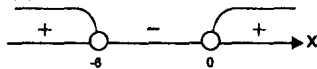
2) а) $\frac{x^2 - x}{x^2 - 16} > 0, \frac{x(x-1)}{(x-4)(x+4)} > 0, x < -4, 0 < x < 1 \text{ и } x > 4;$



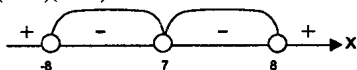
б) $\frac{x^2 - 1}{x^2 - x} < 0, \frac{(x-1)(x+1)}{x(x-1)} < 0, -1 < x < 0;$



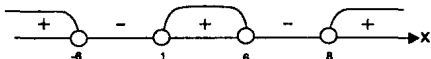
в) $\frac{x^2 + 6x}{x^2 + 6} > 0, \frac{x(x+6)}{x^2 + 6} > 0, x < -6 \text{ и } x > 0;$



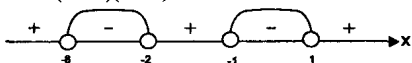
$$г) \frac{(x-7)^2}{x^2-64} < 0, \frac{(x-7)^2}{(x-8)(x+8)} < 0, -8 < x < 7 \text{ и } 7 < x < 8;$$



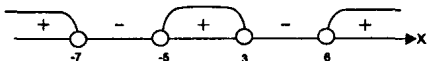
$$3) а) \frac{x^2-9x+8}{x^2-36} > 0, \frac{(x-1)(x-8)}{(x-6)(x+6)} > 0, x < -6, 1 < x < 6 \text{ и } x > 8;$$



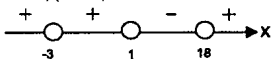
$$б) \frac{x^2-1}{x^2+10x+16} < 0, \frac{(x-1)(x+1)}{(x+2)(x+8)} < 0, -8 < x < -2 \text{ и } -1 < x < 1;$$



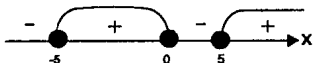
$$в) \frac{x^2+x-42}{x^2+2x-15} > 0, \frac{(x-6)(x+7)}{(x-3)(x+5)} > 0, x < -7, -5 < x < 3 \text{ и } x > 6;$$



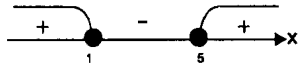
$$г) \frac{x^2+2x-3}{x^2-15x+54} < 0, \frac{(x-1)(x+3)}{(x-18)(x+3)} < 0, 1 < x < 18.$$



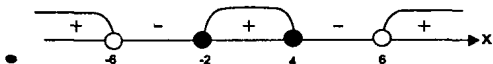
$$5. 1) а) \text{ при } x^3-25x \geq 0, x(x-5)(x+5) \geq 0, \text{ то есть при } -5 \leq x \leq 0 \text{ и } x \geq 5;$$



$$б) \text{ при } x^2-6x+5 \geq 0, (x-1)(x-5) \geq 0, \text{ то есть при } x \leq 1 \text{ и } x \geq 5;$$

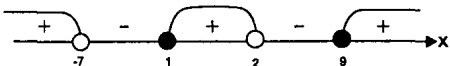


$$2) а) \text{ при } \frac{x^2-2x-8}{x^2-36} \geq 0, \frac{(x-4)(x+2)}{(x-6)(x+6)} \geq 0, \text{ то есть при } x < -6, -2 \leq x \leq 4 \text{ и } x > 6;$$



$$б) \text{ при } \frac{x^2-10x+9}{x^2+5x-14} \geq 0, \frac{(x-1)(x-9)}{x^2+5x-14} \geq 0, \frac{(x-1)(x-9)}{(x+7)(x-2)} \geq 0,$$

то есть при $x < -7, 1 \leq x < 2$ и $x \geq 9$.



САМОСТЯТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

Вариант 2

С-1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЦЕЛОГО ВЫРАЖЕНИЯ
В МНОГОЧЛЕН (ПОВТОРЕНИЕ)

1. 1) а) $(5x-8)+(7-2x)=5x-8+7-2x=3x-1$;
б) $(6y+9)-(5-3y)=6y+9-5+3y=9y+4$;
- 2) а) $(4a^2-3)+(5-a-2a^2)=4a^2-3+5-a-2a^2=2a^2-a+2$;
б) $(8-9b^2)-(b^3-6b^2+7)=8-9b^2-b^3+6b^2-7=-b^3-3b^2+1$.
2. 1) а) $5x^2 \cdot (2x-3)=10x^3-15x^2$; б) $-0,25y(8-4y)=y^2-2y$;
в) $4z(z^2-2z+1)=4z^3-8z^2+4z$;
- 2) а) $(a-2)(a+7)=a^2+7a-2a-14=a^2+5a-14$;
б) $(3b-1)(3b+2)=9b^2+6b-3b-2=9b^2+3b-2$;
в) $(c-3)(c^2-2c-5)=c^3-2c^2-5c-3c^2+6c+15=c^3-5c^2+c+15$.
3. 1) а) $3(4m-1)+4(7-2m)=12m-3+28-8m=4m+25$;
б) $5n(n^2-2n)-2n(n^2-5n)=5n^3-10n^2-2n^3+10n^2=3n^3$;
- 2) а) $(4x-3)(3x+2)-12x^2=12x^2+8x-9x-6-12x^2=-x-6$;
б) $15y^3-(3y^2-2)(5y-1)=15y^3-15y^3+3y^2+10y-2=3y^2+10y-2$.
4. 1) а) $(a-7)(a+7)=a^2-49$; б) $(8+b)(b-8)=b^2-64$;
в) $(4c^2-5)(5+4c^2)=16c^4-25$;
- 2) а) $(x-2)^2=x^2-4x+4$; б) $(y+7)^2=y^2+14y+49$;
в) $(3p-1)^2=9p^2-6p+1$; г) $(3+2q^2)^2=9+12q^2+4q^4$;
- 3) а) $(d+3)(d^2-3d+9)=d^3+3^3=d^3+27$;
б) $(c-4)(c^2+4c+16)=c^3-4^3=c^3-64$.
5. $(b-5)(1-b)-3(2b-1)=b-b^2-5+5b-6b+3=-b^2-2>0$ для любого b , ч.т.д.
6. $(4n+1)^2-(3n-1)^2=16n^2+8n+1-9n^2+6n-1=7(n^2+2n)$ – делится на 7 при любом целом n , ч.т.д.
7. $(y^2-5y+2)(2y-a)=2y^3-ay^2-10y^2+5ay+4y-2a=$
 $=2y^3-(a+10)y^2+(5a+4)y-2a, a+10=3$ при $a=-13$.

**С-2. РАЗЛОЖЕНИЕ НА МНОЖИТЕЛИ (ПОВТОРЕНИЕ)**

1. 1) а) $15x - 45 = 15(x - 3)$; б) $y^2 + 3y = y(y + 3)$;
 в) $4a^3 - 12a = 4a(a^2 - 3)$; г) $7b^4 - 14b^6 = 7b^4(1 - 2b^2)$;
- 2) а) $ay - 5a - 5x + xy = a(y - 5) + x(y - 5) = (y - 5)(a + x)$;
 б) $y^2 - my - ny + mn = y(y - m) - n(y - m) = (y - m)(y - n)$.
2. 1) а) $x^2 - 25 = (x - 5)(x + 5)$; б) $36p^2 - 1 = (6p - 1)(6p + 1)$;
 в) $0,81 - b^2y^4 = (0,9 - by^2)(0,9 + by^2)$;
- 2) а) $p^2 + 4p + 4 = (p + 2)^2 = (p + 2)(p + 2)$;
 б) $9q^2 - 12q + 4 = (3q - 2)^2 = (3q - 2)(3q - 2)$;
 в) $25 + 0,36x^2 + 6x = (0,6x + 5)^2 = (0,6x + 5)(0,6x + 5)$;
- 3) а) $y^3 + 1 = (y + 1)(y^2 - y + 1)$; б) $z^3 - 27 = (z - 3)(z^2 + 3z + 9)$;
 в) $64x^3 + \frac{1}{8} = \left(4x + \frac{1}{2}\right)\left(16x^2 - 2x + \frac{1}{4}\right)$;
 г) $0,008b^6 - 125c^3 = (0,2b^2 - 5c)(0,04b^4 + b^2c + 25c^2)$.
3. 1) а) $4a^2 - 4b^2 = 4(a^2 - b^2) = 4(a - b)(a + b)$; б) $m^3 + m = m(m^2 + 1)$;
 в) $n - n^5 = n(1 - n^4) = n(1 - n^2)(1 + n^2) = n(1 - n)(1 + n)(1 + n^2)$;
- 2) а) $x^3 - 10x^2 + 25x = x(x^2 - 10x + 25) = x(x - 5)^2 = x(x - 5)(x - 5)$;
 б) $36y^3 - 60y^2 + 72y = 12y(3y^2 - 5y + 6)$;
- 3) а) $a^2 - b^2 + a - b = (a - b)(a + b) + a - b = (a - b)(a + b + 1)$;
 б) $x^2 - 10x + 25 - 4y^2 = (x - 5)^2 - 4y^2 = (x - 5 - 2y)(x - 5 + 2y)$.
4. $x^2 - 6xy + 10y^2 - 2y + 1 = (x^2 - xy + 9y^2) + (y^2 - 2y + 1) =$
 $= (x - 3y)^2 + (y - 1)^2 \geq 0$ при любых x и y , ч.т.д.
5. $a^3 + b^3 - a^2b - ab^2 = (a + b)(a^2 - ab + b^2) - ab(a + b) =$
 $= (a + b)(a^2 - 2ab + b^2) = (a + b)(a - b)^2$.
6. $y^2 - 9y + 20 = y^2 - 9y + \frac{81}{4} - \frac{1}{4} = y - \frac{9}{2} - \frac{1}{2} = (y - 5)(y - 4)$.



С-3. ЦЕЛЫЕ И ДРОБНЫЕ ВЫРАЖЕНИЯ

1. а) $\frac{3p+9}{4} = \frac{3 \cdot 0,2+9}{4} = \frac{9,6}{4} = 2,4$ при $p = 0,2$;

б) $\frac{q^2-4q-5}{3} = \frac{1,2^2-4 \cdot 1,2-5}{3} = -\frac{8,36}{3} = -\frac{209}{75}$ при $q = 1,2$.

2.

n	-3	-1	0	0,5	2	8
$\frac{n}{n+2}$	3	-1	0	0,2	0,5	0,8

3. а) $\frac{x-y}{x+y}$; б) $\frac{a^2-b^2}{ab}$;

4. $t_1 =$ время движения от А к В, $t_1 = \frac{AB}{m} = \frac{60}{m}$ ч.

$t_2 =$ время движения от В к С, $t_2 = \frac{BC}{n} = \frac{AC-AB}{n} = \frac{10}{n}$ ч.

$t =$ общее время, $t = \frac{60}{m}$ ч. + $\frac{10}{n}$ ч. = $\frac{60}{80}$ ч. + $\frac{10}{60}$ ч. = $\frac{3}{4}$ ч. + $\frac{1}{6}$ ч. = $\frac{11}{12}$ ч. = 55 мин.

5. 1) а) $3b^2-15$, b – любое; б) $\frac{b}{b-3}$, $b \neq 3$; в) $\frac{19}{b+5}$, $b \neq -5$;

2) а) $\frac{a+2}{a^2-9}$, $a^2 \neq 9$, $a \neq \pm 3$; б) $\frac{3a-6}{a^2+4}$, a – любое; в) $\frac{9}{a-8} - \frac{6}{a}$, $a \neq 8$ и $a \neq 0$.

6. а) $\frac{b+3}{7} = 0$ при $b = -3$; б) $\frac{b+3}{7} = 1$ при $b+3=7$, $b=4$;

в) $\frac{b+3}{7} > 1$ при $b+3 > 7$, $b > 4$; г) $\frac{b+3}{7} < 1$ при $b+3 < 7$, $b < 4$.

7. а) $\frac{5x}{x^2-25}$; $x^2 \neq 25$, $x \neq \pm 5$; б) $\frac{1}{x-3} + \frac{8}{x+4}$, $x \neq 3$ и $x \neq -4$;

в) $\frac{1}{|x|-5}$, $x \neq \pm 5$; г) $\frac{7x}{|x+3|}$, $x \neq -3$.

8. а) $\frac{a}{a-10}$; б) $\frac{1}{(a-5)(a-6)}$.



С-4. ОСНОВНОЕ СВОЙСТВО ДРОБИ. СОКРАЩЕНИЕ ДРОБЕЙ

1. 1) а) $\frac{3x}{12y} = \frac{x}{4y}$; б) $\frac{5a}{7a} = \frac{5}{7}$; в) $\frac{c}{8c} = \frac{1}{8}$;

г) $\frac{7}{-21b} = -\frac{1}{3b}$; д) $\frac{bm}{cm} = \frac{b}{c}$; е) $\frac{pq}{3q} = \frac{p}{3}$;

2) а) $\frac{5a^2}{6a} = \frac{5a}{6}$; б) $\frac{9b^4}{10b^3} = \frac{9}{10}b$; в) $\frac{-5c^4}{10c^5} = -\frac{1c}{2}$;

г) $\frac{3x^4}{x^3} = 3x$; д) $\frac{12y^3}{-42y^5} = -\frac{2}{7y^2}$; е) $\frac{21z^8}{39z} = \frac{7z^7}{13}$;

3) а) $\frac{x^6y^2}{x^4y} = x^2y$; б) $\frac{16ab^4}{-56ab^3} = -\frac{2b}{7}$;

в) $\frac{42p^4q^3}{63p^3q^4} = \frac{2p}{3q}$; г) $\frac{65a^5c^5}{13a^3c^3} = 5a^2c^2$.

2. 1) а) $\frac{x}{y^3} = \frac{xy^2}{y^5}$; б) $\frac{a}{3b} = \frac{9ab^2}{27b^3}$;

2) а) $\frac{8}{7x^2y} = \frac{48xy}{42x^3y^2}$; б) $\frac{5c}{8b^4} = \frac{15abc}{24ab^5}$.

3. 1) а) $\frac{2^3}{2^5} = \frac{1}{2^2} = \frac{1}{4}$; б) $\frac{3^6}{3^4} = 3^2 = 9$;

в) $\frac{7^3}{49} = \frac{7^3}{7^2} = 7$; г) $\frac{625}{5^5} = \frac{5^4}{5^5} = \frac{1}{5}$;

2) а) $\frac{125^3}{25^4} = \frac{5^9}{5^8} = 5$; б) $\frac{64^5}{128^4} = \frac{2^{30}}{2^{28}} = 4$; в) $\frac{81^6}{27^8} = \frac{3^{24}}{3^{24}} = 1$.

4. а) $\frac{3^7 \cdot 13^7}{3^6 \cdot 13^6} = 3 \cdot 13 = 39$; б) $\frac{14^5 \cdot 15^3}{6^3 \cdot 35^4} = \frac{2^5 \cdot 7^5 \cdot 3^3 \cdot 5^3}{2^3 \cdot 3^3 \cdot 5^4 \cdot 7^4} = \frac{2^2 \cdot 7}{5} = \frac{28}{5}$.

5. $\frac{-(x^{17})^2(y^9)^7}{5(x^{11})^3(y^{16})^4} = \frac{-x^{34} \cdot y^{63}}{5x^{33} \cdot y^{64}} = \frac{-x}{5y} = \frac{-8,2}{5 \cdot 0,41} = -4$, при $x = 8,2$; $y = 0,41$.



С-5. СОКРАЩЕНИЕ ДРОБЕЙ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

1. 1) а) $\frac{a(x-2)}{b(x-2)} = \frac{a}{b}$; б) $\frac{4(c+3)^2}{(c+3)^3} = \frac{4}{c+3}$;

$$\text{в)} \frac{5y(b-7)}{10(b-7)^2} = \frac{y}{2(b-7)}; \quad \text{г)} \frac{p^3(q-1)^4}{p^6(q-1)^2} = \frac{(q-1)^2}{p^3};$$

$$2) \text{ а)} \frac{2x-2b}{3(x-b)} = \frac{2(x-b)}{3(x-b)} = \frac{2}{3}; \quad \text{б)} \frac{5a-10y}{2a-4y} = \frac{5(a-2y)}{2(a-2y)} = \frac{5}{2};$$

$$\text{в)} \frac{7x-21y}{35xk} = \frac{7(x-3y)}{7 \cdot 5xk} = \frac{x-3y}{5xk}; \quad \text{г)} \frac{m-3n}{m^2-3mn} = \frac{m-3n}{m(m-3n)} = \frac{1}{m};$$

$$3) \text{ а)} \frac{3(a-b)}{a(b-a)} = \frac{-3(b-a)}{a(b-a)} = -\frac{3}{a};$$

$$\text{б)} \frac{4x-8y}{3y-6x} = \frac{4(x-2y)}{3(y-2x)} - \text{дробь сократить нельзя};$$

$$\text{в)} \frac{p^2-5pq}{10q-2p} = \frac{-p(5q-p)}{2(5q-p)} = -\frac{p}{2}; \quad \text{г)} \frac{c^3-7c^2d}{7d^3-cd^2} = \frac{-c^2(7d-c)}{d^2(7d-c)} = -\frac{c^2}{d^2};$$

$$4) \text{ а)} \frac{3y+9}{y^2-9} = \frac{3(y+3)}{(y-3)(y+3)} = \frac{3}{y-3}; \quad \text{б)} \frac{b^2-4}{6+3b} = \frac{(b-2)(b+2)}{3(2+b)} = \frac{b-2}{3};$$

$$\text{в)} \frac{a^2+10a+25}{3a+15} = \frac{(a+5)^2}{3(a+5)} = \frac{a+5}{3}; \quad \text{г)} \frac{x^2-8x+16}{x^2-16} = \frac{(x-4)^2}{(x-4)(x+4)} = \frac{x-4}{x+4};$$

$$5) \text{ а)} \frac{x^2-9}{3x^2+x^3} = \frac{(x-3)(x+3)}{x^2(3+x)} = \frac{x-3}{x^2};$$

$$\text{б)} \frac{x^2-8x+16}{16-x^2} = \frac{(x-4)^2}{(4-x)(4+x)} = \frac{(4-x)^2}{(4-x)(4+x)} = \frac{4-x}{4+x};$$

$$\text{в)} \frac{y^3+27}{y^2-3y+9} = \frac{(y+3)(y^2-3y+9)}{y^2-3y+9} = y+3;$$

$$\text{г)} \frac{20+10a+5a^2}{a^3-8} = \frac{5(a^2+2a+4)}{(a-2)(a^2+2a+4)} = \frac{5}{a-2}.$$

$$2. \text{ а)} \frac{8}{b-3} = \frac{24}{3b-9}; \quad \text{б)} \frac{8}{b-3} = \frac{-40}{15-5b};$$

$$\text{в)} \frac{8}{b-3} = \frac{8b}{b^2-3b}; \quad \text{г)} \frac{8}{b-3} = \frac{8b+24}{b^2-9}.$$

$$3. \text{ а)} \frac{10xy-5x^2}{8y^2-4xy} = \frac{5x(2y-x)}{4y(2y-x)} = \frac{5x}{4y} = \frac{5 \cdot \frac{1}{5}}{4 \cdot \frac{1}{6}} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}, \text{ при } x = \frac{1}{5}, y = \frac{1}{6};$$

$$6) \frac{a^6+1}{a^{10}+a^4} = \frac{a^6+1}{a^4(a^6+1)} = \frac{1}{a^4} = 10000 \text{ при } a=0,1 \text{ и } \frac{1}{a^4} = \frac{1}{\left(-\frac{1}{2}\right)^4} = 16 \text{ при } a=-\frac{1}{2}.$$

$$4. \text{ а) } \frac{a^7-a}{a^6-1} = \frac{a(a^6-1)}{a^6-1} = a; \quad \text{б) } \frac{(b+2)^2-(b-2)^2}{32b} = \frac{8b}{32b} = \frac{1}{4}.$$

$$5. \quad y = \frac{x^3-3x^2+2x-6}{x^2+2} = \frac{x^2(x-3)+2(x-3)}{x^2+2} = \frac{(x-3)(x^2+2)}{x^2+2} = x-3,$$

так что y – линейная функция.

$$6. \quad \frac{24,5x^2-0,5y^2}{3,5x^2-0,5xy} = \frac{0,5(49x^2-y^2)}{0,5(7x^2-xy)} = \frac{(7x-y)(7x+y)}{x(7x-y)} = \frac{7x+y}{x}, \text{ ч.т.д.}$$

$$7. \quad a+2b=5, \text{ тогда } \frac{2a-4b}{0,2a^2-0,8b^2} = \frac{2(a-2b)}{0,2(a-2b)(a+2b)} = \frac{10}{a+2b} = \frac{10}{5} = 2.$$

$$8. \quad 3x-9y=1, \text{ тогда:}$$

$$\text{а) } \frac{6}{x-3y} = \frac{18}{3x-9y} = 18;$$

$$\text{б) } \frac{12y-4x}{5} = \frac{-4(3x-9y)}{15} = -\frac{4}{15};$$

$$\text{в) } \frac{x^2-9y^2}{1,5x+4,5y} = \frac{(x-3y)(x+3y)}{1,5(x+3y)} = \frac{3x-9y}{4,5} = \frac{1}{4,5} = \frac{2}{9}.$$



С-6. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С ОДИНАКОВЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

$$1. 1) \text{ а) } \frac{a}{6} + \frac{b}{6} = \frac{a+b}{6}; \quad \text{б) } \frac{n}{3} - \frac{q}{3} = \frac{n-q}{3}; \quad \text{в) } \frac{x}{y} + \frac{3x}{y} = \frac{4x}{y};$$

$$\text{г) } \frac{5m}{n} - \frac{3m}{n} = \frac{2m}{n} \quad \text{д) } \frac{x+4y}{12} + \frac{2x+5y}{12} = \frac{3x+9y}{12} = \frac{x+3y}{4};$$

$$\text{е) } \frac{a+2b}{2c} - \frac{a-4b}{2c} = \frac{6b}{2c} = \frac{3b}{c}; \quad \text{ж) } -\frac{4c+3d}{cd} + \frac{3d-c}{cd} = \frac{-5c}{cd} = -\frac{5}{d};$$

$$2) \text{ а) } \frac{4y-1}{5y} - \frac{2y-7}{5y} + \frac{3y-1}{5y} = \frac{5y-5}{5y} = \frac{y-1}{y};$$

$$\text{б) } \frac{7x-3}{4x} - \frac{x-4}{4x} - \frac{5-2x}{4x} = \frac{8x-4}{4x} = \frac{2x-1}{x};$$

$$в) \frac{a-8}{a^2-25} + \frac{13}{a^2-25} = \frac{a+5}{(a-5)(a+5)} = \frac{1}{a-5};$$

$$г) \frac{b^2-b}{b^2+6b+9} - \frac{9-b}{b^2+6b+9} = \frac{b^2-9}{b^2+6b+9} = \frac{(b-3)(b+3)}{(b+3)^2} = \frac{b-3}{b+3};$$

$$д) \frac{3c}{c^2-5c} - \frac{10+c}{c^2-5c} = \frac{2c-10}{c^2-5c} = \frac{2}{c};$$

$$3) а) \frac{x+2}{x-2} - \frac{x}{2-x} = \frac{x+3}{x-2} + \frac{x}{x-2} = \frac{2x+2}{x-2};$$

$$б) \frac{4b-7c}{3b-2c} - \frac{2b+3c}{2c-3b} = \frac{2b-4c}{3b-2c} = \frac{2(3b-2c)}{3b-2c} = 2;$$

$$в) \frac{a^2}{3a-18} + \frac{3b}{18-3a} = \frac{a^2-3b}{3a-18};$$

$$4) а) \frac{6b-5}{b^2-9} - \frac{2b+9}{9-b^2} + \frac{5-3b}{b^2-9} = \frac{6b-5+2b+9+5-3b}{b^2-9} = \frac{5b+9}{b^2-9};$$

$$б) \frac{c^2}{c^3-8} - \frac{5c+1}{8-c^3} - \frac{3-3c}{8-c^3} = \frac{c^2+5c+1+3-3c}{c^3-8} = \frac{c^2+2c+4}{(c-2)(c^2+2c+4)} = \frac{1}{c-2};$$

$$2. 1) \frac{5b+3}{b^2-16} - \frac{6b-1}{b^2-16} = \frac{-(b-4)}{(b-4)(b+4)} = \frac{-1}{b+4} = \frac{-1}{4,1+4} = \frac{-1}{8,1} = -\frac{10}{81}, \text{ при } b = 4,1;$$

$$\frac{-1}{-3+4} = -1, \text{ при } b = -3$$

$$2) \frac{-2a-3}{1-a^2} + \frac{2-a}{a^2-1} = \frac{2a-3+2-a}{a^2-1} = \frac{1}{a+1} = \frac{1}{-1} = -1, \text{ при } a = -2$$

$$\frac{1}{4+1} = \frac{1}{5}, \text{ при } a = 4$$

$$3. а) \frac{7-4y}{(y-2)^2} - \frac{8-5y}{(2-y)^2} = \frac{y-1}{(y-2)^2};$$

$$б) \frac{5x^2}{(x-3)^3} + \frac{15(2x-3)}{(3-x)^3} = \frac{5(x^2-6x+9)}{(x-3)^3} = \frac{5}{x-3};$$

$$в) \frac{x^2-9y}{(x-3)(y-4)} - \frac{3(x-3y)}{(3-x)(4-y)} = \frac{x^2-9y-3x+9y}{(x-3)(y-4)} = \frac{x(x-3)}{(x-3)(y-4)} = \frac{x}{y-4};$$

$$4. \frac{2-b^2}{(b-3)^4} - \frac{7-5b}{(b-3)^4} - \frac{4-b}{(b-3)^4} = \frac{-(b^2-6b+9)}{(b-3)^4} = \frac{-1}{(b-3)^2} < 0 \text{ при всех } b \neq 3, \text{ ч.т.д.}$$

$$5. y = \frac{x^2}{x-2} + \frac{4}{2-x} = \frac{x^2-4}{x-2} = x+2, \text{ при } x \neq 2 \text{ (см. рис. 29)}$$

$$6. \text{ а) } \frac{a^2+9}{a} = a + \frac{9}{a}; \quad \text{ б) } \frac{b^2-5b+2}{b-5} = b + \frac{2}{b-5};$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{c^2+bc+10}{c+3} &= \frac{c(c+3)+(b-3)c+10}{c+3} = c + \frac{(b-3)c+10}{c+3} = \\ &= c + \frac{(b-3)c+3(b-3)+10-3(b-3)}{c+3} = c + \frac{(b-3)(c+3)+19-3b}{c+3} = c + b - 3 + \frac{19-3b}{c+3}. \end{aligned}$$

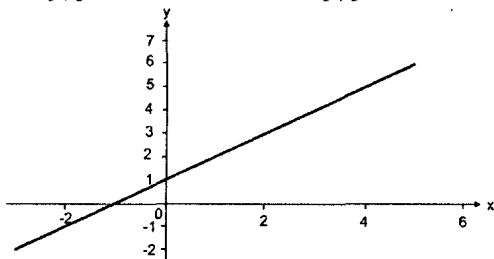


Рис. 29



С-7. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С РАЗНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

$$1. 1) \text{ а) } \frac{y}{4} + \frac{y-2}{5} = \frac{5y+4(y-2)}{20} = \frac{9y-8}{20};$$

$$\text{ б) } \frac{2x-1}{3} - \frac{x+2}{6} = \frac{4x-2-(x+2)}{6} = \frac{3x-4}{6};$$

$$\text{ в) } -\frac{a-b}{5} + \frac{4a-b}{10} = \frac{4a-b-2(a-b)}{10} = \frac{2a+b}{10};$$

$$\text{ г) } \frac{c+3}{c^2} - \frac{1}{c} = \frac{c+3-c}{c^2} = \frac{3}{c^2};$$

$$\text{ д) } \frac{7-3y}{y} - \frac{8-3x}{x} = \frac{x(7-3y)-y(8-3x)}{xy} = \frac{7x-8y}{xy};$$

$$\text{ е) } \frac{m-n}{m^2} - \frac{n-m}{mn} = \frac{(m-n)n-m(n-m)}{m^2n} = \frac{-n^2+m^2}{m^2n};$$

$$2) \text{ а) } \frac{(a-b)^2}{18b} - \frac{(a-b)^2}{12b} + \frac{a^2-b^2}{36b} = \frac{2(a-b)^2-3(a-b)^2+a^2-b^2}{36b} =$$

$$= \frac{a^2 - b^2 - (a-b)^2}{36b} = \frac{2ab - 2b^2}{36b} = \frac{a-b}{18};$$

$$6) \frac{3x+2}{5x} - \frac{5x+3y}{10xy} - \frac{y-1}{2y} = \frac{(3x+2)2y - 5x - 3y - 5x(y-1)}{10xy} = \frac{xy+y}{10xy} = \frac{x+1}{10x};$$

$$3) \text{ а) } \frac{c-2}{3(c+4)} + \frac{c}{c+4} = \frac{c-2+3c}{3(c+4)} = \frac{4c-2}{3(c+4)};$$

$$6) \frac{b-2}{2b-6} - \frac{b-1}{3b-9} = \frac{3(b-2) - 2(b-1)}{6(b-3)} = \frac{b-4}{6b-18};$$

$$\text{в) } \frac{4a}{3a-6} + \frac{3a}{8-4a} = \frac{4 \cdot 4a - 3 \cdot 3a}{12(a-2)} = \frac{7a}{12a-24};$$

$$4) \text{ а) } \frac{x+4}{xy-y^2} + \frac{y+4}{xy-y^2} = \frac{-y(x+4) + x(y+4)}{xy(x-y)} = \frac{4(x-y)}{xy(x-y)} = \frac{4}{xy};$$

$$6) \frac{3a(x-9a)}{x^2-3ax} - \frac{3a^2-x^2}{ax-3a^2} = \frac{3a^2(x-9a) - x(3a^2-x^2)}{ax(x-3a)} = \frac{x^3-27a^3}{ax(x-3a)} = \frac{x^2+3ax+9a^2}{ax};$$

$$\text{в) } \frac{4}{c^2-9} - \frac{2}{c^2+3c} = \frac{4c-2(c-3)}{c(c^2-9)} = \frac{2c+6}{c(c^2-9)} = \frac{2}{c(c-3)};$$

$$2. 1) \text{ а) } 6y + \frac{1}{y} = \frac{6y^2+1}{y}; \quad 6) \frac{7}{x} - 2x = \frac{7-2x^2}{x};$$

$$\text{в) } 3a - \frac{12a^2}{4a-1} = \frac{12a^2-3a-12a^2}{4a-1} = \frac{-3a}{4a-1};$$

$$\text{г) } \frac{15b}{5-b} - 3b = \frac{15b-15b+3b^2}{5-b} = \frac{3b^2}{5-b};$$

$$2) \text{ а) } \frac{6c^2}{3c-2} - 2c - 5 = \frac{6c^2 - (2c+5)(3c-2)}{3c-2} = \frac{-11c+10}{3c-2};$$

$$6) 2y - \frac{2-5y+3y^2}{3y-2} - 1 = \frac{(2y-1)(3y-2) - (2-5y+3y^2)}{3y-2} = \frac{3y^2-2y}{3y-2} = \frac{y}{1} = y.$$

$$3. \frac{(x-1)(x-2)}{12} - \frac{(x-1)(x-5)}{3} + \frac{(x-5)(x-2)}{4} =$$

$$= \frac{(x^2-3x+2) - 4(x^2-6x+5) + 3(x^2-7x+10)}{12} = \frac{12}{12} = 1, \text{ ч.т.д.}$$

$$4. \frac{4a-5}{7a-21} - \frac{a-1}{2a-6} = \frac{2(4a-5) - 7(a-1)}{14(a-3)} = \frac{a-3}{14(a-3)} = \frac{1}{14}, \text{ при } a \neq 3, \text{ ч.т.д.}$$

5. $\frac{x}{y} = 5$, тогда:

а) $\frac{x+y}{x} = 1 + \frac{y}{x} = 1 + \frac{1}{\frac{x}{y}} = 1 + \frac{1}{5} = \frac{6}{5}$; б) $\frac{3x-8y}{y} = 3 \cdot \frac{x}{y} - 8 = 7$;

в) $\frac{(x+y)^2}{xy} = \frac{x^2+2xy+y^2}{xy} = \frac{x}{y} + 2 + \frac{y}{x} = 7 + \frac{1}{5} = \frac{36}{5}$.

6. $7 + \frac{b}{y-3} = \frac{7y+b-21}{y-3} = \frac{7y}{y-3}$ при $b = 21$.



С-8. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С РАЗНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

1. 1) а) $\frac{2a^2-5a+4}{(a-2)^2} - \frac{a-3}{a-2} = \frac{2a^2-5a+4-(a-3)(a-2)}{(a-2)^2} = \frac{a^2-2}{(a-2)^2}$.

б) $\frac{b-1}{b^2-b+1} - \frac{2}{b^3+1} = \frac{(b-1)(b+1)-2}{b^3+1} = \frac{b^2-3}{b^3+1}$;

2) а) $\frac{3x-2}{2x-6} - \frac{3x+2}{3x-9} - \frac{3x-8}{18-6x} = \frac{3(3x-2)-2(3x+2)+3x-8}{6x-18} = \frac{6x-18}{6x-18} = 1$;

б) $\frac{2y}{y-3} + \frac{y}{y+3} + \frac{2y^2}{9-y^2} = \frac{2y(y+3)+y(y-3)-2y^2}{y^2-9} = \frac{y^2+3y}{y^2-9} = \frac{y}{y-3}$;

3) а) $\frac{2}{3x+6} + \frac{x^2-x-3}{x^2-4} - 1 = \frac{2(x-2)+3(x^2-x-3)-3(x^2-4)}{3(x^2-4)} = \frac{-x-1}{3(x^2-4)}$;

б) $1 + \frac{2a+1}{a^3-1} - \frac{a}{a-1} = \frac{a^3-1+2a+1-a(a^2+a+1)}{a^3-1} = \frac{-a^2+a}{a^3-1} = \frac{-a}{a^2+a+1}$.

2. а) $a - \frac{a^3-15a-4}{a^2-16} = \frac{a^3-16a-a^3+15a+4}{a^2-16} = \frac{4-a}{a^2-16} = \frac{-1}{a+4} = 2$, при $a = -4, 5$;

б) $\frac{b^2-16b+12}{b^3+8} + \frac{3b+2}{b^2-2b+4} - \frac{3}{b+2} =$
 $= \frac{b^2-16b+12+(3b+2)(b+2)-3(b^2-2b+4)}{b^3+8} = \frac{b^2-2b+4}{b^3+8}$
 $= \frac{1}{b+2} = \frac{1}{-0,1} = -10$, при $b = -2, 1$.

$$3. \text{ а) } \frac{0,6}{0,25x+0,5} - \frac{0,2x+0,4}{0,5x^2+2x+2} = \frac{2,4}{x+2} - \frac{0,4x+0,8}{(x+2)^2} =$$

$$= \frac{2,4(x+2)-0,4x-0,8}{(x+2)^2} = \frac{2(x+2)}{(x+2)^2} = \frac{2}{x+2};$$

$$б) \frac{a+0,2b}{4a^2-0,8ab} - \frac{2a}{12,5a^2-0,5b^2} - \frac{a-0,2b}{4a^2+0,8ab} = \frac{5a+b}{4a(5a-b)} - \frac{4a}{25a^2-b^2} - \frac{5a-2b}{4a(5a+b)} =$$

$$= \frac{(5a+b)^2-16a^2-(5a-b)^2}{4(25a^2-b^2)a} = \frac{20ab-16a^2}{4a(25a^2-b^2)} = \frac{5b-4a}{25a^2-b^2}.$$

$$4. \text{ а) } \frac{n+10}{n} = 1 + \frac{10}{n} - \text{является целым числом при } n=1, n=2, n=5 \text{ и } n=10;$$

$$б) \frac{n^2-5n+6}{n} = (n-5) + \frac{6}{n} - \text{является целым числом}$$

при $n=1, n=2, n=3$ и $n=6$.

$$5. \frac{x-3y}{y} = 12, \text{ тогда:}$$

$$\text{а) } \frac{x}{y} = \frac{x-3y}{y} + 3 = 15; \quad б) \frac{2x+y}{y} = \frac{2(x-3y)}{y} + 7 = 31;$$

$$\text{в) } \frac{5x-3y}{2y} = \frac{5(x-3y)}{2y} + 6 = 36.$$



С-9. УМНОЖЕНИЕ ДРОБЕЙ

$$1. 1) \text{ а) } \frac{2x}{a} \cdot \frac{a}{8x} = \frac{1}{4}; \quad б) -\frac{3b}{2c} \cdot \frac{c}{9b} = -\frac{1}{6}; \quad в) \frac{m^2n}{15p} \cdot \frac{5p}{mn^2} = \frac{m}{3n};$$

$$\text{г) } \frac{35x^4}{18y^2} \cdot \frac{9y}{14x^2} = \frac{5x^2}{4y}; \quad \text{д) } 8b \cdot \frac{y}{4b^2} = \frac{2y}{b}; \quad \text{е) } \frac{3a^2}{b^2} \cdot b^3 = 3a^2b;$$

$$2) \text{ а) } \frac{y^2+3y}{4} \cdot \frac{y}{2y+6} = \frac{y(y+3) \cdot y}{4 \cdot 2(y+3)} = \frac{y^2}{8};$$

$$\text{б) } \frac{3a-x}{21b} \cdot \frac{14b^2}{x-3a} = \frac{(3a-x) \cdot 14b^2}{-21b \cdot (3a-x)} = \frac{-2b}{3};$$

$$\text{в) } \frac{y^2-9}{27y^2} \cdot \frac{9y}{y-3} = \frac{(y-3)(y+3) \cdot 9y}{27y^2(y-3)} = \frac{y+3}{3y};$$

$$r) \frac{x^2 - 49}{3x^3} \cdot \frac{x}{7-x} = \frac{-(x+7)(7-x) \cdot x}{3x^3(7-x)} = \frac{-x-7}{3x^2};$$

$$л) \frac{m^2 - 6m + 9}{n^2 - 4} \cdot \frac{2n-4}{3m-9} = \frac{(m-3)^2 \cdot 2(n-2)}{(n-2)(n+2) \cdot 3(m-3)} = \frac{2(m-3)}{3(n+2)};$$

$$е) \frac{p-7}{p^2 - 25q^2} \cdot (2p+10q) = \frac{(p-7) \cdot 2(p+5q)}{(p-5q)(p+5q)} = \frac{2p-14}{p-5q};$$

$$3) a) \frac{y^3 - 8}{2y+4} \cdot \frac{y^2 + 4y + 4}{y^2 + 2y + 4} = \frac{(y-2)(y^2 + 2y + 4)(y+2)^2}{2(y+2)(y^2 + 2y + 4)} = \frac{y^2 - 4}{2};$$

$$б) (a^3 + 27b^3) \cdot \frac{2}{3a^2 - 9ab + 27b^2} = \frac{(a+3b)(a^2 - 3ab + 9b^2) \cdot 2}{3(a^2 - 3ab + 9b^2)} = \frac{2a+6b}{3};$$

$$в) \frac{y^2 - ay + cy - ac}{y^2 - ay - cy + ac} \cdot \frac{y^2 - 2cy + c^2}{y^2 - 2ay + a^2} = \frac{(y-a)(y+c)(y-c)^2}{(y-a)(y-c)(y-a)^2} = \frac{y^2 - c^2}{(y-a)^2}.$$

$$2. 1) a) \left(\frac{b}{a^2}\right)^2 = \frac{b^2}{a^4}; \quad б) -\frac{3x^2}{y^2}^3 = \frac{-27x^6}{y^6}; \quad в) \frac{m^4}{n^3}^2 = \frac{m^8}{n^6}; \quad г) \frac{n^2}{m^3}^3 = \frac{n^6}{m^9};$$

$$2) a) \frac{25a^2}{8b^2}^3 \cdot -\frac{16b^4}{125a^3}^2 = \frac{5^6 a^6 \cdot 2^8 \cdot b^8}{2^9 b^6 \cdot 5^6 \cdot a^6} = \frac{b^2}{2};$$

$$б) \frac{x^2 - 4ax + 4a^2}{x^2 + 4ax + 4a^2} \cdot \frac{x+2a}{x-2a}^3 = \frac{(x-2a)^2 \cdot (x+2a)^3}{(x+2a)^2 \cdot (x-2a)^3} = \frac{x+2a}{x-2a}.$$

$$3. a) \frac{32ab}{13c^3} \cdot \frac{52bc^2}{128a^3} \cdot \frac{54a^2c}{81b^3} = \frac{2^5 a^3 b^2 c^3 \cdot 3^3 \cdot 2 \cdot 13 \cdot 2^2}{13a^3 b^3 c^3 \cdot 2^7 \cdot 3^4} = \frac{2}{3b};$$

$$б) \frac{147x^4 y^2}{z^3} \cdot \frac{y^3}{105x^5 y} \cdot 10xz^2 = \frac{7 \cdot 21 \cdot 10x^5 y^5 z^2}{5 \cdot 21x^5 yz^3} = \frac{14y^4}{z}.$$

$$4. \frac{0,25a^6 - 16}{0,2a^3 - 25} \cdot \frac{0,2a^2 + a + 5}{0,25a^4 + a^2 + 4} \cdot \frac{a-5}{a^2 - 4} = \frac{5(a^6 - 64) \cdot 4 \cdot (a^2 + 5a + 25) \cdot (a-5)}{4(a^3 - 125) \cdot 5(a^4 + 4a^2 + 16)(a^2 - 4)} =$$

$$= \frac{(a^2 - 4)(a^4 + 4a^2 + 16)(a^2 + 5a + 25)(a-5)}{(a-5)(a^2 + 5a + 25)(a^4 + 4a^2 + 16)(a^2 - 4)} = 1, \text{ ч.т.д.}$$



С-10. ДЕЛЕНИЕ ДРОБЕЙ

$$1. 1) a) \frac{3a^2}{b} : \frac{b}{a^3} = \frac{3a^2 \cdot a^3}{b \cdot b} = \frac{3a^5}{b^2}; \quad б) -\frac{2x^2}{y} : \frac{6x^3}{b^2} = -\frac{2x^2 \cdot b^2}{y \cdot 6x^3} = -\frac{b^2}{3xy};$$

Самостоятельные работы

$$\text{в)} \frac{9m}{14n} : \frac{4m^2}{21n^2} = \frac{9m \cdot 21n^2}{14n \cdot 4m^2} = \frac{27n}{8m}; \quad \text{г)} 12x^2 : \frac{6x}{c} = \frac{12x^2 \cdot c}{6x} = 2cx;$$

$$\text{д)} \frac{7x^3}{y^2} : (14x^2) = \frac{7x^3}{y^2 \cdot 14x^2} = \frac{x}{2y^2};$$

$$2) \text{ а)} \frac{xy + y^2}{a - 3b} : \frac{x^2 - y^2}{2a - 6b} = \frac{y(x + y) \cdot 2(a - 3b)}{(a - 3b)(x - y)(x + y)} = \frac{2y}{x - y};$$

$$\text{б)} \frac{y - 8}{x^2 - 4} : \frac{2y - 16}{3x - 6} = \frac{(y - 8) \cdot 3(x - 2)}{(x - 2)(x + 2) \cdot 2(y - 8)} = \frac{3}{2(x + 2)};$$

$$\text{в)} \frac{c^2 - 9}{c^2 + 6c + 9} : \frac{3 - c}{c + 3} = \frac{(c - 3)(c + 3) \cdot (c + 3)}{(c + 3)^2(3 - c)} = -1;$$

$$\text{г)} \frac{p^2 + 4p + 4}{p^2 - 3p} : \frac{p + 2}{p - 3} = \frac{(p + 2)^2 \cdot (p - 3)}{p(p - 3)(p + 2)} = \frac{p + 2}{p};$$

$$3) \text{ а)} \frac{b^2 + 2b + 4}{3b - 4} : \frac{b^3 - 8}{9b^2 - 16} = \frac{(b^2 + 2b + 4) \cdot (3b - 4)(3b + 4)}{(3b - 4)(b - 2)(b^2 + 2b + 4)} = \frac{3b + 4}{b - 2};$$

$$\text{б)} \frac{27 + a^3}{81 - a^4} : \frac{a^2 - 3a + 9}{a^2 + 9} = \frac{(3 + a)(9 - 3a + a^2) \cdot (a^2 + 9)}{(a^2 - 3a + 9)(9 - a^2)(a^2 + 9)} =$$

$$= \frac{3 + a}{9 - a^2} = \frac{3 + a}{(3 - a)(3 + a)} = \frac{1}{3 - a}.$$

$$2. \text{ а)} \left(\frac{b}{3}\right)^2 : \left(\frac{b}{9}\right)^3 = \frac{b^2 \cdot 3^6}{3^2 \cdot b^3} \cdot \frac{81}{b};$$

$$\text{б)} \frac{(3x - y)^3}{(x - 3y)^3} : \frac{9x^2 - 6xy + y^2}{x^2 - 6xy + 9y^2} = \frac{(3x - y)^3 \cdot (x - 3y)^2}{(x - 3y)^3 \cdot (3x - y)^2} = \frac{3x - y}{x - 3y}.$$

$$3. \text{ а)} \frac{2a^3}{25b^3} \cdot \frac{10b^2}{3c^4} : \frac{4a^2}{15bc^3} = \frac{2a^3 \cdot 10b^2 \cdot 15bc^3}{25b^3 \cdot 3c^4 \cdot 4a^2} = \frac{a}{c};$$

$$\text{б)} \frac{115x^8}{34y^4} \cdot \frac{92x^6}{51y^3} : \frac{4y^2}{15x^2} = \frac{23 \cdot 5x^8 \cdot 3 \cdot 17y^3 \cdot 4y^2}{2 \cdot 17y^4 \cdot 4 \cdot 23x^6 \cdot 15x^2} = \frac{y}{2}.$$

$$4. \left(\frac{y^2 - 49}{y^2 - 14y + 49}\right)^4 : \left(\frac{y + 7}{y - 7}\right)^4 = \frac{(y - 7)^4 (y + 7)^4 \cdot (y - 7)^4}{(y - 7)^8 \cdot (y + 7)^4} = 1, \text{ ч.т.д.}$$

$$5. \frac{(n - 3)^2}{n^2} = \left(\frac{n - 3}{n}\right)^2 = \left(1 - \frac{3}{n}\right)^2 - \text{является целым числом при } n = \pm 1 \text{ и } n = \pm 3.$$

$$6. \frac{\frac{1}{3}x^2 - x + 3}{x - 0,4} : \frac{x^3 + 27}{75x^2 - 12} = \frac{\frac{5}{3}(x^2 - 3x + 9) \cdot 3(5x - 2)(5x + 2)}{(5x - 2) \cdot (x + 3)(x^2 - 3x + 9)} =$$

$$= \frac{5(5x + 2)}{x + 3} = \frac{25x + 10}{x + 3}.$$



С-11. ВСЕ ДЕЙСТВИЯ С ДРОБЯМИ

$$1. 1) \text{ а) } \left(\frac{x}{y^2} - \frac{1}{x} \right) : \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x} \right) = \left(\frac{x^2 - y^2}{xy^2} \right) : \left(\frac{x - y}{xy} \right) = \frac{(x - y)(x + y) \cdot xy}{xy^2 \cdot (x - y)} = \frac{x + y}{y};$$

$$\text{б) } \left(2 + \frac{m}{m+1} \right) \cdot \frac{3m^2 + 3m}{12m + 8} = \frac{(3m + 2) \cdot 3m(m+1)}{(m+1) \cdot 4(3m+2)} = \frac{3m}{4};$$

$$\text{в) } \frac{4+b}{4-b} \cdot \left(\frac{2b^2}{4+b} - b \right) = \frac{(4+b) \cdot (2b^2 - 4b - b^2)}{(4-b)(4+b)} = \frac{-b(4-b)}{4-b} = -b;$$

$$\text{г) } \left(\frac{y}{y-5} - 2y \right) : \frac{11-2y}{y-5} = \frac{(11y - 2y^2) \cdot (y-5)}{(y-5)(11-2y)} = y;$$

$$\text{д) } \frac{a+8b}{2b} - \frac{3a^2}{b^2} \cdot \frac{b}{6a} = \frac{a+8b}{2b} - \frac{a}{2b} = \frac{8b}{2b} = 4;$$

$$2) \text{ а) } \frac{x^2 - 4}{9 - y^2} : \frac{x-2}{3+y} - \frac{2}{3-y} = \frac{(x-2)(x+2) \cdot (3+y)}{(x-2)(3+y)(3-y)} - \frac{2}{3-y} =$$

$$= \frac{x+2}{3-y} - \frac{2}{3-y} = \frac{x}{3-y};$$

$$\text{б) } \frac{a+b}{3a-b} + \frac{1}{a+b} \cdot \frac{a^2 - b^2}{3a-b} = \frac{a+b}{3a-b} + \frac{(a-b)(a+b)}{(a+b)(3a-b)} = \frac{2a}{3a-b};$$

$$\text{в) } \left(\frac{1}{x-1} - \frac{x+1}{x^2+x+1} \right) : \left(1 + \frac{1}{x^3-1} \right) = \left(\frac{x^2+x+1 - (x^2-1)}{x^3-1} \right) : \frac{x^3}{x^3-1} =$$

$$= \frac{(x+2) \cdot (x^3-1)}{(x^3-1) \cdot x^3} = \frac{x+2}{x^3}.$$

$$2. \text{ а) } \left(\frac{m-4}{m+4} - \frac{m+4}{m-4} \right) \cdot \frac{m^2-16}{16} = \frac{(m-4)^2 - (m+4)^2}{m^2-16} \cdot \frac{m^2-16}{16} =$$

$$= \frac{-16m \cdot (m^2-16)}{(m^2-16) \cdot 16} = -\frac{m}{1};$$

$$\begin{aligned} 6) \quad \frac{7}{b+7} + \frac{b^3+49}{b^2-49} - \frac{7}{b-7} : \frac{b+1}{2} &= \frac{7(b-7)+b^2+49-7(b+7)}{b^2-49} : \frac{b+1}{2} = \\ &= \frac{b^2-49}{b^2-49} \cdot \frac{2}{b+1} = \frac{2}{b+1}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad \left(\frac{1,5x-4}{0,5x^2-x+2} - \frac{2x-14}{0,5x^2+4} + \frac{1}{x+2} \right) \cdot \frac{x+2}{4} &= \left(\frac{3x-8}{x^2-2x+4} - \frac{4x-28}{x^2+8} + \frac{1}{x+2} \right) \cdot \frac{x+2}{4} = \\ &= \frac{(3x-8)(x+2)-4x+28+x^2-2x+4}{(x+2)(x^2-2x+4)} \cdot \frac{x+2}{4} = \\ &= \frac{4(x^2-2x+4)(x+2)}{(x^2-2x+4)(x+2) \cdot 4} = 1, \text{ ч.т.д.} \end{aligned}$$

$$4. \quad \frac{5 - \frac{b}{a}}{\frac{5a}{b} - 1} - \frac{\frac{5a+b}{b} - 1}{\frac{5a-b}{b} + 1} = \frac{b}{a} - 1 = \frac{b-a}{a}.$$

$$\begin{aligned} 5. \quad \left(\frac{1}{(b-y)(y-5)} - \frac{1}{(b-y)(b-5)} - \frac{1}{(b-5)(y-5)} \right) \cdot \frac{b^2-9y^2}{b^4+y^4} &= \\ &= \left(\frac{b-5-(y-5)-(b-y)}{(b-y)(b-5)(y-5)} \right) \cdot \frac{b^2-9y^2}{b^4+y^4} = 0. \end{aligned}$$



С-12. ФУНКЦИЯ $y = \frac{k}{x}$ И ЕЕ ГРАФИК

1. $y = \frac{54}{x}$

x	-27	-6	-1	6	9	18	27	108
y	-2	-9	-54	9	6	3	2	0,5

2. График $y = -\frac{9}{x}$ (см. рис. 30);

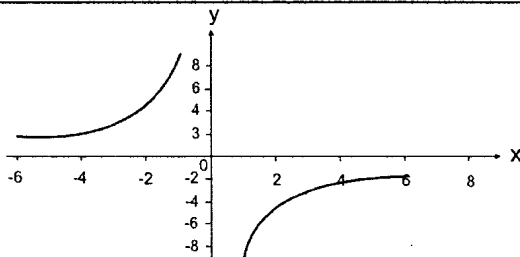


Рис. 30

а) $y(-6) = \frac{3}{2}$; $y(-2) = \frac{9}{2} = 4,5$; $y(2) = -\frac{9}{2}$; $y(6) = -\frac{3}{2}$;

б) $y = -8$ при $x = \frac{9}{8}$; $y = -2,4$ при $x = \frac{15}{4}$; $y = 2,4$ при $x = -\frac{15}{4}$; $y = 9$ при $x = 1$;

в) $y > 0$ при $x < 0$, $y < 0$ при $x > 0$.

3. $y = \frac{162}{x}$;

А (-6; -27) – принадлежит графику функции,

В (9; 18) – принадлежит графику функции,

С (162; 0) – не принадлежит графику функции,

Д (81; -2) – не принадлежит графику функции.

4. $y = -\frac{36}{x}$, $x = -y$, тогда $y^2 = 36$, $y = \pm 6$, $x = \pm 6$.

Ответ: две точки (6; -6) и (-6; 6).

5. а) $y = \frac{80}{(x+5)^2 - (x-5)^2} = \frac{80}{20x} = \frac{4}{x}$ (см. рис. 31);

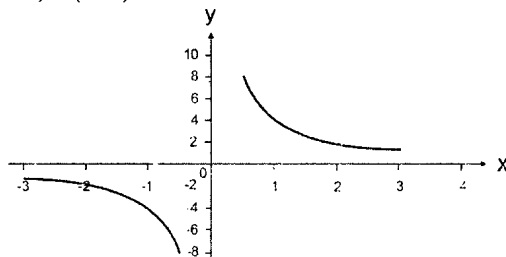


Рис. 31

$$б) y = \frac{-6}{|x|} = \begin{cases} -\frac{6}{x}, & \text{при } x > 0 \\ \frac{6}{x}, & \text{при } x < 0 \end{cases} : (\text{см. рис. 32}).$$

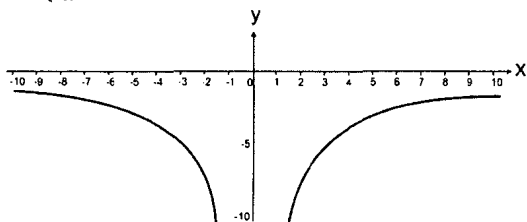


Рис. 32

$$в) y = \frac{2}{3|x|} = \begin{cases} \frac{2}{3x}, & \text{при } x > 0 \\ -\frac{2}{3x}, & \text{при } x < 0 \end{cases} \quad (\text{см. рис. 33})$$

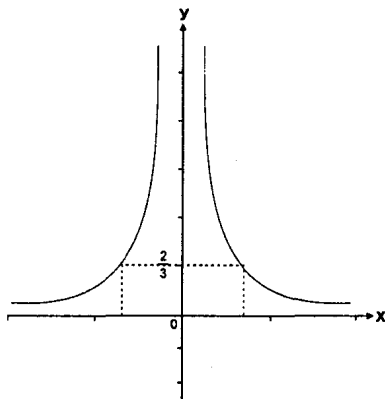


Рис. 33

$$6. \quad m \cdot n = 24, n = \frac{24}{m}; \quad n, m > 0 \quad (\text{см. рис. 34}).$$

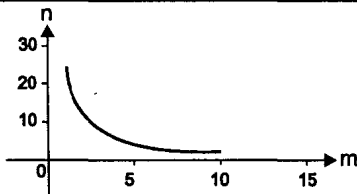


Рис. 34



С-13. РАЦИОНАЛЬНЫЕ И ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА

1. а) 12; 31 б) -205; -1; 0;
в) $-3\frac{1}{3}$; -205; -4, (31); -5,9; -1; $-\frac{8}{9}$; г) π , 0303303330...
2. 1) а) $\frac{1}{6} = 0,1666... = 0,1(6)$; б) $-10 = -10,(0)$;
в) $-\frac{1}{33} = -0,0303... = -0,(03)$; г) $4,15 = 4,15(0)$;
2) а) $-\frac{1}{15} = -0,066... = -0,0(6)$; б) $\frac{5}{32} = 0,15625(0)$;
в) $\frac{7}{27} = 0,259259... = 0,(259)$; г) $\frac{11}{483} = 0,2291666... = 0,2291(6)$.
3. 1) а) $0,029 < 0,103$; б) $-126 < 0,8$; в) $-1,23 > -1,32$;
2) а) $0 < \frac{1}{8}$; б) $\frac{2}{7} < \frac{3}{8}$; в) $1,6 < 1\frac{2}{3}$;
3) а) $-2,4141... < -2,1414...$ б) $1,(42) > 1,42$ в) $3\frac{1}{11} > 3,(08)$;
4) а) верно; б) верно; в) верно.
5. а) $0,(3) = \frac{1}{3}$; б) $0,0(6) = \frac{1}{15}$; в) $2,(03) = \frac{67}{33}$.
6. $a = 2k, k \in \mathbb{Z}$ и $b = 2l, l \in \mathbb{Z}$, тогда $a^2 + b^2 = 4k^2 + 4l^2 = 2(2k^2 + 2l^2)$,
где $(2k^2 + 2l^2) \in \mathbb{Z}$, значит $a^2 + b^2$ – четное число, ч.т.д.



С-14. АРИФМЕТИЧЕСКИЙ КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ

1. 1) а) $\sqrt{25} = 5$; б) $\sqrt{64} = 8$; в) $\sqrt{36} = 6$; г) $\sqrt{100} = 10$;

Самостоятельные работы

2) а) $\sqrt{0,49} = 0,7$; б) $\sqrt{1600} = 40$; в) $\sqrt{0,04} = 0,2$; г) $\sqrt{900} = 30$;

3) а) $\sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9}$; б) $\sqrt{6\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$;

в) $\sqrt{3\frac{6}{25}} = \sqrt{\frac{81}{25}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{25}} = \frac{9}{5}$; г) $\sqrt{3\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{49}{16}} = \frac{7}{4}$.

2. а) верно, $20^2 = 400$; б) неверно, так как $\sqrt{49} > 0$; в) верно, так как $1^2 = 1$;
г) неверно, т.к. $0,3^2 = 0,09$; д) верно, т.к. $0,8^2 = 0,64$; е) неверно, т.к. $50^2 = 2500$.

3. а) 4 см; б) 9 дм; в) 0,5 м; г) $\frac{2}{3}$ м.

4. а) 16; б) 1; в) 10000; г) 0,36; д) $\frac{1}{49}$; е) $\frac{64}{25}$; ж) 0,0001; з) 1,44.

5. 1) а) $\sqrt{81} - \sqrt{16} = 9 - 4 = 5$; б) $\sqrt{4} \cdot \sqrt{49} = 2 \cdot 7 = 14$;

в) $2\sqrt{9} - \sqrt{64} = 6 - 8 = -2$; г) $\sqrt{25} : \sqrt{400} = 5 : 20 = \frac{1}{4}$;

2) а) $\sqrt{0,01} - \sqrt{0,36} = 0,1 - 0,6 = -0,5$; б) $\frac{1}{9}\sqrt{0,81} - 1 = 0,1 - 1 = -0,9$;

в) $-5\sqrt{0,25} + 2,4 = -5 \cdot 0,5 + 2,4 = -0,1$;

г) $0,9 \cdot \sqrt{0,09} = 0,9 \cdot 0,3 = 0,27$;

3) а) $(\sqrt{9})^2 - 7,5 = 9 - 7,5 = 1,5$; б) $6 \cdot \sqrt{\frac{5}{6}}^2 = 6 \cdot \frac{5}{6} = 5$;

в) $(\sqrt{0,4})^2 - 0,5 = 0,4 - 0,5 = -0,1$; г) $\frac{1}{7} \cdot (\sqrt{14})^2 = \frac{1}{7} \cdot 14 = 2$;

4) а) $\sqrt{5^2 + 24} = \sqrt{49} = 7$; б) $\sqrt{10^2 - 4 \cdot 3^2} = \sqrt{64} = 8$;

в) $\sqrt{4 \cdot (0,3^2 + 0,07)} = \sqrt{0,64} = 0,8$; г) $\sqrt{0,5^2 - 0,4^2} = \sqrt{0,09} = 0,3$.

6. 1) а) $\sqrt{196} = 14$; б) $\sqrt{289} = \sqrt{17^2} = 17$; в) $\sqrt{529} = 23$; г) $\sqrt{841} = 29$;

2) а) $\sqrt{1,21} = \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{11}{10}$; б) $\sqrt{2,56} = \sqrt{\frac{256}{100}} = \frac{16}{10}$;

в) $\sqrt{4,84} = \sqrt{\frac{484}{100}} = \frac{22}{10}$; г) $\sqrt{7,29} = \sqrt{\frac{729}{100}} = \frac{27}{10}$;

3) а) $\sqrt{27,04} = \sqrt{\frac{2704}{100}} = \frac{52}{10}$; б) $\sqrt{32400} = \sqrt{324 \cdot 100} = 18 \cdot 10 = 180$;

$$\text{в)} \sqrt{92,16} = \sqrt{\frac{9216}{100}} = \frac{96}{10}; \quad \text{г)} \sqrt{78400} = \sqrt{784 \cdot 100} = 28 \cdot 10 = 280.$$

$$7. \quad \text{а)} \sqrt{26+b} = \sqrt{26+10} = \sqrt{36} = 6, \text{ при } b = 10;$$

$$\sqrt{26+b} = \sqrt{26-1} = 5, \text{ при } b = -1;$$

$$\sqrt{26+b} = \sqrt{26+23} = 7, \text{ при } b = 23;$$

$$\sqrt{26+b} = \sqrt{26-17} = 3, \text{ при } b = -17;$$

$$\sqrt{26+b} = \sqrt{26+74} = 10, \text{ при } b = 74;$$

$$\text{б)} \sqrt{a+c} = \sqrt{58+6} = 8, \text{ при } a = 58, c = 6;$$

$$\sqrt{a+c} = \sqrt{54-18} = 6, \text{ при } a = 54, c = -18;$$

$$\sqrt{a+c} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{4}{9}} = \frac{5}{6}, \text{ при } a = \frac{1}{4}, c = \frac{4}{9};$$

$$\sqrt{a+c} = \sqrt{0,47+0,34} = 0,9, \text{ при } a = 0,47, c = 0,34;$$

$$\sqrt{a+c} = \sqrt{-0,27+0,63} = 0,6, \text{ при } a = -0,27, b = 0,63;$$

$$\text{в)} x - 3\sqrt{x} = 1 - 3 = -2, \text{ при } x = 1;$$

$$x - 3\sqrt{x} = 9 - 3\sqrt{9} = 9 - 9 = 0, \text{ при } x = 9;$$

$$x - 3\sqrt{x} = 0,16 - 3\sqrt{0,16} = -1,04, \text{ при } x = 0,16;$$

$$x - 3\sqrt{x} = 0,01 - 0,3 = -0,29, \text{ при } x = 0,01;$$

$$x - 3\sqrt{x} = 400 - 60 = 340, \text{ при } x = 400.$$

$$8. 1) \text{ а) при } y = 0; \quad \text{б) при } y = 16; \quad \text{в) при } y = 1; \quad \text{г) при } y = 0,09;$$

$$2) \text{ а) при } y = 900; \quad \text{б) при } y = 64; \quad \text{в) ни при каком } y; \quad \text{г) при } y = \pm \frac{1}{16};$$

$$3) \text{ а) при } y = \frac{1}{25}; \quad \text{б) ни при каком } y; \quad \text{в) при } y = \frac{49}{9}; \quad \text{г) ни при каком } y.$$

$$9. 1) \text{ а) } \sqrt{1225} - \sqrt{2116} = 35 - 46 = -11;$$

$$\text{б) } 3\sqrt{0,1024} - \sqrt{0,3136} = 0,96 - 0,56 = 0,4;$$

$$\text{в) } 0,2\sqrt{676} + \sqrt{23,04} = 5,2 + 4,8 = 10;$$

$$2) \text{ а) } \frac{3}{\sqrt{1089}} - \sqrt{\frac{49}{121}} = \frac{3}{33} - \frac{7}{11} = -\frac{6}{11}; \quad \text{б) } \frac{1}{\sqrt{289}} + \sqrt{2,25} = \frac{1}{17} + 1,5 = \frac{53}{34};$$

$$\text{в) } \sqrt{961 + 2 \cdot 31 \cdot 47 + 2209} = \sqrt{(31 + 47)^2} = 31 + 47 = 78.$$

10. 1) а) $7\sqrt{x} = 4$; $\sqrt{x} = \frac{4}{7}$; $x = \frac{16}{49}$; б) $\sqrt{5x} = 2$; $5x = 4$; $x = \frac{4}{5}$;

в) $\frac{1}{2\sqrt{x}} = 5$; $\sqrt{x} = \frac{1}{10}$; $x = \frac{1}{100}$; г) $(\sqrt{x})^2 = 16$; $x = 16$;

2) а) $a\sqrt{x-1} = 3$; $x-1 = \frac{9}{a^2}$; $x = 1 + \frac{9}{a^2}$; б) $\frac{2}{\sqrt{x+3}} = 3$; $x+3 = \frac{4}{9}$; $x = -\frac{23}{9}$;

в) $\frac{18}{6-\sqrt{x}} = 6$; $6-\sqrt{x} = 3$; $x = 9$;

г) $\sqrt{7+\sqrt{6-\sqrt{x}}} = 3$; $\sqrt{6-\sqrt{x}} = 2$; $\sqrt{x} = 2$; $x = 4$.

11. 1) а) при $x \geq 0$; б) при $x \leq 0$; в) при любых; г) при $x \leq 0$;

2) а) при $x > 0$; б) при $x < 0$; в) при $x > 0$ и $x \neq 9$; г) при $x = 0$.



С-15. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ВИДА $x^2 = a$

1. а) имеет $x = \pm 5$; б) имеет $x = \pm\sqrt{39}$; в) имеет $x = 0$; г) не имеет т.к. $x^2 \geq 0$.

2. а) $x \approx \pm 1,4$; б) $x \approx \pm 2,6$; в) $x \approx \pm 2,3$.

3. 1) а) $x^2 = 36$, $x = \pm 6$; б) $x^2 = 0,16$, $x = \pm 0,4$;

в) $x^2 = 144$, $x = \pm 12$; г) $x^2 = \frac{4}{49}$, $x = \pm \frac{2}{7}$.

2) а) $x^2 = 5$, $x = \pm\sqrt{5}$; б) $x^2 = 15$, $x = \pm\sqrt{15}$;

в) $x^2 = 2,5$, $x = \pm\sqrt{2,5}$; г) $x^2 = 0,9$, $x = \pm\sqrt{0,9}$;

3) а) $x^2 - 0,2 = 0,05$; $x^2 = 0,25$; $x = \pm 0,5$; б) $49 + x^2 = 50$, $x^2 = 1$, $x = \pm 1$;

в) $64 + y^2 = 0$ – решений нет; г) $\frac{1}{4}c^2 = 7$, $c^2 = 28$, $c = \pm\sqrt{28}$;

4) а) $(y+2)^2 = 49$, $y+2 = \pm 7$, $y = 5$ и $y = -9$;

б) $(x-5)^2 = 16$, $x-5 = \pm 4$, $x = 9$ и $x = 1$;

в) $(x-11)^2 = 81$, $x-11 = \pm 9$, $x = 20$ и $x = 2$;

г) $(y+1)^2 = \frac{9}{64}$, $y+1 = \pm \frac{3}{8}$, $y = -\frac{5}{8}$ и $x = -\frac{11}{8}$.

4. 1) $x^2 = 4$; 2) $x^2 = -3$; 3) $x^2 = \frac{1}{4}$; 4) $x^2 = 2$.

5. а) при $\frac{x}{y} \geq 0$; б) при $x^3 y \geq 0$; в) при $\frac{x}{y} \leq 0$; г) при $x^2 y \geq 0$.

6. а) $y^2 = (\sqrt{7} - \sqrt{3})(\sqrt{7} + \sqrt{3})$, $y^2 = 7 - 3 = 4$, $y = \pm 2$;
 б) $(\sqrt{5}y)^2 = 10$, $5y = 100$, $y = 20$.
7. Допустим, что $\sqrt{3+10m} = n$, где $m \in N$, и $n \in N$, тогда
 $3+10m = n^2$, $n^2 - 3 = 10m$, то есть $n^2 - 3$ делится на 10, то есть
 n^2 — заканчивается на 3, чего не может быть при $n \in N$, значит $\sqrt{3+10m}$ —
 не натуральное число, ч.т.д.



С-16. НАХОЖДЕНИЕ ПРИБЛИЖЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ КВАДРАТНОГО КОРНЯ

1. 1) а) 4 и 5; б) 7 и 8; в) 11 и 12; г) 2 и 3;
 2) а) 0 и 1; б) 1 и 2; в) -4 и -3; г) -6 и -5.
2. 1) а) $\sqrt{2} \approx 1,4$; б) $\sqrt{7} \approx 2,6$; в) $\sqrt{10} \approx 3,2$;
 2) а) $\sqrt{2,5} \approx 1,6$; б) $-\sqrt{6} \approx -2,5$; в) $-\sqrt{8,5} \approx -2,9$.
3. 1) а) $\sqrt{8} \approx 2,83$; б) $\sqrt{31} \approx 5,57$; в) $\sqrt{0,6} \approx 0,77$;
 г) $-\sqrt{5,6} \approx -2,37$; д) $\sqrt{0,6425} \approx 0,80$; е) $\sqrt{378} \approx 19,44$;
 2) а) $7 - \sqrt{10} \approx 3,84$; б) $\sqrt{55} + \sqrt{27} \approx 12,61$; в) $\sqrt{3,4 \cdot 9,7} \approx 5,74$;
 д) $9,2 + 7\sqrt{2,5} \approx 20,27$;
 3) а) $\sqrt{6 - \sqrt{8}} \approx 1,78$; б) $\sqrt{\sqrt{7}} \approx 1,63$; в) $\sqrt{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \approx 1,99$;
 4) $\sqrt{9+a} \approx \begin{cases} 3,15 \text{ при } a = 0,9; & 3,67 \text{ при } a = 4,5 \\ 6,17 \text{ при } a = 29,1; & 26,55 \text{ при } a = 695,9 \end{cases}$
4. $\boxed{(\boxed{C} \boxed{x^2} \boxed{-} \boxed{b} \boxed{x^2} \boxed{) \sqrt{\quad}} \boxed{=}$ — набрав эту комбинацию, подставляя
 вместо c и b заданные числа, мы получим значение a .
 а) $\approx 5,9$; б) $\approx 27,9$.



С-17. ФУНКЦИЯ $y = \sqrt{x}$

1. 1) $\sqrt{1} = 1$; $\sqrt{5} \approx 2,2$; $\sqrt{7} \approx 2,6$; $\sqrt{9} = 3$;
 2) $\sqrt{0,5} \approx 0,7$; $\sqrt{3} \approx 1,7$; $\sqrt{4,5} \approx 2,1$; $\sqrt{6,3} \approx 2,5$;
 3) $\sqrt{x} = 0$ при $x = 0$; $\sqrt{x} = 1$ при $x = 1$; $\sqrt{x} = 5$ при $x = 25$;
 $\sqrt{x} = 2,3$ при $x \approx 5,3$; $\sqrt{x} = 3$, при $x = 9$;
 4) $\sqrt{x} = 0,6$ при $x \approx 0,4$; $\sqrt{x} = 1,2$ при $x \approx 1,4$;

$$\sqrt{x} = 2,7 \text{ при } x \approx 5,8; \sqrt{x} = 3,1 \text{ при } x \approx 9,6.$$

2. а) $\sqrt{0,8} < 1$; б) $2 > \sqrt{3,7}$; в) $\sqrt{1,6} < \sqrt{2,4}$; г) $\sqrt{8,5} > \sqrt{6,5}$.

3. а) пересекает; б) пересекает; в) пересекает; г) не пересекает.

4. 1) $y = \sqrt{x}$, 1) $A(16; 4)$, $B(100; 10)$; $O(0; 0)$ – принадлежат графику функции;

$M(3; 9)$ и $K(-36; 6)$ – не принадлежат графику функции;

2) $C(144; 12)$, $D(1600; 40)$, $E(0,81; 0,9)$ – принадлежат графику функции;

$N(900; -30)$, $P(0,5; 0,25)$ – не принадлежат графику функции.

5. 1) а) $\sqrt{31} < \sqrt{32}$; б) $\sqrt{1,8} > \sqrt{0,8}$; в) $\sqrt{38} > 6$; г) $9 > \sqrt{80}$;

2) а) $\sqrt{\frac{1}{15}} > \sqrt{\frac{1}{16}}$; б) $\sqrt{1,69} = 1,3$; в) $1,6 > \sqrt{2,25}$; г) $\frac{2}{3} < \sqrt{\frac{5}{9}}$.

6. а) 3; $\sqrt{15}$; 4; $\sqrt{16,5}$; $\sqrt{19}$; б) 0,2; $\frac{1}{4}$; $\sqrt{\frac{1}{11}}$; $\sqrt{0,1}$.

7. а) пересекает; б) пересекает; в) не пересекает;

г) пересекает; д) пересекает; е) не пересекает;

8. а) 2; 3; б) 9; в) никакие; г) -1; д) никакие; е) -4; -3; -2; -1; 0; 1.



С-18. КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ ИЗ ПРОИЗВЕДЕНИЯ. ПРОИЗВЕДЕНИЕ КОРНЕЙ

1. 1) а) $\sqrt{16 \cdot 25} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{25} = 4 \cdot 5 = 20$; б) $\sqrt{49 \cdot 64} = \sqrt{49} \cdot \sqrt{64} = 7 \cdot 8 = 56$;

в) $\sqrt{9 \cdot 1600} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{1600} = 3 \cdot 40 = 120$;

г) $\sqrt{400 \cdot 36} = \sqrt{400} \cdot \sqrt{36} = 20 \cdot 6 = 120$;

2) а) $\sqrt{0,36 \cdot 81} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{81} = 0,6 \cdot 9 = 5,4$;

б) $\sqrt{0,25 \cdot 64} = \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{64} = 0,5 \cdot 8 = 4$;

в) $\sqrt{16 \cdot 1,44} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{1,44} = 4 \cdot 1,2 = 4,8$;

г) $\sqrt{900 \cdot 0,49} = \sqrt{900} \cdot \sqrt{0,49} = 30 \cdot 0,7 = 21$;

3) а) $\sqrt{0,04 \cdot 0,64} = \sqrt{0,04} \cdot \sqrt{0,64} = 0,2 \cdot 0,8 = 0,16$;

б) $\sqrt{0,16 \cdot 0,81} = \sqrt{0,16} \cdot \sqrt{0,81} = 0,4 \cdot 0,9 = 0,36$;

в) $\sqrt{2,25 \cdot 0,09} = \sqrt{2,25} \cdot \sqrt{0,09} = 1,5 \cdot 0,3 = 0,45$;

г) $\sqrt{0,25 \cdot 1,21} = \sqrt{0,25} \cdot \sqrt{1,21} = 0,5 \cdot 1,1 = 0,55$;

4) а) $\sqrt{16 \cdot 49 \cdot 0,25} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{49} \cdot \sqrt{0,25} = 4 \cdot 7 \cdot 0,5 = 14$;

б) $\sqrt{169 \cdot 6,25 \cdot 0,04} = \sqrt{169} \cdot \sqrt{6,25} \cdot \sqrt{0,04} = 13 \cdot 2,5 \cdot 0,2 = 6,5$;

$$\text{в)} \sqrt{1,96 \cdot 0,09 \cdot 0,01} = \sqrt{1,96} \cdot \sqrt{0,09} \cdot \sqrt{0,01} = 1,4 \cdot 0,3 \cdot 0,1 = 0,042.$$

$$2. 1) \text{ а)} \sqrt{90 \cdot 250} = \sqrt{900 \cdot 25} = 30 \cdot 5 = 150;$$

$$\text{б)} \sqrt{360 \cdot 10} = \sqrt{36 \cdot 100} = 6 \cdot 10 = 60; \quad \text{в)} \sqrt{8 \cdot 32} = \sqrt{16 \cdot 16} = 16;$$

$$\text{г)} \sqrt{18 \cdot 200} = \sqrt{36 \cdot 100} = 6 \cdot 10 = 60; \quad \text{д)} \sqrt{3 \cdot 48} = \sqrt{9 \cdot 16} = 3 \cdot 4 = 12;$$

$$2) \text{ а)} \sqrt{1,6 \cdot 90} = \sqrt{16 \cdot 9} = 4 \cdot 3 = 12; \quad \text{б)} \sqrt{4,9 \cdot 250} = \sqrt{49 \cdot 25} = 7 \cdot 5 = 35;$$

$$\text{в)} \sqrt{3,6 \cdot 0,4} = \sqrt{36 \cdot 0,04} = 6 \cdot 0,2 = 1,2;$$

$$\text{г)} \sqrt{14,4 \cdot 0,9} = \sqrt{1,44 \cdot 9} = 1,2 \cdot 3 = 3,6; \quad \text{д)} \sqrt{5 \cdot 125} = \sqrt{25 \cdot 25} = 25.$$

$$3. 1) \text{ а)} \sqrt{5 \cdot 45} = \sqrt{225} = 15; \quad \text{б)} \sqrt{8 \cdot 50} = \sqrt{400} = 20;$$

$$\text{в)} \sqrt{11 \cdot 99} = \sqrt{11 \cdot 99} = \sqrt{121 \cdot 9} = \sqrt{121} \cdot \sqrt{9} = 11 \cdot 3 = 33;$$

$$\text{г)} \sqrt{15 \cdot 60} = \sqrt{225 \cdot 4} = 30.$$

$$2) \text{ а)} \sqrt{12,5 \cdot 32} = \sqrt{25 \cdot 16} = 20; \quad \text{б)} \sqrt{4,5 \cdot 128} = \sqrt{9 \cdot 64} = 24;$$

$$\text{в)} \sqrt{0,9 \cdot 4,9} = \sqrt{0,09 \cdot 49} = 2,1; \quad \text{г)} \sqrt{300 \cdot 0,27} = \sqrt{100 \cdot 0,81} = 9;$$

$$3) \text{ а)} \sqrt{13 \cdot 26 \cdot 2} = \sqrt{26 \cdot 26} = 26; \quad \text{б)} \sqrt{\frac{1}{7} \cdot \frac{7}{11} \cdot \frac{11}{6}} = \sqrt{\frac{1}{6}} = \frac{1}{\sqrt{6}};$$

$$\text{в)} \sqrt{\frac{2}{5} \cdot 2 \cdot \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{4}{25}} = \frac{2}{5}.$$

$$4. \text{ а)} \sqrt{26} = \sqrt{2 \cdot 13}; \quad \text{б)} \sqrt{95} = \sqrt{5 \cdot 19};$$

$$\text{в)} \sqrt{11x} = \sqrt{11} \cdot \sqrt{x}; \quad \text{г)} \sqrt{6a} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot a}.$$

$$5. \text{ а)} \sqrt{52900} = \sqrt{529 \cdot 100} = 230; \quad \text{б)} \sqrt{313600} = \sqrt{3136 \cdot 100} = 560;$$

$$\text{в)} \sqrt{4840000} = \sqrt{484 \cdot 10000} = 2200.$$

$$6. \text{ а)} \sqrt{8^2 + 15^2} = \sqrt{289} = 17; \quad \text{б)} \sqrt{61^2 + 60^2} = \sqrt{(61+60) \cdot (61-60)} = 1;$$

$$\text{в)} \sqrt{1,3^2 - 1,2^2} = \sqrt{(1,3+1,2)(1,3-1,2)} = \sqrt{0,25} = 0,5.$$

$$7. \text{ а)} \sqrt{5000} = \sqrt{50 \cdot 100} \approx 70,7; \quad \text{б)} \sqrt{0,5} = \sqrt{50 \cdot 0,01} \approx 0,707;$$

$$\text{в)} \sqrt{200} = 2 \cdot \sqrt{50} \approx 14,14; \quad \text{г)} \sqrt{800} = 4 \cdot \sqrt{50} \approx 28,28.$$



С-19. КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ ИЗ ДРОБИ. ЧАСТНОЕ КОРНЕЙ

$$1. 1) \text{ а)} \sqrt{\frac{36}{49}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{49}} = \frac{6}{7}; \quad \text{б)} \sqrt{\frac{25}{64}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}} = \frac{5}{8};$$

$$\text{в)} \sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{100}} = \frac{3}{10}; \quad \text{г)} \sqrt{\frac{81}{121}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{121}} = \frac{9}{11};$$

$$2) \text{ а)} \sqrt{5\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{49}{9}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{9}} = \frac{7}{3}; \quad \text{б)} \sqrt{2\frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{25}} = \frac{8}{5};$$

$$\text{в)} \sqrt{1\frac{15}{49}} = \sqrt{\frac{64}{49}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{49}} = \frac{8}{7}; \quad \text{г)} \sqrt{13\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{121}{9}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{9}} = \frac{11}{3};$$

$$2. \text{ а)} \sqrt{\frac{5}{11}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{11}}; \quad \text{б)} \sqrt{\frac{8}{15}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{15}}; \quad \text{в)} \sqrt{\frac{x}{2}} = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{2}}; \quad \text{г)} \sqrt{\frac{6}{a}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{a}}.$$

$$3. 1) \text{ а)} \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{48}} = \sqrt{\frac{3}{48}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}; \quad \text{б)} \frac{\sqrt{52}}{\sqrt{13}} = \sqrt{\frac{52}{13}} = \sqrt{4} = 2;$$

$$\text{в)} \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{27}} = \sqrt{\frac{12}{27}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}; \quad \text{г)} \frac{\sqrt{4500}}{\sqrt{500}} = \sqrt{\frac{4500}{500}} = \sqrt{9} = 3;$$

$$2) \text{ а)} \frac{\sqrt{7,2}}{\sqrt{0,2}} = \sqrt{\frac{7,2}{0,2}} = \sqrt{36} = 6; \quad \text{б)} \frac{\sqrt{98}}{\sqrt{12,5}} = \sqrt{\frac{98}{12,5}} = \frac{14}{5};$$

$$\text{в)} \frac{\sqrt{2,5}}{\sqrt{40}} = \sqrt{\frac{2,5}{40}} = \sqrt{\frac{25}{400}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}; \quad \text{г)} \frac{\sqrt{1,8}}{\sqrt{12,8}} = \sqrt{\frac{1,8}{12,8}} = \sqrt{\frac{18}{128}} = \sqrt{\frac{9}{64}} = \frac{3}{8}.$$

$$4. \quad S_1 = 3 \text{ дм}^2; S_2 = 75 \text{ дм}^2; S_1 = a_1^2; S_2 = a_2^2;$$

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\sqrt{S_1}}{\sqrt{S_2}} = \sqrt{\frac{S_1}{S_2}} = \sqrt{\frac{3 \text{ см}^2}{75 \text{ см}^2}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}. \quad \text{Ответ: в 5 раз.}$$

$$5. \text{ а)} \sqrt{\frac{b}{x}} = \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{x}} \text{ при } b > 0, x > 0; \quad \text{б)} \sqrt{\frac{b}{x}} = \frac{\sqrt{-b}}{\sqrt{-x}} \text{ при } b < 0, x < 0.$$

$$6. \quad S_1 = \pi R_1^2; S_2 = \pi R_2^2; \frac{S_1}{S_2} = \frac{R_1^2}{R_2^2} = \frac{1}{16}, R_1 = 4 \text{ см};$$

$$\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}, R_1 = 4 R_2, R_2 = 16 \text{ см. Ответ: 16 см.}$$



С-20. КВАДРАТНЫЙ КОРЕНЬ ИЗ СТЕПЕНИ

$$1. 1) \text{ а)} \sqrt{(4,3)^2} = 4,3; \quad \text{б)} \sqrt{(-3,1)^2} = |-3,1| = 3,1;$$

$$\text{в)} \sqrt{(-0,7)^2} = |-0,7| = 0,7; \quad \text{г)} \sqrt{(5,81)^2} = 5,81.$$

$$2) \text{ а)} 3\sqrt{(-43)^2} = 2|-43| = 86; \quad \text{б)} 6\sqrt{(2,5)^2} = 6 \cdot 2,5 = 15;$$

в) $0,1\sqrt{(-93)^2} = 0,1|-93| = 9,3$; г) $-0,3\sqrt{33^2} = -0,3 \cdot 33 = 9,9$;

3) а) $\sqrt{8^4} = 8^2 = 64$; б) $\sqrt{10^6} = 10^3 = 1000$;

в) $\sqrt{5^8} = 5^4 = 625$; г) $\sqrt{2^{12}} = 2^6 = 64$;

4) а) $\sqrt{(-3)^4} = |(-3)^2| = 9$; б) $\sqrt{(-2)^8} = |(-2)^4| = 16$;

в) $\sqrt{(-5)^6} = 5^3 = 125$; г) $\sqrt{(-2)^{10}} = |(-2)^5| = 32$;

5) а) $\sqrt{(-1,1)^4} = |(-1,1)^2| = 1,21$; б) $\sqrt{(0,3)^6} = |(0,3)^3| = 0,027$;

в) $\sqrt{2^6 \cdot 7^2} = 2^3 \cdot 7 = 56$; г) $\sqrt{3^8 \cdot 5^2} = 3^4 \cdot 5 = 405$.

2. 1) а) $a\sqrt{a^2} = a|a|$; б) $\sqrt{x^2} = |x|$; в) $0,8\sqrt{c^2} = 0,8|c|$; г) $-0,1\sqrt{p^2} = -0,1|p|$;

2) а) $\sqrt{y^4} = y^2$; б) $\sqrt{a^6} = |a|^3$; в) $\sqrt{x^8} = x^4$; г) $\sqrt{b^{14}} = |b|^7$.

3. 1) а) $\sqrt{p^2} = p$, при $p > 0$; б) $\sqrt{a^2} = -a$, при $a < 0$;

в) $\sqrt{0,64n^2} = 0,8n$, при $n \geq 0$; г) $\sqrt{0,36b^2} = -0,6b$ при $b < 0$;

2) а) $-2\sqrt{0,25c^2} = c$, при $c < 0$; б) $\sqrt{a^4} = a^2$; в) $\sqrt{m^6} = -m^3$, при $m \leq 0$;

г) $\sqrt{p^8} = p^4$; д) $\sqrt{b^{10}} = b^5$, при $b \geq 0$; е) $\sqrt{n^{18}} = -n^9$, при $n < 0$;

3) а) $-\sqrt{0,49x^6} = -0,7x^3$, при $x > 0$;

б) $0,1\sqrt{900a^{12}} = 3a^6$;

в) $5,5\sqrt{0,04m^{14}} = -1,1m^7$, при $m \leq 0$;

г) $-10\sqrt{0,81y^{22}} = 9y^{11}$, при $y < 0$.

4. а) $\sqrt{15876} = \sqrt{2^2 \cdot 3^4 \cdot 7^2} = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 126$;

б) $\sqrt{46656} = \sqrt{2^6 \cdot 3^6} = 2^3 \cdot 3^3 = 216$;

в) $\sqrt{213444} = \sqrt{2^2 \cdot 3^2 \cdot 7^2 \cdot 11^2} = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 462$.

5. 1) а) $\sqrt{\frac{x^6 y^{12}}{m^8}} = -\frac{x^3 y^6}{m^4}$, при $x \leq 0$; б) $-a\sqrt{a^2 b^{20}} = a^2 b^{10}$, при $a < 0$;

в) $2c^3 \sqrt{\frac{p^{24}}{c^2}} = -2c^2 p^{12}$, при $c < 0$; г) $-\frac{3}{7m^2} \sqrt{m^{10} n^6} = -\frac{3m^3 |n^3|}{7}$, при $m > 0$;

2) а) $\sqrt{(x-y)^2} = x-y$, при $x > y$;

б) $\sqrt{16+8a+a^2} = \sqrt{(a+4)^2} = a+4$, при $a > -4$;

$$в) \sqrt{11+4\sqrt{7}} = \sqrt{(2+\sqrt{7})^2} = 2+\sqrt{7};$$

$$г) \sqrt{59-30\sqrt{2}} = \sqrt{(5\sqrt{2}-3)^2} = 5\sqrt{2}-3.$$



С-21. ВЫНЕСЕНИЕ МНОЖИТЕЛЯ ИЗ-ПОД ЗНАКА КОРНЯ. ВНЕСЕНИЕ МНОЖИТЕЛЯ ПОД ЗНАК КОРНЯ

$$1. 1) а) \sqrt{45} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3\sqrt{5}; \quad б) \sqrt{52} = \sqrt{4 \cdot 13} = 2\sqrt{13};$$

$$в) \sqrt{75} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{3}; \quad г) \sqrt{112} = \sqrt{16 \cdot 7} = 4\sqrt{7};$$

$$2) а) 0,1\sqrt{300} = 0,1\sqrt{3 \cdot 100} = \sqrt{3}; \quad б) -\frac{1}{3}\sqrt{27} = -\frac{1}{3}\sqrt{9 \cdot 3} = -\sqrt{3};$$

$$в) \frac{2}{7}\sqrt{98} = \frac{2}{7}\sqrt{2 \cdot 49} = 2\sqrt{2}; \quad г) -0,05\sqrt{4400} = -0,05 \cdot \sqrt{11 \cdot 400} = -\sqrt{11};$$

$$3) а) \sqrt{7^2 \cdot 5} = 7\sqrt{5}; \quad б) \sqrt{5^4 \cdot 3} = 25\sqrt{3}; \quad в) \sqrt{6^2 \cdot 5^3} = 30\sqrt{5}; \quad г) \sqrt{2^5 \cdot 3^3} = 12\sqrt{6};$$

$$4) а) \sqrt{13c^2} = c\sqrt{13}, \text{ при } c \geq 0; \quad б) \sqrt{a^3} = a\sqrt{a};$$

$$в) \sqrt{2x^6} = -x^3\sqrt{2}, \text{ при } x < 0; \quad г) \sqrt{7y^7} = y^3\sqrt{7y};$$

$$5) а) \sqrt{16x^5} = 4x^2\sqrt{x}; \quad б) \sqrt{50a^2} = 5|a|\sqrt{2} = -5a\sqrt{2}, \text{ при } a \leq 0;$$

$$в) \sqrt{28b^7} = 2b^3\sqrt{7b}; \quad г) \sqrt{\frac{5y^3}{49}} = \frac{y}{7}\sqrt{5y}.$$

$$2. 1) а) 7\sqrt{2} = \sqrt{98}; \quad б) 3\sqrt{11} = \sqrt{99}; \quad в) -2\sqrt{6} = -\sqrt{24}; \quad г) -10\sqrt{5} = -\sqrt{500};$$

$$2) а) 6\sqrt{c} = \sqrt{36c}; \quad б) \frac{1}{3}\sqrt{27a} = \sqrt{3a}; \quad в) -0,2\sqrt{10x} = -\sqrt{0,4x};$$

$$г) 7\sqrt{\frac{1}{7}n} = \sqrt{7n}.$$

$$3. 1) а) 3\sqrt{5} > \sqrt{42}; \quad б) \sqrt{22} < 2\sqrt{7}; \quad в) 6\sqrt{2} > 2\sqrt{6};$$

$$2) а) \frac{1}{2}\sqrt{76} < \frac{2}{3}\sqrt{45}; \quad б) \frac{2}{7}\sqrt{147} < 6\sqrt{\frac{5}{12}}; \quad в) 0,3\sqrt{3\frac{1}{3}} < 0,4\sqrt{2\frac{1}{2}};$$

$$3) а) 4\sqrt{5} > \sqrt{45}; \quad б) 2\sqrt{98} < 3\sqrt{72}; \quad в) 5\sqrt{63} > 3\sqrt{112}.$$

$$4. а) \sqrt{16ab^2} = -4b\sqrt{a}, \text{ при } b < 0; \quad б) \sqrt{75x^3y^6} = -5xy^3\sqrt{3x}, \text{ при } y \leq 0;$$

$$в) \sqrt{-27a^5} = 3a^2\sqrt{-3a}; \quad г) \sqrt{8(x+y)^3} = 2(x+y)\sqrt{2(x+y)}.$$

$$5. а) m\sqrt{7} = -\sqrt{7m^2}, \text{ при } m \leq 0; \quad б) x^3\sqrt{3} = -\sqrt{3x^6}, \text{ при } x < 0;$$

$$\text{в)} a\sqrt{-a} = -\sqrt{-a^3}; \quad \text{г)} b\sqrt{\frac{5}{b}} = \sqrt{5b}; \quad \text{д)} (m+n)\sqrt{m+n} = \sqrt{(m+n)^3};$$

$$\text{е)} (b-a)\sqrt{(a-b)} = -\sqrt{(a-b)^3}.$$

$$6. \quad \text{а)} (b-5)\sqrt{\frac{3}{b^2-10b+25}} = \sqrt{\frac{3(b-5)^2}{(b-5)^2}} = \sqrt{3}, \text{ при } b > 5;$$

$$\text{б)} (a+b)\sqrt{\frac{1}{a^2+2ab+b^2}} = -\sqrt{\frac{(a+b)^2}{(a+b)^2}} = -1, \text{ при } a+b < 0.$$



С-22. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ КВАДРАТНЫЕ КОРНИ

$$1. 1) \text{ а)} 2\sqrt{a} + 6\sqrt{a} - 7\sqrt{a} = \sqrt{a}; \quad \text{б)} 4\sqrt{x} + 2\sqrt{x} - 5\sqrt{x} = \sqrt{x};$$

$$\text{в)} \sqrt{49c} - \sqrt{16c} + \sqrt{25c} = 7\sqrt{c} - 4\sqrt{c} + 5\sqrt{c} = 8\sqrt{c};$$

$$\text{г)} \sqrt{32} + \sqrt{18} - \sqrt{50} = 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 2\sqrt{2};$$

$$2) \text{ а)} \sqrt{8m} - 0,2\sqrt{200m} + 3\sqrt{72m} = 2\sqrt{2m} - 2\sqrt{2m} + 18\sqrt{2m} = 18\sqrt{2m};$$

$$\text{б)} 3\sqrt{12b} + 0,5\sqrt{108k} - 2\sqrt{48b} + 0,01\sqrt{300k} = 6\sqrt{3b} + 3\sqrt{3k} - 8\sqrt{3b} + 0,1\sqrt{3k} = \\ = 3,1\sqrt{3k} - 2\sqrt{3b};$$

$$3) \text{ а)} \sqrt{6}(\sqrt{24} - \sqrt{54}) = \sqrt{6}(2\sqrt{6} - 3\sqrt{6}) = -6;$$

$$\text{б)} (7\sqrt{2} - \sqrt{98} + \sqrt{10}) \cdot \sqrt{2} = (7\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + \sqrt{10}) \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{5};$$

$$\text{в)} 2\sqrt{3}(3 - 4\sqrt{75}) - 3\sqrt{12} = 6\sqrt{3} - 8\sqrt{225} - 3\sqrt{12} = 6\sqrt{3} - 120 - 6\sqrt{3} = -120;$$

$$\text{г)} \sqrt{18} - (\sqrt{14} - 2\sqrt{7}) \cdot \sqrt{7} = \sqrt{18} - 7\sqrt{2} + 14 = 3\sqrt{2} - 7\sqrt{2} + 14 = 14 - 4\sqrt{2}.$$

$$2. 1) \text{ а)} (1 - \sqrt{2})(3 + \sqrt{2}) = 3 + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 2 = 1 - 2\sqrt{2};$$

$$\text{б)} (\sqrt{3} + \sqrt{7})(2\sqrt{3} - \sqrt{7}) = 6 - \sqrt{21} + 2\sqrt{21} - 7 = \sqrt{21} - 1;$$

$$\text{в)} (\sqrt{5} - \sqrt{18})(\sqrt{5} - 2\sqrt{2}) = 5 - 2\sqrt{10} - 3\sqrt{10} + 12 = 17 - 5\sqrt{10};$$

$$\text{г)} (2\sqrt{7} + \sqrt{12})(\sqrt{12} - \sqrt{7}) - \sqrt{84} = 2\sqrt{84} - 14 + 12 - \sqrt{84} - \sqrt{84} = -2;$$

$$2) \text{ а)} (b + \sqrt{k})(b - \sqrt{k}) = b^2 - k; \quad \text{б)} (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}) = a - b;$$

$$\text{в)} (3 - \sqrt{15})(\sqrt{15} + 3) = 9 - 15 = -6; \quad \text{г)} (a - \sqrt{c})^2 = a^2 - 2a\sqrt{c} + c;$$

$$\text{д)} (\sqrt{x} + \sqrt{b})^2 = x + 2\sqrt{bx} + b;$$

$$\text{е)} (\sqrt{2} + \sqrt{10})^2 = 2 + 2\sqrt{20} + 10 = 12 + 4\sqrt{5};$$

$$3) \text{ а)} (2\sqrt{3} + 1)(1 - 2\sqrt{3}) = 1 - 12 = -11;$$

$$б) (6\sqrt{2} - \sqrt{13})(\sqrt{13} + 6\sqrt{2}) = 72 - 13 = 59;$$

$$в) (1 + 3\sqrt{2})^2 = 1 + 6\sqrt{2} + 18 = 19 + 6\sqrt{2};$$

$$г) (5\sqrt{6} - 6\sqrt{2})^2 = 150 - 60\sqrt{3} + 72 = 222 - 60\sqrt{3}.$$

$$3. 1) а) a^2 - 3 = (a - \sqrt{3})(a + \sqrt{3});$$

$$б) 13 - x^2 = (\sqrt{13} - x)(\sqrt{13} + x);$$

$$в) 16c^2 - 7 = (4c)^2 - (\sqrt{7})^2 = (4c - \sqrt{7})(4c + \sqrt{7});$$

$$г) 3y^2 - 2 = (y\sqrt{3} - \sqrt{2})(y\sqrt{3} + \sqrt{2});$$

$$2) а) c - 4 = (\sqrt{c} - 2)(\sqrt{c} + 2), \text{ при } c \geq 0;$$

$$б) 7 - x = (\sqrt{7} - \sqrt{x})(\sqrt{7} + \sqrt{x}), \text{ при } x \geq 0;$$

$$в) a - b = (\sqrt{a} - \sqrt{b})(\sqrt{a} + \sqrt{b}), \text{ при } a \geq 0 \text{ и } b \geq 0;$$

$$г) 9x - 16y = (3\sqrt{x} - 4\sqrt{y})(3\sqrt{x} + 4\sqrt{y}), \text{ при } x > 0 \text{ и } y > 0;$$

$$3) а) 5 + \sqrt{5} = \sqrt{5}(\sqrt{5} + 1); \quad б) 11 - 2\sqrt{11} = \sqrt{11}(\sqrt{11} - 2);$$

$$в) \sqrt{a} - a = \sqrt{a}(1 - \sqrt{a}); \quad г) \sqrt{5x} + \sqrt{3x} = \sqrt{x}(\sqrt{5} + \sqrt{3}).$$

$$4. а) \frac{c^2 - 2}{c - \sqrt{2}} = \frac{(c - \sqrt{2})(c + \sqrt{2})}{c - \sqrt{2}} = c + \sqrt{2};$$

$$б) \frac{x + \sqrt{5}}{x^2 - 5} = \frac{x + \sqrt{5}}{(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5})} = \frac{1}{x - \sqrt{5}}; \quad в) \frac{7 + \sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \sqrt{7} + 1;$$

$$г) \frac{a - y}{\sqrt{a} + \sqrt{y}} = \frac{(\sqrt{a} - \sqrt{y})(\sqrt{a} + \sqrt{y})}{\sqrt{a} + \sqrt{y}} = \sqrt{a} - \sqrt{y}.$$

$$5. 1) а) \frac{b}{\sqrt{7}} = \frac{b\sqrt{7}}{7}; \quad б) \frac{5}{\sqrt{x}} = \frac{5\sqrt{x}}{x}; \quad в) \frac{5}{3\sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{18}; \quad г) \frac{12}{7\sqrt{2}} = \frac{12\sqrt{2}}{14} = \frac{6\sqrt{2}}{7};$$

$$д) \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}; \quad е) \frac{5}{4\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{4 \cdot 5} = \frac{\sqrt{5}}{4}.$$

$$2) а) \frac{2}{\sqrt{c+y}} = \frac{2\sqrt{c+y}}{c+y}; \quad б) \frac{6}{\sqrt{5+1}} = \frac{6(\sqrt{5}-1)}{4} = \frac{3(\sqrt{5}-1)}{2};$$

$$в) \frac{c}{\sqrt{a}-\sqrt{c}} = \frac{c(\sqrt{a}+\sqrt{c})}{a-c}; \quad г) \frac{k}{x+\sqrt{k}} = \frac{k(x-\sqrt{k})}{x^2-k};$$

$$д) \frac{5}{\sqrt{13}+\sqrt{3}} = \frac{5(\sqrt{13}-\sqrt{3})}{13-3} = \frac{\sqrt{13}-\sqrt{3}}{2};$$

$$е) \frac{6}{5-2\sqrt{6}} = \frac{6(5+2\sqrt{6})}{1} = 30+12\sqrt{6}.$$

$$6. а) \sqrt{8+4\sqrt{2}} = \sqrt{(\sqrt{6}+\sqrt{2})^2} = \sqrt{6}+\sqrt{2}, \text{ ч.т.д.}$$

$$б) \sqrt{38-12\sqrt{2}} = \sqrt{(6-\sqrt{2})^2} = 6-\sqrt{2}, \text{ ч.т.д.}$$

$$7. а) \sqrt{2\sqrt{5}-2} \cdot \sqrt{2+2\sqrt{5}} = \sqrt{20-4} = 4, \text{ ч.т.д.}$$

$$б) \sqrt{(\sqrt{5}-\sqrt{2}) \cdot 3\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3\sqrt{3}(\sqrt{2}+\sqrt{5})} = \sqrt{(3\sqrt{3})^2(\sqrt{5}^2-\sqrt{2}^2)} = \sqrt{81} = 9, \text{ ч.т.д.}$$

$$8. а) \frac{\sqrt{14}-7}{2-\sqrt{14}} = \frac{\sqrt{7}(\sqrt{2}-\sqrt{7})}{\sqrt{2}(\sqrt{2}-\sqrt{7})} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}};$$

$$б) \frac{\sqrt{x}+\sqrt{2}}{2\sqrt{2}+x\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{2}}{(\sqrt{x}+\sqrt{2})(x-\sqrt{2x}+2)} = \frac{1}{x-\sqrt{2x}+2};$$

$$в) \frac{a\sqrt{a}-b\sqrt{b}}{a\sqrt{a}+b\sqrt{a}+a\sqrt{b}} = \frac{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(a+\sqrt{ab}+b)}{\sqrt{a}(a+\sqrt{ab}+b)} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}}.$$



С-23. УРАВНЕНИЯ И ИХ КОРНИ

1. а) да; б) да; в) да; г) да; д) да.

2. а) $(x+2)(x-7)=0$, $x=-2$ и $x=7$;

б) $(x-1)(x+5)(x-8)=0$, $x=1$, $x=-5$ и $x=8$;

в) $(3x-1)(x+4)=0$, $x=\frac{1}{3}$ и $x=-4$; г) $(2x-3)(x^2+9)(x+5)=0$, $x=\frac{3}{2}$ и $x=-5$.

3. а) $x^2+1=0$ не имеет корней, т.к. $x^2+1>0$ при любом x ;

б) $\sqrt{x}+9=0$ не имеет корней, т.к. $\sqrt{x}+9>0$ при любом x ;

в) $\frac{2x+1}{x+0.5}=0$ не имеет корней, т.к. $\frac{2x+1}{x+0.5}=2$, при $x \neq -0.5$;

г) $\frac{5x-4}{(x+2)(x-0.8)}=0$ не имеет корней, т.к. $\frac{5x-4}{(x+2)(x-0.8)}=\frac{5}{x+2} \neq 0$,
при $x \neq -2$ и $x \neq 0.8$.

4. а) да; б) да; в) да.



С-24. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КВАДРАТНОГО УРАВНЕНИЯ. НЕПОЛНЫЕ КВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. а) $4x^2 - 5x - 7 = 0$; б) $3x^2 + 4x + 1 = 0$;

Самостоятельные работы

в) $7x^2 - x + 6 = 0$, $7x^2 + (-1)x + \underline{6} = 0$; г) $x^2 + 2 - 3x = 0$; $1 \cdot x^2 - \underline{3}x + \underline{2} = 0$;

д) $3x^2 + 2x = 0$, $3x^2 + \underline{2}x + \underline{0} = 0$; е) $8 - 9x^2 = 0$; $\underline{-9}x^2 + \underline{0} \cdot x + \underline{8} = 0$;

ж) $11x^2 = 0$; $11x^2 + \underline{0} \cdot x + \underline{0} = 0$; з) $17 - x^2 - x = 0$; $\underline{-1} \cdot x^2 + (\underline{-1})x + \underline{17} = 0$.

2. Уравнения д), е), ж) – неполные, так как какой-то из коэффициентов или свободный член равны нулю.

3. а) $2x^2 - 18 = 0$, $2(x-3)(x+3) = 0$, $x = \pm 3$;

б) $3x^2 - 12x = 0$; $3x(x-4) = 0$, $x = 0$ и $x = 4$;

в) $2, 7x^2 = 0$, $x = 0$; г) $x^2 + 16 = 0$ – решений нет;

д) $6x^2 - 18 = 0$, $x^2 = 3$, $x = \pm\sqrt{3}$; е) $x^2 - 5x = 0$, $x(x-5) = 0$, $x = 0$ и $x = 5$;

ж) $-\frac{3}{7}x^2 = 0$, $x = 0$; з) $4x^2 + 36 = 0$ – решений нет;

и) $6x - 3x^2 = 0$, $3x(2-x) = 0$, $x = 0$ и $x = 2$;

к) $\frac{1}{6}x^2 - \frac{5}{6} = 0$, $x^2 = 5$, $x = \pm\sqrt{5}$; л) $12 + 4x^2 = 0$ – решений нет;

м) $3, 6x^2 = 0$, $x = 0$.

4. а) $25y^2 - 1 = 0$, $y^2 = \frac{1}{25}$, $y = \pm\frac{1}{5}$;

Проверка: $25 \cdot \left(\pm\frac{1}{5}\right)^2 - 1 = 1 - 1 = 0$ верно;

б) $-y^2 + 2 = 0$, $(\sqrt{2} - y)(\sqrt{2} + y) = 0$, $y = \pm\sqrt{2}$;

Проверка: $-(\pm\sqrt{2})^2 + 2 = -2 + 2 = 0$ верно;

в) $9 - 16y^2 = 0$, $(3-4y)(3+4y) = 0$, $y = \pm\frac{3}{4}$;

Проверка: $9 - 16\left(\pm\frac{3}{4}\right)^2 = 9 - 9 = 0$ верно;

г) $7y^2 + y = 0$; $y(7y+1) = 0$, $y = 0$; и $y = -\frac{1}{7}$;

Проверка: $7 \cdot 0^2 + 0 = 0$, $7 \cdot \left(-\frac{1}{7}\right)^2 - \frac{1}{7} = 0$ верно;

д) $4y - y^2 = 0$, $y(4-y) = 0$, $y = 0$ и $y = 4$;

Проверка: $4 \cdot 0 - 0^2 = 0$, и $4 \cdot 4 - 4^2 = 0$ верно;

е) $0,2y^2 - y = 0$, $y(0,2y - 1) = 0$, $y = 0$ и $y = 5$;

Проверка: $0,2 \cdot 0^2 - 0 = 0$ и $0,2 \cdot 5^2 - 5 = 0$ верно.

5. а) $(x+2)(x-1) = 0$, $x = -2$ и $x = 1$; б) $(x-0,3)x = 0$, $x = 0,3$ и $x = 0$;

в) $x^2 + 4x = 0$, $x(x+4) = 0$, $x = 0$ и $x = -4$;

г) $x^2 - 36 = 0$, $x = \pm 6$; д) $16x^2 - 1 = 0$, $x^2 = \frac{1}{16}$, $x = \pm \frac{1}{4}$;

е) $4x - 5x^2 = 0$, $x(4 - 5x) = 0$, $x = 0$ и $x = \frac{4}{5}$;

ж) $x^2 = 7x$, $x(x-7) = 0$, $x = 0$ и $x = 7$;

з) $x^2 - 3x - 5 = 11 - 3x$, $x^2 = 16$, $x = \pm 4$;

и) $5x^2 - 6 = 15x - 6$, $5x(x-3) = 0$, $x = 0$ и $x = 3$.

6. а) $(x+0,1)(x-\frac{1}{6})(x+3,9) = 0$, $x = -0,1$; $x = \frac{1}{6}$ и $x = -3,9$;

б) $5x(4x-0,2) = 0$, $x = 0$ и $x = \frac{1}{20}$;

в) $6,3x - 0,7x^2 = 0$, $x(6,3 - 0,7x) = 0$, $x = 0$ и $x = 9$;

г) $\frac{1}{5}u^2 - \frac{9}{20} = 0$, $u^2 = \frac{9}{4}$, $u = \pm \frac{3}{2}$; д) $1,4a^2 - 4,2 = 0$, $a^2 = 3$, $a = \pm \sqrt{3}$;

е) $8y + 0,4y^2 = 0$, $y(8 + 0,4y) = 0$, $y = 0$ и $y = -20$.

7. б), в), г).

8. $x - y = 2$ и $\frac{xy}{2} = \frac{x+y}{2}$, тогда $x = y + 2$ и $y(y+2) = y+2+y$, то есть

$$y^2 + 2y = 2y + 2, y = \pm \sqrt{2}, \text{ а } x = 2 \pm \sqrt{2}$$

Ответ: $2 + \sqrt{2}$ и $\sqrt{2}$ или $2 - \sqrt{2}$ и $-\sqrt{2}$.



С-25. РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

1. а) 1; -3; б) $0; -\frac{1}{6}$; в) 0,5; -3; г) $-\frac{1}{6}; 1$.

2. а) 36; б) 0; в) 49; г) -20.

3. а) два; б) один; в) два; г) не имеет.

4. а) $x^2 - 7x + 10 = 0$; б) $x^2 + 0,2x - 0,8 = 0$; в) $x^2 + 3x = 0$;

$$\text{г)} 8x^2 - 2x - 1 = 0; \quad \text{д)} x^2 - 2 = 0; \quad \text{е)} x^2 - 2x - 1 = 0.$$

$$5. \text{ а)} m = \pm 6; \quad \text{б)} m = -1; \quad \text{в)} m = 4; \quad \text{г)} m = \frac{1}{49}.$$

$$6. \text{ а)} x^2 - x = 0, x(x-1) = 0, x = 0 \text{ и } x = 1;$$

$$\text{б)} x^2 + 5x + 6 = 0, D = 1, x = \frac{-5 \pm 1}{2}, x = -2 \text{ и } x = -3;$$

$$\text{в)} 5x^2 + 8x - 4 = 0, D = 144, x = \frac{-8 \pm 12}{10}, x = \frac{2}{5} \text{ и } x = -2;$$

$$\text{г)} x^2 - 6x + 7 = 0; D = 8, x = \frac{6 \pm 2\sqrt{2}}{2}, x = 3 \pm \sqrt{2};$$

$$\text{д)} 7x = 4x^2, x(4x-7) = 0, x = 0 \text{ и } x = \frac{7}{4};$$

$$\text{е)} x^2 - 6x + 5 = 0, D = 16, x = \frac{6 \pm 4}{2}, x = 1 \text{ и } x = 5;$$

$$\text{ж)} 5x^2 - 3 = 0, x^2 = \frac{3}{5}, x = \pm \sqrt{\frac{3}{5}};$$

$$\text{з)} 2x^2 - x + 3 = 0, D = -23, - \text{решений нет.}$$

$$7. \text{ а)} 10x^2 - 3x - 0,4 = 0, D = 25, x = \frac{3 \pm 5}{20}, x = -\frac{1}{10} \text{ и } x = \frac{2}{5};$$

$$\text{б)} 7x^2 + 6x - 1 = 0, D = 64, x = \frac{-6 \pm 8}{14}, x = -1 \text{ и } x = \frac{1}{7};$$

$$\text{в)} 3x^2 - 4x + 2 = 0, D = -8 - \text{решений нет;}$$

$$\text{г)} x^2 + 12 = 7x, x^2 - 7x + 12 = 0, D = 1, x = \frac{7 \pm 1}{2}, x = 3 \text{ и } x = 4;$$

$$\text{д)} 7y^2 + 5y = 2; 7y^2 + 5y - 2 = 0, D = 81, y = \frac{-5 \pm 9}{14}, y = -1 \text{ и } y = \frac{2}{7};$$

$$\text{е)} 1 + 8x = 9x^2, 9x^2 - 8x - 1 = 0, D = 100, x = \frac{8 \pm 10}{18}, x = 1 \text{ и } x = -\frac{1}{9}.$$

$$8. \text{ а)} y^2 - 10y + 25 = (y-5)(y-5); \quad \text{б)} 9x^2 - \frac{49}{144} = 3x - \frac{7}{12} \quad 3x + \frac{7}{12};$$

$$\text{в)} y^2 - 5y + 4 = (y-1)(y-4); \quad \text{г)} x^2 - x - 6 = (x-3)(x+2);$$

$$\text{д)} 2x^2 - 7 = (\sqrt{2}x - \sqrt{7})(\sqrt{2}x + \sqrt{7}); \quad \text{е)} y^2 + 7y - 8 = 0, (y+8)(y-1) = 0.$$

$$9. \text{ а)} a = \pm 8 \quad \text{б)} a = 0 \text{ и } a = 3.$$

$$10. \text{ при } m = 21.$$

**С-26. РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ
(ПРОДОЛЖЕНИЕ)**

1. 1) а) $(x+3)^2 = 2x+6$, $x^2+4x+3=0$, $D=4$, $x = \frac{-4 \pm 2}{2}$, $x = -3$ и $x = -1$;

б) $(x+2)^2 = 43-6x$, $x^2+10x-39=0$, $D=256$, $x = \frac{-10 \pm 16}{2}$,
 $x = 3$, и $x = -13$;

в) $4(x-1)^2 = 12x+3$; $4x^2-20x+1=0$, $D=384$, $x = \frac{20 \pm 8\sqrt{6}}{8}$, $x = \frac{5}{2} \pm \sqrt{6}$;

г) $(x-2)^2 + 24 = (2+3x)^2$, $8x^2+16x-24=0$, $x^2+2x-3=0$,
 $D=16$, $x = \frac{-2 \pm 4}{2}$, $x = 1$ и $x = -3$;

2) а) $(x-3)(x+3) = 5x-13$; $x^2-5x+4=0$, $D=9$, $x = \frac{5 \pm 3}{2}$, $x = 1$ и $x = 4$;

б) $(x+4)(2x-1) = x(3x+11)$, $x^2+4x+4=0$, $(x+2)^2=0$, $x = -2$;

в) $-x(4x+1) = (x+2)(x-2)$, $5x^2+x-4=0$, $D=81$, $x = \frac{-1 \pm 9}{10}$, $x = -1$ и $x = \frac{4}{5}$;

г) $7(1-x) = (2x+3)(1-x)$, $(1-x)(2x-4)=0$, $x = 1$ и $x = 2$;

3) а) $\frac{2x^2+x}{5} = \frac{4x-2}{3}$; $6x^2-17x+10=0$, $D=49$, $x = \frac{17 \pm 7}{12}$, $x = 2$ и $x = \frac{5}{6}$;

б) $\frac{x^2-4}{3} + 4x = 3$, $x^2+12x-13=0$, $D=196$, $x = \frac{-12 \pm 14}{2}$, $x = 1$ и $x = -13$;

в) $\frac{x^2-11}{7} = \frac{x-x^2}{2}$, $9x^2-7x-22=0$, $D=841$, $x = \frac{7 \pm 29}{18}$, $x = 2$ и $x = -\frac{11}{9}$;

г) $\frac{4x^2+x}{3} - \frac{5x-1}{6} = \frac{x^2+17}{9}$; $22x^2-9x-31=0$, $D=2809$, $x = \frac{9 \pm 53}{44}$,
 $x = -1$ и $x = \frac{31}{22}$.

2) а) $a^2-11a+28=0$, $D=9$, $a = \frac{11 \pm 3}{2}$; $a = 4$ и $a = 7$;

б) $a^2-6a=0$, $0,5a^2-16$, $a^2-12a+32=0$, $D=16$, $a = \frac{12 \pm 4}{2}$, $a = 8$ и $a = 4$;

Самостоятельные работы

в) $2a^2 - 1, 6a = 1, 8a^2 + 0, 4a + 5, a^2 - 10a - 25 = 0, D = 200,$

$$a = \frac{10 \pm 10\sqrt{2}}{2}, a = 5 \pm 5\sqrt{2}.$$

3. а) $x^2 - 4x - 3 = 0, D = 28, x = \frac{4 \pm 2\sqrt{7}}{2}, x \approx -0,646$ и $x \approx 4,646;$

б) $9y^2 + 6y - 17 = 0, D = 648, x = \frac{-6 \pm 18\sqrt{2}}{18}, x \approx -1,746$ и $x \approx 1,081.$

4. $4y^2 + my - 5 = 0, D = m^2 + 20 \cdot 4 = m^2 + 80 > 0$ при любом m , так что уравнение имеет 2 корня, ч.т.д.

5. $x^2(a-2) + ax + 1 = 0, D = a^2 - 4(a-2) = (a-2)^2 + 4 > 0$, так что уравнение имеет 2 корня, ч.т.д.

6. а) $\frac{x^3}{|x|} + 3x + 2 = 0$, при $x > 0: x^2 + 3x = 0, x = -2$ и $x = -1$ – посторонние при

$$x < 0: -x^2 + 3x + 2 = 0, x^2 - 3x - 2 = 0, x = \frac{3 \pm \sqrt{17}}{2}, x = \frac{3 - \sqrt{17}}{2}.$$

Ответ: $\frac{3 - \sqrt{17}}{2}.$

б) $x^2 + \frac{x^2}{|x|} - 6 = 0$, при $x > 0: x^2 + x - 6 = 0, x = 2$ и $x = -3$ (не подходит);

при $x < 0: x^2 - x - 6 = 0, x = -2$ и $x = 3$ (не подходит). Ответ: $x = 2$ и $x = -2$.



С-27. ТЕОРЕМА ВИЕТА

1. 1) а) $x_1 + x_2 = 14, x_1 x_2 = 33;$ б) $x_1 + x_2 = -12, x_1 x_2 = -28;$

в) $y_1 + y_2 = -17, y_1 y_2 = 52;$ г) $y_1 + y_2 = -12, y_1 y_2 = 35;$

2) а) $x_1 + x_2 = -17, x_1 x_2 = 0;$ б) $z_1 + z_2 = 0; z_1 z_2 = 15;$

в) $y_1 + y_2 = 0, y_1 y_2 = -75;$ г) $z_1 + z_2 = 2, 3; z_1 z_2 = 0;$

3) а) $x_1 + x_2 = \frac{2}{7}, x_1 x_2 = -2;$ б) $y_1 + y_2 = -\frac{15}{2}, y_1 y_2 = \frac{3}{2};$

в) $y_1 + y_2 = -\frac{1}{4}; y_1 y_2 = -4;$ г) $x_1 + x_2 = 0, x_1 x_2 = -\frac{14}{3}.$

2. а) $x^2 - 7x + 12 = 0;$ б) $x^2 - 3x - 10 = 0;$ в) $x^2 - \frac{34}{15}x + 1 = 0$

3. 1) а) $x = 2$ и $x = 4$; б) $z = -2$ и $z = -3$;

2) а) $x = 5$ и $x = -3$; б) $y = -8$ и $y = 1$;

3) а) $x = 3$ и $x = 12$; б) $y = -3$ и $y = 13$.

4. 1) а) $x^2 - 21x + 54 = 0$, $x_1 = 3$; тогда $x_2 = 21 - 3 = 18$;

б) $9x^2 - 2x - 21 = 0$, $x_1 = 3$; тогда $x_2 = -\frac{21}{27} = -\frac{7}{9}$.

5. 1) а) $x_1 < 0$, $x_2 < 0$; б) $y_1 > 0$, $y_2 < 0$;

2) а) $y_1 < 0$, $y_2 > 0$; б) $x_1 > 0$, $x_2 > 0$;

3) а) $x_1 > 0$, $x_2 < 0$; б) $y_1 < 0$, $y_2 < 0$.

6. 1) а) $x^2 + 5x + k = 0$, $x_1 = -2$, тогда $x_2 = -3$ $k = 6$;

б) $x^2 + kx - 16 = 0$, $x_1 = -2$, тогда $x_2 = 8$, $k = -6$;

2) а) $5x^2 - 7x + k = 0$, $x_1 = -2$, тогда $x_2 = \frac{17}{5}$ и $k = -34$;

б) $3x^2 + kx + 10 = 0$, $x_1 = -2$, тогда $x_2 = -\frac{5}{3}$ и $k = 11$.

7. $x^2 - 9x - 17 = 0$;

1) а) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_2 + x_1}{x_1 x_2} = \frac{9}{-17} = -\frac{9}{17}$;

б) $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 x_2 = 81 + 34 = 115$;

в) $(x_1 - x_2)^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 = 81 + 68 = 149$;

г) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} = \frac{x_1^2 + x_2^2}{x_1 x_2} = \frac{115}{-17} = -\frac{115}{17}$;

д) $(x_1^3 + x_2^3) = (x_1 + x_2)(x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2) = (-9) \cdot (115 + 17) = -1188$;

2) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{9}{17}$, а $\frac{1}{x_1} \cdot \frac{1}{x_2} = -\frac{1}{17}$, т.о. корни уравнения получаем

$$y^2 + \frac{9}{17}y - \frac{1}{17} = 0.$$



С-28. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ КВАДРАТНЫХ УРАВНЕНИЙ

1. $n_1 - n_2 = 7$; $n_1 = 7 + n_2$; $n_1 = 7 + n_2$;
 $n_1 n_2 = 330$; $n_2(7 + n_2) = 330$; $n_2^2 + 7n_2 - 330 = 0$;

$n_2 = 15$, так как $n_2 > 0$, а $n_1 = 7 + n_2 = 22$. Ответ: 15 и 22.

$$2. \begin{cases} ab = 360 \\ a + b = 39 \end{cases}; \begin{cases} (39 - b)b = 360 \\ a = 39 - b \end{cases}; \begin{cases} b^2 - 39b + 360 = 0 \\ a = 39 - b \end{cases};$$

$b = 24$ или $b = 15$; $a = 15$ или $a = 24$. Ответ: 15 дм и 24 дм.

$$3. \begin{cases} a - b = 14 \\ a^2 + b^2 = 676 \end{cases}; \begin{cases} a = 14 + b \\ (14 + b)^2 + b^2 = 676 \end{cases}; \begin{cases} a = 14 + b \\ b^2 + 14b - 240 = 0 \end{cases};$$

$b = 10$, так как $b > 0$, $a = 24$. Ответ: 10 дм и 24 дм.

$$4. \begin{cases} x^3 + y^3 = 1547 \\ x + y = 17 \end{cases}; \begin{cases} (x + y)(x^2 - xy + y^2) = 1547 \\ x + y = 17 \end{cases}; \begin{cases} (x + y)^2 - 3xy = 91 \\ x + y = 17 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x + y = 17 \\ xy = 66 \end{cases}; \begin{cases} x = 17 - y \\ y(17 - y) = 66 \end{cases}; \begin{cases} x = 17 - y \\ y^2 - 17y + 66 = 0 \end{cases}; \begin{cases} y = 6 \text{ или } y = 11 \\ x = 11 \text{ или } x = 6 \end{cases};$$

Ответ: 6 и 11.

$$5. \begin{cases} 75 = v_0 - 5 \\ 300 - v_0 t - 5t^2 \end{cases}; v_0 = 80 \text{ тогда } 5t^2 - 80t + 300 = 0, t^2 - 16t + 60 = 0, t = 6 \text{ и}$$

$t = 10$. Ответ: через 6 сек. и через 10 сек.



С-29. РАЗЛОЖЕНИЕ КВАДРАТНОГО ТРЕХЧЛЕНА НА МНОЖИТЕЛИ. БИКВАДРАТНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$1. 1) \text{ а) } x^2 - 8x + 15 = (x - 5)(x - 3); \quad \text{б) } x^2 + 5x - 14 = (x + 7)(x - 2);$$

$$\text{в) } x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4); \quad \text{г) } x^2 - 3x - 18 = (x - 6)(x + 3);$$

$$2) \text{ а) } 5x^2 + 7x - 24 = (x + 3)(5x - 8); \quad \text{б) } 7x^2 - 8x + 1 = 7(x - 1)(x - \frac{1}{7});$$

$$\text{в) } 15x^2 - 8x + 1 = (5x - 1)(3x - 1); \quad \text{г) } x^2 - 2x - 2 = (x - 1 - \sqrt{3})(x - 1 + \sqrt{3}).$$

$$2. 1) \text{ а) } \frac{x^2 + 7x + 12}{x + 4} = \frac{(x + 3)(x + 4)}{x + 4} = x + 3;$$

$$\text{б) } \frac{x - 2}{x^2 + 3x - 10} = \frac{x - 2}{(x - 2)(x + 5)} = \frac{1}{x + 5};$$

$$2) \text{ а) } \frac{3x^2 - 16x + 5}{x - 5} = \frac{(3x - 1)(x - 5)}{x - 5} = 3x - 1;$$

$$\text{б) } \frac{x + 1}{4x^2 + x - 3} = \frac{x + 1}{(4x - 3)(x + 1)} = \frac{1}{4x - 3};$$

$$3) \text{ а) } \frac{3x^2 + 5x - 2}{x^2 - 4} = \frac{(x+2)(3x-1)}{(x-2)(x+2)} = \frac{3x-1}{x-2};$$

$$\text{б) } \frac{9x^2 - 1}{3x^2 - 8x - 3} = \frac{(3x-1)(3x+1)}{(3x+1)(x-3)} = \frac{3x-1}{x-3}.$$

$$3. 1) \text{ а) } x^4 - 17x^2 + 16 = 0, x^2 = t, t^2 - 17t + 16 = 0, t = 1 \text{ и } t = 16,$$

$$x^2 = 1 \text{ и } x^2 = 16, x = \pm 1 \text{ и } x = \pm 4;$$

$$\text{б) } x^4 - 29x^2 + 100 = 0, t^2 - 29t + 100 = 0, t = 4 \text{ и } t = 25, x^2 = 4 \text{ и } x^2 = 25,$$

$$x = \pm 2 \text{ и } x = \pm 5;$$

$$\text{в) } 4x^4 - 37x^2 + 9 = 0, t = x^2, 4t^2 - 37t + 9 = 0, t = \frac{1}{4} \text{ и } t = 9, x^2 = \frac{1}{4} \text{ и } x^2 = 9,$$

$$x = \pm \frac{1}{2} \text{ и } x = \pm 3;$$

$$\text{г) } 9x^4 - 40x^2 + 16 = 0, x^2 = t, 9t^2 - 40t + 16 = 0, t = \frac{4}{9} \text{ и } t = 4, x^2 = \frac{4}{9} \text{ и } x^2 = 4,$$

$$x = \pm \frac{2}{3} \text{ и } x = \pm 2;$$

$$2) \text{ а) } x^4 + 5x^2 - 36 = 0, x^2 = t, t^2 + 5t - 36 = 0, t = -9 \text{ и } t = 4, x^2 = -9$$

$$\text{и } x^2 = 4, \text{ и } x = \pm 2;$$

$$\text{б) } 16x^4 + 55x^2 - 36 = 0, x^2 = t, 16t^2 + 55t - 36 = 0, t = -4 \text{ и } t = \frac{9}{16},$$

$$x^2 = -4 \text{ и } x^2 = \frac{9}{16}, x = \pm \frac{3}{4};$$

$$3) \text{ а) } x^4 - 8x^2 + 16 = 0, x^2 = t, t^2 - 8t + 16 = 0, t = 4, x^2 = 4, x = \pm 2;$$

$$\text{б) } x^4 + 5x^2 + 9 = 0, x^2 = t, t^2 + 5t + 9 = 0, D < 0 - \text{решений нет.}$$

$$4. 1) \text{ а) } \frac{x^2 + x + 6}{x^2 - 2x - 15} = \frac{x^2 + x + 6}{(x-5)(x+3)} - \text{дробь не сокращается;}$$

$$\text{б) } \frac{x^2 - 5x - 6}{x^2 - 8x + 12} = \frac{(x-6)(x+1)}{(x-2)(x-6)} = \frac{x+1}{x-2};$$

$$\text{в) } \frac{3x^2 + 5x - 2}{x^2 - 3x - 10} = \frac{(x+2)(3x-1)}{(x+2)(x-5)} = \frac{3x-1}{x-5};$$

$$\text{г) } \frac{4x^2 - 5x + 1}{1 - 4x^2 - 5x} = \frac{(x-1)(4x-1)}{1 - 4x^2 - 5x} - \text{дробь не сокращается;}$$

$$2) \text{ а) } \frac{x^3 - 5x^2 - 14x}{x^2 - 2x - 8} = \frac{x(x-7)(x+2)}{(x-4)(x+2)} = \frac{x^2 - 7x}{x-4};$$

$$б) \frac{2x^2 + 11x - 6}{x^3 + 3x^2 - 18x} = \frac{(x+6)(2x-1)}{x(x+6)(x-3)} = \frac{2x-1}{x^2-3x}.$$

$$3) \text{ а) } \frac{x^4 - 10x^2 + 9}{x^2 - 2x - 3} = \frac{(x^2-1)(x^2-9)}{(x-3)(x+1)} = (x-1)(x+3) = x^2 + 2x - 3;$$

$$б) \frac{x^3 - 4x}{x^4 - 3x^2 - 4} = \frac{x(x^2-4)}{(x^2-4)(x^2+1)} = \frac{x}{x^2+1}.$$



С-30. ДРОБНЫЕ РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

$$1. 1) \text{ а) } \frac{x^2+3x}{2} + \frac{x-3x^2}{8} = 2x; \frac{(x^2+3x) \cdot 4 + x-3x^2}{8} = 2x;$$

$$x^2 + 13x = 16x; x(x-3) = 0, x=0 \text{ и } x=3;$$

$$б) \frac{2x+1}{3} - \frac{4x-x^2}{12} = \frac{x^2-4}{9}; (2x+1) \cdot 12 - 3(4x-x^2) = 4(x^2-4);$$

$$x^2 - 12x - 28 = 0, x=14 \text{ и } x=-2;$$

$$2) \text{ а) } \frac{x^2}{3-x} = \frac{2x}{3-x}, \begin{cases} x^2 = 2x \\ x \neq 3 \end{cases}; x=0 \text{ и } x=2;$$

$$б) \frac{x^2-1}{x+5} = \frac{5-x}{x+5}, \begin{cases} x^2-1=5-x \\ x \neq -5 \end{cases}; \begin{cases} x^2+x-6=0 \\ x \neq -5 \end{cases}, x=2 \text{ и } x=-3;$$

$$в) \frac{x^2+3x}{x-4} = \frac{x^2-x}{4-x}, \begin{cases} x^2+3x=x-x^2 \\ x \neq 4 \end{cases}; \begin{cases} 2x^2=-2x \\ x \neq 4 \end{cases}, x=0 \text{ и } x=-1;$$

$$г) \frac{x^2-6x}{3x-1} = \frac{3x-4}{1-3x}, \begin{cases} x^2-6x=4-3x \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases}; \begin{cases} x^2-3x-4=0 \\ x \neq \frac{1}{3} \end{cases}, x=-1 \text{ и } x=4;$$

$$3) \text{ а) } \frac{2x+3}{x+2} = \frac{3x+2}{x}, \begin{cases} (2x+3)x=(3x+2)(x+2) \\ x+2 \neq 0, x \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2+5x+4=0 \\ x \neq -2, x \neq 0 \end{cases}, x=-1 \text{ и } x=-4;$$

$$б) \frac{y+3}{y-3} = \frac{2y+3}{y}, \begin{cases} (y+3)y=(2y+3)(y-3) \\ y-3 \neq 0, y \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} y^2-6y-9=0 \\ y \neq 3, y \neq 0 \end{cases}, y=3 \pm 3\sqrt{2};$$

$$в) \frac{4x+1}{x-3} = \frac{3x-8}{x+1}, \begin{cases} (4x+1)(x+1) = (3x-8)(x-3) \\ x-3 \neq 0, x+1 \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2 + 22x - 23 = 0 \\ x \neq 3, x \neq -1 \end{cases},$$

$$x = 1 \text{ и } x = -23;$$

$$г) \frac{5y-2}{2y+1} = \frac{3y+2}{y+3}, \begin{cases} (5y-2)(y+3) = (3y+2)(2y+1) \\ 2y+1 \neq 0, y+3 \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} y^2 - 6y + 8 = 0 \\ y \neq -\frac{1}{2}, y \neq -3 \end{cases},$$

$$y = 2 \text{ и } y = 4;$$

$$4) а) \frac{4x^2 - 11x - 3}{3-x} = 0, \quad 4x^2 - 11x - 3 = 0, \quad x = \frac{11 \pm 13}{8}, \quad x = -\frac{1}{4};$$

$$x \neq 3$$

$$б) \frac{2x^2 + x - 1}{2x - 1} = 2, \begin{cases} 2x^2 + x - 1 = 2(2x - 1) \\ 2x - 1 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 = 0 \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}, \begin{cases} x = \frac{3 \pm 1}{4} \\ x \neq \frac{1}{2} \end{cases}, x = 1;$$

$$в) \frac{2y^2 + 5y + 2}{y^2 - 4} = 1, \quad 2y^2 + 5y + 2 = y^2 - 4, \quad y^2 + 5y + 6 = 0, \quad y \neq \pm 2, \quad y = -3;$$

$$г) \frac{3}{x-2} = 2x+1, \begin{cases} 3 = (2x+1)(x-2) \\ x-2 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 2x^2 - 3x - 5 = 0 \\ x \neq 2 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = \frac{3 \pm 7}{4} \\ x \neq 2 \end{cases}, x = \frac{5}{2} \text{ и } x = -1;$$

$$д) \frac{9x+3}{1+3x} = x-7, 3 = x-7, x = 10.$$

$$2. 1) а) \frac{3x-9}{x-1} + \frac{x+6}{x+1} = 3, \quad \begin{cases} (3x-9)(x+1) + (x+6)(x-1) = 3(x+1)(x-1) \\ x-1 \neq 0, x+1 \neq 0 \end{cases},$$

$$x^2 - x - 12 = 0, \quad x = -3 \text{ и } x = 4;$$

$$x \neq \pm 1$$

$$б) \frac{4y+7}{2y-3} - \frac{y-3}{2y+3} = 1, \begin{cases} (4y+7)(2y+3) - (y-3)(2y-3) = (2y-3)(2y+3) \\ (2y-3)(2y+3) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 2y^2 + 35y + 21 = 0 \\ y \neq \pm \frac{3}{2} \end{cases}; y = \frac{-35 \pm \sqrt{1057}}{4};$$

$$в) \frac{3}{x+2} - \frac{3}{2-x} = \frac{2}{x^2-4}, \begin{cases} 3(x-2)+3(x+2)=2 \\ x^2-4 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 6x=2 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}, x = \frac{1}{3};$$

$$г) \frac{2y-8}{y-5} + \frac{10}{y^2-25} = \frac{y+4}{y+5}, \begin{cases} (2y-8)(y+5)+10=(y+4)(y-5) \\ y^2-25 \neq 0 \end{cases},$$

$$y^2+3y-10=0, y=2; \\ y \neq \pm 5$$

$$2) а) \frac{5}{y+3} - \frac{3}{y} = \frac{2-y}{y^2+3y}, \begin{cases} 5y-3(y+3)=2-y \\ y^2+3y \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 3y=11 \\ y \neq 0, y \neq -3 \end{cases}, y = \frac{11}{3};$$

$$б) \frac{2x-7}{x-4} - \frac{x+2}{x+1} = \frac{x+6}{(x-4)(x+1)}, \begin{cases} (2x-7)(x+1)-(x+2)(x-4)=x+6 \\ (x-4)(x+1) \neq 0 \end{cases},$$

$$x^2-4x-5=0, x=5; \\ x \neq 4, x \neq -1$$

$$3) а) \frac{5}{x-2} + 1 = \frac{14}{x^2-4x+4}, \begin{cases} 5(x-2)+(x-2)^2=14 \\ x-2 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x^2+x-20=0 \\ x \neq 2 \end{cases}, x=-5 \text{ и } x=4;$$

$$б) \frac{1}{3x+1} - \frac{1}{9x^2+6x+1} = 2, \begin{cases} 3x+1-1=2(3x+1)^2 \\ 3x+1 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 18x^2+9x+2=0 \\ x \neq -\frac{1}{3} \end{cases} - \text{решений нет};$$

$$в) \frac{1}{(x-3)^2} + \frac{9}{(x+3)^2} - \frac{6}{x^2-9} = 0, \begin{cases} (x+3)^2+9(x-3)^2-6(x^2-9)=0 \\ x^2-9 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 4x^2-48x+144=0 \\ x^2 \neq 3 \end{cases}, \begin{cases} x^2-12x+36=0 \\ x \neq \pm 3 \end{cases}, x=6;$$

$$г) \frac{3}{1-4y^2} + \frac{4}{2y^2+y} = \frac{3}{4y^2+4y+1}, \begin{cases} y(1+2y) \cdot 3+4(1-2y)(1+2y)=3y(1+2y) \\ y(1-2y)(1+2y)^2 \neq 0 \end{cases},$$

$$10y^2-6y-4=0 \\ y \neq 0, y \neq \pm \frac{1}{2}, y=1 \text{ и } y=-\frac{2}{5};$$

$$3. \text{ а) } \frac{7a-6}{a^3+27} = \frac{1}{a^2-3a+9} - \frac{1}{a+3}, \quad 7a-6 = a+3 - (a^2-3a+9), \quad a^3+27 \neq 0,$$

$$\begin{cases} a^2+3a=0 \\ a \neq -3 \end{cases}, a=0;$$

$$6) \frac{y+3}{9y^2+3y+1} + \frac{3}{27y^3-1} = \frac{1}{3y-1}, \quad (y+3)(3y-1)+3=9y^2+3y+1, \quad 3y-1 \neq 0,$$

$$6y^2-5y+1=0 \\ y \neq \frac{1}{3}, \quad y = \frac{1}{2};$$

$$\text{в) } \frac{1-x}{x^3-3x^2-4x+12} - \frac{2}{(x+2)(x-3)} = \frac{1}{x-2}, \quad \begin{cases} 1-x-2(x-2) = (x+2)(x-3) \\ (x-3)(x+2)(x-2) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x^2+2x-11=0 \\ x \neq 3, x \neq \pm 2 \end{cases}; x = -1 \pm \sqrt{12};$$

$$\text{г) } \frac{1}{x^3-x} + \frac{1}{x^3+x} - \frac{2}{x^4-1} = 0, \quad x^2+1+x^2-1-2x=0, \quad x(x^4-1) \neq 0,$$

$$\begin{cases} x^2-x=0 \\ x \neq \pm 1, x \neq 0 \end{cases} - \text{решений нет.}$$

$$4. \text{ а) } y=0 \text{ и } y = \frac{(x-3)(2x+5)}{x+2}; \frac{(x-3)(2x+5)}{x+2} = 0, x=3 \text{ и } x = -\frac{5}{2}$$

Ответ: (3; 0) и $\left(-\frac{5}{2}; 0\right)$;

$$\text{б) } y=0 \text{ и } y = \frac{x^2-2x-8}{x-4}; \frac{x^2-2x-8}{x-4} = 0, \frac{(x-4)(x+2)}{(x-4)} = 0, x = -2.$$

Ответ: (-2; 0);

$$\text{в) } y=3x+1 \text{ и } y = \frac{x+27}{x-3}; 3x+1 = \frac{x+27}{x-3}, \quad \frac{(3x+1)(x-3)=x+27}{x \neq -3},$$

$$3x^2-9x-30=0, \quad x=5 \text{ и } x=-2. \quad \text{Ответ: } (-2; -5) \text{ и } (5; 16); \\ x \neq -3$$

$$\text{г) } y=4x \text{ и } y = \frac{7}{x+1}-1, 4x = \frac{7-(x+1)}{x+1}, \begin{cases} 4x(x+1)=6-x \\ x \neq -1 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 4x^2 + 5x - 6 = 0 \\ x \neq -1 \end{cases}, x = -2 \text{ и } x = \frac{3}{4}. \text{ Ответ: } (-2; -8) \text{ и } \left(\frac{3}{4}; 3\right).$$

$$5. \text{ а) } \frac{x\sqrt{7}}{x\sqrt{7}-\sqrt{2}} = \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{7}-x\sqrt{2}}, \begin{cases} 7x - x^2\sqrt{14} = x^2\sqrt{14} - 2x \\ x \neq \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}} \text{ и } x \neq \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \end{cases}, \begin{cases} x(9 - 2x\sqrt{14}) = 0 \\ x \neq \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{7}}, x \neq \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \end{cases},$$

$$x = 0 \text{ и } x = \frac{9}{2\sqrt{14}};$$

$$б) \frac{x\sqrt{5}+\sqrt{3}}{x\sqrt{5}-\sqrt{3}} + \frac{x\sqrt{5}-\sqrt{3}}{x\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{32x}{5x^2-3}, \begin{cases} (x\sqrt{5}+\sqrt{3})^2 + (x\sqrt{5}-\sqrt{3})^2 = 32x \\ 5x^2-3 \neq 0 \end{cases},$$

$$5x^2 - 16x + 3 = 0$$

$$x \neq \pm\sqrt{\frac{3}{5}}, x = 3 \text{ и } x = \frac{1}{5}.$$

$$6. \text{ а) } x^2 + 3x = \frac{8}{x^2 + 3x - 2}, y = x^2 + 3x, y = \frac{8}{y-2}, \frac{y^2 - 2y - 8}{y-2} = 0, y = -2 \text{ и } y = 4,$$

$$x^2 + 3x + 2 = 0 \text{ и } x^2 + 3x - 4 = 0, x = -1, x = -2, x = 1 \text{ и } x = -4;$$

$$б) (x-2)(x+7) = \frac{19}{(x+1)(x+4)}, x^2 + 5x - 14 = \frac{19}{x^2 + 5x + 4}, x^2 + 5x + 4 = y,$$

$$y - 18 = \frac{19}{y}, y^2 - 18y - 19 = 0, y = -1 \text{ и } y = 19, x^2 + 5x + 4 = -1$$

$$\text{и } x^2 + 5x + 4 = 19, x^2 + 5x + 5 = 0 \text{ (корней нет)}$$

$$\text{и } x^2 + 5x - 15 = 0, x = \frac{-5 \pm \sqrt{85}}{2}.$$



С-31. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ РАЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

$$y = x + 4$$

$$y = x + 4$$

$$1. \frac{x+2}{y+21} = \frac{x}{y} - \frac{1}{4}; \frac{x+2}{x+25} = \frac{x}{x+4} - \frac{1}{4};$$

$$\begin{cases} y = x + 4 \\ (x+2) \cdot 4(x+4) = 4x(x+25) - (x+25)(x+4), \\ (x+25)(x+4) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} y = x + 4 \\ x^2 - 47x + 132 = 0, \\ x \neq -4, x \neq -25 \end{cases}$$

$$x = 3 \text{ и } x = 44, y = 7 \text{ и } y = 48, \text{ но } \frac{44}{48} = \frac{11}{12} - \text{сократимо. Ответ: } \frac{3}{7}.$$

2. V – собственная скорость катера, $V > 2$; t_1 – время движения по течению,

$$t_1 = \frac{40}{V+2}; t_2 - \text{время движения против течения, } t_2 = \frac{6}{V-2}, \text{ тогда:}$$

$$\frac{40}{V+2} + \frac{6}{V-2} = 3; \quad 3V^2 - 46V + 56 = 0, \quad V = \frac{46 \pm 38}{6}, \quad V = 14 \text{ км/ч, т.к. } V > 2.$$

3. Пусть x курток шила в день первая мастерская и $(x-4)$ куртки – вторая

мастерская. Первая мастерская сошьет 96 курток за $\frac{96}{x}$ дней, вторая

мастерская – за $\frac{96}{x-4}$. Имеем уравнение: $\frac{96}{x-4} - \frac{96}{x} = 2$,

$$x^2 - 4x - 192 = 0, \quad x = 16 \text{ (так как } x > 4 \text{)}. \text{ Ответ: 12 дней и 16 дней.}$$

$$x \neq 0, x \neq 4$$

4. S – задание;

V_0 – скорость слесаря;

V_1 и V_2 – скорость учеников, тогда:

$$\begin{aligned} V_0 &= V_1 + V_2 & V_0 &= V_1 + V_2 & V_0 &= V_1 + V_2 \\ \frac{S}{V_0} + 2 &= \frac{S}{V_1}; & \frac{S}{V_1 + V_2} + 2 &= \frac{S}{V_1}; & S(V_1 + V_2) &= 2(V_1 + V_2) \cdot V_1 + SV_1; \\ & & & & S(V_1 + V_2) &= 8(V_1 + V_2)V_2 + SV_2 \\ \frac{S}{V_0} + 8 &= \frac{S}{V_2} & \frac{S}{V_1 + V_2} + 8 &= \frac{S}{V_2} \end{aligned}$$

$$V_0 = V_1 + V_2$$

$$V_2 = \frac{2V_1^2}{S - 2V_1} \quad ; \text{ решаем последнее уравнение}$$

$$SV_1 = 8V_1 \cdot \frac{2V_1^2}{S - 2V_1} + 8 \cdot \frac{2V_1^2}{S - 2V_1}^2$$

$$SV_1(S - 2V_1)^2 = 16V_1^3(S - 2V_1) + 32V_1^4; \quad SV_1(S - 2V_1)^2 = 16SV_1^3, \text{ так как}$$

$$V_1 \neq 0, (S - 2V_1)^2 = 16V_1^2; 12V_1^2 + 4SV_1 - S^2 = 0, V_1 = \frac{-4S \pm 8S}{24},$$

$$\text{так как } V_1 > 0, \text{ то } V_1 = \frac{S}{6}, \text{ тогда } V_2 = \frac{2 \frac{S^2}{36}}{\frac{2S}{3}} = \frac{S}{12} \text{ и } V_0 = V_1 + V_2 = \frac{S}{4},$$

$$\text{тогда } \frac{S}{V_0} = 4, \frac{S}{V_1} = 6 \text{ и } \frac{S}{V_2} = 12. \text{ Ответ: за 4 ч.; за 6 ч.; за 12 ч.}$$



С-32. ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ

1. а) $x^2 = 6 - x$, чертим графики функций $y = x^2$ и $y = 6 - x$;
они пересекаются в точках $x = -3$ и $x = 2$ (см. рис. 34);

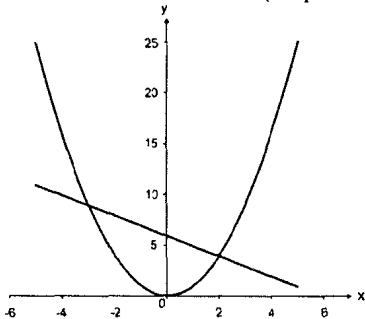


Рис. 34

- б) $2x^2 - 3x - 2 = 0$, чертим график $y = 2x^2 - 3x - 2$,

он пересекает ось абсцисс в точках с $x = -\frac{1}{2}$ и $x = 2$. (см. рис. 35);

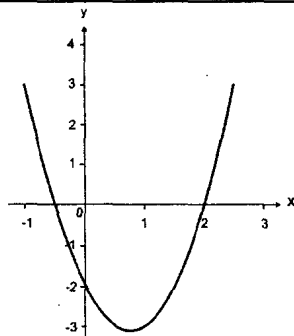


Рис. 35

Проверка:

а) $x^2 + x - 6 = 0$, $x = -3$ и $x = 2$ — верно;

б) $2x^2 - 3x - 2 = 0$, $x = \frac{3 \pm 5}{4}$, $x = 2$ и $x = -\frac{1}{2}$ — верно.

2. а) $x^2 = \frac{4}{x}$, чертим графики $y = x^2$ и $y = \frac{4}{x}$, они пересекаются в точке с $x \approx 1,6$ (см. рис. 36);

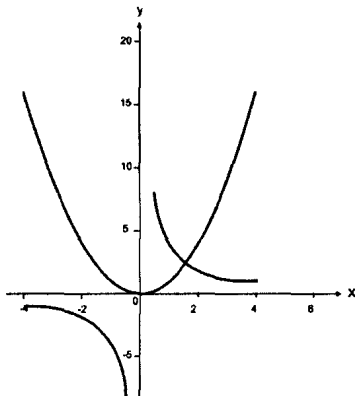


Рис. 36

- б) $\frac{1}{x} = 2x + 1$, чертим графики $y = \frac{1}{x}$ и $y = 2x + 1$, они пересекаются в точках

с $x = -1$ и $x = \frac{1}{2}$ (см. рис. 37);

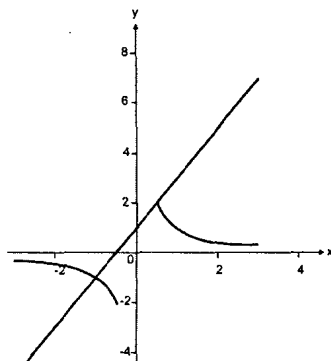


Рис. 37

в) $\sqrt{x} = x - 6$, чертим графики $y = \sqrt{x}$ и $y = x - 6$, они пересекаются в точке с $x = 9$ (см. рис. 38);

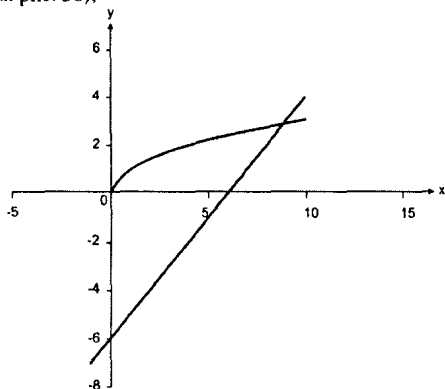


Рис. 38

г) $\sqrt{x} = \frac{8}{x}$, чертим графики функций $y = \sqrt{x}$ и $y = \frac{8}{x}$ они пересекаются в точке $x = 4$ (см. рис. 39).

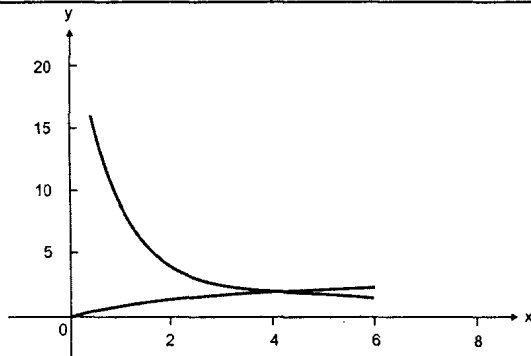


Рис. 39

3. а) при $a \geq 0$ – прямая $y = ax$ – не пересекает график $y = -\frac{5}{x}$,

а при $a < 0$ – пересекает в 2-х точках, значит уравнение имеет 2 корня при $a < 0$ и не имеет корней при $a \geq 0$; (см. рис. 40);

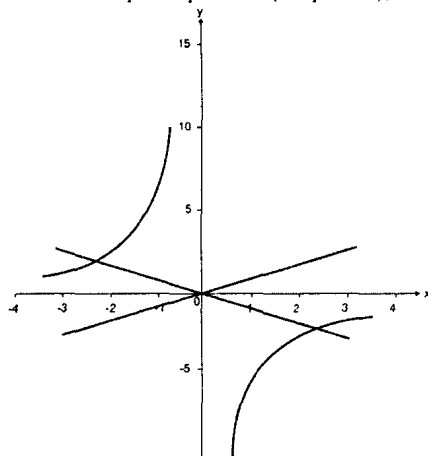


Рис. 40

б) при $a > 0$, прямая $y = ax$ пересекает график функции $y = \sqrt{x}$ в 2-х точках, а при $a \leq 0$ – в одной (см. рис. 41), значит уравнение имеет 1 корень при $a \leq 0$ и имеет 2 корня при $a > 0$;

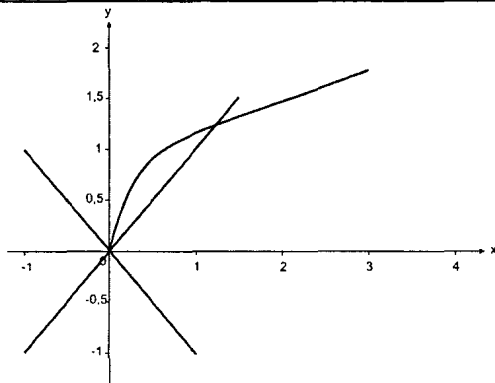


Рис. 41

в) при $a > 0$, прямая $y = ax$ – пересекает график функции $y = \frac{x}{|x|}$

в 2-х точках, а при $a \leq 0$ – не пересекает (см. рис. 42), значит уравнение имеет два корня при $a > 0$ и не имеет корней при $a \leq 0$;

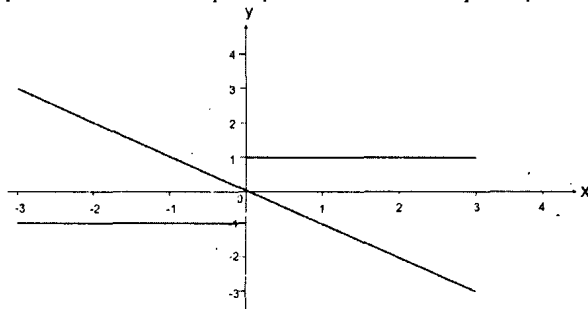


Рис. 42

г) при $a \geq 0$ – прямая $y = ax$ пересекает график функции $y = -x^3$

в одной точке, а при $a < 0$ в 3-х точках (см. рис. 43), так что уравнение имеет один корень при $a \geq 0$ и имеет 3 корня при $a < 0$;

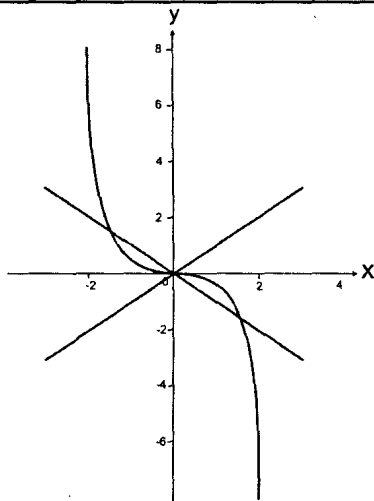


Рис. 43

д) при $a < -1$, $a = 0$ или $a \geq 1$ – прямая $y = ax$ – пересекает график $y = |x-2|$ в одной точке, при $0 < a < 1$ – в двух, а при $-1 \leq a < 0$ – не пересекает (см. рис. 44), так что уравнение имеет два корня при $0 < a < 1$, один корень при $a < -1$, $a = 0$ или $a \geq 1$, и не имеет корней при $-1 \leq a < 0$.

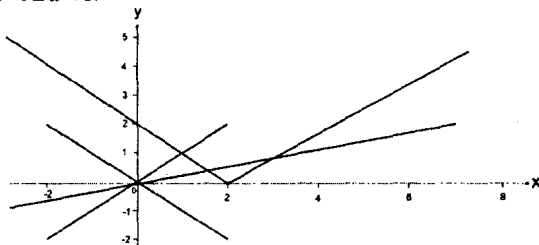


Рис. 44

III

С-33. СРАВНЕНИЕ ЧИСЕЛ (ПОВТОРЕНИЕ)

1. 1) а) $\frac{5}{12} > \frac{3}{8}$; б) $2\frac{1}{8} > 2,125$; в) $0,4 > \frac{2}{7}$; г) $1,3 > 1\frac{1}{6}$;

$$2) \text{ а) } -\frac{1}{4} > -\frac{1}{3}; \quad \text{б) } -\frac{1}{9} > -0,16; \quad \text{в) } -\frac{3}{4} = -0,75; \quad \text{г) } -0,14 = -\frac{7}{50}.$$

$$2. \quad \text{а) } -5; -4,7; -4,6; \quad \text{б) } -4,1; -4.$$

$$3. 1) \text{ а) } 32,16 : 1,6 = 6,7 : \frac{1}{3}; \quad \text{б) } 8,165 : 0,5 > 163 \cdot 0,1;$$

$$2) \text{ а) } -1,24 \cdot 7,5 < 12 : (-1,5); \quad \text{б) } 3 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 8,1 : (-5,4).$$

$$4. \quad \text{а) верно; б) верно; в) верно; г) неверно.}$$

$$5. 1) \text{ а) } (-1,7)^8 > 0; \quad \text{б) } (-3,15)^3 < 0;$$

$$\text{в) } \left(-1\frac{1}{3}\right)^4 > 0; \quad \text{г) } \left(-\frac{2}{7}\right)^5 < 0; \quad \text{д) } 0^6 = 0;$$

$$2) \text{ а) } 5,1^5 \cdot (-1,6)^3 < 0; \quad \text{б) } (-3,8)^6 \cdot (-2,4)^4 > 0;$$

$$\text{в) } 0^7 \cdot (-1,6)^{12} = 0; \quad \text{г) } (-1,75)^{10} \cdot (-3,16)^9 < 0.$$

$$6. \quad 0,9; 0,8; \frac{4}{7}; 0,5; \frac{3}{7}.$$

$$7. \quad \text{а) } 1547 \cdot \frac{4}{9} < 1547 \cdot \frac{7}{9}; \quad \text{б) } 2187 : \frac{2}{3} > 2187 \cdot \frac{2}{3};$$

$$\text{в) } 289 \cdot 17 = 289 : \frac{1}{17}; \quad \text{г) } 156,4 : 0,2 > 156,4 \cdot 0,2.$$

$$8. \quad \text{а) } 3,7 < 3,75 < 3,8; \quad \text{б) } 0 < 0,1 < 0,2;$$

$$\text{в) } -8,6 < -8,55 < -8,5; \quad \text{г) } -\frac{1}{3} < -\frac{7}{24} < -\frac{1}{4}.$$

$$9. \quad \text{а) да; б) нет.}$$



С-34. СВОЙСТВА ЧИСЛОВЫХ НЕРАВЕНСТВ

$$1. \quad \text{а) } 0 < 5, -3 < 2; \quad \text{б) } -25 < -23, -21 < -19;$$

$$\text{в) } 18 > -30, -4,5 < \frac{15}{2}, -3 < 5; \quad \text{г) } -3 < -1,9 > 3,45 > 15.$$

$$2. \quad a > b, \text{ тогда:}$$

$$1) \text{ а) } a + 6 > b + 6; \quad \text{б) } 7,3a > 7,3b; \quad \text{в) } -16,2a < -16,2b;$$

$$2) \text{ а) } b - 8 < a - 8; \quad \text{б) } 7 - a < 7 - b; \quad \text{в) } -\frac{a}{5} < -\frac{b}{5}.$$

$$3. \quad c; a; b; d.$$

$$4. \quad \text{а) } a > 0, b > 0; \quad \text{б) } a < 0, b < 0; \quad \text{в) } a > 0, b > 0; \quad \text{г) } a > 0, b > 0.$$

5. $b - 8; b - 6; b; a; a + 2; a + 11$.
6. $a < b$, тогда:
а) $a < b + 11$; б) $a - 4 < b$; в) $-a > -3 - b$; г) $-(a - 4) > -b$.
7. $a > b > 0$, тогда:
а) $8a > 6b$; б) $12a > b$; в) $-6a < -4b$; г) $-11a < -3b$.
8. а) неверно; б) неверно.

**С-35. СЛОЖЕНИЕ И УМНОЖЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ**

1. 1) а) $13 < 19$; б) $6 > 2$; 2) а) $0 > -4$; б) $-\frac{2}{3} < -\frac{1}{6}$.
2. 1) а) $96 > 30$; б) $400 < 505$; 2) а) $\frac{6}{49} < \frac{1}{6}$; б) $0,036 > 0,0032$.
3. 1) а) верно; б) верно; в) неверно;
2) а) верно; б) верно; в) неверно;
3) неверно.
4. $a > 5, b > 6$, тогда:
1) а) $2a > 10$ и $2a + b > 16$, ч.т.д.;
б) $6a > 30, 8b > 48$ и $6a + 8b > 78 > 60$, ч.т.д.;
2) а) $10a > 50, 3b > 18$ и $10a + 3b > 68 > 65$, ч.т.д.;
б) $12a > 60, 4b > 24, 12a + 4b > 84 \geq 80$, ч.т.д..
5. $a > 6$ и $b < -1$, тогда:
1) а) $3a > 18, -b > 1, 3a - b > 19 > 16$;
б) $8a > 48, -9b > 9, 8a - 9b > 57 > 49$, ч.т.д.;
в) $10b < -10, -6a < -36, 10b - 6a < -46$, ч.т.д.;
2) а) $-4b > 4$ и $a - 4b > 10 > 4$, ч.т.д.;
б) $11a > 66, -10b > 10, 11a - 10b > 76 > 64$, ч.т.д.;
в) $-12a < -72, b - 12a < -73 < -50$, ч.т.д..
6. $0 < a < 7$ и $0 < b < 3$, тогда:
а) $5a < 35, 11b < 33, 5a + 11b < 68 < 70$, ч.т.д.;
б) $ab < 21, ab + 4 < 25 < 30$, ч.т.д..
7. а) $3a + 2b > 16$ при $a > 4$ и $b > 8$;
б) $b - 4a$ и -40 – нельзя сравнить при $a > 8$ и $b < 6$;
в) $5a - b > 20$ при $a > 4$ и $b < -3$;
г) $a - 4b$ и 4 – нельзя сравнить при $a > 4$ и $b > 2$.

**С-36. ДОКАЗАТЕЛЬСТВО НЕРАВЕНСТВ**

1. $a < 0$ и $b > 0$, тогда:

1) $5a < 0; 3b > 0; -4a > 0; -8b < 0; -a > 0; -b < 0;$

2) $a^2 > 0, b^3 > 0, a^5 < 0, b^4 > 0, a^2b > 0, a^3b^2 < 0, (ab)^4 > 0, (ab)^5 < 0;$

3) $\frac{a}{5} < 0, \frac{-4}{b} < 0, \frac{a}{b} < 0, \frac{a^2}{b} > 0, \left(\frac{b}{a}\right)^5 < 0, \frac{a^4}{b^7} > 0.$

2. $b > 0$, тогда:

1) $b^2 > 0, (-b)^2 > 0, -b^2 < 0, 8b^2 > 0, -10b^2 < 0, (-12b)^2 > 0;$

2) $b^2 + 8 > 0, (b-8)^2 \geq 0, -b^2 - 1 < 0, (b-4)^2 + 1 > 0, b^2 - 6b + 9 \geq 0.$

3. $b^2 \geq 0, 1 + b^2 > 0.$

4. 1) а) $x(x+4) + 6 - 4x = x^2 + 6 > 0$, тогда $x(x+4) + 6 > 4x$, ч.т.д.;

б) $(a-2)(a+2) + 11 = a^2 + 7 > 0$, ч.т.д.;

в) $(a+6)^2 - 12a = a^2 + 36 > 0$, тогда $(a+6)^2 > 12a$, ч.т.д.;

2) а) $(a+5)(a-2) - (a-5)(a+8) = 30 > 0$, т.о. $(a+5)(a-2) > (a-5)(a+8)$, ч.т.д.;

б) $x(x+10) - (x+5)^2 = -25 < 0$, т.о. $x(x+10) < (x+5)^2$, ч.т.д.;

в) $b(b-4) + 4 = (b-2)^2 \geq 0$ т.о. $b(b-4) \geq -4$, ч.т.д.;

3) а) $\frac{(5x+1)^2}{5} - 2x = 5x^2 + \frac{1}{5} > 0$, т.о. $\frac{(5x+1)^2}{5} > 2x$, ч.т.д.;

б) $\frac{(a+3)^2}{6} - (a-2) = \frac{a^2}{6} + \frac{7}{2} > 0$, т.о. $\frac{(a+3)^2}{6} \geq (a-2)$.

5. $a < 0, b > 0$, тогда:

а) $a - b < 0;$ б) $b - a > 0;$ в) $12a - 5b < 0;$

г) $3b - 6a > 0;$ д) $\frac{a}{2a-b} > 0;$ е) $\frac{b}{b-4a} > 0.$

6. а) $-b^2 - 16 < 0;$ б) $1 + b^2 > 0;$ в) $(b-6)^2 + 9 > 0;$

г) $-(b-1)^2 + (-3)^5 < 0;$ д) $(1-a)^2 + (5a-11)^2 > 0.$

7. $\frac{a^4 + 2}{0,5 + a^2} - 2 = \frac{a^4 - 2a^2 + 1}{a^2 + 0,5} = \frac{(a^2 - 1)^2}{a^2 + 0,5} \geq 0$, значит, $\frac{a^2}{1 + a^4} \leq \frac{1}{2}$, ч.т.д.;

8. а) $a^2 + 8a + 17 = (a+4)^2 + 1 > 0$, ч.т.д.;

б) $b^2 + 9 + 4b = (b + 2)^2 + 5 > 0$, т.о. $b^2 + 9 > -4b$, ч.т.д.;

в) $x^2 + y^2 - 2(x + y - 1) = (x - 1)^2 + (y - 1)^2 \geq 0$, т.о. $x^2 + y^2 \geq 2(x + y - 1)$.

9. $\frac{a+n}{b+n} - \frac{a}{b} = \frac{ab+bn-ab-an}{b(b+n)} = \frac{n(b-a)}{b(b+n)} < 0$, так как

$a > 0, b > 0, a > b, n > 0$, т.о. $\frac{a+n}{b+n} < \frac{a}{b}$, ч.т.д.

10. V – скорость 1-го велосипедиста,
 S – путь.

$$\frac{2S}{V} - \left(\frac{S}{V+2} + \frac{S}{V-2} \right) = \frac{2S}{V} - \frac{2SV}{V^2-4} = \frac{2SV^2-8S-2SV^2}{V(V^2-4)} = \frac{-8S}{V(V^2-4)} < 0,$$

так как $V > 2$, так что первый велосипедист затратил меньше времени.



С-37. ОЦЕНКА ЗНАЧЕНИЯ ВЫРАЖЕНИЯ

1. $-6 < x < 8$, тогда:

1) а) $-18 < 3x < 24$; б) $-32 < -4x > -24$;

в) $-8 < -x < 6$; г) $-2 < \frac{x}{3} < \frac{8}{3}$; д) -1 ;

2) а) $-3 < 5 - x < 11$; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{4}{x}$ – оценить нельзя;

г) $-19 < 3x - 1 < 23$; д) $-38 < 2 - 5x < 32$.

2. $3 < a < 4, -5 < b < -4$, тогда:

а) $-2 < a + b < 0$; б) $7 < a - b < 9$; в) $-20 < ab < -12$; г) $-1 < \frac{a}{b} < -\frac{3}{5}$.

3. $4,4 < a < 4,5, 2,4 < b < 2,5, P = 2(a + b), S = ab$, тогда:

$13,6 < P < 14$ и $10,56 < S < 11,25$.

4. $1,7 < \sqrt{3} < 1,8$ и $2,2 < \sqrt{5} < 2,3$, тогда:

а) $2,8 < 3\sqrt{3} - \sqrt{5} < 3,2$; б) $3,74 < \sqrt{15} < 4,14$;

в) $6,1 < \sqrt{20} + \sqrt{3} < 6,4$; г) $7,14 < \sqrt{12} + \sqrt{15} < 7,74$.

5. $6,2 < a < 6,3$ и $1, 0 < b < 1,2$, тогда:

$6,2^2 - 1,2^2 < a^2 - b^2 < 6,3^2 - 1,0^2; 37 < a^2 - b^2 < 39,69$.

6. а) $1 < a < 2$ и $0 < b < 4; 3 < 3a + 4b < 22$;

б) $-2 < a < -1$ и $0 < b < 3$; $-2 < a + \frac{1}{3}b < 0$;

в) $-3 < a < -2$ и $1 < b < 2$; $5 < -a + 3b < 9$;

г) $0,5 < a < 1,5$ и $1,2 < b < 1,6$; $-2,7 < \frac{b}{4} - 2a < -0,6$.

7. $2 \leq a \leq 3$ и $1 \leq b \leq 2$, тогда:

а) $0 \leq a - b \leq 2$ и $3 \leq a + b \leq 5$; $0 \leq (a - b)(a + b) \leq 10$, но $4 \leq a^2 \leq 9$

и $-4 \leq -b^2 \leq -1$ и $0 \leq a^2 - b^2 \leq 8$.

8. $26^\circ < \angle B < 27^\circ$ и $72^\circ < \angle C < 73^\circ$, тогда:

$\angle A = 180^\circ - \angle B - \angle C$ и $80^\circ < \angle A < 82^\circ$.

9. $12,6 \leq a \leq 12,8$, тогда если b – средняя линия, то $b = \frac{a}{2}$ и $6,3 \leq b \leq 6,4$.



С-38. ЧИСЛОВЫЕ ПРОМЕЖУТКИ

1. 1) а) см. рис. 45а;

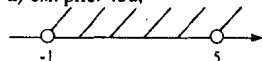


Рис. 45а

в) см. рис. 45в;

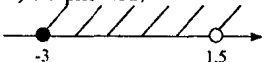


Рис. 45в

2) а) см. рис. 46а;

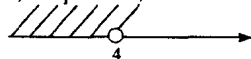


Рис. 46а

в) см. рис. 46в;

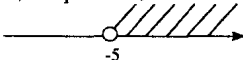


Рис. 46в

б) см. рис. 45б;

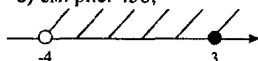


Рис. 45б

г) см. рис. 45г;

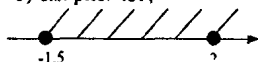


Рис. 45г

б) см. рис. 46б;

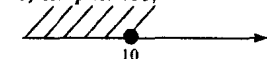


Рис. 46б

г) см. рис. 46г;

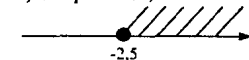


Рис. 46г

2. $(-10; -5)$; $[4; 15]$; $[-3; 2]$; $[11; +\infty)$; $(-\infty; -8)$.

3. 1) а) $(1; +\infty)$ см. рис. 47а;

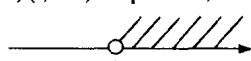


Рис. 47а

б) $[4,5; +\infty)$ см. рис. 47б;

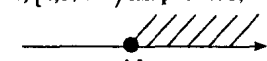


Рис. 47б

в) $(-\infty; 8)$ см. рис. 47в;

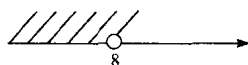


Рис. 47в

г) $(-\infty; 1,6]$ см. рис.47г;

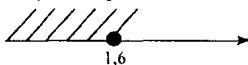


Рис.47г

2) а) $(-2; 0)$ см. рис. 48а;

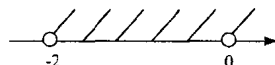


Рис. 48а

б) $[5; 7]$ см. рис. 48б;

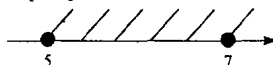


Рис.48б

в) $(-2; 1,5]$ см. рис. 48в;

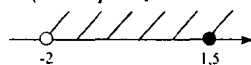


Рис. 48в

г) $[0; 6,5)$ см. рис. 48г.

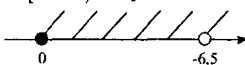


Рис.48г

4. Числа $-2; 1; 0; 1; 2; 3; 2, 4$ – принадлежат промежутку $[-2, 5; 2, 4]$,
а число $-2, 6$ – не принадлежит промежутку $[-2, 5; 2, 4]$.

5. а) $-1; 0; 1; 2$; б) 0 ; в) $-3; -2; -1; 0; 1$; г) $-3; -2; -1; 0$.

6. а) 1 ; б) -1 ; в) 0 ; г) 1 .

7. $0, 1; 0, 15$ и $-0, 1; -0, 15$.

8. а) нет; б) да; в) да; г) да;

9. а) $[0; 5]$ см. рис. 49а;

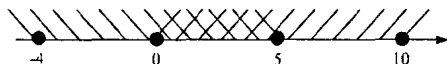


Рис. 49а

б) $(-2; -1)$ см. рис. 49в;

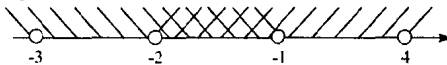


Рис. 49б

в) $[-5; 5]$ см. рис. 49б;

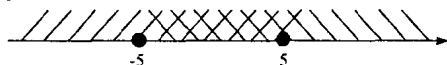


Рис. 49в

г) $(3; +\infty)$ см. рис.49г;

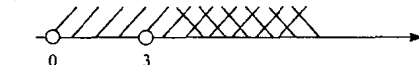


Рис. 49г

10. а) см. рис. 50а;

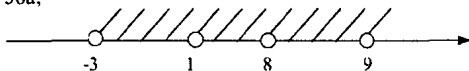


Рис. 50а

б) см. рис. 50б;

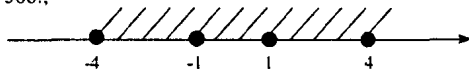


Рис. 50б

в) см. рис. 50в;

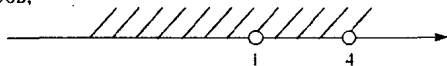


Рис. 50в

г) см. рис. 50г;

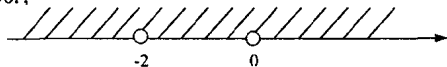


Рис. 50г

11. а) пусть Z_3 – множество целых чисел кратных 3, тогда $N \cap Z_3 = Z_3^+$, а

$N \cup Z_3 = N \cup Z_3^-$, где Z_3^+ – положительные числа из Z_3 , а Z_3^- – отрицательные из Z_3 и 0;

б) I – множество иррац. чисел, тогда $I \cap R = I$, а $I \cup R = R$.

II

С-39. РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ

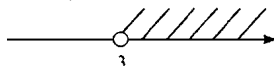
1. а) $6x > 54$, $x > 9$; $x = 10$, $x = 11$, $x = 20$;б) $3x < 108$, $x < 36$; $x = 0,5$, $x = -3$; $x = -58$;в) $-8x > 32$, $x < -4$; $x = -6$, $x = -5$; $x = -10$;г) $-5x < -65$, $x > 13$; $x = 15$, $x = 20$, $x = 100$.2. а) $17x > 51$, $x > 3$ (см. рис. 51а);

Рис. 51а

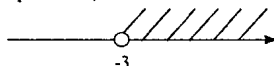
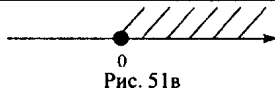
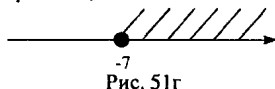
б) $-9x < 27$, $x > -3$ (см. рис. 51б);

Рис. 51б

в) $18x \geq 0$, $x \geq 0$ (см. рис. 51в);



г) $-5x \leq 35, x \geq -7$ (см. рис. 51г).



3. 1) а) $6x > 48, x > 8$; б) $7x < 2, x < 6$;
в) $-x > -8, x < 8$; г) $-12x < 24, x > -2$;

- 2) а) $6x > 13, x > \frac{13}{6}$; б) $4x < 1,6, x < 0,4$;

- в) $12x \geq -18, x \geq -\frac{3}{2}$; г) $-9x \leq 24, x \geq -\frac{8}{3}$;

- 3) а) $\frac{1}{3}x > 2, x > 6$; б) $\frac{2}{9}x < 36, x < 162$;

- в) $-\frac{1}{4}x < 6, x > -24$; г) $-\frac{3}{7}x > 21, x < -49$;

- 4) а) $0,5x > 3, x > 6$; б) $-0,7x < 1,4, x > -2$;

- в) $10x < 0,1, x < 0,01$; г) $-9x > 1,3, x < -\frac{13}{90}$.

4. а) при $-6x > -48, x < 8$; б) при $-6x < 6, x > -1$.

5. а) 7; б) 6; в) -3; г) 3.

6. а) $-3x < -3$; б) $5x < -15$.

7. $bx > 6$ равносильно $x > \frac{6}{b}$ при $b > 0$.



С-40. РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

1. $3x - 1 < 11, 3x < 12, x < 4$; числа 0 и 3,9 – являются решением неравенства, а числа 4 и 4,1 – не являются.

2. 1) а) $17 + x > 37, x > 20$; б) $5 - x \leq 1, x \geq 4$;

- в) $6,2 + x \geq 10, x \geq 3,8$; г) $0,6 - 2x < 0, 2x > 0,6, x > 0,3$;

- 2) а) $1 + 6x < 7, 6x < 6, x < 1$; б) $6x + 1 > 0, 6x > -1, x > -\frac{1}{6}$;

- в) $3 - 2x \leq 8, 2x \geq -5, x \geq -\frac{5}{2}$; г) $6 - 15x \geq 0, 15x \leq 6, x \leq \frac{2}{5}$;

Самостоятельные работы

3) а) $4 + x < 1 - 2x$, $3x < -3$, $x < -1$; б) $2 + 6x > 5 + 7x$, $x < -3$;

в) $4x + 7 \leq 6x + 1$, $2x \geq 6$, $x \geq 3$; г) $9x \geq 4x + 2$, $5x \geq 2$, $x \geq \frac{2}{5}$;

4) а) $4(1 + x) > x - 2$, $3x > -6$, $x > -2$;

б) $-(2x + 1) \leq 3(x + 2)$, $5x \geq -7$, $x \geq -\frac{7}{5}$;

в) $6(2x - 1) - (2 + x) < 0$, $11x < 8$, $x < \frac{8}{11}$; г) $4(1 - x) + 5(x + 8) \geq 0$, $x \geq -44$;

5) а) $\frac{3x}{5} < 1$, $x < \frac{5}{3}$; б) $\frac{x}{8} > 0$, $x > 0$; в) $\frac{4x}{3} \geq 2$, $x \geq \frac{3}{2}$; г) $\frac{5x}{6} \leq 0$, $x \leq 0$;

6) а) $\frac{2+x}{20} < 1$, $x < 18$; б) $\frac{3-x}{6} > 3$, $\frac{x}{6} < -\frac{5}{2}$, $x < -15$;

в) $\frac{1+6x}{7} \leq 1$, $1+6x \leq 7$, $x \leq 1$; г) $\frac{7-2x}{3} \geq 0$, $7-2x \geq 0$, $x \leq \frac{7}{2}$;

7) а) $\frac{3x}{4} - x > 2$, $-\frac{x}{4} > 2$, $x < -8$; б) $2x + \frac{x}{3} \geq 7$, $\frac{7x}{3} \geq 7$, $x \geq 3$;

в) $\frac{4x}{8} - x \leq 0$, $\frac{x}{2} \geq 0$, $x \geq 0$;

г) $\frac{2x-1}{5} - 3x > \frac{10x+1}{5}$, $2x-1-15x > 10x+1$, $23x < -2$, $x < -\frac{2}{23}$.

3. а) $12 - a > 0$ при $a < 12$;

б) $6a + 37 < 0$, при $a < -\frac{37}{6}$.

4. $2b - 1 > \frac{4+3b}{5}$, при $10b - 5 > 4 + 3b$, $7b > 9$, $b > \frac{9}{7}$.

5. а) при $1, 5x - 9 > 0$, $x > 6$; б) при $1, 5x - 9 < 0$, $x < 6$.

6. а) $6x^2 - 3x(2x + 4) > 48$, $-12x > 48$, $x < -4$;

б) $(a + 6)(3a - 8) - 3(a^2 - 1) < 20$, $10a - 45 < 20$, $10a < 65$, $a < 6,5$;

в) $\frac{5x}{12} - \frac{x-2}{4} + \frac{x+1}{3} < 0$, $5x - 3(x-2) + 4(x+1) < 0$, $6x < -10$, $x < -\frac{5}{3}$;

г) $x - \frac{3x-1}{3} + \frac{x+1}{2} \geq 1$, $6x - 2(3x-1) + 3(x+1) \geq 6$, $3x \geq 1$, $x \geq \frac{1}{3}$.

7. а) $3x - 4 = b$, $x = \frac{b+4}{3}$, $x < 0$ при $\frac{b+4}{3} < 0$, $b+4 < 0$, $b < -4$;

б) $5 - 2x = b - 1$, $x = \frac{6-b}{2}$, $x > 0$ при $\frac{6-b}{2} > 0$, $6 - b > 0$, $b < 6$.

8. $bx < 3x - 5$, $(b-3)x < -5$, уравнение не имеет решений при $b = 3$.



С-41. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ НЕРАВЕНСТВ

1. а) да; б) нет; в) да.

2. 1) а) $\begin{cases} x > 1,5 \\ x < 3 \end{cases}$, $1,5 < x < 3$; б) $\begin{cases} x > 4 \\ x < -6 \end{cases}$ — решений нет;

в) $\begin{cases} x > -6 \\ x > -3 \end{cases}$, $x > -3$; г) $\begin{cases} x < -1,5 \\ x < -2 \end{cases}$, $x < -2$;

2) а) $\begin{cases} 4x < 12 \\ -x > -5 \end{cases}$, $\begin{cases} x < 3 \\ x < 5 \end{cases}$, $x < 3$; б) $\begin{cases} 0,2x > 2 \\ -3x < -12 \end{cases}$, $\begin{cases} x > 10 \\ x > 4 \end{cases}$, $x > 10$;

в) $\begin{cases} 0,6x > 3 \\ -10x > -70 \end{cases}$, $\begin{cases} x > 5 \\ x < 7 \end{cases}$, $5 < x < 7$; г) $\begin{cases} \frac{1}{3}x > 1 \\ -8x > -16 \end{cases}$, $\begin{cases} x > 3 \\ x < 2 \end{cases}$ — решений нет;

3) а) $\begin{cases} 3x < x+4 \\ 0,5x < 1,4-0,2x \end{cases}$, $\begin{cases} 2x < 4 \\ 0,7x < 1,4 \end{cases}$, $\begin{cases} x < 2 \\ x < 2 \end{cases}$, $x < 2$;

б) $\begin{cases} 7x+2 > 6x-1 \\ x+1,6 > 2 \end{cases}$, $\begin{cases} x > -3 \\ x > 0,4 \end{cases}$, $x > 0,4$;

в) $\begin{cases} 6,5x-2 < 1,5x-1 \\ 2-3x < x+6 \end{cases}$, $\begin{cases} 5x < 1 \\ -4x < 4 \end{cases}$, $\begin{cases} x < \frac{1}{5} \\ x > -1 \end{cases}$, $-1 < x < \frac{1}{5}$;

4) а) $\begin{cases} 5(x+1)-6 < 2,6+x \\ 3x-0,5 > 2(x-0,4)-x \end{cases}$, $\begin{cases} 4x < 3,6 \\ 2x > -0,3 \end{cases}$, $\begin{cases} x < 0,9 \\ x > -0,15 \end{cases}$, $-0,15 < x < 0,9$;

б) $\begin{cases} 3(x+1)-(x-2) < x \\ 2 > 5x-(2x-1) \end{cases}$, $\begin{cases} x < -5 \\ 3x < 1 \end{cases}$, $\begin{cases} x < -5 \\ x < \frac{1}{3} \end{cases}$, $x < -5$;

в) $\begin{cases} 1,2(3-x)-0,8x > 6 \\ -2(1-4x)-5x < x \end{cases}$, $\begin{cases} -2x > 2,4 \\ 2x < 2 \end{cases}$, $\begin{cases} x < -1,2 \\ x < 1 \end{cases}$, $x < -1,2$;

$$5) \text{ а) } \begin{cases} \frac{x}{3} \leq 12 \\ \frac{x}{6} > 1 \end{cases}, \begin{cases} x \leq 36 \\ x > 6 \end{cases}, 6 < x \leq 36; \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{5x-1}{4} < 1 \\ \frac{x}{7} \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} 5x-1 < 4 \\ x \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} x < 1 \\ x \geq 0 \end{cases}, 0 \leq x < 1;$$

$$\text{в) } \begin{cases} 1 - \frac{x}{4} > x \\ x - \frac{x-4}{5} > 1 \end{cases}, \begin{cases} \frac{5x}{4} < 1 \\ \frac{4x}{5} > \frac{1}{5} \end{cases}, \begin{cases} x < \frac{4}{5} \\ x > \frac{1}{4} \end{cases}, \frac{1}{4} < x < \frac{4}{5}.$$

$$3. \text{ При } \begin{cases} -x+8 > 0 \\ 6x+2 > 0 \end{cases}, \begin{cases} x < 8 \\ x > -\frac{1}{3} \end{cases}, \text{ то есть при } -\frac{1}{3} < x < 8.$$

$$4. \text{ а) } \begin{cases} 9x+2 > 3+x \\ 3x-4 < x \end{cases}, \begin{cases} 8x > 1 \\ 2x < 4 \end{cases}, \begin{cases} x > \frac{1}{8} \\ x < 2 \end{cases}, \frac{1}{8} < x < 2; x=1;$$

$$\text{б) } \begin{cases} 1,5x+0,5 > 2 \\ 0,7x-0,2 < 4 \end{cases}, \begin{cases} x > 1 \\ 0,7x < 4,2 \end{cases}, \begin{cases} x > 1 \\ x < 6 \end{cases}, 1 < x < 6; x=2, x=3, x=4, x=5;$$

$$\text{в) } \begin{cases} 1,4x-7 \geq 0 \\ 0,9-0,1x \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} 1,4x \geq 7 \\ 0,1x \leq 0,9 \end{cases}, \begin{cases} x \geq 5 \\ x \leq 9 \end{cases}, 5 \leq x \leq 9,$$

$$x=5, x=6, x=7, x=8, x=9.$$

$$5. \text{ а) } \begin{cases} 0,8(x-3)-3,2 < 0,3(2-x) \\ 0,2(1+2x) > -(x-1,6) \end{cases}, \begin{cases} 1,1x < 6,2 \\ 1,4x > 1,4 \end{cases}, \begin{cases} x < \frac{62}{11} \\ x > 1 \end{cases}, 1 < x < \frac{62}{11};$$

$$\text{б) } \frac{2x-1}{6} + \frac{x+2}{3} - \frac{x-8}{2} > x-1, \quad \begin{cases} 2x-1+2(x+2)-3(x-8) > 6(x-1) \\ 2-2x > 0,5+0,5x \end{cases}, \quad \begin{cases} 2,5x < 1,5 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 5x < 33 \\ x < \frac{3}{5} \end{cases}, \begin{cases} x < \frac{33}{5} \\ x < \frac{3}{5} \end{cases}, x < \frac{3}{5}.$$

$$6. \quad \begin{cases} x > 6 \\ x < 12, 6 < x < 12; \\ x < 20 \end{cases} \quad \text{б)} \quad \begin{cases} 3x > 7 \\ 6x < 20, \\ 5x > 15 \end{cases} \quad \begin{cases} x > \frac{7}{3} \\ x < \frac{10}{3}, 3 < x < \frac{10}{3}; \\ x > 3 \end{cases}$$

$$в) \quad \begin{cases} x-8 > 4 \\ 2x+6 > 1, \\ 6-x > 26 \end{cases} \quad \begin{cases} x > 12 \\ x > -\frac{5}{2} \\ x < -20 \end{cases} \quad \text{-- решений нет.}$$

$$7. \quad \begin{cases} 6x < 36 \\ x > b \end{cases}, \quad \begin{cases} x < 6 \\ x > b \end{cases} \quad \text{-- не имеет решений при } b \geq 6.$$

8. Пусть b – боковая сторона, тогда:

$$\begin{cases} 2b > 16 \\ 2b+16 > 48 \end{cases}, \quad \begin{cases} b > 8 \\ 2b > 32 \end{cases}, \quad b > 16. \quad \text{Ответ: больше 16 см.}$$



С-42. РЕШЕНИЕ ДВОЙНЫХ НЕРАВЕНСТВ

1. а) см. рис. 52а;

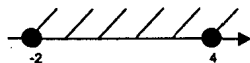


Рис. 52а

б) см. рис. 52б;

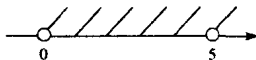


Рис. 52б

в) см. рис. 52в;

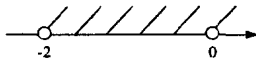


Рис. 52в

г) см. рис. 52г;

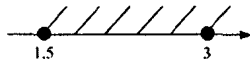


Рис. 52г

2. а) -7; -6; -5; -4; -3; -2; -1; 0; 1; б) -4; -3; -2; -1; 0; 1;

в) 0; 1; 2; 3; 4;

г) 0; 1; 2; 3; 4; 5.

3. 1) а) $3,5 < 5x < 10, 0,7 < x < 2$; б) $-2 \leq 3x \leq 6, -\frac{2}{3} \leq x \leq 2$;

Самостоятельные работы

- в) $6 < -6x < 12, -2 < x < -1$;
- 2) а) $3 < x+1 < 8, 2 < x < 7$; б) $-2 < 9+x < 9, -11 < x < 0$;
в) $-3 < 15+x < 3, -18 < x < -12$;
- 3) а) $-6 < 5x-1 < 5, -5 < 5x < 6, -1 < x < \frac{6}{5}$;
б) $-2 \leq 1-2x \leq 2, -3 \leq -2x \leq 1, -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$;
в) $-9 < 1-x < 0, -10 < -x < -1, 1 < x < 10$;
- 4) а) $-1 < \frac{x}{6} < 1, -6 < x < 6$; б) $0 \leq \frac{x}{4} \leq 2, 0 \leq x \leq 8$; в) $0,5 < \frac{x}{2} < 4,5, 1 < x < 9$;
- 5) а) $-3 < \frac{5x+2}{2} < 1, -6 < 5x+2 < 2, -8 < 5x < 0, -\frac{8}{5} < x < 0$;
б) $-1 \leq \frac{6+2x}{4} \leq 0, -4 \leq 6+2x \leq 0, -10 \leq 2x \leq -6, -5 \leq x \leq -3$;
в) $3 < \frac{1-x}{4} < 7, 12 < 1-x < 28, 11 < -x < 27, -27 < x < -11$.
4. а) при $-6 < 3-5x < 6, -9 < -5x < 3, -\frac{3}{5} < x < \frac{9}{5}$;
б) при $-4 \leq \frac{2x+1}{3} \leq 0, -12 \leq 2x+1 \leq 0, -13 \leq 2x \leq -1, -\frac{13}{2} \leq x \leq -\frac{1}{2}$.
5. $-4 < 2+3x < 7, -6 < 3x < 5, -2 < x < \frac{5}{3}$,
наибольшее целое $x = 1$, наименьшее целое $x = -1$.
6. а) $\begin{matrix} 3x-1 < 0 & x < \frac{1}{3} \\ 0 < 2x < 4 & 0 < x < \frac{1}{3} \end{matrix}$, $0 < x < \frac{1}{3}$;
б) $\begin{cases} 1,5x > 0 \\ -3 < x+1 < 3 \end{cases}, \begin{cases} x > 0 \\ -4 < x < 2 \end{cases}, 0 < x < 2$;
в) $\begin{matrix} 2+8x > 10 & 8x > 8 & x > 1 \\ -2 < -x < 3 & -3 < x < 2 & -3 < x < 2 \end{matrix}, 1 < x < 2$.
7. а) $|y| < 5, -5 < y < 5$; б) $|y+1| < 8, -8 < y+1 < 8, -9 < y < 7$;
в) $|3-y| < 4, -4 < 3-y < 4, -7 < -y < 1, -1 < y < 7$.



С-43. УРАВНЕНИЯ И НЕРАВЕНСТВА, СОДЕРЖАЩИЕ ПЕРЕМЕННУЮ ПОД ЗНАКОМ МОДУЛЯ

1. а) два; б) не имеет корней; в) один; г) бесконечно много корней.
2. 1) а) $|x| = 3, 7, x = \pm 3, 7$; б) $|x| = -4$ – решений нет; в) $|x| = 100, x = \pm 100$;
- 2) а) $|x + 15| = 8, x + 15 = \pm 8, x = -7$ и $x = -23$;
- б) $|3 - x| = 4, 3 - x = \pm 4, x = 7$ и $x = -1$;
- в) $|6 - x| = 0, 6 - x = 0, x = 6$;
- 3) а) $|2x + 4| = 5, 2x + 4 = \pm 5, x = \frac{1}{2}$ и $x = -\frac{9}{2}$;
- б) $|6 - 3x| = 2, 6 - 3x = \pm 2, x = \frac{8}{3}$ и $x = \frac{4}{3}$;
- в) $|1 + 4x| = 5, 1 + 4x = \pm 5, x = 1$ и $x = -\frac{3}{2}$.
3. а) $|x| < 1, -1 < x < 1$ (см. рис. 53а);

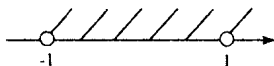


Рис. 53а

- б) $|x| \leq 3, -3 \leq x \leq 3$ (см. рис. 53б);

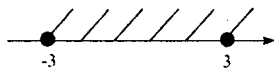


Рис. 53б

- в) $|x| > 2, x < -2$ и $x > 2$ (см. рис. 53в);

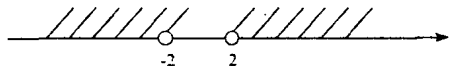


Рис. 53в

- г) $|x| \geq 3,5, x \leq -3,5$ и $x \geq 3,5$ (см. рис. 53г);

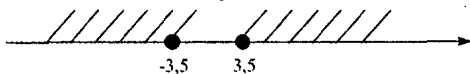


Рис. 53г

4. 1) а) $|x| < 2, -2 < x < 2$; б) $|x| \leq 5, -5 \leq x \leq 5$;
- в) $|x| > 4, x < -4$ и $x > 4$; г) $|x| \geq 1,5, x \leq -1,5$ и $x \geq 1,5$;
- 2) а) $|x + 4| < 7, -7 < x + 4 < 7, -11 < x < 3$;

Самостоятельные работы

б) $|5-x| > 1$, $5-x < -1$ и $5-x > 1$, то есть $x > 6$ и $x < 4$;

в) $|x-4| \geq 1,5$, $x-4 \leq -1,5$ и $x-4 \geq 1,5$, $x \leq 2,5$ и $x \geq 5,5$;

г) $|7+x| \leq 2$, $-2 \leq 7+x \leq 2$, $-9 \leq x \leq -5$;

3) а) $|3x+4| > 2$, $3x+4 < -2$ и $3x+4 > 2$, $x < -2$ и $x > -\frac{2}{3}$;

б) $|6+5x| < 1$, $-1 < 6+5x < 1$, $-7 < 5x < -5$, $-\frac{7}{5} < x < -1$.

в) $|1-5x| \geq 2$, $1-5x \leq -2$ и $1-5x \geq 2$, $x \geq \frac{3}{5}$ и $x \leq -\frac{1}{5}$;

г) $|4x+1| \leq 3$, $-3 \leq 4x+1 \leq 3$, $-4 \leq 4x \leq 2$, $-1 \leq x \leq \frac{1}{2}$.

5. а) $b \neq 0$; б) $b < 0$; в) $b > 0$; г) $b < 0$.

6. 1) а) $a \geq 0$; б) $a+2 \geq 0$, $a \geq -2$; в) $4-a \leq 0$, $a \geq 4$;

2) а) $a < 0$; б) $a+11 < 0$, $a < -11$; в) $16-a < 0$, $a > 16$.

7. 1) а) $\frac{|x+4|}{2} = 1$, $|x+4| = 2$, $x+4 = \pm 2$, $x = -2$ и $x = -6$;

б) $\frac{|5-x|}{3} = 5$, $|5-x| = 15$, $5-x = \pm 15$, $x = 20$ и $x = -10$;

в) $\frac{4}{|2-x|} = 2$, $|2-x| = 2$, $2-x = \pm 2$, $x = 4$ и $x = 0$;

2) а) $|x+6| = |x-8|$, $\begin{cases} x+6 = x-8 \\ x \leq -6 \text{ и } x \geq 8 \end{cases}$ или $\begin{cases} x+6 = 8-x \\ -6 \leq x \leq 8 \end{cases}$, то есть $x = 1$;

б) $|3-x| = |6+x|$, $\begin{cases} 3-x = 6+x \\ -6 \leq x \leq 3 \end{cases}$ или $\begin{cases} 3-x = -6-x \\ x \leq -6 \text{ и } x \geq 3 \end{cases}$, то есть $x = -1,5$;

в) $|5-x| = |x|$, $\begin{cases} 5-x = x \\ 0 \leq x \leq 5 \end{cases}$ или $\begin{cases} 5-x = -x \\ x \leq 0 \text{ и } x \geq 5 \end{cases}$, то есть $x = 2,5$.

8. $|3+x| = |4-x|$, $\begin{cases} 3+x = 4-x \\ -3 \leq x \leq 4 \end{cases}$ или $\begin{cases} 3-x = 4-x \\ x \leq -3 \text{ и } x \geq 4 \end{cases}$, то есть $x = \frac{1}{2}$, $y = 3\frac{1}{2}$.

9. а) $|x| + 3x = 4$, $\begin{cases} x+3x = 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} -x+3x = 4 \\ x \leq 0 \end{cases}$, то есть $x = 1$;

$$6) |x+6|+4x=5, \begin{cases} x+6+4x=5 \\ x+6 \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} -x-6+4x=5 \\ x+6 \leq 0 \end{cases}, \text{ то есть } x = -\frac{1}{5}.$$

$$10. \text{ а) } |x| > 6-2x, \begin{cases} x > 6-2x \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} -x > 6-2x \\ x \leq 0 \end{cases},$$

$$\text{то есть } \begin{cases} x > 2 \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x > 6 \\ x \leq 0 \end{cases}, \text{ то есть } x > 2;$$

$$6) |x+4|+5x > 6, \begin{cases} x+4+5x > 6 \\ x+4 \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} -x-4+5x > 6 \\ x+4 \leq 0 \end{cases},$$

$$\text{то есть } \begin{cases} x > \frac{1}{3} \\ x \geq -4 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x > \frac{5}{2} \\ x \leq -4 \end{cases}, \text{ то есть } x > \frac{1}{3}.$$

$$11. \text{ а) } 2 < |x| < 6, 2 < x < 6 \text{ и } -6 < x < -2;$$

$$6) 0 < |x| < 5, 0 < x < 5 \text{ и } -5 < x < 0.$$



С-44. СТЕПЕНЬ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

$$1. \text{ а) } \frac{1}{3^4} = 3^{-4}; \quad 6) \frac{1}{6} = 6^{-1}; \quad \text{в) } \frac{1}{x^{10}} = x^{-10}; \quad \text{г) } \frac{1}{b} = b^{-1}; \quad \text{д) } \frac{1}{32} = 32^{-1}.$$

$$2. \text{ а) } 5^{-7} = \frac{1}{5^7}; \quad 6) 7^{-1} = \frac{1}{7}; \quad \text{в) } a^{-11} = \frac{1}{a^{11}}; \quad \text{г) } x^{-1} = \frac{1}{x}; \quad \text{д) } (2y)^{-5} = \frac{1}{2^5 y^5}.$$

$$3. 1) \text{ а) } 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}; \quad 6) (-7)^{-2} = \frac{1}{(-7)^2} = \frac{1}{49};$$

$$\text{в) } (-5)^{-1} = \frac{1}{-5} = -\frac{1}{5}; \quad \text{г) } -3 \cdot (-3)^{-2} = (-3)^{-1} = -\frac{1}{3};$$

$$2) \text{ а) } \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2; \quad 6) \left(\frac{3}{7}\right)^{-2} = \frac{7^2}{3^2} = \frac{49}{9};$$

$$\text{в) } (0,2)^{-3} = 5^3 = 125; \quad \text{г) } \left(1\frac{1}{3}\right)^{-4} = \frac{3^4}{4^4} = \frac{81}{256};$$

$$3) \text{ а) } 6^{-1} + 2^{-2} = \frac{1}{6} + \frac{1}{4} = \frac{5}{12}; \quad 6) 10^0 - 1,2^{-1} = 1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6};$$

$$\text{в) } 247 - 0,1^{-2} = 247 - 100 = 147; \quad \text{г) } 25 - \left(\frac{1}{7}\right)^{-2} = 25 - 49 = -24.$$

$$4. 1) \text{ а) } 6a^{-8} = \frac{6}{a^8}; \quad \text{б) } 3(xy)^{-1} = \frac{3}{xy}; \quad \text{в) } 12(a-b)^{-2} = \frac{12}{(a-b)^2}; \quad \text{г) } 5x^2y^{-3}z^0 = \frac{5x^2}{y^3};$$

$$2) \text{ а) } x^{-1} + y^{-3} = \frac{1}{x} + \frac{1}{y^3} = \frac{y^3 + x}{xy^3}; \quad \text{б) } a^0 - a^{-2} = 1 - \frac{1}{a^2} = \frac{a^2 - 1}{a^2};$$

$$\text{в) } x^{-4} - y = \frac{1}{x^4} - y = \frac{1 - yx^4}{x^4}; \quad \text{г) } ab^{-2} + a^{-1}b^3 = \frac{a}{b^2} + \frac{b^3}{a} = \frac{a^2 + b^5}{ab^2}.$$

$$5. 1) \text{ а) } (a^{-2} - b^{-2})(a-b)^{-1} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2} \cdot \frac{1}{a-b} = \frac{b^2 - a^2}{a^2b^2(a-b)} =$$

$$= \frac{(b-a)(b+a)}{a^2b^2(a-b)} = -\frac{a+b}{a^2b^2};$$

$$\text{б) } (x^{-3} - 1)(1-x)^{-2}x^3 = \left(\frac{1}{x^3} - 1\right) \frac{1}{(1-x)^2} \cdot x^3 = \frac{(1-x^3) \cdot x^3}{x^3(1-x)^2} = \frac{1+x+x^2}{1-x};$$

$$2) \text{ а) } \left(\frac{x}{y}\right)^{-2} - \left(\frac{x}{y}\right)^{-3} = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y^3}{x^3} = \frac{xy^2 - y^3}{x^3}; \quad \text{б) } \left(\frac{1}{a^{-1}} + \frac{1}{b^{-1}}\right)(a-b)^{-1} = \frac{a+b}{a-b}.$$



С-45. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ, СОДЕРЖАЩИХ СТЕПЕНИ С ЦЕЛЫМ ПОКАЗАТЕЛЕМ

$$1. 1) \text{ а) } x^3 \cdot x^2 = x^5; \quad \text{б) } x^{-11} \cdot x^5 = x^{-6}; \quad \text{в) } x^8 \cdot x^{-3} = x^5;$$

$$\text{г) } x^{-14} \cdot x = x^{-13}; \quad \text{д) } x^4 \cdot x \cdot x^{-6} = x^{-1};$$

$$2) \text{ а) } a^2 : a^5 = a^{-3}; \quad \text{б) } a^{-8} : a = a^{-9}; \quad \text{в) } a^{12} : a^{-4} = a^{16};$$

$$\text{г) } a^{-2} : a^3 = a^{-5}; \quad \text{д) } a^{-3} : a^{-6} = a^3.$$

$$3) \text{ а) } (y^3)^2 = y^6; \quad \text{б) } (y^4)^{-4} = y^{-16}; \quad \text{в) } (y^{-6})^6 = y^{-36};$$

$$\text{г) } (y^{-3})^{-5} = y^{15}; \quad \text{д) } (y^{-7})^0 = 1;$$

$$4) \text{ а) } (ab)^{-2} = a^{-2}b^{-2}; \quad \text{б) } (a^{-1}b^2)^{-4} = a^4b^{-8}; \quad \text{в) } (abc)^{-3} = a^{-3}b^{-3}c^{-3};$$

$$\text{г) } (a^{-3}b^2)^{-1} = a^3b^{-2}; \quad \text{д) } (a^{-2}b^0c^{-5})^3 = a^{-6}c^{-15};$$

$$5) \text{ а) } \frac{x}{y}^{-3} = x^{-3}y^3; \quad \text{б) } \left(\frac{x}{y^2}\right)^{-1} = x^{-1}y^2; \quad \text{в) } \frac{x^{-2}}{y^{-1}}^{-4} = x^8y^{-4};$$

$$\text{г) } \left(\frac{x^0}{y^{-3}}\right)^{-4} = y^{-12}; \quad \text{д) } \left(\frac{x^{-2}}{y^5z^{-1}}\right)^2 = x^{-4}y^{-10}z^2.$$

$$2. 1) a) 2^5 \cdot 2^{-4} = 2; \quad б) 5^{-6} \cdot 5 = 5^{-5} = \frac{1}{3125};$$

$$в) \left(\frac{1}{7}\right)^{-8} \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^7 = \left(\frac{1}{7}\right)^{-1} = 7; \quad r) \left(\frac{1}{3}\right)^{12} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{-15} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 27;$$

$$2) a) 3^6 : 3^7 = 3^{-1} = \frac{1}{3}; \quad б) 7 : 7^{-1} = 7^2 = 49;$$

$$в) 4^{-7} : 4^{-10} = 4^3 = 64; \quad r) \left(\frac{1}{5}\right)^{-9} : \left(\frac{1}{5}\right)^{-9} = 1;$$

$$3) a) (2^{-2})^3 = 2^{-6} = \frac{1}{64}; \quad б) \left(\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}\right)^{-4} = \left(\frac{1}{3}\right)^4 = \frac{1}{81};$$

$$в) (0,01^{-2})^4 = 0,01^{-8} = 10^{16}; \quad r) \left(\left(\frac{1}{7}\right)^{-2}\right)^0 = 1;$$

$$4) a) -13 \cdot 26^{-1} = -\frac{13}{26} = -\frac{1}{2}; \quad б) -6 \cdot 3^{-3} = -\frac{6}{27} = -\frac{2}{9};$$

$$в) \left(\frac{1}{9}\right)^{-2} + 0,1^{-2} = 9^2 + 10^2 = 181; \quad r) 14^{-1} - 7^{-2} = \frac{1}{14} - \frac{1}{49} = \frac{5}{98};$$

$$5) a) 81 \cdot 3^{-5} = 3^4 \cdot 3^{-5} = 3^{-1} = \frac{1}{3}; \quad б) 16 \cdot (2^{-3})^2 = 2^4 \cdot 2^{-6} = 2^{-2} = \frac{1}{4};$$

$$в) 5^{-6} \cdot 5^8 : 125 = 5^2 : 5^3 = 5^{-1} = \frac{1}{5}; \quad r) 36^{-1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{-4} = 6^{-2} \cdot 6^4 = 6^2 = 36;$$

$$6) a) 32^{-2} \cdot 4^4 = 2^{-10} \cdot 2^8 = 2^{-2} = \frac{1}{4}; \quad б) 27^{-3} : 9^{-4} = 3^{-9} : 3^{-8} = 3^{-1} = \frac{1}{3};$$

$$в) \frac{7^{-6} \cdot 7^{-8}}{(-7)^{-13}} = \frac{-7^{-14}}{7^{-13}} = -7^{-1} = -\frac{1}{7}; \quad r) \frac{81^{-5} \cdot 9^{-8}}{27^{-11}} = \frac{3^{-20} \cdot 3^{-16}}{3^{-33}} = 3^{-3} = \frac{1}{27}.$$

$$3. 1) a) 2, 2a^{-8}b^5 \cdot 5a^{10}b^{-4} = 11a^2b; \quad б) 2x^{-4}y^7 \cdot 3,5x^8y^{-7} = 7x^4;$$

$$2) a) 2,8m^8n : (0,7m^4n^{-2}) = 4m^4n^3; \quad б) 2\frac{1}{2}a^{-16}b^{-3} : \left(-\frac{5}{6}a^{-8}b^{-3}\right) = -3a^{-8};$$

$$3) a) \frac{14a}{b^{-3}} \cdot \frac{b^{-2}}{56a^{-4}} = \frac{1}{4}a^5b; \quad б) \frac{18p^{-6}}{q^5} \cdot \frac{7q^{-5}}{6p^{-12}} = 21p^6q^{-10};$$

$$4) a) \left(\frac{5x^{-2}}{6y^{-1}}\right)^{-3} \cdot 125x^{-6}y^5 = 216y^2; \quad б) \left(\frac{3a^4}{b^5}\right)^{-2} \cdot (a^{-2}b)^{-4} = \frac{1}{9}b^6;$$

4. а) $\frac{33^n}{3^{n-4} \cdot 11^n} = \frac{33^n}{33^n \cdot 3^{-4}} = 3^4 = 81$; б) $-\frac{49^{n-1}}{7^{2n-3}} = \frac{49^n \cdot 49^{-1}}{7^{2n} \cdot 7^{-3}} = \frac{7^3}{49} = 7$;
 в) $\frac{a^{8n} b^{n-1}}{a^{2n} b^{n-3}} = a^{6n} \cdot b^2$; г) $\frac{x^{2n} + x^{-3n}}{x^{-n}} = x^{3n} + x^{-2n}$;
 д) $\frac{4^{n+2} - 4^n}{15} = \frac{4^n(4^2 - 1)}{15} = 4^n$; е) $\frac{3^{-n} + 1}{3^n + 1} = \frac{3^{-n}(3^n + 1)}{3^n + 1} = 3^{-n}$.
 5. а) $\frac{x^8 + x^{13}}{x^{-4} + x} = \frac{x^{12}(x^{-4} + x)}{x^{-4} + x} = x^{12}$; б) $\frac{a^3 + 3a^4 - a^6}{3 - a^2 + a^{-1}} = \frac{a^4(a^{-1} + 3 - a^2)}{3 - a^2 + a^{-1}} = a^4$.



С-46. СТАНДАРТНЫЙ ВИД ЧИСЛА

1. а) $1000 \cdot 10^{-6} = 10^{-3}$; б) $10^{-10} \cdot 10^{-5} = 10^{-15}$;
 в) $10^{-8} : 10^4 = 10^{-12}$; г) $(10^{-2})^3 = 10^{-6}$.
 2. 1) а) $900000 = 9 \cdot 10^5$; б) $5700 = 5,7 \cdot 10^3$;
 в) $30400 = 3,04 \cdot 10^4$; г) $526 = 5,26 \cdot 10^2$;
 2) а) $800,5 = 8,005 \cdot 10^2$; б) $63,09 = 6,309 \cdot 10$;
 в) $2400,8 = 2,4008 \cdot 10^3$; г) $701,1 = 7,011 \cdot 10^2$;
 3) а) $0,73 = 7,3 \cdot 10^{-1}$; б) $0,0025 = 2,5 \cdot 10^{-3}$;
 в) $0,000004 = 4 \cdot 10^{-6}$; г) $0,0809 = 8,09 \cdot 10^{-2}$;
 4) а) $47 \cdot 10^4 = 4,7 \cdot 10^5$; б) $672 \cdot 10^{-5} = 6,72 \cdot 10^{-3}$;
 в) $0,0055 \cdot 10^7 = 5,5 \cdot 10^4$; г) $0,046 \cdot 10^{-3} = 4,6 \cdot 10^{-5}$.
 3. 1) а) $(3,6 \cdot 10^3) \cdot (1,5 \cdot 10^{-5}) = 5,4 \cdot 10^{-2}$;
 б) $(7,8 \cdot 10^{-4}) \cdot (3,5 \cdot 10^{-6}) = 2,73 \cdot 10^{-9}$;
 2) а) $(8,4 \cdot 10^{-2}) : (2,4 \cdot 10^4) = 3,5 \cdot 10^{-6}$;
 б) $(3,36 \cdot 10^{-3}) : (4,8 \cdot 10^{-7}) = 7 \cdot 10^3$;
 3) а) $4,1 \cdot 10^{-3} + 7,9 \cdot 10^{-3} = 1,2 \cdot 10^{-2}$;
 б) $5,2 \cdot 10^4 + 2,8 \cdot 10^5 = 0,52 \cdot 10^5 + 2,8 \cdot 10^5 = 3,32 \cdot 10^5$.
 4. а) $1,78 \cdot 10^6 < 2,1 \cdot 10^6$; б) $3,9 \cdot 10^{-8} < 6,5 \cdot 10^{-8}$;
 в) $8,3 \cdot 10^4 < 1,4 \cdot 10^5$; г) $4,7 \cdot 10^{-7} > 5,8 \cdot 10^{-8}$.
 5. а) -10; б) -15; в) 3; г) 8.
 6. а) 2 или 3; б) -14 или -15; в) 8.

**С-47. ЗАПИСЬ ПРИБЛИЖЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ**

1. а) $\Delta_{\text{абс.}} = 0,03$; б) $\Delta_{\text{абс.}} = 0,1$; в) $\Delta_{\text{абс.}} = 2$; г) $\Delta_{\text{абс.}} = 0,0024$.
2. 1) а) $28 \leq x \leq 30$; б) $755 \leq x \leq 775$; в) $3928 \leq x \leq 3986$;
2) а) $6,2 \leq x \leq 6,4$; б) $5,5 \leq x \leq 6,3$; в) $9,5 \leq x \leq 12,1$;
3) а) $30,22 \leq x \leq 30,82$; б) $0,0807 \leq x \leq 0,0825$; в) $0,0142 \leq x \leq 0,0174$.
3. 1) а) $\Delta_{\text{абс.}} \leq 0,5$; б) $\Delta_{\text{абс.}} \leq 0,05$;
в) $\Delta_{\text{абс.}} \leq 0,0005$; г) $\Delta_{\text{абс.}} \leq 0,00005$;
2) а) $\Delta_{\text{абс.}} \leq 0,000005$; б) $\Delta_{\text{абс.}} \leq 0,005$;
в) $\Delta_{\text{абс.}} \leq 0,05$; г) $\Delta_{\text{абс.}} \leq 0,0005$.
4. а) до 0,1; б) до 0,01; в) до 0,1; г) до 0,01; д) до 0,01; е) до 0,1.
5. а) $\Delta_{\text{абс.}} \leq 5$; б) $\Delta_{\text{абс.}} \leq 5000$; в) $\Delta_{\text{абс.}} \leq 0,00000005$; г) $\Delta_{\text{абс.}} \leq 0,0005$.
6. а) $\Delta_{\text{отн.}} \leq \frac{0,05}{8,7} = \frac{5}{870}$; б) $\Delta_{\text{отн.}} \leq \frac{0,05}{5,8} = \frac{5}{580}$;
в) $\Delta_{\text{отн.}} \leq \frac{0,005}{1,49} = \frac{5}{1490}$; г) $\Delta_{\text{отн.}} \leq \frac{0,0005}{4,600} = \frac{5}{46000}$.
7. Для мячика: $\Delta_{\text{абс.}} \leq 0,05 \cdot 10^{-3}$; $\Delta_{\text{отн.}} \leq \frac{0,05}{2,4} = \frac{5}{240} = \frac{1}{48}$;
Для электровоза: $\Delta_{\text{абс.}} = 0,005 \cdot 10^5$; $\Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,005}{1,84} = \frac{5}{1840} = \frac{1}{368}$.

Вычисления для электровоза – точнее.

**С-48. ОЦЕНКА ПОГРЕШНОСТИ ПРИБЛИЖЕНИЯ**

1. а) 0,07; 0,03; б) 0,0535; 0,0465; в) $\frac{1}{234}$; г) $\frac{1}{30}$.
2. а) $\Delta_{\text{абс.}} = 0,05$; б) $\Delta_{\text{абс.}} = 0,3$; в) $\Delta_{\text{абс.}} = 0,048$; г) $\Delta_{\text{абс.}} = 0,35$.
3. 1) а) $5 \leq b \leq 7$; б) $16 \leq x \leq 20$; в) $110 \leq a \leq 130$;
2) а) $14,9 \leq m \leq 15,1$; б) $9 \leq c \leq 10$; в) $29,5 \leq n \leq 30,5$;
3) а) $6,74 \leq u \leq 6,76$; б) $10,19 \leq v \leq 10,29$; в) $4,567 \leq d \leq 4,569$.
4. 1) а) $x = 30 \pm 3$; б) $x = 20 \pm 0,5$;
2) а) $x = 7,8 \pm 0,2$; б) $x = 32,6 \pm 0,2$;
3) а) $x = 2,79 \pm 0,02$; б) $x = 12,95 \pm 0,25$.

5. $x - \frac{x-y}{2} = \frac{x+y}{2}$, так что $x - \frac{x-y}{2} \leq \frac{x+y}{2} \leq x + \frac{x-y}{2}$, а также

$y + \frac{x-y}{2} = \frac{x+y}{2}$, так что $y - \frac{x-y}{2} \leq \frac{x+y}{2} \leq y + \frac{x-y}{2}$ так что $\frac{x+y}{2}$

является приближением x и y , с точностью до $\frac{x-y}{2}$.



С-49. ОКРУГЛЕНИЕ ЧИСЕЛ

1. 1) а) $367 \approx 370$;

б) $28,5 \approx 29$;

2) а) $69,8349 \approx 69,8$;

б) $0,73694 \approx 0,737$;

3) а) $58560,4 \approx 59000$; б) $2,4108439 \approx 2,41084$.

2. а) $\frac{2}{3} \approx 0,67$; $\Delta \text{абс.} = 0,00(3)$;

б) $\frac{5}{7} \approx 0,71$; $\Delta \text{абс.} = 0,0042\dots$;

в) $\frac{6}{13} \approx 0,46$; $\Delta \text{абс.} = 0,0015\dots$;

г) $2\frac{5}{14} \approx 2,36$; $\Delta \text{абс.} = 0,0028\dots$;

д) $10\frac{8}{11} \approx 10,73$; $\Delta \text{абс.} = 0,00(27)$;

е) $1\frac{1}{17} \approx 1,06$; $\Delta \text{абс.} = 0,00117$.

3. $\frac{7}{19} - 0,001 < 0,368 < \frac{7}{19} + 0,001$ и $\frac{7}{19} - 0,001 < 0,369 < \frac{7}{19} + 0,001$.

А также $\frac{7}{19} - 0,0005 < 0,368 < \frac{7}{19} + 0,0005$, так что числа $0,368$ и $0,369$ –

являются приближенными значениями числа $\frac{7}{19}$ с точностью до $0,001$;

а число $0,368$ – с точностью до $0,0005$.



С-50. ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ПОГРЕШНОСТЬ

1. а) $1,7 \approx 2$; $\Delta \text{отн.} = \frac{0,3}{2} = 0,15$; б) $9,85 \approx 10$; $\Delta \text{отн.} = \frac{0,15}{10} = 0,015$;

в) $5,314 \approx 10$; $\Delta \text{отн.} = \frac{0,686}{6} = 0,114(3)$;

г) $99,83 \approx 100$; $\Delta \text{отн.} = \frac{0,17}{100} = 0,0017$.

2. $6\frac{3}{4} = 6,75 \approx 6,8$; $\Delta \text{абс.} = 0,05$; $\Delta \text{отн.} = \frac{0,05}{6,8} = \frac{5}{680}$;

$$18\frac{7}{8} = 18,875 \approx 18,9; \Delta_{\text{абс.}} = 0,025; \Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,025}{18,9} = \frac{25}{18900}.$$

$$3. \Delta_{\text{отн.}} = \frac{100 \text{ км}}{356400 \text{ км}} = \frac{1}{3564}.$$

$$4. \text{Для } M: \Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,5}{184} = \frac{1}{368}. \text{ Для } m: \Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,01}{0,25} = \frac{1}{25}.$$

Качество измерения M – точнее.



С–51. ДЕЙСТВИЯ НАД ПРИБЛИЖЕННЫМИ ЗНАЧЕНИЯМИ

1. 1) а) $p \approx 0,67, q \approx 5,2, p+q \approx 5,9$; б) $p \approx 2,4, q \approx 0,35, p+q \approx 2,8$;

2) а) $p \approx 22,3, q \approx 14, p+q \approx 26$; б) $p \approx 370, q \approx 85,9, p+q \approx 456$;

3) а) $p \approx 48,52, q \approx 6,478, p+q \approx 55,00$;

б) $p \approx 5,632, q \approx 0,3682, p+q \approx 6,000$;

4) а) $p \approx 4,5 \cdot 10^3, q \approx 6,1 \cdot 10^4, p+q \approx 6,6 \cdot 10^4$;

б) $p \approx 3,0 \cdot 10^{-6}, q \approx 5 \cdot 10^{-7}, p+q \approx 3,5 \cdot 10^{-6}$.

2. 1) а) $u \approx 7,4, v \approx 0,62, u-v \approx 6,8$; б) $u \approx 3,51, v \approx 2,6, u-v \approx 0,9$;

2) а) $u \approx 48,7, v \approx 19, u-v \approx 30$; б) $u \approx 261, v \approx 14,3, u-v \approx 247$;

3) а) $u \approx 12,73, v \approx 4,926, u-v \approx 7,44$;

б) $u \approx 8,154, v \approx 0,3657, u-v \approx 7,788$;

4) а) $u \approx 2,4 \cdot 10^5, v \approx 3,7 \cdot 10^4, u-v \approx 2,0 \cdot 10^5$;

б) $u \approx 6,0 \cdot 10^{-3}, v \approx 7 \cdot 10^{-4}, u-v \approx 5,3 \cdot 10^{-3}$.

3. 1) а) $x \approx 1,80, y \approx 3,0, xy \approx 5,4$; б) $x \approx 0,400, y \approx 35, xy \approx 14$;

2) а) $x \approx 2,1 \cdot 10^7, y \approx 4 \cdot 10^9, xy \approx 8 \cdot 10^{16}$;

б) $x \approx 4,50 \cdot 10^{-6}, y \approx 6,0 \cdot 10^{-4}, xy \approx 27,0 \cdot 10^{-10}$;

3) а) $x \approx 2,60 \cdot 10^8, y \approx 2,050 \cdot 10^{-5}, xy \approx 5,33 \cdot 10^3$;

б) $x \approx 1,5 \cdot 10^6, y \approx 4,264 \cdot 10^4, xy \approx 6,4 \cdot 10^{-3}$.

4. 1) а) $x \approx 6,80, b \approx 4,0, \frac{a}{b} \approx 1,7$; б) $a \approx 16,80, b \approx 1,6, \frac{a}{b} \approx 10,5$;

2) а) $x \approx 2,80 \cdot 10^9, b \approx 8 \cdot 10^6, \frac{a}{b} \approx 3,5 \cdot 10^2$;

б) $a \approx 2,10 \cdot 10^{-3}, b \approx 1,4 \cdot 10^4, \frac{a}{b} \approx 1,5 \cdot 10^{-7}$;

3) а) $a \approx 5,300 \cdot 10^2$, $b \approx 1,06 \cdot 10^8$, $\frac{a}{b} \approx 5,00 \cdot 10^{-6}$;

б) $a \approx 1,330 \cdot 10^{-7}$, $b \approx 3,5 \cdot 10^{-1}$, $\frac{a}{b} \approx 3,8 \cdot 10^{-7}$;

5. а) $x - y + z \approx 33,7$, при $a \approx 28,561$, $y \approx 7,2$ и $z \approx 12,34$;

б) $a - b - c \approx 5,6 \cdot 10^4$, при $a \approx 6,4 \cdot 10^4$, $b \approx 7,20 \cdot 10^3$, $c \approx 1,150 \cdot 10^3$;

в) $2p + pq = 24,07$ при $p \approx 8,30$, $q \approx 0,90$;

г) $\frac{a-b}{a+b} \approx \frac{5,1}{5,5} = \frac{51}{55}$ при $a \approx 5,3 \cdot 10^{-2}$, $b \approx 2 \cdot 10^{-3}$;

6. $t \approx \frac{5,88 \cdot 10^{11}}{3,0 \cdot 10^8} \approx 2,0 \cdot 10^3 = 2000$ (сек.). Ответ: ≈ 33 мин. 20 сек.

7. $\frac{1}{R} = \frac{1}{0,2} + \frac{1}{30} = 5 + 0,0(3) \approx 5$ (Ом). Ответ: ≈ 5 Ом.



С-52. ПОНЯТИЕ ФУНКЦИИ.

ГРАФИК ФУНКЦИИ (ПОВТОРЕНИЕ)

1. $y = -x^3 + 6x$, $y(-6) = 180$, $y(-2) = -4$, $y(0) = 0$, $y\left(\frac{1}{2}\right) = 2\frac{7}{8}$, $y(6) = -180$.

2. $y = (5x+7)(x-2)$;

1) а) $y(-4) = 78$; б) $y(-1,5) = 1,75$; в) $y(0) = -14$; г) $y(5) = 96$;

2) а) $y = -14$ при $(5x+7)(x-2) = -14$, $5x^2 - 3x = 0$, $x(5x-3) = 0$; $x = 0$ и $x = \frac{3}{5}$;

б) $y = -18$ при $(5x+7)(x-2) = 18$, $5x^2 - 3x - 32 = 0$, $x = \frac{3 \pm \sqrt{649}}{10}$;

в) $y = 0$ при $(5x+7)(x-2) = 0$, $x = -\frac{7}{5}$ и $x = 2$;

г) $y = 22$ при $(5x+7)(x-2) = 22$, $5x^2 - 3x - 36 = 0$, $x = \frac{3 \pm 27}{10}$, $x = 3$ и $x = -\frac{12}{5}$.

3. $P = (x + (x+5)) \cdot 2 = 4x + 10$ (см), $S = x(x+5)$ (см²),

$P(15) = 70$ (см), $S(15) = 300$ (см²).

4. 1)

x	-3	-1	0	2	3	5	8
$y = 6x - 9$	-27	-15	-9	3	9	21	39

2)

x	-2	-1	0	2	-3	5
$y = \frac{x+3}{x-4}$	$-\frac{1}{6}$	-0,4	$-\frac{3}{4}$	$-\frac{5}{2}$	0	8

5. а) $y(-1,5) = 1,5$; $y(0) = -2$; $y(2) = 2$; $y(6) = -2$;б) $y = -1$ при $x \approx \pm 0,7$ и $x = 5,5$; $y = 0$ при $x = -1$, $x = 1$ и $x = 5$; $y = 2$ при $x \approx -1,7$, $x = 2$ и $x = 4$;в) $y > 0$ при $-2 \leq x < -1$, $1 < x < 5$;г) $y < 0$ при $-1 \leq x < 1$ и $5 < x \leq 6$.

6. а) см. рис. 54а;

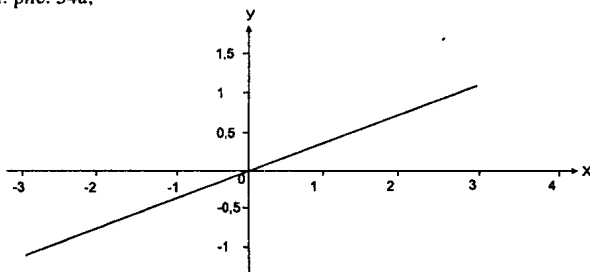


Рис. 54а

б) см. рис. 54б;

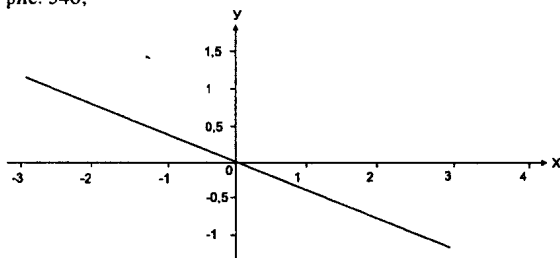


Рис. 54б

в) см. рис. 54в;

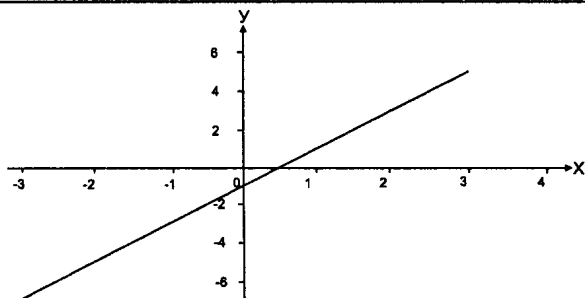


Рис. 54в

г) см. рис. 54г;

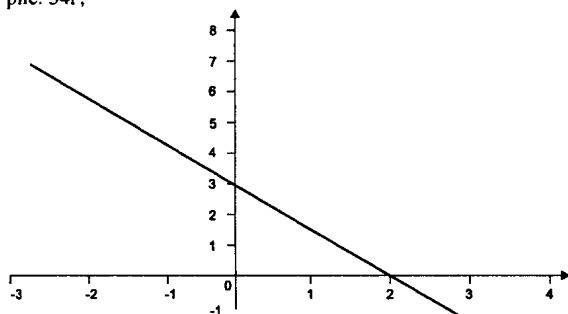


Рис. 54г

д) см. рис. 54д;

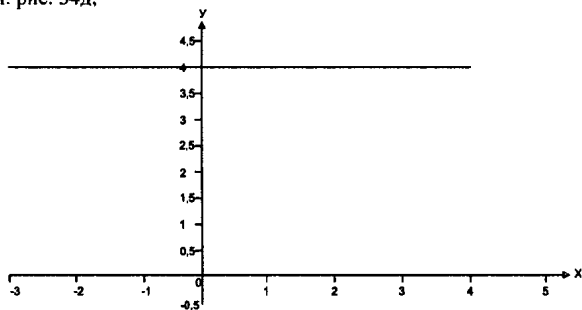


Рис. 54д

е) см. рис. 54е;

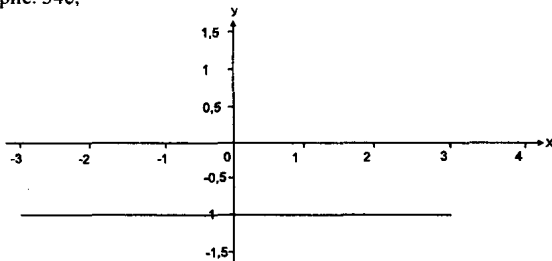


Рис. 54е

7. $y = -20x + 15$;

$A(1; -5)$, $C(-4; 95)$ – принадлежат графику функции,

$B(-3; 45)$ – не принадлежат.

8. $y_1 = 4x - 35$, $y_2 = 0,2x + 3$ и $y_3 = -5x + 55$ $y_1 = y_2$ при

$4x - 35 = 0,2x + 3$, $3,8x = 38$, $x = 10$; а $y_1 = y_2$ при

$4x - 35 = -5x + 55$, $9x = 90$, $x = 10$.

Значит графики функций проходят через точку $(10; 5)$, ч.т.д.

9. $y = kx + b$, $A(1; 6)$, $B(-2; -15)$ – принадлежит графику функции, значит:

$$\begin{cases} 6 = k + b \\ -15 = -2k + b \end{cases}; \begin{cases} 6 = k + b \\ -3 = 3b \end{cases}, b = -1, k = 7. \text{ Ответ: } y = 7x - 1.$$

10. $y = 25x + 7$.



С-53. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ

1. $y = x^2 + 2x - 15$, $y = -15$ при $x^2 + 2x = 0$, $x = 0$ и $x = -2$;

$y = -7$ при $x^2 + 2x - 8 = 0$, $x = 2$ и $x = -4$;

$y = 0$ при $x^2 + 2x - 15 = 0$, $x = -5$ и $x = 3$;

$y = 9$ при $x^2 + 2x - 24 = 0$, $x = -6$ и $x = 4$.

2. а) -4 ; 2; б) -4 ; 0; в) $-\sqrt{2}$; г) -4 и $\frac{1}{3}$.

3. а) $x^2 - 12x + 36 = 0$; $(x - 6)^2 = 0$; $x = 6$; б) $x^2 - 25 = 0$; $x^2 = 25$; $x = \pm 5$;

в) $5x^2 - 4x + 1 = 0$; $D = 16 - 20 = -4 < 0$, значит, у данной квадратичной функции нули не существуют;

г) $6x^2 - x + 1 = 0$; $D = 1 - 24 = -23 < 0$, значит, у данной квадратичной функции нули не существуют.

4. а) $p = -9, q = 14$; б) $p = 5, q = 0$; в) $p = 0, q = -5$; г) $p = -4, q = 1$.

5. а) $x^2 - 11x + 13 = -3x + 1, x^2 - 8x + 12 = 0, x = 2$ и $x = 6$; $(2; -5)$ и $(6; -17)$;

$$\text{б) } 3x^2 - 7x + 10 = 5x + 2, 3x^2 - 12x + 8 = 0, x = \frac{12 \pm \sqrt{48}}{6} = 2 \pm \frac{2\sqrt{3}}{3},$$

$$\left(2 + \frac{2\sqrt{3}}{3}, 12 + \frac{10\sqrt{3}}{3}\right) \text{ и } \left(2 - \frac{2\sqrt{3}}{3}, 12 - \frac{10\sqrt{3}}{3}\right);$$

в) $5x^2 - 2x - 3 = 2x - 7; 5x^2 - 4x + 4 = 0$ – решений нет;

г) $x^2 + 2x - 1 = 6x + 7; x^2 - 4x - 8 = 0, x = 2 \pm \sqrt{12}, (2 + 2\sqrt{3}; 19 + 12\sqrt{3})$ и $(2 - 2\sqrt{3}; 19 - 12\sqrt{3})$.



С-54. Функция $y = ax^2$

1. см. рис. 55.

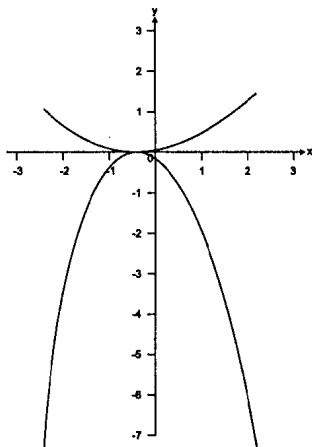


Рис. 55

1. а) $y = \frac{1}{4}x^2$; б) $y = \frac{1}{4}x^2$;

2) а) $-2 < x < 2$; б) $x \leq -\sqrt{6}$ и $x \geq \sqrt{6}$; в) x – любое; г) решений нет.

2. $y = -8x^2$,
 $A(2; -32), C(-5; -200)$ – принадлежат графику функции;
 $B(-0,5; 2)$ – не принадлежит.
3. а) $4x+1=5x^2, 5x^2-4x-1=0, x=1$ и $x=-\frac{1}{5}$; $(1; 5)$ и $(-\frac{1}{5}; \frac{1}{5})$;
б) $5x^2=15x, x=0$ и $x=3$; $(0; 0)$ и $(3; 45)$;
в) $5x^2=20, x=\pm 2$; $(2; 20)$ и $(-2; 20)$;
г) $5x^2=-1$ – решений нет.
4. а) убывает; б) не является; в) возрастает; г) не является.
5. $y = -\frac{1}{8}x^2$, при $-8 \leq x \leq 4, y_{\text{наиб.}} = y(0) = 0; y_{\text{наим.}} = y(-8) = -8$.

**С-55. ГРАФИК ФУНКЦИИ $y = ax^2 + bx + c$**

1. 1) а) $(2; 7)$; б) $(-6; 5)$; в) $(0; -10)$; г) $(-3; 0)$;
2) а) $y = x^2 - 10x + 9, y = (x-5)^2 - 16, (5; -16)$;
б) $y = 5x^2 - 14, (0; -14)$;
в) $y = 4x^2 + 3x - 10, y = 4x^2 + \frac{3}{8}x - 10\frac{9}{16}, -\frac{3}{8}; -10\frac{9}{16}$;
г) $y = -6x^2 + 18, (0; 18)$.
2. а) $(0; 12)$ – с осью ординат; $x^2 - 7x + 12 = 0, x = 3$ и $x = 4$,
 $(3; 0)$ и $(4; 0)$ – с осью абсцисс;
б) $(0; 15)$ – с осью ординат; $-4x^2 - 4x + 15 = 0, x = \frac{3}{2}$ и $x = -\frac{5}{2}$,
 $(\frac{3}{2}; 0)$ и $(-\frac{5}{2}; 0)$ – с осью абсцисс;
в) $(0; 0)$ – с осью ординат; $-x^2 + 6x = 0, x = 0$ и $x = 6$,
 $(0; 0)$ и $(6; 0)$ – с осью абсцисс;
г) $(0; -18)$ – с осью ординат; $2x^2 - 18 = 0, x = \pm 3$,
 $(3; 0)$ и $(-3; 0)$ – с осью абсцисс.
3. см. рис. 56.

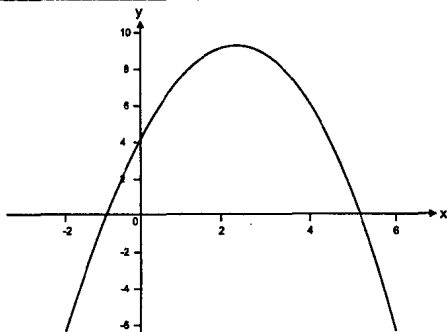


Рис. 56

а) $y(1,5) = 8,75$; $y(-2,5) = -11,25$; $y(-6) = -55$;

б) $y = 6$ при $x \approx 3,7$ и $x \approx 0,3$; $y = -7$ при $x = -2$ и $x = 6$;

в) $y = 0$ при $x = -1$ и $x = 5$, $y > 0$ при $-1 < x < 5$;

$y < 0$ при $x < -1$ и $x > 5$;

г) y – возрастает при $x < 2$, y – убывает при $x > 2$;

д) $y_{\text{наб.}}$ при $x = 2$.

4. $y = x^2 - 13x + 40$, $A(4; 4)$, $C(-2; 70)$ – принадлежит графику функции,
а $B(-15; -460)$ – не принадлежит.

5. $y = -4x + 4x + 3$, $y = -4\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$, так что $y_{\text{наб.}} = 4$ при $x = \frac{1}{2}$.

6. $y = x^2 + px + q$, $P(-3; -5)$ и $O(4; -8)$ – принадлежит графику функции,

$$\text{тогда } \begin{cases} -5 = 9 - 3p + q \\ -8 = 16 + 4p + q \end{cases}, \begin{cases} q - 3p = -14 \\ q + 4p = -24 \end{cases}, \begin{cases} q - 3p = -14 \\ 7p = -10 \end{cases}, \begin{matrix} p = -\frac{10}{7} \\ q = -\frac{68}{7} \end{matrix}$$



С-56. РЕШЕНИЕ КВАДРАТНЫХ НЕРАВЕНСТВ

1. а) никакие; б) $-2; 1$; в) $-2; 0; 1$.

2. график см. рис. 57

а) $x^2 - 7x + 6 > 0$, при $x < 1$ и $x > 6$; б) $x^2 - 7x + 6 < 0$, при $1 < x < 6$.

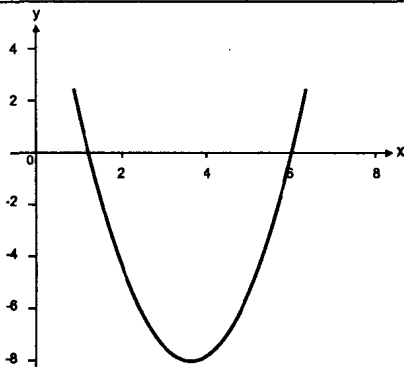


Рис. 57

3. а) $3x^2 + 4x - 4 < 0$, строим график $y = 3x^2 + 4x - 4$ (см. рис. 58а),

при $-2 < x < \frac{2}{3}$;

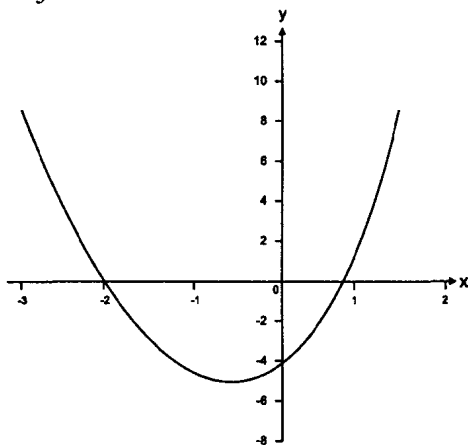


Рис. 58а.

б) $x^2 - 9 < 0$, строим график $y = x^2 - 9$ (см. рис. 58б), $y > 0$ при $x < -3$ и $x > 3$;

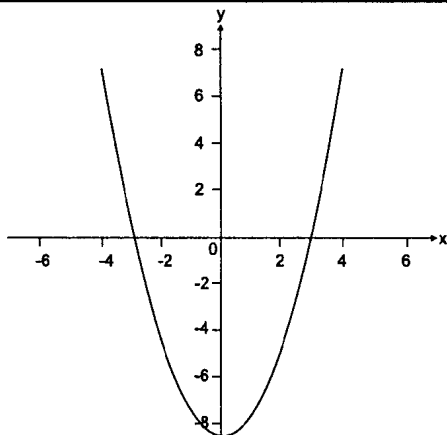


Рис. 58б.

в) $-x^2 - 6 < 0$, строим график $y = -x^2 - 6$ (см. рис. 58в.), $y < 0$ при любом x .

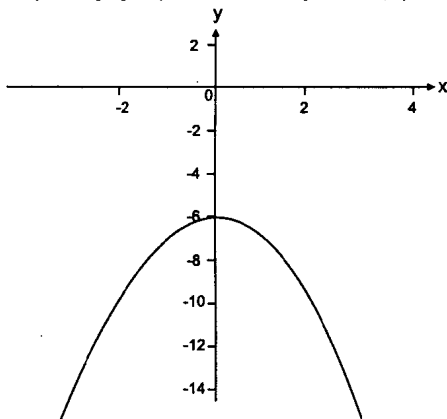


Рис. 58в

4. 1) а) $x^2 - 16 < 0$, $x^2 < 16$, $-4 < x < 4$; б) $x^2 - 36 > 0$, $x^2 > 36$, $x < -6$ и $x > 6$;

в) $x^2 + 5 > 0$, x – любое;

г) $x^2 + 1 < 0$ – решений нет;

2) а) $x^2 - 7x > 0$, $x(x - 7) < 0$, $\begin{cases} x > 0 \\ x - 7 < 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x < 0 \\ x - 7 < 0 \end{cases}$, $0 < x < 7$;

$$б) x^2 + 3x > 0, x(x+3) > 0, \begin{cases} x > 0 \\ x+3 < 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < 0 \\ x+3 < 0 \end{cases}, x > 0 \text{ или } x < -3;$$

$$в) x^2 + \frac{1}{3} > 0, x - \text{любое};$$

$$г) x^2 - 4, 2x < 0, x(x-4, 2) < 0, \begin{cases} x > 0 \\ x-4, 2 < 0 \end{cases}, \text{ или } \begin{cases} x < 0 \\ x-4, 2 > 0 \end{cases}, 0 < x < 4, 2.$$

$$3) а) x^2 - 3x - 40 > 0, (x-8)(x+5) > 0, \begin{cases} x-8 > 0 \\ x+5 > 0 \end{cases}, \text{ или } \begin{cases} x-8 < 0 \\ x+5 < 0 \end{cases}, x > 8 \text{ или } x < -5;$$

$$б) 3x^2 + 5x - 2 < 0, (x+2)(3x-1) < 0, \begin{cases} x+2 > 0 \\ 3x-1 < 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+2 < 0 \\ 3x-1 > 0 \end{cases}, -2 < x < \frac{1}{3};$$

$$в) x^2 + 12x + 40 > 0, (x+6)^2 + 4 > 0, x - \text{любое};$$

$$г) -4x^2 + 12x - 9 < 0, 4x^2 - 12x + 9 > 0, (2x-3)^2 > 0, x \neq \frac{3}{2};$$

$$д) x^2 - 5x - 50 < 0, (x-10)(x+5) < 0, \begin{cases} x-10 > 0 \\ x+5 < 0 \end{cases}, \begin{cases} x-10 < 0 \\ x+5 > 0 \end{cases}, -5 < x < 10;$$

$$е) 9x^2 + 6x + 1 > 0, (3x+1)^2 > 0, x \neq -\frac{1}{3}.$$

$$5. а) x^2 \leq 16, -4 \leq x \leq 4;$$

$$б) 5x^2 < \frac{1}{3}x, x \cdot 5x - \frac{1}{3} < 0, \begin{matrix} x > 0 \\ 5x - \frac{1}{3} < 0 \end{matrix} \text{ или } \begin{matrix} x < 0 \\ 5x - \frac{1}{3} > 0 \end{matrix}, 0 < x < \frac{1}{15};$$

$$в) 0, 2x^2 > 5, x^2 > 10, x < -\sqrt{10} \text{ и } x > \sqrt{10};$$

$$г) 0, 8x^2 > x, x(0, 8x-1) > 0, \begin{cases} x > 0 \\ 0, 8x-1 > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < 0 \\ 0, 8x-1 < 0 \end{cases}, x > \frac{5}{4} \text{ или } x < 0.$$

$$6. а) x(x-8) > (2x-1)^2, x^2 - 8x > 4x^2 - 4x + 1, 3x^2 + 4x + 1 < 0, (x+1)(3x+1) < 0, \\ \begin{cases} x+1 > 0 \\ 3x+1 < 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+1 < 0 \\ 3x+1 > 0 \end{cases}, -1 < x < -\frac{1}{3};$$

$$б) 3x(x-2)+1 > (x-1)^2, 3x^2 - 6x + 1 > x^2 - 2x + 1, 2x^2 - 4x > 0, 2x(x-2) > 0, \\ \begin{cases} x > 0 \\ x-2 > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < 0 \\ x-2 < 0 \end{cases}, x > 2 \text{ или } x < 0;$$

в) $\frac{x^2}{4} + \frac{x}{2} - 2 < 0, x^2 + 2x - 8 < 0, (x-2)(x+4) < 0,$

$$\begin{cases} x-2 > 0 \\ x+4 < 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x-2 < 0 \\ x+4 > 0 \end{cases}, -4 < x < 2;$$

г) $\frac{x^2}{3} + \frac{5}{6} < \frac{x}{2}, 2x^2 - 3x + 5 < 0, 2x - \frac{3}{4} + 3\frac{7}{8} < 0$ — решений нет.

7. а) $\frac{2x^2 + 5x - 18 > 0}{x < 0}, \frac{(x-2)(2x-9) < 0}{x > 0}, \frac{2x+9 < 0}{x < 0}, x < -4,5;$

б) $\begin{cases} x^2 - 10x - 24 < 0 \\ 2x - 16 > 0 \end{cases}, \begin{cases} (x-12)(x+2) < 0 \\ x > 8 \end{cases}, \begin{cases} x-12 < 0 \\ x > 8 \end{cases}, 8 < x < 12;$

в) $\frac{6x - x^2 < 0}{2x - 9 > 0}, \frac{x(6-x) < 0}{x > 4,5}, \frac{0 < 6-x}{x > 4,5}, x > 6.$

8. а) при $3x^2 + 10x - 8 \geq 0, (x+4)(3x-2) \geq 0, \begin{cases} x+4 \geq 0 \\ 3x-2 \geq 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+4 \leq 0 \\ 3x-2 \leq 0 \end{cases},$

$$x \geq \frac{2}{3} \text{ и } x \leq -4;$$

б) при $6x^2 - 15x > 0, 3x(2x-5) > 0, \begin{cases} x > 0 \\ 2x-5 > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < 0 \\ 2x-5 < 0 \end{cases}, x > \frac{5}{2} \text{ и } x < 0;$

в) при $\begin{cases} 9 - x^2 \geq 0 \\ x - 2 \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2 \leq 9 \\ x \geq 2 \end{cases}, 2 \leq x \leq 3.$

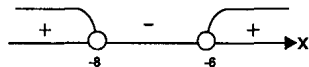


С-57. МЕТОД ИНТЕРВАЛОВ

1. 1) а) $(x+3)(x-4) < 0, -3 < x < 4;$



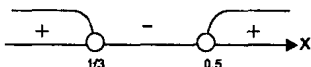
б) $(x+6)(x+8) > 0, x < -8 \text{ и } x > -6;$



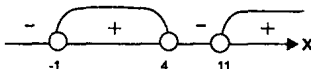
в) $(x+1,5)(x+2,5) < 0, -2,5 < x < -1,5;$



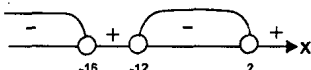
$$r) (x-0,5)\left(x-\frac{1}{3}\right) > 0, x < \frac{1}{3} \text{ и } x > 0,5;$$



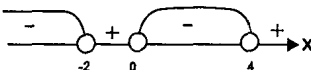
$$2) a) (x-4)(x+1)(x-11) > 0, -1 < x < 4 \text{ и } x > 11;$$



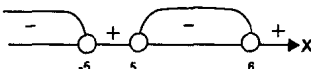
$$б) (x-2)(x+12)(x+16) < 0, x < -16 \text{ и } -12 < x < 2;$$



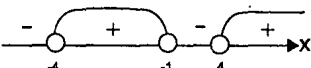
$$в) x(x-4)(x+2) < 0, x < -2 \text{ и } 0 < x < 4;$$



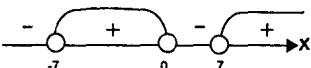
$$3) a) (x^2-25)(x-6) < 0, (x-5)(x+5)(x-6) < 0, x < -5 \text{ и } 5 < x < 6;$$



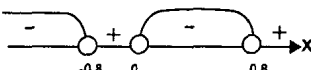
$$б) (x+1)(x^2-16) > 0, (x+1)(x-4)(x+4) > 0, -4 < x < -1 \text{ и } x > 4;$$



$$в) x^3-49x > 0, x(x-7)(x+7) > 0, -7 < x < 0 \text{ и } x > 7;$$



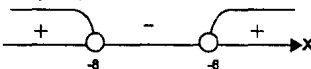
$$г) x^3-0,64x < 0, x(x-0,8)(x+0,8) < 0, x < -0,8 \text{ и } 0 < x < 0,8;$$



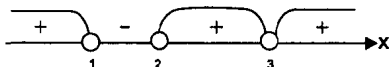
$$4) a) (x^2+8)(x-4)(x-2) < 0, 2 < x < 4;$$



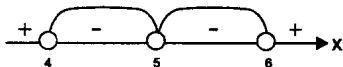
$$б) (x+6)(x+8)(x^2+11) > 0, x < -8 \text{ и } x > -6;$$



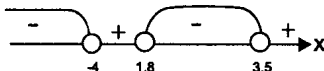
в) $(x-1)(x-2)(x-3)^2 > 0, x < 1, 2 < x < 3$ и $x > 3$;



г) $(x-4)(x-6)(x-5)^2 < 0, 4 < x < 5$ и $5 < x < 6$.



2. а) при $(x-3,5)(x+4)(x-1,8) < 0, x < -4$ и $1,8 < x < 3,5$;



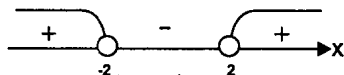
б) при $(x-2,5)(x-3)(x^2+9) < 0, 2,5 < x < 3$.



3. 1) а) $\frac{x-5}{x+7} < 0, -7 < x < 5$;



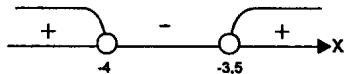
б) $\frac{x-2}{x+2} > 0, x < -2$ и $x > 2$;



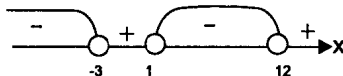
в) $\frac{x+1}{x+3} < 0, -3 < x < -1$;



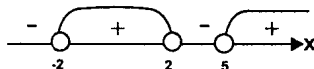
г) $\frac{x+3,5}{x+4} > 0, x < -4$ и $x > 3,5$;



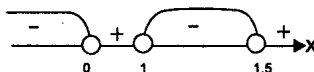
2) а) $\frac{(x-1)(x+3)}{x-12} < 0, x < -3$ и $1 < x < 12$;



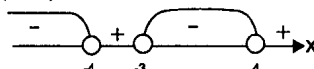
б) $\frac{(x-2)(x+2)}{x-5} > 0, -2 < x < 2 \text{ и } x > 5;$



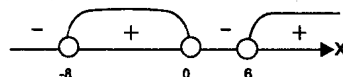
в) $\frac{(x-1,5)(x-1)}{x} < 0, x < 0 \text{ и } 1 < x < 1,5;$



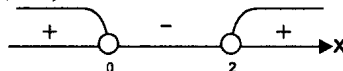
3) а) $\frac{x^2-16}{x+3} < 0, \frac{(x-4)(x+4)}{(x+3)} < 0, x < -4 \text{ и } -3 < x < 4;$



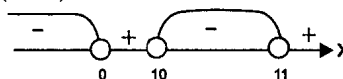
б) $\frac{x+8}{x^2-6x} > 0, \frac{x+8}{x(x-6)} > 0, -8 < x < 0, x > 6;$



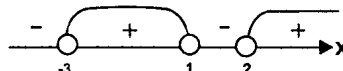
в) $\frac{x^2+2}{x^2-2x} > 0, \frac{x^2+2}{x(x-2)} > 0, x < 0, x > 2;$



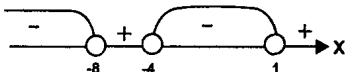
г) $\frac{x^2-11x}{x-10} < 0, \frac{x(x-11)}{(x-10)} < 0, x < 0 \text{ и } 10 < x < 11.$



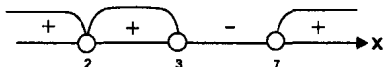
4. 1) а) $(x^2+x-6)(x-1) > 0, (x-2)(x+3)(x-1) > 0, -3 < x < 1, x > 2;$



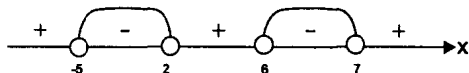
б) $(x+8)(x^2+3x-4) < 0, (x+8)(x+4)(x-1) < 0, x < -8 \text{ и } -4 < x < 1;$



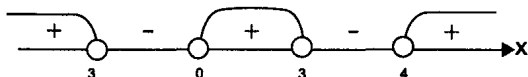
в) $(x^2 - 5x + 6)(x^2 - 9x + 14) > 0, (x - 2)^2(x - 3)(x - 7) > 0,$
 $x < 2, 2 < x < 3$ и $x > 7;$



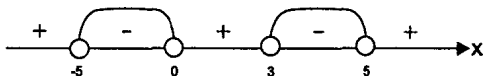
г) $(x^2 + 3x - 10)(x^2 - 13x + 42) < 0, (x + 5)(x - 2)(x - 6)(x - 7) < 0,$
 $-5 < x < 2$ и $6 < x < 7;$



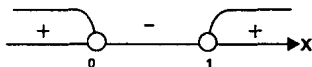
2) а) $\frac{x^2 - 4x}{x^2 - 9} > 0, \frac{(x - 4)x}{(x - 3)(x + 3)} > 0, x < -3, 0 < x < 3$ и $x > 4;$



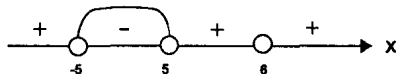
б) $\frac{x^2 - 25}{x^2 - 3x} < 0, \frac{(x - 5)(x + 5)}{x(x - 3)} < 0, -5 < x < 0, 3 < x < 5;$



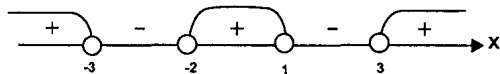
в) $\frac{x^2 - x}{x^2 + 4} > 0, \frac{x(x - 1)}{x^2 + 4} > 0, x < 0$ и $x > 1;$



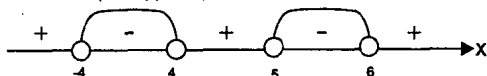
г) $\frac{(x - 6)^2}{x^2 - 25} < 0, \frac{(x - 6)^2}{(x - 5)(x + 5)} < 0, -5 < x < 5;$



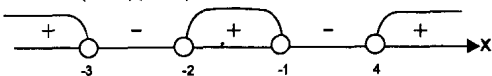
3) а) $\frac{x^2 + x - 2}{x^2 - 9} > 0, \frac{(x + 2)(x - 1)}{(x - 3)(x + 3)} > 0, x < -3, -2 < x < 1$ и $x > 3;$



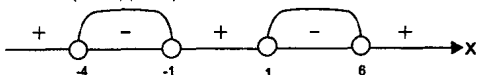
$$6) \frac{x^2 - 16}{x^2 - 11x + 30} < 0, \frac{(x-4)(x+4)}{(x-5)(x-6)} < 0, -4 < x < 4 \text{ и } 5 < x < 6;$$



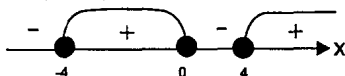
$$в) \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 + 5x + 6} > 0, \frac{(x-4)(x+1)}{(x+2)(x+3)} > 0, x < -3, -2 < x < -1, x > 4;$$



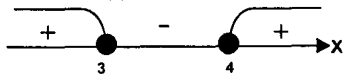
$$г) \frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 5x - 6} < 0, \frac{(x+4)(x-1)}{(x-6)(x+1)} < 0, -4 < x < -1, 1 < x < 6.$$



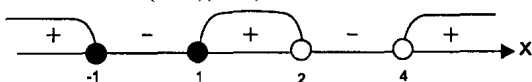
$$5. 1) а) \text{ при } x^3 - 16x \geq 0, x(x-4)(x+4) \geq 0, -4 \leq x \leq 0 \text{ и } x \geq 4;$$



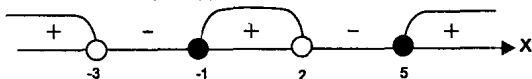
$$б) \text{ при } x^2 - 7x + 12 \geq 0, (x-3)(x-4) \geq 0, x \leq 3 \text{ и } x \geq 4;$$



$$2) а) \text{ при } \frac{x^2 - 1}{x^2 - 6x + 8} \geq 0, \frac{(x-1)(x+1)}{(x-2)(x-4)} \geq 0, x \leq -1, 1 \leq x < 2 \text{ и } x > 4;$$



$$б) \text{ при } \frac{x^2 - 4x - 5}{x^2 + x - 6} \geq 0, \frac{(x-5)(x+1)}{(x+3)(x-2)} \geq 0, x < -3, -1 \leq x < 2 \text{ и } x \geq 5.$$



КОНТРОЛЬНЫЕ РАБОТЫ

К-1

Вариант №1

$$1. а) \frac{14a^4b}{49a^3b^2} = \frac{2 \cdot 7 \cdot a^3 \cdot a \cdot b}{7 \cdot 7 \cdot a^3 \cdot b \cdot b} = \frac{2a}{7b}, \text{ где } a \neq 0 \text{ и } b \neq 0.$$

$$б) \frac{3x}{x^2+4x} = \frac{3 \cdot x}{x \cdot (x+4)} = \frac{3}{x+4}, \text{ где } x \neq 0 \text{ и } x \neq -4.$$

$$в) \frac{y^2-z^2}{2y+2z} = \frac{(y-z) \cdot (y+z)}{2 \cdot (y+z)} = \frac{y-z}{2}, \text{ где } y \neq -z.$$

$$2. а) \frac{3x-1}{x^2} + \frac{x-9}{3x} = \frac{3x-1}{x \cdot x} + \frac{x-9}{3 \cdot x} = \frac{(3x-1) \cdot 3}{x \cdot x \cdot 3} + \frac{(x-9) \cdot x}{3 \cdot x \cdot x} =$$

$$= \frac{3(3x-1) + x(x-9)}{3x^2} = \frac{9x-3+x^2-9x}{3x^2} = \frac{x^2-3}{3x^2};$$

$$б) \frac{1}{2a-b} - \frac{1}{2a+b} = \frac{1 \cdot (2a+b)}{(2a-b) \cdot (2a+b)} - \frac{1 \cdot (2a-b)}{(2a+b) \cdot (2a-b)} = \frac{2a+b-(2a-b)}{(2a-b)(2a+b)} =$$

$$= \frac{2a+b-2a+b}{(2a-b)(2a+b)} = \frac{2b}{(2a-b)(2a+b)} = \frac{2b}{4a^2-b^2};$$

$$в) \frac{5}{c+3} - \frac{5c-2}{c^2+3c} = \frac{5}{c+3} - \frac{5c-2}{c(c+3)} = \frac{5 \cdot c}{(c+3) \cdot c} - \frac{5c-2}{c \cdot (c+3)} = \frac{5c-(5c-2)}{c(c+3)} =$$

$$= \frac{5c-5c+2}{c(c+3)} = \frac{2}{c(c+3)}.$$

$$3. \frac{a^2-b}{a} - a = \frac{a^2-b}{a} - \frac{a}{1} = \frac{(a^2-b) \cdot 1}{a \cdot 1} - \frac{a \cdot a}{1 \cdot a} = \frac{a^2-b-a^2}{a} = \frac{-b}{a}$$

Подставляя значения переменных $a=0,2$, $b=-5$ в дробь, получим:

$$\frac{-b}{a} = \frac{-(-5)}{0,2} = \frac{5 \cdot 10}{0,2 \cdot 10} = \frac{50}{2} = 25.$$

$$4. \frac{3}{x-3} - \frac{x+15}{x^2-9} - \frac{2}{x} = \frac{3}{x-3} - \frac{x+15}{(x-3)(x+3)} - \frac{2}{x} =$$

$$= \frac{3 \cdot (x+3)x}{(x-3) \cdot (x+3)x} - \frac{(x+15) \cdot x}{(x-3)(x+3) \cdot x} - \frac{2 \cdot (x-3)(x+3)}{x \cdot (x-3)(x+3)} =$$

$$= \frac{3x(x+3) - x(x+15) - 2(x-3)(x+3)}{x(x-3)(x+3)} = \frac{3x^2+9x-x^2-15x-2(x^2-9)}{x(x-3)(x+3)} =$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2x^2 - 6x - 2x^2 + 18}{x(x-3)(x+3)} = \frac{-6x + 18}{x(x-3)(x+3)} = \frac{-6(x-3)}{x(x-3)(x+3)} = \\
 &= \frac{-6}{x(x+3)} = -\frac{6}{x(x+3)}.
 \end{aligned}$$

Ответ: $-\frac{6}{x(x+3)}$, если $x \neq 3$, $x \neq -3$ и $x \neq 0$.

Вариант №2

1. а) $\frac{39x^3y}{26x^2y^2} = \frac{3 \cdot 13 \cdot x^2 \cdot x \cdot y}{2 \cdot 13 \cdot x^2 \cdot y \cdot y} = \frac{3x}{2y}$, если $x \neq 0$, $y \neq 0$;

б) $\frac{5y}{y^2 - 2y} = \frac{5 \cdot y}{y \cdot (y - 2)} = \frac{5}{y - 2}$, если $y \neq 0$, $y \neq 2$;

в) $\frac{3a - 3b}{a^2 - b^2} = \frac{3 \cdot (a - b)}{(a - b)(a + b)} = \frac{3}{a + b}$, если $a \neq b$, $a \neq -b$.

2. а) $\frac{3 - 2a}{2a} - \frac{1 - a^2}{a^2} = \frac{3 - 2a}{2 \cdot a} - \frac{1 - a^2}{a \cdot a} = \frac{(3 - 2a) \cdot a}{2 \cdot a \cdot a} - \frac{(1 - a^2) \cdot 2}{a \cdot a \cdot 2} =$
 $= \frac{a(3 - 2a) - 2(1 - a^2)}{2a^2} = \frac{3a - 2a^2 - 2 + 2a^2}{2a^2} = \frac{3a - 2}{2a^2};$

б) $\frac{1}{3x + y} - \frac{1}{3x - y} = \frac{1 \cdot (3x - y)}{(3x + y) \cdot (3x - y)} - \frac{1 \cdot (3x + y)}{(3x - y) \cdot (3x + y)} = \frac{3x - y - (3x + y)}{(3x - y)(3x + y)} =$
 $= \frac{3x - y - 3x - y}{(3x - y)(3x + y)} = \frac{-2y}{(3x - y)(3x + y)} = \frac{-2y}{9x^2 - y^2}.$

в) $\frac{4 - 3b}{b^2 - 2b} + \frac{3}{b - 2} = \frac{4 - 3b}{b(b - 2)} + \frac{3}{b - 2} = \frac{4 - 3b}{b \cdot (b - 2)} + \frac{3 \cdot b}{(b - 2) \cdot b} =$
 $= \frac{4 - 3b + 3b}{b(b - 2)} = \frac{4}{b(b - 2)}.$

3. $\frac{x - 6y^2}{2y} + 3y = \frac{x - 6y^2}{2y} + \frac{3y}{1} = \frac{(x - 6y^2) \cdot 1}{2y \cdot 1} + \frac{3y \cdot 2y}{1 \cdot 2y} = \frac{x - 6y^2 + 6y^2}{2y} = \frac{x}{2y}.$

Подставляя значения переменных $x = -8$, $y = 0,1$ в дробь, получим:

$$\frac{x}{2y} = \frac{-8}{2 \cdot 0,1} = -\frac{8}{0,2} = -\frac{80}{2} = -40.$$

4. $\frac{2}{x - 4} - \frac{x + 8}{x^2 - 16} - \frac{1}{x} = \frac{2}{x - 4} - \frac{x + 8}{(x - 4)(x + 4)} - \frac{1}{x} =$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{2 \cdot (x+4)x}{(x-4) \cdot (x+4)x} - \frac{(x+8) \cdot x}{(x-4)(x+4) \cdot x} - \frac{1 \cdot (x-4)(x+4)}{x \cdot (x-4)(x+4)} = \\
 &= \frac{2x(x+4) - x(x+8) - (x-4)(x+4)}{x(x-4)(x+4)} = \frac{2x^2 + 8x - x^2 - 8x - (x^2 - 16)}{x(x-4)(x+4)} = \\
 &= \frac{x^2 - x^2 + 16}{x(x-4)(x+4)} = \frac{16}{x(x-4)(x+4)} = \frac{16}{x^3 - 16x}.
 \end{aligned}$$

Вариант №3

$$1. \text{ а) } \frac{22p^4q^2}{99p^3q} = \frac{2 \cdot 11 \cdot p^4 \cdot q \cdot q}{3 \cdot 3 \cdot 11 \cdot p^4 \cdot p \cdot q} = \frac{2q}{9p}, \text{ если } p \neq 0, q \neq 0;$$

$$б) \frac{7a}{a^2 + 5a} = \frac{7 \cdot a}{a \cdot (a+5)} = \frac{7}{a+5}, \text{ если } a \neq 0, a \neq -5;$$

$$в) \frac{x^2 - y^2}{4x + 4y} = \frac{(x-y)(x+y)}{4(x+y)} = \frac{x-y}{4}, \text{ если } x \neq -y.$$

$$\begin{aligned}
 2. \text{ а) } \frac{y-20}{4y} + \frac{5y-2}{y^2} &= \frac{(y-20) \cdot y}{4y \cdot y} + \frac{(5y-2) \cdot 4}{y^2 \cdot 4} = \frac{y(y-20) + 4(5y-2)}{4y^2} = \\
 &= \frac{y^2 - 20y + 20y - 8}{4y^2} = \frac{y^2 - 8}{4y^2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 б) \frac{1}{5c-d} - \frac{1}{5c+d} &= \frac{1 \cdot (5c+d)}{(5c-d) \cdot (5c+d)} - \frac{1 \cdot (5c-d)}{(5c+d) \cdot (5c-d)} = \\
 &= \frac{5c+d - (5c-d)}{(5c-d)(5c+d)} = \frac{5c+d-5c+d}{(5c-d)(5c+d)} = \frac{2d}{(5c-d)(5c+d)} = \frac{2d}{25c^2 - d^2};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 в) \frac{7}{a+5} - \frac{7a-3}{a^2+5a} &= \frac{7}{a+5} - \frac{7a-3}{a(a+5)} = \frac{7 \cdot a}{(a+5) \cdot a} - \frac{7a-3}{a \cdot (a+5)} = \\
 &= \frac{7a-7a+3}{a(a+5)} = \frac{3}{a(a+5)}.
 \end{aligned}$$

$$3. \frac{14b^2 - c}{7b} - 2b = \frac{14b^2 - c}{7b} - \frac{2b}{1} = \frac{(14b^2 - c) \cdot 1}{7b \cdot 1} - \frac{2b \cdot 7b}{1 \cdot 7b} = \frac{14b^2 - c - 14b^2}{7b} = \frac{-c}{7b}.$$

Подставляя значения переменных $b=0,5$, $c=-14$ в дробь, получим:

$$\frac{-c}{7b} = \frac{-(-14)}{7 \cdot 0,5} = \frac{14}{3,5} = \frac{140}{35} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7}{5 \cdot 7} = 4.$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad & \frac{5}{x-7} - \frac{2}{x} - \frac{3x+28}{x^2-49} = \frac{5}{x-7} - \frac{2}{x} - \frac{3x+28}{(x-7)(x+7)} = \\
 & = \frac{5 \cdot x(x+7)}{(x-7) \cdot x(x+7)} - \frac{2 \cdot (x-7)(x+7)}{x \cdot (x-7)(x+7)} - \frac{(3x+28) \cdot x}{(x-7)(x+7)x} = \\
 & = \frac{5x(x+7) - 2(x-7)(x+7) - x(3x+28)}{(x-7)(x+7)x} = \frac{5x^2 + 35x - 2(x^2 - 49) - 3x^2 - 28x}{x(x-7)(x+7)} = \\
 & = \frac{2x^2 + 7x - 2x^2 + 98}{x(x-7)(x+7)} = \frac{7x + 98}{x(x-7)(x+7)} = \frac{7(x+14)}{x(x-7)(x+7)}.
 \end{aligned}$$

Вариант №4

$$1. \text{ а) } \frac{75b^5c^3}{50b^4c^4} = \frac{3 \cdot 25 \cdot b^4 \cdot b \cdot c^3}{2 \cdot 25 \cdot b^4 \cdot c^3 \cdot c} = \frac{3b}{2c}, \text{ если } b \neq 0, c \neq 0;$$

$$\text{б) } \frac{2b}{b^2-9b} = \frac{2 \cdot b}{b \cdot (b-9)} = \frac{2}{b-9}, \text{ если } b \neq 0, b \neq 9;$$

$$\text{в) } \frac{7x-7y}{x^2-y^2} = \frac{7 \cdot (x-y)}{(x-y) \cdot (x+y)} = \frac{7}{x+y}, \text{ если } x \neq y, x \neq -y;$$

$$\begin{aligned}
 2. \text{ а) } \quad & \frac{3b+7}{3b} - \frac{b^2-5}{b^2} = \frac{3b+7}{3 \cdot b} - \frac{b^2-5}{b \cdot b} = \frac{(3b+7) \cdot b}{3b \cdot b} - \frac{(b^2-5) \cdot 3}{b^2 \cdot 3} = \\
 & = \frac{b(3b+7) - 3(b^2-5)}{3b^2} = \frac{3b^2 + 7b - 3b^2 + 15}{3b^2} = \frac{7b+15}{3b^2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{б) } \quad & \frac{1}{4p+q} - \frac{1}{4p-q} = \frac{1 \cdot (4p-q)}{(4p+q) \cdot (4p-q)} - \frac{1 \cdot (4p+q)}{(4p-q) \cdot (4p+q)} = \\
 & = \frac{4p-q - (4p+q)}{(4p-q)(4p+q)} = \frac{4p-q-4p-q}{(4p-q)(4p+q)} = \frac{-2q}{(4p-q)(4p+q)} = \frac{-2q}{16p^2 - q^2}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{в) } \quad & \frac{5-4y}{y^2-6y} + \frac{4}{y-6} = \frac{5-4y}{y(y-6)} + \frac{4}{y-6} = \frac{5-4y}{y \cdot (y-6)} + \frac{4 \cdot y}{(y-6) \cdot y} = \\
 & = \frac{5-4y+4y}{y(y-6)} = \frac{5}{y(y-6)}.
 \end{aligned}$$

$$3. \quad \frac{12p^2-q}{4p} - 3p = \frac{12p^2-q}{4p} - \frac{3p}{1} = \frac{(12p^2-q) \cdot 1}{4p \cdot 1} - \frac{3p \cdot 4p}{1 \cdot 4p} = \frac{12p^2-q-12p^2}{4p} = \frac{-q}{4p}.$$

Подставляя значения переменных $p = -0,35$, $q = 28$ в дробь, получим:

$$\frac{-q}{4p} = \frac{-28}{4 \cdot (-0,35)} = \frac{-28}{-1,4} = \frac{280}{14} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 7}{2 \cdot 7} = 2 \cdot 2 \cdot 5 = 20.$$

$$\begin{aligned}
 4. \quad & \frac{4}{y} - \frac{2}{y-5} + \frac{2y+10}{25-y^2} = \frac{4}{y} + \frac{2}{5-y} + \frac{2y+10}{(5-y)(5+y)} = \\
 & = \frac{4 \cdot (5-y)(5+y)}{y \cdot (5-y)(5+y)} + \frac{2 \cdot (5+y)y}{(5-y) \cdot (5+y)y} + \frac{(2y+10) \cdot y}{(5-y)(5+y) \cdot y} = \\
 & = \frac{4(5-y)(5+y) + 2y(5+y) + y(2y+10)}{y(5-y)(5+y)} = \frac{4(25-y^2) + 10y + 2y^2 + 2y^2 + 10y}{y(5-y)(5+y)} = \\
 & = \frac{100 - 4y^2 + 20y + 4y^2}{y(5-y)(5+y)} = \frac{100 + 20y}{y(5-y)(5+y)} = \frac{20(5+y)}{y(5-y)(5+y)} = \frac{20}{y(5-y)}.
 \end{aligned}$$

К-1А**Вариант №1**

1. $a < 0, b > 0$, тогда:

а) $a^5 b^6 < 0$; б) $\frac{a^4}{b^7} > 0$; в) $a(3b-a) < 0$; г) $\frac{2b-5a}{b-a} > 0$.

2. а) $(b-3)^2 - b(b-6) = 9 > 0$, так что $(b-3)^2 > b(b-6)$ при любом b , ч.т.д.;

б) $b^2 + 10 - 2(4b-3) = (b-4)^2 \geq 0$, так что $b^2 + 10 \geq 2(4b-3)$ при любом b ;

3. $a < b$, тогда:

а) $15a < 15b$; б) $-6,3a > -6,3b$; в) $-8b < -8a$.

4. а) $(3x-1)(2+5x) = 0$, $x = \frac{1}{3}$ и $x = -\frac{2}{5}$; б) $\frac{8x^2-x}{3x} = 0$, $\frac{8x-1}{3} = 0$, $x = \frac{1}{8}$.

Вариант №2

1. $x < 0, y < 0$, тогда:

а) $x^3 y^8 < 0$; б) $\frac{x^4}{y^5} < 0$; в) $3y(2x+y) > 0$; г) $\frac{-2x-3y}{x+y} < 0$.

2. а) $(a-5)^2 - a(a-10) = 25 > 0$, так что $(a-5)^2 > a(a-10)$ при любом a , ч.т.д.;

б) $a^2 + 12 - 4(2a-1) = (a-4)^2 \geq 0$, так что $a^2 + 12 \geq 4(2a-1)$ при любом a .

3. $c > d$, тогда:

а) $3,4c > 3,4d$; б) $-c < -d$; в) $-6,5d > -6,5c$.

4. а) $(5x-3)(6x+2) = 0$, $x = \frac{3}{5}$ и $x = -\frac{1}{3}$;

$$6) \frac{(x-5)(x+4)}{2x-10} = 0, \frac{x+4}{2} = 0, x+4=0, x=-4.$$

Вариант №3

1. $b > 0, c < 0$, тогда:

$$a) b^4 c^5 < 0; \quad б) \frac{b^6}{c^8} > 0; \quad в) c(6b-2c) < 0; \quad г) \frac{10b-4c}{b-c} > 0.$$

2. а) $(x+6)^2 - x(x+12) = 36 > 0$, так что $(x+6)^2 > x(x+12)$ при любом x , ч.т.д.;

$$б) x^2 + 17 - 2(5x-4) = (x-5)^2 \geq 0, \text{ так что } x^2 + 17 \geq 2(5x-4) \text{ при любом } x.$$

3. $a < c$, тогда:

$$a) 7,2a < 7,2c; \quad б) -8,4a > -8,4c; \quad в) -16c < -16a.$$

$$4. а) (2-7x)(5+4x) = 0, x = \frac{2}{7} \text{ и } x = -\frac{5}{4}; \quad б) \frac{12x^2+x}{x} = 0, 12x+1=0, x = -\frac{1}{12}.$$

Вариант №4

1. $a > 0, c < 0$, тогда:

$$a) a^7 c^8 > 0; \quad б) \frac{a^8}{c^4} > 0; \quad в) c(3c-a) > 0; \quad г) \frac{12a-4c}{a-c} > 0.$$

2. а) $(2a-1)^2 - 4a(a-1) = 4 > 0$, так что $(2a-1)^2 > 4a(a-1)$, при любом a , ч.т.д.;

$$б) a^2 - 9 - 18(a-5) = (a-9)^2 \geq 0, \text{ так что } a^2 - 9 \geq 18(a-5) \text{ при любом } a, \text{ ч.т.д.};$$

3. $x > y$, тогда:

$$a) 1,9x > 1,9y; \quad б) -6,3x < -6,3y; \quad в) -2,9y > -2,9x.$$

$$4. а) (4+9x)(7-2x) = 0, x = -\frac{4}{9} \text{ и } x = \frac{7}{2};$$

$$б) \frac{6x^2-x}{2-12x} = 0, \frac{x(6x-1)}{-2(6x-1)} = 0, -\frac{x}{2} = 0, x = 0.$$

К-2

Вариант №1

$$1. а) \frac{42x^5}{y^4} \cdot \frac{y^2}{14x^5} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot x^5 \cdot y^2}{y^2 \cdot y^2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot x^5} = \frac{3}{y^2}.$$

$$б) \frac{63a^3b}{c} : (18a^2b) = \frac{63a^3b}{c} \cdot \frac{1}{18a^2b} = \frac{63a^3b}{c} \cdot \frac{1}{18a^2b} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 7 \cdot a^2 \cdot a \cdot b}{c \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot a^2 \cdot b} = \frac{7a}{2c}.$$

если $a \neq 0, c \neq 0$;

$$\begin{aligned} \text{в)} \quad \frac{4a^2 - 1}{a^2 - 9} : \frac{6a + 3}{a + 3} &= \frac{(2a - 1)(2a + 1)}{(a - 3)(a + 3)} \cdot \frac{a + 3}{3(2a + 1)} = \\ &= \frac{(2a - 1)(2a + 1) \cdot (a + 3)}{(a - 3)(a + 3) \cdot 3(2a + 1)} = \frac{2a - 1}{3(a - 3)}. \end{aligned}$$

Ответ: $\frac{2a - 1}{3(a - 3)}$, если $a \neq \pm 3$ и $a \neq -\frac{1}{2}$;

г) Используя правило сложения и вычитания дробей с разными знаменателями, выполним сложение в скобке, получим дробь и попытаемся сократить эту дробь, разложив на множители ее числитель и знаменатель:

$$\frac{p}{p - q} + \frac{p}{q} = \frac{p \cdot q + p \cdot (p - q)}{(p - q) \cdot q} = \frac{pq + p^2 - pq}{(p - q) \cdot q} = \frac{p^2}{(p - q)q}.$$

Используя правила умножения дробей, выполним умножение полученной дроби на $\frac{p - q}{p}$ и сократим полученную дробь.

$$\frac{p - q}{p} \cdot \frac{p^2}{(p - q)q} = \frac{(p - q) \cdot p \cdot p}{p \cdot (p - q) \cdot q} = \frac{p}{q}.$$

Ответ: $\frac{p}{q}$, если $p \neq 0, p \neq q, q \neq 0$.

2. Ответ: Область определения функции — $x \neq 0; y < 0$ при $x < 0$.

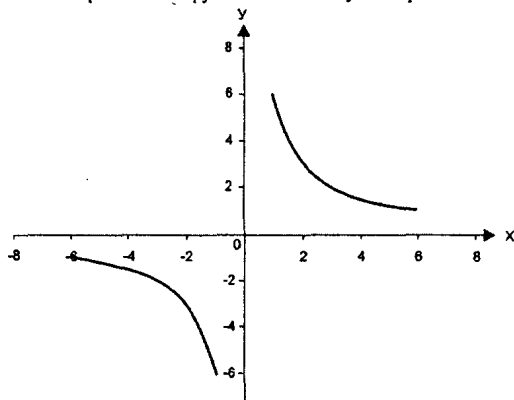


Рис. 59

3. Используя правила упрощения рациональных алгебраических выражений, наметим порядок выполнения действий и произведем вычисления:

$$\begin{aligned}\frac{1}{b^2 - 2b + 1} + \frac{1}{b^2 - 1} &= \frac{1}{(b-1)^2} + \frac{1}{(b-1)(b+1)} = \frac{1 \cdot (b+1) + 1 \cdot (b-1)}{(b-1)^2 \cdot (b+1)} = \\ &= \frac{b+1+b-1}{(b-1)^2(b+1)} = \frac{2b}{(b-1)^2(b+1)}.\end{aligned}$$

Запишем целое выражение $(b-1)^2$ в виде дроби со знаменателем 1, выполним умножение, сократим полученную дробь, выполним сложение и получим дробь, которую попытаемся сократить.

$$\begin{aligned}(b-1)^2 \cdot \frac{2b}{(b-1)^2(b+1)} + \frac{2}{b+1} &= \frac{(b-1)^2}{1} \cdot \frac{2b}{(b-1)^2(b+1)} + \frac{2}{b+1} = \\ &= \frac{(b-1)^2 \cdot 2b}{1 \cdot (b-1)^2(b+1)} + \frac{2}{b+1} = \frac{2b}{b+1} + \frac{2}{b+1} = \frac{2b+2}{b+1} = \frac{2(b+1)}{b+1} = 2, \text{ не зависит от } b.\end{aligned}$$

Ответ: Доказано.

Вариант №2

$$1. \text{ а) } \frac{2a}{51x^6y} \cdot 17x^7y = \frac{2a}{3 \cdot 17x^6y} \cdot \frac{17x^6 \cdot x \cdot y}{1} = \frac{2a \cdot 17x^6 \cdot x \cdot y}{3 \cdot 17x^6 \cdot y} = \frac{2ax}{3}, \text{ если } x \neq 0, y \neq 0.$$

$$\begin{aligned}\text{б) } \frac{24b^2c}{3a^6} : \frac{16bc}{a^5} &= \frac{2^3 \cdot 3 \cdot b \cdot bc}{3 \cdot a^5 \cdot a} \cdot \frac{a^5}{2^3 \cdot 2 \cdot bc} = \frac{2^3 \cdot 3 \cdot b \cdot bc \cdot a^5}{3 \cdot a^5 \cdot a \cdot 2^3 \cdot 2 \cdot bc} = \frac{b}{2a}, \\ &\text{если } b \neq 0, a \neq 0, c \neq 0;\end{aligned}$$

$$\text{в) } \frac{5x+10}{x-1} \cdot \frac{x^2-1}{x^2-4} = \frac{5(x+2) \cdot (x-1)(x+1)}{(x-1) \cdot (x-2)(x+2)} = \frac{5(x+1)}{x-2}, \text{ если } x \neq 1 \text{ и } x \neq \pm 2.$$

г) Используя правила сложения и вычитания дробей с разными знаменателями, выполним в первую очередь вычитание (в скобках).

$$\frac{c}{y} - \frac{c}{y+c} = \frac{c \cdot (y+c) - c \cdot y}{y \cdot (y+c)} = \frac{cy + c^2 - cy}{y(y+c)} = \frac{c^2}{y(y+c)}.$$

Теперь выполним умножение и сократим полученную дробь.

$$\frac{y+c}{c} \cdot \frac{c^2}{y(y+c)} = \frac{(y+c) \cdot c \cdot c}{c \cdot y(y+c)} = \frac{c}{y}.$$

Ответ: $\frac{c}{y}$, если $c \neq 0$ и $c \neq -y$, $y \neq 0$.

2. Ответ: Область определения функции — $x \neq 0$; функция принимает положительные значения при значениях $x < 0$.

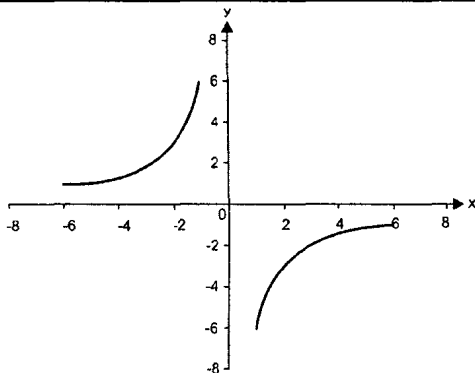


Рис. 60

3. Используя правила сложения и вычитания дробей с разными знаменателями, выполняем в первую очередь сложение (в скобках).

$$\begin{aligned} \frac{1}{x^2-4} + \frac{1}{x^2-4x+4} &= \frac{1}{(x-2)(x+2)} + \frac{1}{(x-2)^2} = \frac{1 \cdot (x-2) + 1 \cdot (x+2)}{(x-2)(x+2) \cdot (x-2)} = \\ &= \frac{x-2+x+2}{(x-2)^2(x+2)} = \frac{2x}{(x-2)^2(x+2)}. \end{aligned}$$

Выполняем умножение, сокращаем полученную дробь и выполним вычитание.

$$\begin{aligned} \frac{x}{x+2} - \frac{(x-2)^2}{2} \cdot \frac{2x}{(x-2)^2(x+2)} &= \frac{x}{x+2} - \frac{(x-2)^2 \cdot 2x}{2 \cdot (x-2)^2(x+2)} = \\ &= \frac{x}{x+2} - \frac{x}{x+2} = 0, \text{ где } x \neq 2 \text{ и } x \neq -2. \end{aligned}$$

Ответ: Доказано.

Вариант №3

$$1. \text{ а) } \frac{28b^6}{c^3} \cdot \frac{c^5}{84b^6} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot b^6 \cdot c^3 \cdot c^2}{c^3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot b^6} = \frac{c^2}{3}, \text{ если } c \neq 0, b \neq 0;$$

$$\text{б) } 30x^2y \cdot \frac{72xy}{z} = \frac{30 \cdot x \cdot xy}{1} \cdot \frac{z}{72 \cdot xy} = \frac{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot x \cdot xy \cdot z}{1 \cdot 2 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot xy} = \frac{5xz}{12},$$

если $x \neq 0, z \neq 0, y \neq 0$;

$$\text{в) } \frac{3x+6}{x+3} \cdot \frac{x^2-9}{x^2-4} = \frac{3(x+2) \cdot (x-3)(x+3)}{(x+3) \cdot (x-2)(x+2)} = \frac{3(x-3)}{x-2}.$$

Ответ: $\frac{3(x-3)}{x-2}$, если $x \neq -3$ и $x \neq \pm 2$;

г) Наметим порядок выполнения действий. В первую очередь выполним сложение и попытаемся сократить полученную дробь.

$$\frac{a}{2a-b} + \frac{a}{b} = \frac{a \cdot b + a \cdot (2a-b)}{(2a-b) \cdot b} = \frac{ab + 2a^2 - ab}{(2a-b)b} = \frac{2a^2}{(2a-b)b}.$$

Далее выполняем умножение и сокращаем полученную дробь:

$$\frac{2a-b}{a} \cdot \frac{2a^2}{(2a-b)b} = \frac{(2a-b) \cdot 2 \cdot a \cdot a}{a \cdot (2a-b)b} = \frac{2a}{b}.$$

Ответ: $\frac{2a}{b}$, если $b \neq 0$, $b \neq 2a$, $a \neq 0$.

2. Ответ: Область определения: $x \neq 0$; функция принимает положительные значения при $x > 0$.

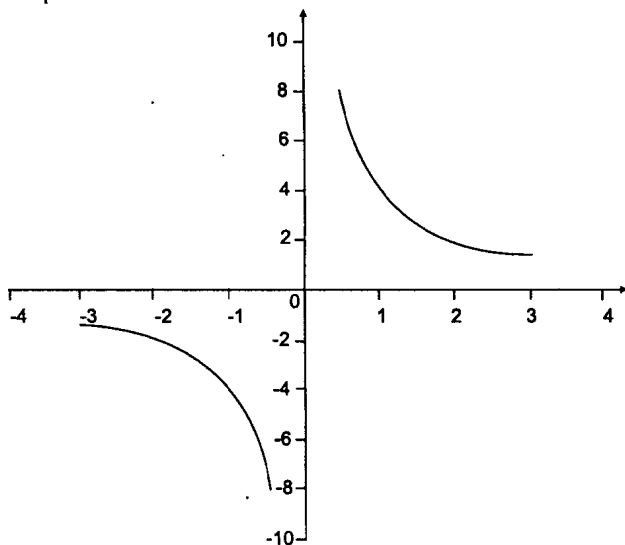


Рис. 61

3. Используя правила сложения и вычитания дробей с разными знаменателями, выполняем в первую очередь сложение (в скобках).

$$\frac{1}{9-6y+y^2} + \frac{1}{9-y^2} = \frac{1}{(3-y)^2} + \frac{1}{(3-y)(3+y)} = \frac{1 \cdot (3+y) + 1 \cdot (3-y)}{(3-y)^2 \cdot (3+y)} =$$

$$= \frac{3+y+3-y}{(3-y)^2(3+y)} = \frac{6}{(3-y)^2(3+y)}.$$

Выполняем умножение, сокращаем полученную дробь и выполним сложение.

$$\begin{aligned} \frac{2y}{y+3} + (y-3)^2 \cdot \frac{6}{(3-y)^2(3+y)} &= \frac{2y}{y+3} + \frac{(3-y)^2}{1} \cdot \frac{6}{(3-y)^2(3+y)} = \\ &= \frac{2y}{y+3} + \frac{(3-y)^2 \cdot 6}{1 \cdot (3-y)^2(3+y)} = \frac{2y}{y+3} + \frac{6}{3+y} = \frac{2y+6}{y+3} = \frac{2(y+3)}{y+3} = 2, \text{ не зависит от } y. \end{aligned}$$

Ответ: Доказано.

Вариант №4

$$1. \text{ а) } \frac{14p^4}{q^6} \cdot \frac{q^5}{56p^4} = \frac{2 \cdot 7 \cdot p^4 \cdot q^5}{q^5 \cdot q \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot p^4} = \frac{1}{4q}.$$

$$\text{б) } 45a^3b \cdot \frac{c^2}{30a^4b} = \frac{45 \cdot a^3b}{1} \cdot \frac{c^2}{30 \cdot a \cdot a^3b} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot a^3b \cdot c^2}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot a \cdot a^3b} = \frac{3c^2}{2a}.$$

$$\begin{aligned} \text{в) } \frac{3a-9}{a+2} \cdot \frac{a^2-9}{a^2-4} &= \frac{3(a-3)}{a+2} \cdot \frac{(a-2)(a+2)}{(a-3)(a+3)} = \frac{3(a-3) \cdot (a-2)(a+2)}{(a+2) \cdot (a-3)(a+3)} = \\ &= \frac{3(a-2)}{a+3}, \text{ если } a \neq \pm 3 \text{ и } a \neq \pm 2. \end{aligned}$$

г) Наметим порядок выполнения действий. В первую очередь выполним вычитание и попытаемся сократить полученную дробь.

$$\frac{y}{x} - \frac{3y}{3x+y} = \frac{y \cdot (3x+y) - 3y \cdot x}{x \cdot (3x+y)} = \frac{3xy + y^2 - 3yx}{x(3x+y)} = \frac{y^2}{x(3x+y)}.$$

Далее выполняем умножение и сокращаем полученную дробь:

$$\frac{3x+y}{y} \cdot \frac{y^2}{x(3x+y)} = \frac{(3x+y) \cdot y \cdot y}{y \cdot x(3x+y)} = \frac{y}{x}.$$

Ответ: $\frac{y}{x}$, если $y \neq 0$, $y \neq -3x$, $x \neq 0$.

2. Ответ: Область определения функции $x \neq 0$; функция принимает отрицательные значения при $x > 0$.

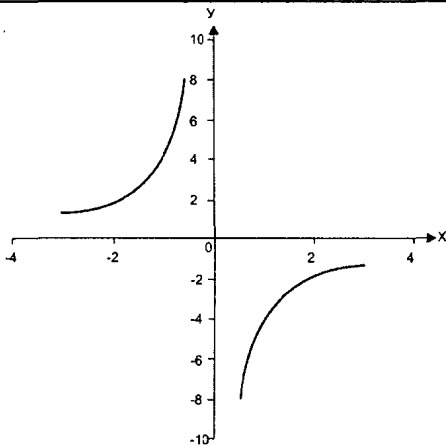


Рис. 62

3. Используя правила сложения и вычитания дробей с разными знаменателями, выполняем в первую очередь сложение (в скобках).

$$\begin{aligned} \frac{3}{25-a^2} + \frac{1}{a^2-10a+25} &= \frac{3}{(5-a)(5+a)} + \frac{1}{(5-a)^2} = \frac{3 \cdot (5-a) + 1 \cdot (5+a)}{(5-a)(5+a) \cdot (5-a)} = \\ &= \frac{15-3a+5+a}{(5-a)^2(5+a)} = \frac{20-2a}{(5-a)^2(5+a)} = \frac{2(10-a)}{(5-a)^2(5+a)}. \end{aligned}$$

Выполняем умножение, сокращаем полученную дробь и выполним сложение.

$$\begin{aligned} \frac{2(10-a)}{(5-a)^2(5+a)} \cdot \frac{(5-a)^2}{2} + \frac{3a}{a+5} &= \frac{2(10-a) \cdot (5-a)^2}{(5-a)^2(5+a) \cdot 2} + \frac{3a}{a+5} = \\ &= \frac{10-a}{5+a} + \frac{3a}{a+5} = \frac{10-a+3a}{5+a} = \frac{10+2a}{5+a} = \frac{2(5+a)}{5+a} = 2 - \text{не зависит от } a, \text{ ч.т.д.} \end{aligned}$$

К-2А

Вариант №1

1. а) $\frac{1}{3}x > 3, x > 9$; б) $1-6x \leq 0, 6x \geq 1, x \geq \frac{1}{6}$;

в) $6(3,4+x)-4, 2 > x+1, 5x > -15, 2, x > -3,04$.

2. $\frac{2-b}{4} > \frac{14-b}{2}, 2-b > 28-2b, b > 26$.

$$3. \text{ а) } \begin{cases} 5x-8 < 0 \\ 3x+4 > 0 \end{cases}, \begin{cases} x < \frac{8}{5} \\ x > -\frac{4}{3} \end{cases}, -\frac{4}{3} < x < \frac{8}{5}; \quad \text{б) } \begin{cases} 7-3x < 1 \\ 1,8-x < 1,9 \end{cases}, \begin{cases} x > 2 \\ x > -0,1 \end{cases}, x > 2.$$

$$4. \text{ а) } |2x+3|=7, 2x+3=\pm 7, x=2 \text{ и } x=-5;$$

$$\text{б) } |1-3x|=37, 1-3x=\pm 37, x=-12 \text{ и } x=\frac{38}{3}.$$

$$5. \text{ а) } |2x-1| < 3, -3 < 2x-1 < 3, -2 < 2x < 4, -1 < x < 2;$$

$$\text{б) } |6x+2| \geq 5, 6x+2 \leq -5 \text{ и } 6x+2 \geq 5, x \leq -\frac{7}{6} \text{ и } x \geq \frac{1}{2}.$$

Вариант №2

$$1. \text{ а) } \frac{1}{7}x < 1, x < 7; \quad \text{б) } 3-5x \geq 0, x \leq \frac{3}{5};$$

$$\text{в) } 5(x-1,8)-4,6 > 3x-1,6, 2x > 12, x > 6.$$

$$2. \quad \frac{4-3b}{2} < 12+b, 4-3b < 24+2b, 5b > -20, b > -4.$$

$$3. \text{ а) } \begin{cases} 2x+9 > 0 \\ 9x-1 < 0 \end{cases}, \begin{cases} x > -\frac{9}{2} \\ x < \frac{1}{9} \end{cases}, -\frac{9}{2} < x < \frac{1}{9}; \quad \text{б) } \begin{cases} 4-6x < 1 \\ 3,6+x > 3,8 \end{cases}, \begin{cases} x > \frac{1}{2} \\ x > 0,2 \end{cases}, x > \frac{1}{2}.$$

$$4. \text{ а) } |5x+1|=6, 5x+1=\pm 6, x=1 \text{ и } x=-\frac{7}{5};$$

$$\text{б) } |3-7x|=19, 3-7x=\pm 19, x=-\frac{16}{7} \text{ и } x=\frac{22}{7}.$$

$$5. \text{ а) } |10x+1| > 21, 10x+1 < -21 \text{ и } 10x+1 > 21, x < -2,2 \text{ и } x > 2;$$

$$\text{б) } |2-6x| \leq 4, -4 \leq 2-6x \leq 4, -6 \leq -6x \leq 2, -\frac{1}{3} \leq x \leq 1.$$

Вариант №3

$$1. \text{ а) } \frac{1}{8}x < 4, x < 32; \quad \text{б) } 5-6x \geq 0, x \leq \frac{5}{6};$$

$$\text{в) } 1,7-2(3x-1) > 0, 3-4x, 2x < 3,4, x < 1,7.$$

$$2. \quad 3-4c < \frac{6-5c}{5}, 15-20c < 6-5c, 9 < 15c, c > \frac{3}{5}.$$

$$3. \text{ а) } \begin{cases} 6-2x > 1 \\ 3x+1 < 13 \end{cases}, \begin{cases} x < \frac{5}{2} \\ x < \frac{5}{2} \end{cases}; \quad \text{б) } \begin{cases} 8-4x \leq 3 \\ 4+6x \leq 20 \end{cases}, \begin{cases} x \geq \frac{5}{4} \\ x \leq \frac{8}{3} \end{cases}, \frac{5}{4} \leq x \leq \frac{8}{3}.$$

$$4. \text{ а) } |3x+1|=7, 3x+1=\pm 7, x=2 \text{ и } x=-\frac{8}{3};$$

$$\text{б) } |1-2x|=43, 1-2x=\pm 43, x=-21 \text{ и } x=22.$$

$$5. \text{ а) } |2x-7| \leq 2, -2 \leq 2x-7 \leq 2, 5 \leq 2x \leq 9, \frac{5}{2} \leq x \leq \frac{9}{2};$$

$$\text{б) } |18-x| > 48, 18-x < -48 \text{ и } 18-x > 48, x > 66 \text{ и } x < -30.$$

Вариант №4

$$1. \text{ а) } \frac{1}{9}x \geq -1, x \geq -9; \quad \text{б) } 3-8x < 0, x > \frac{3}{8};$$

$$\text{в) } 1,4-4(2x+1) > 1,8-3x, 5x < -4,4, x < -0,88.$$

$$2. \quad \frac{4-a}{3} > \frac{5-3a}{5}, 20-5a > 15-9a, 4a > -5, a > -\frac{5}{4}.$$

$$3. \text{ а) } \begin{cases} 3-8x > 5 \\ x-1 < 0 \end{cases}, \begin{cases} x < -\frac{1}{4} \\ x < -\frac{1}{4} \end{cases}; \quad \text{б) } \begin{cases} 6x+4 \geq 0 \\ 3x-2 \leq 1 \end{cases}, \begin{cases} x \geq -\frac{2}{3} \\ x \leq 1 \end{cases}, -\frac{2}{3} \leq x \leq 1.$$

$$4. \text{ а) } |1+10x|=1, 1+10x=\pm 1, x=-1 \text{ и } x=-\frac{6}{5};$$

$$\text{б) } |7-3x|=11, 7-3x=\pm 11, x=6 \text{ и } x=-\frac{4}{3}.$$

$$5. \text{ а) } |1+5x| \leq 4, -4 \leq 1+5x \leq 4, -5 \leq 5x \leq 3, -1 \leq x \leq \frac{3}{5};$$

$$\text{б) } |2-9x| > 13, 2-9x < -13 \text{ и } 2-9x > 13, x > \frac{5}{3} \text{ и } x < -\frac{11}{9}.$$

К-3**Вариант №1**

$$1. \text{ а) } 0,5\sqrt{0,04} + \frac{1}{6}\sqrt{144} = 0,5 \cdot \sqrt{0,2^2} + \frac{1}{6} \cdot \sqrt{12^2} = 0,5 \cdot |0,2| + \frac{1}{6} \cdot |12| = \\ = 0,5 \cdot 0,2 + \frac{12}{6} = 0,10 + 2 = 2,1.$$

$$\begin{aligned} \text{б)} 2\sqrt{1\frac{9}{16}} - 1 &= 2\sqrt{1 + \frac{9}{16}} - 1 = 2\sqrt{\frac{1 \cdot 16 + 9}{16}} - 1 = 2\sqrt{\frac{25}{16}} - 1 = 2\sqrt{\left(\frac{5}{4}\right)^2} - 1 = \\ &= 2 \cdot \left|\frac{5}{4}\right| - 1 = \frac{2 \cdot 5}{2 \cdot 2} - 1 = \frac{5}{2} - 1 = \frac{5 - 1 \cdot 2}{2} = \frac{3}{2}. \end{aligned}$$

$$\text{в)} (2\sqrt{0,5})^2 = 2^2 \cdot (\sqrt{0,5})^2 = 4 \cdot 0,5 = 2.$$

$$2. \text{ а)} \sqrt{0,25 \cdot 64} = \sqrt{0,5^2 \cdot 8^2} = \sqrt{(0,5 \cdot 8)^2} = |0,5 \cdot 8| = 4;$$

$$\begin{aligned} \text{б)} \sqrt{56} \cdot \sqrt{14} &= \sqrt{56 \cdot 14} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 2 \cdot 7} = \sqrt{2^4 \cdot 7^2} = \sqrt{(2^2)^2 \cdot 7^2} = \sqrt{(2^2 \cdot 7)^2} = \\ &= |2^2 \cdot 7| = 4 \cdot 7 = 28; \end{aligned}$$

$$\text{в)} \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = \sqrt{2^2} = |2| = 2;$$

$$\text{г)} \sqrt{3^4 \cdot 2^6} = \sqrt{(3^2)^2 \cdot (2^3)^2} = \sqrt{(3^2 \cdot 2^3)^2} = |3^2 \cdot 2^3| = 9 \cdot 8 = 72.$$

$$3. \text{ а)} x^2 = 0,49, x_{1,2} = \pm\sqrt{0,49}, \sqrt{0,49} = \sqrt{0,7^2} = |0,7| = 0,7, x_{1,2} = \pm 0,7.$$

$$\text{б)} x^2 = 10, x_1 = \sqrt{10} \text{ и } x_2 = -\sqrt{10}.$$

$$\text{Ответ: а) } 0,7 \text{ и } -0,7; \text{ б) } \sqrt{10} \text{ и } -\sqrt{10}.$$

$$4. \text{ а)} x^2 \sqrt{9x^2} = x^2 \sqrt{(3x)^2} = x^2 \cdot |3x| = x^2 \cdot (3x) = 3 \cdot x^2 \cdot x = 3 \cdot x^{2+1} = 3x^3.$$

$$\text{б)} -5b^2 \sqrt{\frac{4}{b^2}} = -5b^2 \sqrt{\left(\frac{2}{b}\right)^2} = -5b^2 \cdot \left|\frac{2}{b}\right| = -5b^2 \cdot \left(-\frac{2}{b}\right) = -5 \cdot (-2) \cdot \frac{b^2}{b} = 10 \cdot b^{2-1} = 10b.$$

$$\text{Ответ: а) } 3x^3; \text{ б) } 10b.$$

$$5. 1) 4^2 = 16, 5^2 = 25, 4^2 < 17 < 5^2, 4 < \sqrt{17} < 5, \sqrt{17} = 4, \dots$$

$$2) 4,1^2, 4,2^2, \dots, 4,9^2, 4,4^2 = 19,36 > 17; 4,2^2 = 17,64 > 17,$$

$$4,1^2 = 16,81 < 17, 4,1^2 < 17 < 4,2^2, 4,1 < \sqrt{17} < 4,2, \sqrt{17} = 4,1 \dots, 4,1 \text{ и } 4,2.$$

$$\text{Ответ: } 4,1 \text{ и } 4,2.$$

$$6. \text{ Ответ: } \sqrt{x} + 1 = 0 - \text{ корней не имеет.}$$

Вариант №2

$$1. \text{ а)} \frac{1}{2} \sqrt{196} + 1,5 \sqrt{0,36} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{14^2} + 1,5 \cdot \sqrt{0,6^2} =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot |14| + 1,5 \cdot |0,6| = \frac{14}{2} + 1,5 \cdot 0,6 = 7 + 0,9 = 7,9.$$

$$б) 1,5 - 7\sqrt{\frac{25}{49}} = 1,5 - 7 \cdot \sqrt{\left(\frac{5}{7}\right)^2} = 1,5 - 7 \cdot \left|\frac{5}{7}\right| = 1,5 - \frac{7 \cdot 5}{7} = 1,5 - 5 = -3,5.$$

$$в) (2\sqrt{1,5})^2 = 2^2 \cdot (\sqrt{1,5})^2 = 4 \cdot 1,5 = 6.$$

$$2. а) \sqrt{0,36 \cdot 25} = \sqrt{0,6^2 \cdot 5^2} = \sqrt{(0,6 \cdot 5)^2} = |0,6 \cdot 5| = 3;$$

$$б) \sqrt{8} \cdot \sqrt{18} = \sqrt{8 \cdot 18} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2} = \sqrt{(2^2)^2 \cdot 2^2} = \\ = \sqrt{(2^2 \cdot 3)^2} = |2^2 \cdot 3| = 4 \cdot 3 = 12;$$

$$в) \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = \sqrt{3^2} = |3| = 3;$$

$$г) \sqrt{2^4 \cdot 5^2} = \sqrt{(2^2)^2 \cdot 5^2} = \sqrt{(2^2 \cdot 5)^2} = |2^2 \cdot 5| = 4 \cdot 5 = 20.$$

$$3. а) x^2 = 0,64, x_{1,2} = \pm\sqrt{0,64}, \sqrt{0,64} = \sqrt{0,8^2} = |0,8| = 0,8, x_{1,2} = \pm 0,8;$$

$$б) x^2 = 17, x_{1,2} = \pm\sqrt{17}.$$

$$\text{Ответ: а) } 0,8 \text{ и } -0,8; \text{ б) } \sqrt{17} \text{ и } -\sqrt{17}.$$

$$4. а) y^3 \sqrt{4y^2} = y^3 \sqrt{(2y)^2} = y^3 \cdot |2y| = y^3 \cdot (2y) = 2 \cdot y^3 \cdot y = 2 \cdot y^{3+1} = 2y^4;$$

$$б) 7a \sqrt{\frac{16}{a^2}} = 7a \sqrt{\left(\frac{4}{a}\right)^2} = 7a \cdot \left|\frac{4}{a}\right| = 7a \cdot \left(-\frac{4}{a}\right) = 7 \cdot (-4) \cdot \frac{a}{a} = -28.$$

$$\text{Ответ: а) } 2y^4; \text{ б) } -28.$$

$$5. 1) 6^2 = 36, 7^2 = 49, 6^2 < 38 < 7^2, 6 < \sqrt{38} < 7, \sqrt{38} = 6,...$$

$$2) 6,1^2, 6,2^2, ..., 6,9^2, 6,4^2 = 40,96 > 38, 6,2^2 = 38,44 > 38, 6,1^2 = 37,21 < 38,$$

$$6,1^2 < 38 < 6,2^2, 6,1 < \sqrt{38} < 6,2, \sqrt{38} = 6,2...$$

$$\text{Ответ: } 6,1 \text{ и } 6,2.$$

$$6. \text{ Ответ: } \sqrt{x-2} = 1 \text{ — имеет корень } x = 3.$$

Вариант №3

$$1. а) 0,8\sqrt{225} - 0,5\sqrt{1,21} = 0,8 \cdot \sqrt{15^2} - 0,5 \cdot \sqrt{1,1^2} = 0,8 \cdot |15| - 0,5 \cdot |1,1| = \\ = 0,8 \cdot 15 - 0,5 \cdot 1,1 = 12 - 0,55 = 11,45;$$

$$б) 2 - 3\sqrt{\frac{25}{36}} = 2 - 3 \cdot \sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2} = 2 - 3 \cdot \left|\frac{5}{6}\right| = 2 - \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 3} = 2 - \frac{5}{2} = \frac{2 \cdot 2 - 5}{2} = \\ = \frac{4 - 5}{2} = -\frac{1}{2};$$

$$в) (0,5\sqrt{20})^2 = 0,5^2 \cdot (\sqrt{20})^2 = 0,25 \cdot 20 = 5.$$

$$2. а) \sqrt{9 \cdot 1,44} = \sqrt{3^2 \cdot 1,2^2} = \sqrt{(3 \cdot 1,2)^2} = |3 \cdot 1,2| = 3,6;$$

$$б) \sqrt{150} \cdot \sqrt{24} = \sqrt{150 \cdot 24} = \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3} = \sqrt{2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = \\ = \sqrt{(2^2)^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2} = \sqrt{(2^2 \cdot 3 \cdot 5)^2} = |2^2 \cdot 3 \cdot 5| = 4 \cdot 3 \cdot 5 = 60;$$

$$в) \frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{75}{3}} = \sqrt{25} = \sqrt{5^2} = |5| = 5;$$

$$г) \sqrt{6^2 \cdot 3^4} = \sqrt{6^2 \cdot (3^2)^2} = \sqrt{(6 \cdot 3^2)^2} = |6 \cdot 3^2| = 6 \cdot 9 = 54.$$

$$3. а) x^2 = 0,81, x_{1,2} = \pm \sqrt{0,81}, \sqrt{0,81} = \sqrt{0,9^2} = |0,9| = 0,9, x_{1,2} = \pm 0,9;$$

$$б) x^2 = 46, x_{1,2} = \pm \sqrt{46}.$$

$$\text{Ответ: а) } 0,9 \text{ и } -0,9; \text{ б) } \sqrt{46} \text{ и } -\sqrt{46}.$$

$$4. а) \frac{1}{3} b^3 \sqrt{9b^2} = \frac{1}{3} b^3 \sqrt{(3b)^2} = \frac{1}{3} b^3 \cdot |3b| = \frac{1}{3} b^3 \cdot (-3b) = \frac{1}{3} \cdot (-3) \cdot b^3 \cdot b = \\ = -1 \cdot b^{3+1} = -b^4;$$

$$б) 2x^2 \sqrt{\frac{49}{x^2}} = 2x^2 \cdot \sqrt{\left(\frac{7}{x}\right)^2} = 2x^2 \cdot \left|\frac{7}{x}\right| = 2x^2 \cdot \left(\frac{7}{x}\right) = 2 \cdot 7 \cdot \frac{x^2}{x} = 14 \cdot x^{2-1} = 14x.$$

$$\text{Ответ: а) } -b^4; \text{ б) } 14x.$$

$$5. 1) 5^2 = 25, 6^2 = 36, 5^2 < 28 < 6^2, 5 < \sqrt{28} < 6, \sqrt{28} = 5, \dots$$

$$2) 5,1^2, 5,2^2, \dots, 5,9^2, 5,4^2 = 29,16 > 28, 5,2^2 = 27,44 < 28, 5,3^2 = 28,09 > 28,$$

$$5,2^2 < 28 < 5,3^2, 5,2 < \sqrt{28} < 5,3, \sqrt{28} = 5,3 \dots, 5,2 \text{ и } 5,3.$$

$$\text{Ответ: } 5,2 \text{ и } 5,3.$$

$$6. \text{ Ответ: при } x \geq 0 \text{ и } x \neq 4.$$

Вариант №4

$$1. а) \frac{1}{6} \sqrt{144} + \frac{1}{3} \sqrt{0,81} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{12^2} + \frac{1}{3} \cdot \sqrt{0,9^2} = \frac{1}{6} \cdot |12| + \frac{1}{3} \cdot |0,9| = \frac{12}{6} + \frac{0,9}{3} = \\ = 2 + 0,3 = 2,3;$$

$$б) 2,1 + 1,3 \sqrt{\frac{81}{169}} = 2,1 + 1,3 \cdot \sqrt{\left(\frac{9}{13}\right)^2} = 2,1 + 1,3 \cdot \left|\frac{9}{13}\right| = 2,1 + \frac{1,3 \cdot 9}{13} = 2,1 + \frac{13 \cdot 9}{10 \cdot 13} = \\ = 2,1 + \frac{9}{10} = 2,1 + 0,9 = 3;$$

$$в) (0,4\sqrt{5})^2 = 0,4^2 \cdot (\sqrt{5})^2 = 0,16 \cdot 5 = 0,8.$$

$$2. а) \sqrt{225 \cdot 0,04} = \sqrt{15^2 \cdot 0,2^2} = \sqrt{15 \cdot 0,2} = |15 \cdot 0,2| = 3;$$

$$б) \sqrt{28} \cdot \sqrt{63} = \sqrt{28 \cdot 63} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7} = \sqrt{2^2 \cdot 7^2 \cdot 3^2} = \sqrt{(2 \cdot 7 \cdot 3)^2} = |2 \cdot 7 \cdot 3| = 14 \cdot 3 = 42;$$

$$в) \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{48}{3}} = \sqrt{16} = \sqrt{4^2} = |4| = 4;$$

$$г) \sqrt{2^6 \cdot 7^2} = \sqrt{(2^3)^2 \cdot 7^2} = \sqrt{(2^3 \cdot 7)^2} = |2^3 \cdot 7| = 8 \cdot 7 = 56.$$

$$3. а) x^2 = 0,09, x_{1,2} = \pm \sqrt{0,09}, \sqrt{0,09} = \sqrt{0,3^2} = |0,3| = 0,3, x_{1,2} = \pm 0,3;$$

$$б) x^2 = 92, x_{1,2} = \pm \sqrt{92}, \sqrt{92} = \sqrt{2^2 \cdot 23} = \sqrt{2^2} \cdot \sqrt{23} = |2| \cdot \sqrt{23} = 2\sqrt{23}, x_{1,2} = \pm 2\sqrt{23}.$$

$$\text{Ответ: а) } 0,3 \text{ и } -0,3; \text{ б) } 2\sqrt{23} \text{ и } -2\sqrt{23}.$$

$$4. а) \frac{1}{7} x^2 \sqrt{49x^6} = \frac{1}{7} x^2 \sqrt{7 \cdot 7 \cdot (x^3)^2} = \frac{1}{7} x^2 \sqrt{7^2 \cdot (x^3)^2} = \frac{1}{7} x^2 \sqrt{(7x^3)^2} = \frac{1}{7} x^2 \cdot |7x^3| = \frac{1}{7} x^2 \cdot (7x^3) = \frac{1}{7} \cdot 7 \cdot x^2 \cdot x^3 = \frac{1 \cdot 7}{7} \cdot x^{2+3} = x^5;$$

$$б) -5y^6 \sqrt{\frac{1}{81y^{10}}} = -5y^6 \sqrt{\frac{1}{9 \cdot 9 \cdot (y^5)^2}} = -5y^6 \sqrt{\frac{1}{9^2 \cdot (y^5)^2}} = -5y^6 \sqrt{\left(\frac{1}{9y^5}\right)^2} = -5y^6 \cdot \left|\frac{1}{9y^5}\right| = -5y^6 \cdot \left(-\frac{1}{9y^5}\right) = -5 \cdot \left(-\frac{1}{9}\right) \cdot \frac{y^6}{y^5} = \frac{5}{9} \cdot y^{6-5} = \frac{5}{9} y.$$

$$\text{Ответ: а) } x^5; \text{ б) } \frac{5}{9} y.$$

$$5. 1) 7^2 = 49, 8^2 = 64, 7^2 < 56 < 8^2, 7 < \sqrt{56} < 8, \sqrt{56} = 7,...$$

$$2) 7,1^2, 7,2^2, ..., 7,9^2, 7,4^2 = 54,76 < 56, 7,7^2 = 59,29 > 56, 7,5^2 = 56,25 > 56,$$

$$7,4^2 < 56 < 7,5^2, 7,4 < \sqrt{56} < 7,5, \sqrt{56} = 7,4..., 7,4 \text{ и } 7,5.$$

$$\text{Ответ: } 7,4 \text{ и } 7,5.$$

$$6. \text{ Ответ: при } y \geq 0.$$

К-3А

Вариант №1

$$1. 2,53 \approx 2,5; \Delta_{\text{абс.}} = 0,03; \Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,03}{2,5} = 0,012.$$

$$2. а) 48,16 = 4,816 \cdot 10; \quad б) 0,0184 = 1,84 \cdot 10^{-2}.$$

3. а) $4,12 + 26,1872 \approx 30,31$; б) $3,2 \cdot 21,34 \approx 68,29$;
 в) $37,12 - 19,268 \approx 17,85$; г) $9,162 : 3,25 \approx 2,82$.
 4. $(1,72 \times 6,3 + 8,2) + 5,42 - 0,16 x^3 =$.

Вариант №2

1. $0,38 \approx 0,4$; $\Delta_{\text{абс.}} = 0,02$; $\Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,02}{0,4} = 0,05$.
 2. а) $159,6 = 1,596 \cdot 10^2$; б) $0,00043 = 4,3 \cdot 10^{-4}$.
 3. а) $12,784 + 5,36 \approx 18,14$; б) $4,5 \cdot 16,64 \approx 74,88$;
 в) $47,184 - 5,26 \approx 41,92$; г) $16,45 : 2,51 \approx 6,55$.
 4. $(2,37 + 1,56 + 3,16) \times 4,81 - 3,21 x^3 =$.

Вариант №3

1. $1,54 \approx 1,5$; $\Delta_{\text{абс.}} = 0,04$; $\Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,04}{1,5} = \frac{2}{75}$.
 2. а) $561,4 = 5,614 \cdot 10^2$; б) $0,00916 = 9,16 \cdot 10^{-3}$.
 3. а) $1,16 + 4,8645 \approx 6,02$; б) $5,8 : 12,6 \approx 0,46$;
 в) $51,164 - 42,15 \approx 9,01$; г) $8,184 : 2,6 \approx 3,15$.
 4. $(16,143 + 8,64 \times 3,2) + 5,88 + 4,11 x^3 =$.

Вариант №4

1. $1,23 \approx 1,2$; $\Delta_{\text{абс.}} = 0,03$; $\Delta_{\text{отн.}} = \frac{0,03}{1,2} = 0,025$.
 2. а) $14,82 = 1,482 \cdot 10$; б) $0,00318 = 3,18 \cdot 10^{-3}$.
 3. а) $22,164 + 2,63 \approx 24,79$; б) $15,9 \cdot 5,7 \approx 90,63$;
 в) $13,81 - 4,168 \approx 9,64$; г) $6,216 : 5,1 \approx 1,22$.
 4. $(4,14 + 8,44 + 16,04) \times 8,01 - 3,73 x^9 =$.

К-4**Вариант №1**

1. а) $10\sqrt{3} - 4\sqrt{48} - \sqrt{75} = 10\sqrt{3} - 4 \cdot 4\sqrt{3} - 5\sqrt{3} = 10\sqrt{3} - 16\sqrt{3} - 5\sqrt{3} =$
 $= (10 - 16 - 5)\sqrt{3} = -11\sqrt{3}$;
 б) $(5\sqrt{2} - \sqrt{18})\sqrt{2} = (5\sqrt{2} - 3\sqrt{2})\sqrt{2} = (5 - 3)\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} =$
 $= 2 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 2 \cdot 2 = 4$;
 в) $(3 - \sqrt{2})^2 = 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 9 - 6\sqrt{2} + 2 = 11 - 6\sqrt{2}$.

$$2. 1) 7\sqrt{\frac{1}{7}} = |7| \cdot \sqrt{\frac{1}{7}} = \sqrt{7^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{7}} = \sqrt{7^2 \cdot \frac{1}{7}} = \sqrt{\frac{7 \cdot 7}{7}} = \sqrt{7}.$$

$$2) \frac{1}{2}\sqrt{20} = \left|\frac{1}{2}\right| \cdot \sqrt{20} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{\frac{1}{2^2} \cdot 2^2 \cdot 5} = \sqrt{5}.$$

Так как $7 > 5$, то $\sqrt{7} > \sqrt{5}$ и, следовательно, $7\sqrt{\frac{1}{7}} = \sqrt{7} > \frac{1}{2}\sqrt{20} = \sqrt{5}$.

Ответ: $7\sqrt{\frac{1}{7}} > \frac{1}{2}\sqrt{20}$.

$$3. а) \frac{6+\sqrt{6}}{\sqrt{30}+\sqrt{5}} = \frac{(\sqrt{6})^2 + \sqrt{6}}{\sqrt{5} \cdot 6 + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{6}+1)}{\sqrt{5}(\sqrt{6}+1)} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}.$$

$$б) \frac{9-a}{3+\sqrt{a}} = \frac{3^2 - (\sqrt{a})^2}{3+\sqrt{a}} = \frac{(3-\sqrt{a})(3+\sqrt{a})}{3+\sqrt{a}} = 3 - \sqrt{a}.$$

Ответ: а) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{5}}$; б) $3 - \sqrt{a}$.

$$4. а) \frac{1}{2\sqrt{5}} = \frac{1 \cdot \sqrt{5}}{2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{2 \cdot (\sqrt{5})^2} = \frac{\sqrt{5}}{2 \cdot 5} = \frac{\sqrt{5}}{10};$$

$$б) \frac{8}{\sqrt{7}-1} = \frac{8 \cdot (\sqrt{7}+1)}{(\sqrt{7}-1)(\sqrt{7}+1)} = \frac{8 \cdot (\sqrt{7}+1)}{(\sqrt{7})^2 - 1^2} = \frac{8 \cdot (\sqrt{7}+1)}{7-1} =$$

$$= \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot (\sqrt{7}+1)}{2 \cdot 3} = \frac{4(\sqrt{7}+1)}{3}.$$

Ответ: а) $\frac{\sqrt{5}}{10}$; б) $\frac{4(\sqrt{7}+1)}{3}$.

$$5. \frac{1}{2\sqrt{3}+1} - \frac{1}{2\sqrt{3}-1} = \frac{1 \cdot (2\sqrt{3}-1) - (2\sqrt{3}+1)}{(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)} = \frac{2\sqrt{3}-1-2\sqrt{3}-1}{(2\sqrt{3})^2 - 1^2} =$$

$$= \frac{-2}{2^2 \cdot (\sqrt{3})^2 - 1} = \frac{-2}{4 \cdot 3 - 1} = \frac{-2}{12-1} = -\frac{2}{11}, \text{ — рациональное число, ч.т.д.}$$

Ответ: Доказано.

Вариант №2

$$1. а) 2\sqrt{2} + \sqrt{50} - \sqrt{98} = 2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = (2+5-7)\sqrt{2} = 0.$$

$$б) (3\sqrt{5} - \sqrt{20})\sqrt{5} = (3\sqrt{5} - 2\sqrt{5})\sqrt{5} = (3-2)\sqrt{5} \cdot \sqrt{5} = (\sqrt{5})^2 = 5.$$

$$в) (\sqrt{3} + \sqrt{2})^2 = 3 + 2\sqrt{3} \cdot 2 + 2 = 5 + 2\sqrt{6}.$$

$$2. 1) \frac{1}{2}\sqrt{60} = \left|\frac{1}{2}\right| \cdot \sqrt{60} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \cdot \sqrt{60} = \sqrt{\frac{1}{2^2} \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 5} = \sqrt{15}.$$

$$2) 10\sqrt{\frac{1}{5}} = |10| \cdot \sqrt{\frac{1}{5}} = \sqrt{10^2} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}} = \sqrt{10^2 \cdot \frac{1}{5}} = \sqrt{\frac{100}{5}} = \sqrt{20}.$$

Так как $20 > 15$, то $\sqrt{20} > \sqrt{15}$ и, значит, $10\sqrt{\frac{1}{5}} = \sqrt{20} > \frac{1}{2}\sqrt{60} = \sqrt{15}$

или $\frac{1}{2}\sqrt{60} < 10\sqrt{\frac{1}{5}}.$

Ответ: $\frac{1}{2}\sqrt{60} < 10\sqrt{\frac{1}{5}}.$

$$3. а) \frac{5-\sqrt{5}}{\sqrt{10}-\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{5})^2 - \sqrt{5}}{\sqrt{2 \cdot 5} - \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{5}-1)}{\sqrt{2}(\sqrt{5}-1)} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}.$$

$$б) \frac{b-4}{\sqrt{b}-2} = \frac{(\sqrt{b})^2 - 2^2}{\sqrt{b}-2} = \frac{(\sqrt{b}-2)(\sqrt{b}+2)}{\sqrt{b}-2} = \sqrt{b}+2.$$

Ответ: а) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}};$ б) $\sqrt{b}+2.$

$$4. а) \frac{2}{3\sqrt{7}} = \frac{2 \cdot \sqrt{7}}{3 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{3 \cdot (\sqrt{7})^2} = \frac{2\sqrt{7}}{3 \cdot 7} = \frac{2\sqrt{7}}{21}.$$

$$б) \frac{4}{\sqrt{11}+3} = \frac{4 \cdot (\sqrt{11}-3)}{(\sqrt{11}+3)(\sqrt{11}-3)} = \frac{4 \cdot (\sqrt{11}-3)}{(\sqrt{11})^2 - 3^2} = \frac{4 \cdot (\sqrt{11}-3)}{11-9} =$$
$$= \frac{4 \cdot (\sqrt{11}-3)}{2} = 2(\sqrt{11}-3).$$

Ответ: а) $\frac{2\sqrt{7}}{21};$ б) $2(\sqrt{11}-3).$

$$5. \frac{1}{1-3\sqrt{5}} + \frac{1}{1+3\sqrt{5}} = \frac{1 \cdot (1+3\sqrt{5}) + 1(1-3\sqrt{5})}{(1-3\sqrt{5})(1+3\sqrt{5})} = \frac{1+3\sqrt{5}+1-3\sqrt{5}}{1^2 - (3\sqrt{5})^2} =$$
$$= \frac{2}{1-3^2 \cdot (\sqrt{5})^2} = \frac{2}{1-9 \cdot 5} = \frac{2}{-44} = -\frac{1}{22} - \text{число рациональное}.$$

Ответ: Доказано.

Вариант №3

$$1. а) 6\sqrt{3} + \sqrt{27} - 3\sqrt{75} = 6\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 3 \cdot 5\sqrt{3} = 6\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 15\sqrt{3} =$$
$$= (6+3-15)\sqrt{3} = -6\sqrt{3}.$$

$$6) (\sqrt{50} - 2\sqrt{2})\sqrt{2} = (5\sqrt{2} - 2\sqrt{2})\sqrt{2} = (5-2)\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot (\sqrt{2})^2 = 3 \cdot 2 = 6.$$

$$в) (2 - \sqrt{3})^2 = 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}.$$

$$2. 1) \frac{1}{2}\sqrt{12} = \left|\frac{1}{2}\right| \cdot \sqrt{12} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{\frac{1}{2^2} \cdot 2^2 \cdot 3} = \sqrt{3}.$$

$$2) \frac{1}{3}\sqrt{45} = \left|\frac{1}{3}\right| \cdot \sqrt{45} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2} \cdot \sqrt{45} = \sqrt{\frac{1}{3^2} \cdot 3^2 \cdot 5} = \sqrt{5}.$$

Так как $5 > 3$, то $\sqrt{5} > \sqrt{3}$ и, следовательно, $\frac{1}{3}\sqrt{45} = \sqrt{5} > \frac{1}{2}\sqrt{12} = \sqrt{3}$

или $\frac{1}{2}\sqrt{12} < \frac{1}{3}\sqrt{45}.$

Ответ: $\frac{1}{2}\sqrt{12} < \frac{1}{3}\sqrt{45}.$

$$3. а) \frac{\sqrt{3}-3}{\sqrt{5}-\sqrt{15}} = \frac{\sqrt{3}-(\sqrt{3})^2}{\sqrt{5}-\sqrt{3} \cdot 5} = \frac{\sqrt{3}(1-\sqrt{3})}{\sqrt{5}(1-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}.$$

$$б) \frac{a-2\sqrt{a}}{3\sqrt{a}-6} = \frac{(\sqrt{a})^2-2\sqrt{a}}{3\sqrt{a}-2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{a}(\sqrt{a}-2)}{3(\sqrt{a}-2)} = \frac{\sqrt{a}}{3}, \text{ если } a \neq 4.$$

$$4. а) \frac{5}{3\sqrt{10}} = \frac{5 \cdot \sqrt{10}}{3 \cdot \sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} = \frac{5\sqrt{10}}{3 \cdot (\sqrt{10})^2} = \frac{5\sqrt{10}}{3 \cdot 10} = \frac{\sqrt{10}}{6}.$$

$$б) \frac{8}{\sqrt{6}+\sqrt{2}} = \frac{8 \cdot (\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6}+\sqrt{2})(\sqrt{6}-\sqrt{2})} = \frac{8 \cdot (\sqrt{6}-\sqrt{2})}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{8 \cdot (\sqrt{6}-\sqrt{2})}{6-2} = 2(\sqrt{6}-\sqrt{2}).$$

Ответ: а) $\frac{\sqrt{10}}{6}$; б) $2(\sqrt{6}-\sqrt{2}).$

$$5. \frac{1}{2\sqrt{7}-1} - \frac{1}{2\sqrt{7}+1} = \frac{1 \cdot (2\sqrt{7}+1) - 1 \cdot (2\sqrt{7}-1)}{(2\sqrt{7}-1)(2\sqrt{7}+1)} = \frac{2\sqrt{7}+1-2\sqrt{7}+1}{(2\sqrt{7})^2 - 1^2} = \frac{2}{2^2 \cdot (\sqrt{7})^2 - 1} = \frac{2}{4 \cdot 7 - 1} = \frac{2}{28-1} = \frac{2}{27} - \text{число рациональное.}$$

Ответ: Доказано.

Вариант №4

$$1. а) 5\sqrt{2} + 2\sqrt{32} - \sqrt{98} = 5\sqrt{2} + 2 \cdot 4\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 8\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = (5+8-7)\sqrt{2} = 6\sqrt{2}.$$

$$\text{б)} (4\sqrt{3} + \sqrt{27})\sqrt{3} = (4\sqrt{3} + 3\sqrt{3})\sqrt{3} = (4+3)\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 7\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 7 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 7 \cdot (\sqrt{3})^2 = 7 \cdot 3 = 21.$$

$$\text{в)} (\sqrt{5} - \sqrt{3})^2 = 5 - 2\sqrt{5 \cdot 3} + 3 = 8 - 2\sqrt{15}.$$

$$2. 1) \frac{1}{2}\sqrt{28} = \left|\frac{1}{2}\right| \cdot \sqrt{28} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} \cdot \sqrt{28} = \sqrt{\frac{1}{2^2} \cdot 2^2 \cdot 7} = \sqrt{7}.$$

$$2) \frac{1}{3}\sqrt{54} = \left|\frac{1}{3}\right| \cdot \sqrt{54} = \sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2} \cdot \sqrt{54} = \sqrt{\frac{1}{3^2} \cdot 54} = \sqrt{\frac{54}{9}} = \sqrt{6}.$$

Так как $7 > 6$, то $\sqrt{7} > \sqrt{6}$ и, значит $\frac{1}{2}\sqrt{28} = \sqrt{7} > \frac{1}{3}\sqrt{54} = \sqrt{6}$.

Ответ: $\frac{1}{2}\sqrt{28} > \frac{1}{3}\sqrt{54}$.

$$3. \text{ а)} \frac{\sqrt{10} + 5}{2 + \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{2 \cdot 5} + (\sqrt{5})^2}{(\sqrt{2})^2 + \sqrt{2 \cdot 5}} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2} + \sqrt{5})}{\sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{5})} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}.$$

$$\text{б)} \frac{x - 3\sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 6} = \frac{(\sqrt{x})^2 - 3\sqrt{x}}{2\sqrt{x} - 2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{x}(\sqrt{x} - 3)}{2(\sqrt{x} - 3)} = \frac{\sqrt{x}}{2}, \text{ если } x \neq 9.$$

Ответ: а) $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}$; б) $\frac{\sqrt{x}}{2}$, если $x \neq 9$.

$$4. \text{ а)} \frac{7}{2\sqrt{21}} = \frac{7 \cdot \sqrt{21}}{2 \cdot \sqrt{21} \cdot \sqrt{21}} = \frac{7\sqrt{21}}{2 \cdot (\sqrt{21})^2} = \frac{7\sqrt{21}}{2 \cdot 21} = \frac{7\sqrt{21}}{2 \cdot 3 \cdot 7} = \frac{\sqrt{21}}{6}.$$

$$\text{б)} \frac{22}{\sqrt{13} - \sqrt{2}} = \frac{22 \cdot (\sqrt{13} + \sqrt{2})}{(\sqrt{13} - \sqrt{2})(\sqrt{13} + \sqrt{2})} = \frac{22 \cdot (\sqrt{13} + \sqrt{2})}{(\sqrt{13})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{22 \cdot (\sqrt{13} + \sqrt{2})}{13 - 2} = 2(\sqrt{13} + \sqrt{2}).$$

Ответ: а) $\frac{\sqrt{21}}{6}$; б) $2(\sqrt{13} + \sqrt{2})$.

$$5. \frac{1}{3 + \sqrt{15}} + \frac{1}{3 - \sqrt{15}} = \frac{1 \cdot (3 - \sqrt{15}) + 1 \cdot (3 + \sqrt{15})}{(3 + \sqrt{15})(3 - \sqrt{15})} = \frac{3 - \sqrt{15} + 3 + \sqrt{15}}{3^2 - (\sqrt{15})^2} = \frac{6}{9 - 15} = -1 - \text{число рациональное}.$$

Ответ: Доказано.

К-4А**Вариант №1**

1. а) $6\sqrt{1\frac{7}{9}} - 4 = 6 \cdot \frac{4}{3} - 4 = 4$; б) $\sqrt{7,2} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{144} = 12$;

в) $\frac{\sqrt{216}}{\sqrt{6}} = \sqrt{36} = 6$; г) $\sqrt{5^4 \cdot 3^2} = 5^2 \cdot 3 = 75$.

2. а) $4\sqrt{20} - \sqrt{125} = 8\sqrt{5} - 5\sqrt{5} = 3\sqrt{5}$; б) $(3\sqrt{6} + \sqrt{12})\sqrt{3} = 9\sqrt{2} + 6$;

в) $(5 - \sqrt{2})^2 = 25 - 10\sqrt{2} + 2 = 27 - 10\sqrt{2}$.

3. а) $12\sqrt{3} = \sqrt{144 \cdot 3} = \sqrt{432}$; б) $-9\sqrt{2} = -\sqrt{81 \cdot 2} = -\sqrt{162}$.

4. $\sqrt{x^2 - 6x + 9} = \sqrt{(x-3)^2} = |x-3| = |2,6-3| = 0,4$ при $x = 2,6$.

5. а) $\frac{6-\sqrt{6}}{\sqrt{18}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}(\sqrt{6}-1)}{\sqrt{3}(\sqrt{6}-1)} = \sqrt{2}$; б) $\frac{16-x}{4+\sqrt{x}} = \frac{(4-\sqrt{x})(4+\sqrt{x})}{4+\sqrt{x}} = 4-\sqrt{x}$.

6. $\frac{4}{2\sqrt{3}+1} - \frac{4}{2\sqrt{3}-1} = \frac{4(2\sqrt{3}-1) - 4(2\sqrt{3}+1)}{(2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}-1)} = \frac{-8}{11} = -\frac{8}{11}$.

Вариант №2

1. а) $3\sqrt{1\frac{9}{16}} - 1 = 3 \cdot \frac{5}{4} - 1 = \frac{11}{4}$; б) $\sqrt{2,5} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{25} = 5$;

в) $\frac{\sqrt{0,72}}{\sqrt{8}} = \sqrt{0,09} = 0,3$; г) $\sqrt{3^4 \cdot 2^6} = 3^2 \cdot 2^3 = 72$.

2. а) $5\sqrt{48} - 2\sqrt{75} = 20\sqrt{3} - 10\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$; б) $(3\sqrt{2} + \sqrt{18})\sqrt{2} = 6 + 6 = 12$;

в) $(4 - \sqrt{5})^2 = 16 - 8\sqrt{5} + 5 = 21 - 8\sqrt{5}$.

3. а) $15\sqrt{2} = \sqrt{225 \cdot 2} = \sqrt{450}$; б) $-8\sqrt{3} = -\sqrt{64 \cdot 3} = -\sqrt{192}$.

4. $\sqrt{25 - 10a + a^2} = \sqrt{(5-a)^2} = |5-a| = |5-3,7| = 1,3$ при $a = 3,7$.

5. а) $\frac{3-\sqrt{3}}{\sqrt{6}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}-1)}{\sqrt{2}(\sqrt{3}-1)} = \sqrt{\frac{3}{2}}$; б) $\frac{a-25}{5+\sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{a}-5)(\sqrt{a}+5)}{5+\sqrt{a}} = \sqrt{a}-5$.

6. $\frac{2}{3\sqrt{5}+1} - \frac{2}{3\sqrt{5}-1} = \frac{2(3\sqrt{5}-1) - 2(3\sqrt{5}+1)}{(3\sqrt{5}+1)(3\sqrt{5}-1)} = \frac{-4}{44} = -\frac{1}{11}$.

Вариант №3

1. а) $4\sqrt{2\frac{7}{9}} - 2 = 4 \cdot \frac{5}{3} - 2 = \frac{14}{3}$; б) $\sqrt{0,08} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{0,16} = 0,4$;

$$\text{в) } \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}} = \sqrt{25} = 5; \quad \text{г) } \sqrt{2^4 \cdot 3^4} = 2^2 \cdot 3^2 = 36.$$

$$2. \text{ а) } 3\sqrt{50} - \sqrt{98} = 15\sqrt{2} - 7\sqrt{2} = 8\sqrt{2}; \quad \text{б) } (2\sqrt{3} - \sqrt{27})\sqrt{3} = 6 - 9 = -3;$$

$$\text{в) } (4 - \sqrt{5})^2 = 16 - 8\sqrt{5} + 5 = 21 - 8\sqrt{5}.$$

$$3. \text{ а) } 6\sqrt{5} = \sqrt{36 \cdot 5} = \sqrt{180}; \quad \text{б) } -4\sqrt{3} = -\sqrt{16 \cdot 3} = -\sqrt{48}.$$

$$4. \sqrt{16 + b^2 - 8b} = \sqrt{(4-b)^2} = |4-b| = |4-5,1| = 1,1 \text{ при } b = 5,1.$$

$$5. \text{ а) } \frac{2 + \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}(\sqrt{2} + 1)}{\sqrt{3}(1 + \sqrt{2})} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}; \quad \text{б) } \frac{9-a}{\sqrt{a}-3} = \frac{(3-\sqrt{a})(3+\sqrt{a})}{\sqrt{a}-3} = -3 - \sqrt{a}.$$

$$6. \frac{3}{2\sqrt{7}+1} - \frac{3}{2\sqrt{7}-1} = \frac{3(2\sqrt{7}-1) - 3(2\sqrt{7}+1)}{(2\sqrt{7}+1)(2\sqrt{7}-1)} = \frac{-6}{28-1} = -\frac{2}{9}.$$

Вариант №4

$$1. \text{ а) } 3\sqrt{1\frac{11}{25}} - 1 = 3 \cdot \frac{6}{5} - 1 = \frac{13}{5}; \quad \text{б) } \sqrt{7,5} \cdot \sqrt{0,3} = \sqrt{2,25} = 1,5;$$

$$\text{в) } \frac{\sqrt{250}}{\sqrt{10}} = \sqrt{25} = 5; \quad \text{г) } \sqrt{5^4 \cdot 2^6} = 5^2 \cdot 2^3 = 200.$$

$$2. \text{ а) } 2\sqrt{128} - \sqrt{72} = 16\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 10\sqrt{2}; \quad \text{б) } (3\sqrt{2} + \sqrt{50})\sqrt{2} = 6 + 10 = 16;$$

$$\text{в) } (6 - \sqrt{3})^2 = 36 - 12\sqrt{3} + 3 = 39 - 12\sqrt{3}.$$

$$3. \text{ а) } 12\sqrt{3} = \sqrt{144 \cdot 3} = \sqrt{432}; \quad \text{б) } -8\sqrt{5} = -\sqrt{64 \cdot 5} = -\sqrt{320}.$$

$$4. \sqrt{a^2 - 12a + 36} = \sqrt{(a-6)^2} = |a-6| = |5,9-6| = 0,1 \text{ при } a = 5,9.$$

$$5. \text{ а) } \frac{\sqrt{10}-5}{\sqrt{10}-2} = \frac{\sqrt{5}(\sqrt{2}-\sqrt{5})}{\sqrt{2}(\sqrt{5}-\sqrt{2})} = -\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}}; \quad \text{б) } \frac{25-b}{\sqrt{b}+5} = \frac{(5-\sqrt{b})(5+\sqrt{b})}{\sqrt{b}+5} = 5 - \sqrt{b}.$$

$$6. \frac{4}{3+\sqrt{15}} + \frac{4}{3-\sqrt{15}} = \frac{4(3-\sqrt{15}) + 4(3+\sqrt{15})}{(3+\sqrt{15})(3-\sqrt{15})} = \frac{24}{9-15} = -4.$$

К-5**Вариант №1**

$$1. \text{ а) } 2x^2 + 7x - 9 = 0, x = \frac{-7 \pm 11}{4}, x = 1 \text{ и } x = -\frac{9}{2};$$

$$\text{б) } 3x^2 = 18x, x(3x-18) = 0, x = 0 \text{ и } x = 6;$$

в) $100x^2 - 16 = 0, x^2 = \frac{16}{100}, x = \pm \frac{4}{10}$

г) $x^2 - 16x + 63 = 0, x = 7$ и $x = 9$.

Ответ: а) $x = 1, x = -4, 5$; б) $x = 0, x = 6$; в) $x = 0, 4, x = -0, 4$; г) $x = 7, x = 9$.

2. Пусть a и b – стороны прямоугольника, тогда

$$ab = 24 \quad a = 10 - b \quad a = 10 - b \quad b = 4 \text{ или } b = 6 \\ 2(a + b) = 20 \quad (10 - b)b = 24 \quad (10 - b)b = 24 \quad a = 6 \text{ или } a = 4$$

Ответ: 6 см и 4 см.

3. $x^2 + px - 18 = 0, x_1 = -9$, тогда $x_2 = -\frac{18}{x_1} = 2$ и $p = -(x_1 + x_2) = 7$.

Ответ: $p = 7, x_2 = 2$.

Вариант №2

1. а) $3x^2 + 13x - 10 = 0, x = \frac{-13 \pm 17}{6}, x = \frac{2}{3}$ и $x = -5$;

б) $2x^2 - 3x = 0, x(2x - 3) = 0, x = 0$ и $x = \frac{3}{2}$;

в) $16x^2 = 49, x^2 = \frac{49}{16}, x = \pm \frac{7}{4}$; г) $x^2 - 2x - 35 = 0, x = 7, x = -5$.

Ответ: а) $x = \frac{2}{3}, x = -5$; б) $x = 0, x = \frac{3}{2}$ в) $x = \pm \frac{7}{4}$; г) $x = 7, x = -5$.

2. Пусть a и b – стороны прямоугольника, тогда

$$\begin{cases} 2(a+b) = 30 \\ ab = 56 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 15 - b \\ b(15 - b) = 56 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 10 - b \\ b^2 - 15b + 56 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} b = 7 \text{ или } b = 8 \\ a = 8 \text{ или } a = 7 \end{cases}$$

Ответ: 7 см и 8 см.

3. $x^2 + 11x + q = 0, x_1 = -7, x_2 = -11 - x_1 = -4$ и $q = x_1 \cdot x_2 = 28$.

Ответ: $x_2 = -4, q = 28$.

Вариант №3

1. а) $7x^2 - 9x + 2 = 0, x = \frac{9 \pm 5}{14}, x = 1$ и $x = \frac{2}{7}$;

б) $5x^2 = 12x, x(5x - 12) = 0, x = 0$ и $x = 2, 4$;

в) $7x^2 - 28 = 0, x^2 = 4, x = \pm 2$; г) $x^2 + 20x + 91 = 0, x = -7$ и $x = -13$.

Ответ: а) $x = 1, x = \frac{2}{7}$; б) $x = 0, x = 2, 4$; в) $x = 2, x = -2$; г) $x = -7, x = -13$.

2. Пусть a и b – стороны прямоугольника, тогда

$$\begin{cases} 2(a+b) = 26 \\ ab = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 13-b \\ b(13-b) = 36 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 13-b & b = 4 \text{ или } b = 9 \\ b^2 - 13b + 36 = 0 & a = 9 \text{ или } a = 4 \end{cases}$$

Ответ: 4 см и 9 см.

3. $x^2 + px + 56 = 0$, $x_1 = -4$, $x_2 = \frac{56}{x_1} = -14$ и $p = -(x_1 + x_2) = 18$.

Ответ: $x_2 = -14$, $p = 18$.

Вариант №4

1. а) $9x^2 - 7x - 2 = 0$, $x = \frac{7 \pm 11}{18}$, $x = 1$ и $x = -\frac{2}{9}$;

б) $4x^2 - x = 0$, $x(4x - 1) = 0$, $x = 0$ и $x = \frac{1}{4}$;

в) $5x^2 = 45$, $x = \pm 3$; г) $x^2 + 18x - 63 = 0$, $x = -21$ и $x = 3$.

Ответ: а) $x = 1$, $x = -\frac{2}{9}$; б) $x = 0$, $x = \frac{1}{4}$; в) $x = 3$, $x = -3$; г) $x = 3$, $x = -21$.

2. Пусть a и b – стороны прямоугольника, тогда

$$\begin{cases} 2(a+b) = 22 \\ ab = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 11-b \\ b(11-b) = 24 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 11-b & b = 3 \text{ или } b = 8 \\ b^2 - 11b + 24 = 0 & a = 8 \text{ или } a = 3 \end{cases}$$

Ответ: 3 см и 8 см.

3. $x^2 - 7x + q = 0$, $x_1 = 13$, $x_2 = 7 - x_1 = -6$, $q = x_1 x_2 = -78$.

Ответ: $x_2 = -6$, $q = -78$.

К-5А

Вариант №1

1. а) $14x^2 - 9x = 0$, $x(14x - 9) = 0$, $x = 0$ и $x = \frac{9}{14}$;

б) $16x^2 = 49$, $x^2 = \frac{49}{16}$, $x = \pm \frac{7}{4}$; в) $2x^2 - 11x + 12 = 0$, $x = \frac{11 \pm 5}{4}$, $x = 4$ и $x = \frac{3}{2}$;

г) $x^2 - 36x + 324 = 0$, $(x - 18)^2 = 0$, $x = 18$;

д) $2x^2 + x + 16 = 0$, $D < 0$ – решений нет;

е) $\frac{x^2 - 7x}{8} - 1 = 0$, $x^2 - 7x - 8 = 0$, $x = 8$ и $x = -1$.

2. $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$, $x^2 = t$, $t^2 - 13t + 36 = 0$, $t = 4$ и $t = 9$, $x^2 = 4$ и $x^2 = 9$,
 $x = \pm 2$ и $x = \pm 3$.

$$3. \frac{6x^2 - x - 1}{9x^2 - 1} = \frac{(2x-1)(3x+1)}{(3x-1)(3x+1)} = \frac{2x-1}{3x-1}.$$

$$4. x^2 + kx + 45 = 0, x_1 = 5, \text{ тогда } x_2 = \frac{45}{x_1} = 9 \text{ и } k = -(x_1 + x_2) = -14.$$

Вариант №2

$$1. \text{ а) } 6x - 5x^2 = 0, x(6 - 5x) = 0, x = 0 \text{ и } x = \frac{6}{5};$$

$$\text{ б) } 25x^2 = 1, x^2 = \frac{1}{25}, x = \pm \frac{1}{5}; \quad \text{ в) } 4x^2 - 7x - 2 = 0, x = \frac{7 \pm 9}{8}, x = 2 \text{ и } x = -\frac{1}{4};$$

$$\text{ г) } 4x^2 + 20x + 25 = 0, (2x + 5)^2 = 0, x = -\frac{5}{2};$$

$$\text{ д) } 3x^2 + 2x + 1 = 0, D < 0 - \text{решений нет};$$

$$\text{ е) } \frac{x^2 - 5x}{2} - 3 = 0, x^2 - 5x - 6 = 0, x = 6 \text{ и } x = -1.$$

$$2. x^4 - 29x^2 + 100 = 0, x^2 = t, t^2 - 29t + 100 = 0, t = 4 \text{ и } t = 25, x^2 = 4 \text{ и } x^2 = 25, x = \pm 2 \text{ и } x = \pm 5.$$

$$3. \frac{3x^2 + 7x - 6}{4 - 9x^2} = \frac{(3x-2)(x+3)}{(2-3x)(2+3x)} = -\frac{x+3}{3x+2}.$$

$$4. x^2 - 26x + q = 0, x_1 = 12, x_2 = 26 - x_1 = 14 \text{ и } q = x_1 x_2 = 168.$$

Вариант №3

$$1. \text{ а) } 21x - x^2 = 0, x(21 - x) = 0, x = 0 \text{ и } x = 21;$$

$$\text{ б) } 18x^2 = 162, x^2 = 9, x = \pm 3; \quad \text{ в) } 3x^2 + 8x - 3 = 0, x = \frac{-8 \pm 10}{6}, x = -3 \text{ и } x = \frac{1}{3};$$

$$\text{ г) } x^2 - 22x + 121 = 0, (x - 11)^2 = 0, x = 11;$$

$$\text{ д) } 4x^2 + 2x + 1 = 0, D < 0 - \text{решений нет};$$

$$\text{ е) } x^2 - \frac{11x+2}{6} = 0, 6x^2 - 11x - 2 = 0, x = \frac{11 \pm 13}{12}, x = 2 \text{ и } x = -\frac{1}{6}.$$

$$2. x^4 - 35x^2 - 36 = 0, x^2 = t, t^2 - 35t - 36 = 0, t = -1 \text{ и } t = 36, x^2 = -1 \text{ и } x^2 = 36, x = \pm 6.$$

$$3. \frac{5x^2 + 3x - 2}{25x^2 - 4} = \frac{(x+1)(5x-2)}{(5x-2)(5x+2)} = \frac{x+1}{5x+2}.$$

$$4. x^2 + px + 72 = 0, x_1 = -9, x_2 = \frac{72}{x_1} = -8 \text{ и } p = -(x_1 + x_2) = 17.$$

Вариант №4

$$1. \text{ а) } 6x^2 - 3x = 0, 3x(2x - 1) = 0, x = 0 \text{ и } x = \frac{1}{2};$$

$$\text{б) } 25x^2 = 81, x^2 = \frac{81}{25}, x = \pm \frac{9}{5}; \text{ в) } 3x^2 - 7x - 6 = 0, x = \frac{7 \pm 11}{6}, x = 3 \text{ и } x = -\frac{2}{3};$$

$$\text{г) } 9x^2 + 24x + 16 = 0, (3x + 4)^2 = 0, x = -\frac{4}{3};$$

$$\text{д) } 2x^2 + 6x + 7 = 0, D < 0 - \text{решений нет};$$

$$\text{е) } x^2 - \frac{9x+2}{5} = 0, 5x^2 - 9x - 2 = 0, x = \frac{9 \pm 11}{10}, x = 2 \text{ и } x = -\frac{1}{5}.$$

$$2. x^4 + x^2 - 2 = 0, x^2 = t, t^2 + t - 2 = 0, t = -2 \text{ и } t = 1, x^2 = -2 \text{ и } x^2 = 1, x = \pm 1.$$

$$3. \frac{2x^2 + 11x - 21}{4x^2 - 9} = \frac{(x+7)(2x-3)}{(2x-3)(2x+3)} = \frac{x+7}{2x+3}.$$

$$4. x^2 + 11x + c = 0, x_1 = -3, x_2 = -11 - x_1 = -8 \text{ и } c = x_1 \cdot x_2 = 24.$$

К-6

Вариант №1

$$1. \text{ а) } \frac{x^2}{x^2 - 9} = \frac{12 - x}{x^2 - 9}, \begin{cases} x^2 = 12 - x \\ x^2 - 9 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2 + x - 12 = 0 \\ x \neq \pm 3 \end{cases}, \begin{cases} x = 3 \text{ и } x = -4 \\ x \neq \pm 3 \end{cases}, x = -4;$$

$$\text{б) } \frac{6}{x-2} + \frac{5}{x} = 3, \begin{cases} 6x + 5(x-2) = 3x(x-2) \\ x(x-2) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 3x^2 - 17x + 10 = 0 \\ x \neq 0 \text{ и } x \neq 2 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = \frac{17 \pm 13}{6} \\ x \neq 0 \text{ и } x \neq 2 \end{cases}, x = 5 \text{ и } x = \frac{2}{3}.$$

$$\text{Ответ: а) } x = -4; \text{ б) } x = 5, x = \frac{2}{3}.$$

2. Пусть V – скорость велосипедиста из А в В, тогда:

$$\frac{27}{V} = \frac{20}{V-3} + \frac{1}{6}, \begin{cases} 27 \cdot 6 \cdot (V-3) = 20 \cdot 6 \cdot V + V(V-3) \\ 6V(V-3) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} V^2 - 45V + 486 = 0 \\ V \neq 0, V \neq 3 \end{cases},$$

$$V = 18 \text{ и } V = 27.$$

Ответ: 18 км/ч или 27 км/ч.**Вариант №2**

$$1. \text{ а) } \frac{3x+4}{x^2-16} = \frac{x^2}{x^2-16}, \begin{cases} 3x+4 = x^2 \\ x^2-16 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2-3x-4=0 \\ x \neq \pm 4 \end{cases}, \begin{cases} x=4 \text{ и } x=-1 \\ x \neq \pm 4 \end{cases}, x=-1;$$

$$6) \frac{3}{x-5} + \frac{8}{x} = 2, \begin{cases} 3x+8(x-5) = 2x(x-5) \\ x(x-5) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 2x^2-21x+40=0 \\ x(x-5) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = \frac{21 \pm 11}{4}, x=8 \text{ и } x = \frac{5}{2} \\ x \neq 0 \text{ и } x \neq 5 \end{cases}$$

Ответ: а) $x = -1$; б) $x = 8, x = \frac{5}{2}$.2. Пусть V – скорость катера, тогда:

$$\frac{12}{V-3} + \frac{5}{V+3} = \frac{18}{V}, \begin{cases} 12V(V+3) + 5V(V-3) = 18(V^2-9) \\ V(V^2-9) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} V^2-21V-162=0 \\ V \neq 0, V \neq \pm 3 \end{cases}, V=27, \text{ так как } V > 0.$$

Ответ: 27 км/ч.**Вариант №3**

$$1. \text{ а) } \frac{x^2}{x^2-1} = \frac{4x+5}{x^2-1}, \begin{cases} x^2 = 4x+5 \\ x^2-1 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2-4x-5=0 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}, \begin{cases} x=5 \text{ и } x=-1 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}, x=5;$$

$$6) \frac{5}{x-3} - \frac{8}{x} = 3, \begin{cases} 5x-8(x-3) = 3(x-3)x \\ x(x-3) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 3x^2-6x-24=0 \\ x(x-3) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x^2-2x-8=0 \\ x \neq 0, x \neq 3 \end{cases}, x=4 \text{ и } x=-2.$$

Ответ: а) $x = 5$; б) $x = 4, x = -2$.2. Пусть V – скорость велосипедиста из А в В, тогда:

$$\frac{48}{V} = \frac{40}{V+4} + 1, \begin{cases} 48(V+4) = 40V + V(V+4) \\ V(V+4) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} V^2-4V-192=0 \\ V \neq 0, V+4 \neq 0 \end{cases},$$

 $V=16$, так как $V > 0$.Ответ: 16 км/ч.

Вариант №4

$$1. \text{ а) } \frac{5x+14}{x^2-4} = \frac{x^2}{x^2-4}, \begin{cases} 5x+14 = x^2 \\ x^2-4 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2-5x-14=0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}, \begin{cases} x=7 \text{ и } x=-2 \\ x \neq \pm 2 \end{cases}, x=7;$$

$$\text{б) } \frac{8}{x-3} - \frac{10}{x} = 2, \begin{cases} 8x-10(x-3) = 2x(x-3) \\ x(x-3) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 2x^2-4x-30=0 \\ x \neq 0, x \neq 3 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x^2-2x-15=0 \\ x \neq 0, x \neq 3 \end{cases}, x=-3 \text{ и } x=5.$$

Ответ: а) $x=7$; б) $x=5, x=-3$.

2. Пусть V – скорость катера, тогда:

$$\frac{15}{V-2} + \frac{6}{V+2} = \frac{22}{V}, \begin{cases} 15V(V+2) + 6V(V-2) = 22(V^2-4) \\ V(V^2-4) \neq 0 \end{cases},$$

$$V^2 - 18V - 88 = 0, V = 22, \text{ так как } V > 0.$$

$$V \neq 0, V \neq \pm 2$$

Ответ: 22 км/ч.

К-6А**Вариант №1**

$$1. \frac{9}{x-2} - \frac{5}{x} = 2, \begin{cases} 9x-5(x-2) = 2x(x-2) \\ x(x-2) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 2x^2-8x-10=0 \\ x \neq 0, x \neq 2 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x^2-4x-5=0 \\ x \neq 0, x \neq 2 \end{cases}, x=5 \text{ и } x=-1.$$

$$2. \begin{cases} x-2y=4 \\ xy=6 \end{cases}, \begin{cases} x=4+2y \\ y(4+2y)=6 \end{cases}, \begin{cases} x=4+2y \\ y^2+2y-3=0 \end{cases}, y=-3 \text{ или } y=1, x=-2 \text{ или } x=6.$$

3. Пусть V – скорость мотоциклиста из А в В, тогда:

$$\frac{60}{V} + \frac{1}{10} = \frac{55}{V-10}, \begin{cases} 600(V-10) + V(V-10) = 550V \\ 10V(V-10) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} V^2 + 40V - 6000 = 0 \\ V \neq 0, V \neq 10 \end{cases}, V = 60, \text{ так как } V > 0.$$

Ответ: 60 км/ч

Вариант №2

$$1. \frac{3}{x} - \frac{12}{x-3} = 1, \begin{cases} 3(x-3) - 12x = x(x-3) \\ x(x-3) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2 + 6x + 9 = 0 \\ x \neq 0, x \neq 3 \end{cases}, x = -3.$$

$$2. \begin{cases} 3x - y = 1 \\ xy = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 1 \\ x(3x - 1) = 10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 1 \\ 3x^2 - x - 10 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3x - 1 \\ x = \frac{1 \pm 11}{6} \end{cases}$$

$$x = 2 \text{ или } x = -\frac{5}{3}, y = 5 \text{ или } y = -6.$$

3. Пусть V – скорость лодки, тогда:

$$\frac{28}{V-1} + \frac{16}{V+1} = 3, \begin{cases} 28(V+1) + 16(V-1) = 3(V^2-1) \\ V^2-1 \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 3V^2 - 44V - 15 = 0 \\ V \neq \pm 1 \end{cases}, V = 15, \text{ так как } V > 0.$$

Вариант №3

$$1. \frac{14}{x-4} - \frac{4}{x} = 3, \begin{cases} 14x - 4(x-4) = 3x(x-4) \\ x(x-4) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 - 22x - 16 = 0 \\ x \neq 0, x \neq 4 \end{cases}, x = 8 \text{ и } x = -\frac{2}{3}.$$

$$2. \begin{cases} x - 5y = 3 \\ xy = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + 5y \\ y(3 + 5y) = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + 5y \\ 5y^2 + 3y - 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 3 + 5y \\ y = \frac{-3 \pm 13}{10} \end{cases}$$

$$y = 1 \text{ или } y = -\frac{8}{5}, x = 8 \text{ или } x = -5.$$

3. Пусть V – скорость первого автомобиля, тогда:

$$\frac{420}{V} + \frac{12}{5} = \frac{420}{V-20}, \begin{cases} 5 \cdot 420 \cdot (V-20) + 12(V-20)V = 5 \cdot 420 \cdot V \\ 5V(V-20) \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} 12V^2 - 240V - 42000 = 0 \\ V \neq 0, V \neq 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} V^2 - 20V - 3500 = 0 \\ V \neq 0, V \neq 20 \end{cases}, V = 70, \text{ так как } V > 0.$$

Вариант №4

$$1. \frac{18}{x} - \frac{46}{x-5} = 1, \begin{cases} 18(x-5) - 46x = x(x-5) \\ x(x-5) \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 23x + 90 = 0 \\ x \neq 0, x \neq 5 \end{cases}, x = -5 \text{ и } x = -18.$$

$$2. \begin{cases} 7x - y = 5 \\ xy = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 7x - 5 \\ x(7x - 5) = 18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 7x - 5 \\ 7x^2 - 5x - 18 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 7x - 5 \\ x = \frac{5 \pm 23}{14} \end{cases}$$

$$x = 2 \text{ или } x = -\frac{9}{7}, y = 9 \text{ или } y = -14.$$

3. Пусть V – скорость теплохода, тогда:

$$\frac{54}{V+3} + \frac{42}{V-3} = 4, \begin{cases} 54(V-3) + 42(V+3) = 4(V^2-9) \\ V^2-9 \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} 4V^2 - 96V = 0 \\ V \neq \pm 3 \end{cases},$$

$V = 24$, так как $V > 0$.

К-7

Вариант №1

1. а) $(x-2)^2 > x(x-4)$, $(x-2)^2 - x(x-4) = 4 > 0$,

так что $(x-2)^2 > x(x-4)$, ч.т.д.;

б) $a^2 + 1 \geq 2(3a-4)$, $a^2 + 1 - 2(3a-4) = (a-3)^2 \geq 0$,

так что $a^2 + 1 \geq 2(3a-4)$, ч.т.д.;

Ответ: а) Доказано; б) Доказано.

2. а) $21a < 21b$; б) $-3,2a > -3,2b$; в) $1,5b > 1,5a$.

3. а) $5,2 < 2\sqrt{7} < 5,4$; б) $-2,7 < -\sqrt{7} < -2,6$.

4. $7,6 < p = 2(a+b) < 8$ и $3,12 < S = ab < 3,51$.

5. $(2+a)(5+a) - (3+a)(4+a) = 10 + 7a + a^2 - (12 + 7a + a^2) =$

$= 10 + 7a + a^2 - 12 - 7a - a^2 = -2$. Так как эта разность отрицательна, то

$(2+a)(5+a) < (3+a)(4+a)$.

Ответ: $(2+a)(5+a) < (3+a)(4+a)$.

Вариант №2

1. а) $(x+7)^2 > x(x+14)$, $(x+7)^2 - x(x+14) = x^2 + 14x + 49 - x^2 - 14x = 49$.

Так как 49 – положительное число, то $(x+7)^2 > x(x+14)$, ч.т.д.

б) $b^2 + 5 \geq 10(b-2)$, $b^2 + 5 - 10(b-2) = b^2 + 5 - 10b + 20 = b^2 - 10b + 25 = (b-5)^2$.

Так как это выражение не отрицательное, т.е. $(b-5)^2 \geq 0$, то $b^2 + 5 \geq 10(b-2)$.

Ответ: а) Доказано; б) Доказано.

2. а) $18a > 18b$; б) $-6,7a < -6,7b$; в) $-3,7b > -3,7a$.

3. а) $3,1 \cdot 3 < \sqrt{10} \cdot 3 < 3,2 \cdot 3$ или $9,3 < 3\sqrt{10} < 9,6$.

б) $-3,1 > -\sqrt{10} > -3,2$ или $-3,2 < -\sqrt{10} < -3,1$.

4. $9,4 < P = 2(a+b) < 9,8$ и $4,8 < S = ab < 5,28$.

5. $n(n+3) - (n+1)(n+2) = n^2 + 3n - (n^2 + 3n + 2) = n^2 + 3n - n^2 - 3n - 2 = -2$.

Так как эта разность отрицательна, то $n(n+3) < (n+1)(n+2)$.

Ответ: $n(n+3) < (n+1)(n+2)$.

Вариант №3

1. а) $(x-3)^2 > x(x-6)$, $(x-3)^2 - x(x-6) = x^2 - 6x + 9 - (x^2 - 6x) =$
 $= x^2 - 6x + 9 - x^2 + 6x = 9$. Так как 9 – положительное число,
то $(x-3)^2 > x(x-6)$, ч.т.д..

б) $y^2 + 1 \geq 2(5y - 12)$, $y^2 + 1 - 2(5y - 12) = y^2 + 1 - 10y + 24 =$
 $= y^2 - 10y + 25 = (y - 5)^2$, так как эта разность не отрицательна,
то $y^2 + 1 \geq 2(5y - 12)$, ч.т.д..

Ответ: а) Доказано; б) Доказано.

2. а) $8x < 8y$; б) $-1,4x > -1,4y$; в) $-5,6y \leq -5,6x$.

3. а) $3,6 \cdot 3 < \sqrt{13} \cdot 3 < 3,7 \cdot 3$ или $10,8 < 3\sqrt{13} < 11,1$;

б) $3,6 \cdot (-2) > \sqrt{13} \cdot (-2) > 3,7 \cdot (-2)$ или $-7,2 > -2\sqrt{13} > -7,4$
или $-7,4 < -2\sqrt{13} < -7,2$.

Ответ: а) $10,8 < 3\sqrt{13} < 11,1$; б) $-7,4 < -2\sqrt{13} < -7,2$.

4. $5,2 < P = 2(x+y) < 5,6$ и $1,65 < S = xy < 1,92$.

5. $(n+1)^2 - n(n+2) = n^2 + 2n + 1 - (n^2 + 2n) = n^2 + 2n + 1 - n^2 - 2n = 1$.

Так как эта разность – положительное число, то $(n+1)^2 > n(n+2)$.

Ответ: $(n+1)^2 > n(n+2)$.

Вариант №4

1. а) $(x+1)^2 > x(x+2)$, $(x+1)^2 - x(x+2) = x^2 + 2x + 1 - (x^2 + 2x) =$
 $= x^2 + 2x + 1 - x^2 - 2x = 1$. Так как эта разность – положительное число,
то $(x+1)^2 > x(x+2)$, ч.т.д..

б) $a^2 + 1 \geq 2(3a - 4)$, $a^2 + 1 - 2(3a - 4) = a^2 + 1 - 6a + 8 = a^2 - 6a + 9 = (a - 3)^2$.

Так как эта разность не отрицательна, то $a^2 + 1 \geq 2(3a - 4)$, ч.т.д.

Ответ: а) Доказано; б) Доказано.

2. а) $13x \geq 13y$; б) $-5,1x < -5,1y$; в) $2,6y < 2,6x$.

3. а) $3,3 \cdot 5 < \sqrt{11} \cdot 5 < 3,4 \cdot 5$ или $16,5 < 5\sqrt{11} < 17,0$.

б) $3,3 \cdot (-2) > \sqrt{11} \cdot (-2) > 3,4 \cdot (-2)$ или $-6,6 > -2\sqrt{11} > -6,8$
или $-6,8 < -2\sqrt{11} < -6,6$.

Ответ: а) $16,5 < 5\sqrt{11} < 17,0$; б) $-6,8 < -2\sqrt{11} < -6,6$.

4. $21,4 < P = 2(b+c) < 21,8$ и $28,06 < S = bc < 29,14$.

5. $(5+m)(4+m) - (6+m)(3+m) = 20 + 9m + m^2 - (18 + 9m + m^2) =$

$= 20 + 9m + m^2 - 18 - 9m - m^2 = 2$, так как эта разность положительное число, то $(5+m)(4+m) > (6+m)(3+m)$.

Ответ: $(5+m)(4+m) > (6+m)(3+m)$.

К-7А**Вариант №1**

1. при $-2x^2 + 5x + 3 = -4$, $2x^2 - 5x - 7 = 0$, $x = \frac{5 \pm 9}{4}$, $x = \frac{7}{2}$ и $x = -1$.

2. см. рис. 63

а) $y(-1,5) = -2,75$;

б) $y = 3$ при $x \approx 4,5$ и при $x \approx -2,5$;

в) $y > 0$ при $x < -2$ и при $x > 4$; г) y — убывает при $x < 1$.

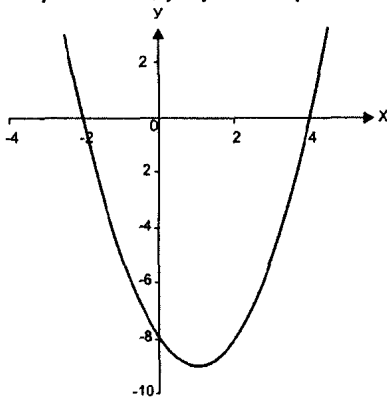


Рис.63

3. $y = -5x^2 + 6x$, $y = -5x - \frac{3}{5} + \frac{9}{5}$, так что $y_{\text{наиб.}} = y\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{9}{5}$.

Вариант №2

1. при $-3x^2 + 7x + 1 = -5$, $3x^2 - 7x - 6 = 0$, $x = \frac{7 \pm 11}{6}$, $x = 3$ и $x = -\frac{2}{3}$.

2. см. рис. 64.

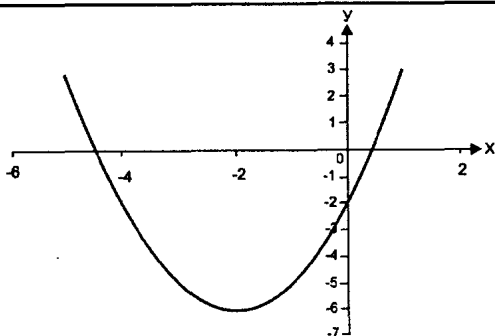


Рис.64

- а) $y(1,5) = 6,25$; б) $y = 4$ при $x \approx 1,2$ и при $x \approx -5,2$;
 в) $y < 0$ при $-4,4 < x < 0,4$ приблизительно;
 г) y – возрастает при $x > -2$.

3. $y = 7x^2 - 4x$, $y = 7x - \frac{2}{7}^2 - \frac{4}{7}$, так что $y_{\text{ном.}} = y\left(\frac{2}{7}\right) = -\frac{4}{7}$.

Вариант №3

1. при $2x^2 - 11x + 5 = -7$, $2x^2 - 11x + 12 = 0$, $x = \frac{11 \pm 5}{4}$, $x = 4$ и $x = \frac{3}{2}$.

2. см. рис. 65.

- а) $y(4,5) = 2,75$; б) $y = 3$ при $x \approx 1,6$ и при $x \approx 4,4$;
 в) $y > 0$ при $0,8 < x < 5,2$ приблизительно;
 г) y – убывает при $x > 3$.

3. $y = 3x^2 - 4x$, $y = 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - \frac{4}{3}$, так что $y_{\text{ном.}} = y\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{4}{3}$.

Вариант №4

1. при $3x^2 - 7x - 8 = -2$, $3x^2 - 7x - 6 = 0$, $x = \frac{7 \pm 11}{6}$, $x = 3$ и $x = -\frac{2}{3}$.

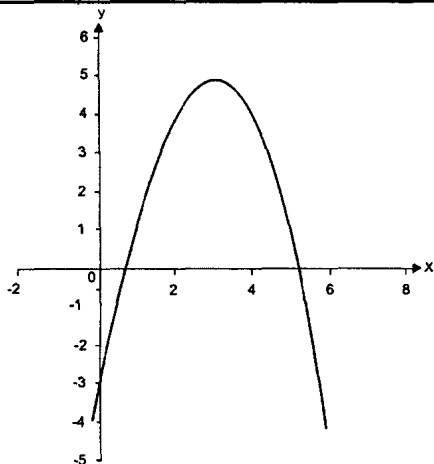


Рис.65

2. см. рис. 66.

а) $y(1,5) = -5,24$; б) $y = -2$ при $x = -5$ и $x = 1$;

в) $y < 0$ при $x < -4,6$ и $x > 0,6$ приблизительно;

г) y – возрастает при $x < -2$.

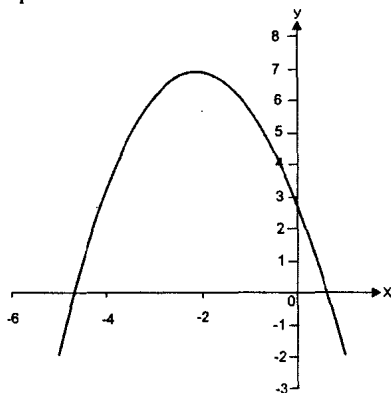


Рис. 66

3. $y = -4x^2 + 5x$, $y = -4\left(x - \frac{5}{8}\right)^2 + \frac{25}{16}$, так что $y_{\text{наиб.}} = y \frac{5}{8} = \frac{25}{16}$.

К-8

Вариант №1

1. а) $\frac{1}{6}x < 5$ или $x < 30$; б) $1 - 3x \leq 0$, $3x \geq 1$, $x \geq \frac{1}{3}$;

в) $5(y - 1, 2) - 4, 6 > 3y + 1$, $2y > 11, 6$, $y > 5, 8$

2. $\frac{7+a}{3} < \frac{12-a}{2}$, при $2(7+a) < 3(12-a)$, $5a < 22$, $a < 4, 4$.

Ответ: $a < 4, 4$.

3. а) $\begin{cases} 2x-3 > 0 \\ 7x+4 > 0 \end{cases}, \begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x > -\frac{4}{7} \end{cases}, x > \frac{3}{2};$ б) $\begin{cases} 3-2x < 1 \\ 1,6+x < 2,9 \end{cases}, \begin{cases} x > 1 \\ x < 1,3 \end{cases}, 1 < x < 1,3$.

4. $\begin{cases} 6-2x < 3(x-1) \\ 6-\frac{x}{2} \geq x \end{cases}, \begin{cases} 5x > 9 \\ \frac{3x}{2} \leq 6 \end{cases}, \begin{cases} x > \frac{5}{9} \\ x \leq 4 \end{cases}, \frac{9}{5} < x \leq 4, x = 2; x = 3; x = 4$.

5. При $\begin{cases} 3x-2 \geq 0 \\ 6-x \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} 3x \geq 2 \\ 6 \geq x \end{cases}, \frac{2}{3} \leq x \leq 6$. Следовательно, при $\frac{2}{3} \leq x \leq 6$ данное

выражения имеет смысл. Ответ: $\frac{2}{3} \leq x \leq 6$.

Вариант №2

1. а) $\frac{1}{3}x \geq 2$, $x \geq 6$; б) $2 - 7x > 0$, $7x < 2$, $x < \frac{2}{7}$;

в) $6(y - 1, 5) - 3, 4 > 4y - 2, 4$, $2y > 10$, $y > 5$.

2. $\frac{b+4}{2} > \frac{5-2b}{3}$, при $3(b+4) > 2(5-2b)$, $7b > -2$, $b > -\frac{2}{7}$. Ответ: при $b > -\frac{2}{7}$.

3. а) $\begin{cases} 4x-10 > 10 \\ 3x-5 > 1 \end{cases}, \begin{cases} x > 5 \\ x > 2 \end{cases}, x > 5;$ б) $\begin{cases} 1,4+x > 1,5 \\ 5-2x > 2 \end{cases}, \begin{cases} x > 0,1 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}, 0,1 < x < \frac{3}{2}$.

4. $\begin{cases} 10-4x \geq 3(1-x) \\ 3,5+\frac{x}{4} < 2x \end{cases}, \begin{cases} x \leq 7 \\ \frac{7x}{4} > 3,5 \end{cases}, \begin{cases} x \leq 7 \\ x > 2 \end{cases}, 2 < x \leq 7, x = 5; x = 6; x = 7; x = 3; x = 4$.

5. При $\begin{cases} 5a-1 \geq 0 \\ a+8 \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} 5a \geq 1 \\ a \geq -8 \end{cases}, \begin{cases} a \geq \frac{1}{5} \\ a \geq -8 \end{cases}, a \geq \frac{1}{5}$, таким образом, при $a \geq \frac{1}{5}$ данное

выражение имеет смысл. Ответ: при $a \geq \frac{1}{5}$.

Вариант №3

1. а) $\frac{1}{4}x > 1, x > 4$; б) $1-6x \geq 0, 6x \leq 1, x \leq \frac{1}{6}$;

в) $5(y-1,4)-6 < 4y-1,5, y < 11,5$.

2. $\frac{m+1}{3} < m-6$ при $m+1 < 3m-18, 2m > 19, m > \frac{19}{2}$.

3. а) $\begin{cases} 3x-9 < 0 \\ 5x+2 > 0 \end{cases}, \begin{cases} x < 3 \\ x > -\frac{2}{5} \end{cases}, -\frac{2}{5} < x < 3$; б) $\begin{cases} 15-x < 14 \\ 4-2x < 5 \end{cases}, \begin{cases} x > 1 \\ x > -\frac{1}{2} \end{cases}, x > 1$.

4. $\begin{cases} 5(1-2x) < 2x-4 \\ 2,5+\frac{x}{2} \geq x \end{cases}, \begin{cases} 12x > 9 \\ \frac{x}{2} \leq 2,5 \end{cases}, \begin{cases} x > \frac{3}{4} \\ x \leq 5 \end{cases}, \frac{3}{4} < x \leq 5, x=1; x=2; x=3; x=4; x=5$.

5. При $\begin{cases} 12-3a \geq 0 \\ a+2 \geq 0 \end{cases}, \begin{cases} 12 \geq 3a \\ a \geq -2 \end{cases}, \begin{cases} a \leq 4 \\ a \geq -2 \end{cases}, -2 \leq a \leq 4$. Таким образом при $-2 \leq a \leq 4$

данное выражение имеет смысл. Ответ: при $-2 \leq a \leq 4$.

Вариант №4

1. а) $\frac{1}{8}x \leq 2, x \leq 16$; б) $2-5x < 0, x > \frac{2}{5}$; в) $3(x-1,5)-4 < 4x+1,5, x > -10$.

2. $a+6 < \frac{a+2}{4}$ при $4a+24 < a+2, 3a < -22, a < -\frac{22}{3}$.

3. а) $\begin{cases} 6x-12 > 0 \\ 2x-3 > 0 \end{cases}, \begin{cases} x > 2 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases}, x > 2$; б) $\begin{cases} 26-x < 25 \\ 2x+7 < 13 \end{cases}, \begin{cases} x > 1 \\ x < 3 \end{cases}, 1 < x < 3$.

4. $\begin{cases} 1-5x < 4(1-x) \\ 3,5+\frac{x}{4} \geq 2x \end{cases}, \begin{cases} 1-5x < 4(1-x) \\ 3,5+\frac{x}{4} \geq 2x \end{cases}, \begin{cases} x > -3 \\ \frac{7x}{4} \leq 3,5 \end{cases}, \begin{cases} x > -3 \\ x \leq 2 \end{cases}, -3 < x \leq 2,$

$x = -2; x = -1; x = 0; x = 1; x = 2$.

$$5. \begin{cases} 15-5m \geq 0 \\ 4+m \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -5m \geq -15 \\ m \geq -4 \end{cases}, \quad \frac{-5m}{-5} \leq \frac{-15}{-5} \text{ или } \begin{cases} m \leq 3 \\ m \geq -4 \end{cases}$$

следовательно, при $-4 \leq m \leq 3$ данное выражение имеет смысл.

Ответ: при $-4 \leq m \leq 3$.

К-8А

Вариант №1

$$1. \text{ а) } 4x^2 - 4x - 15 < 0, (2x-5)(2x+3) < 0, \begin{cases} x > \frac{5}{2} \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < \frac{5}{2} \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases}, -\frac{3}{2} < x < \frac{5}{2};$$

$$\text{б) } x^2 - 81 > 0, x^2 > 81, x < -9 \text{ и } x > 9;$$

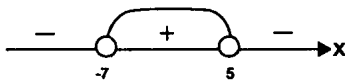
$$\text{в) } x^2 < 1,7x, x(x-1,7) < 0, \begin{cases} x > 0 \\ x-1,7 < 0 \end{cases}, \begin{cases} x < 0 \\ x-1,7 > 0 \end{cases}, 0 < x < 1,7;$$

$$\text{г) } x(x+3) - 6 < 3(x+1), x^2 - 9 < 0, x^2 < 9, -3 < x < 3.$$

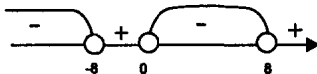
$$2. \text{ а) } (x+8)(x-3) > 0, x < -8 \text{ и } x > 3;$$



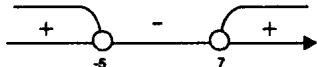
$$\text{б) } \frac{5-x}{x+7} > 0, -7 < x < 5;$$



$$\text{в) } x^3 - 64x < 0, x(x-8)(x+8) < 0, x < -8 \text{ и } 0 < x < 8.$$



$$3. \text{ при } x^2 - 2x - 35 \geq 0, (x-7)(x+5) \geq 0, x \leq -5 \text{ и } x \geq 7.$$



Вариант №2

$$1. \text{ а) } 2x^2 + 5x - 12 > 0, (x+4)(2x-3) > 0,$$

$$\begin{cases} x+4 > 0 \\ 2x-3 > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+4 < 0 \\ 2x-3 < 0 \end{cases}, \begin{cases} x > -4 \\ x > \frac{3}{2} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < -4 \\ x < \frac{3}{2} \end{cases}, x > \frac{3}{2}; x < -4;$$

б) $x^2 - 64 < 0$, $x^2 < 64$, $-8 < x < 8$;

в) $x^2 > 2,3x$, $x(x-2,3) > 0$, $\begin{cases} x > 0 \\ x-2,3 > 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x < 0 \\ x-2,3 < 0 \end{cases}$, $x > 2,3$ и $x < 0$;

г) $x(x-5) - 29 > 5(4-x)$, $x^2 - 49 > 0$, $x^2 > 49$, $x < -7$, $x > 7$.

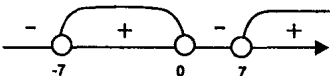
2. а) $(x-4)(x+7) < 0$, $-7 < x < 4$;



б) $\frac{x-8}{x+3} > 0$, $x < -3$ и $x > 8$;



в) $x^3 - 49x > 0$, $x(x-7)(x+7) > 0$, $-7 < x < 0$ и $x > 7$.



3. при $x^2 + 4x - 45 \geq 0$, $(x-5)(x+9) \geq 0$, $x \leq -9$ и $x \geq 5$.



Вариант №3

1. а) $3x^2 + 7x - 6 < 0$, $(x+3)(3x-2) < 0$,

$$\begin{cases} x+3 > 0 \\ 3x-2 < 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x+3 < 0 \\ 3x-2 > 0 \end{cases}, \begin{cases} x > -3 \\ x < \frac{2}{3} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < -3 \\ x > \frac{2}{3} \end{cases}, -3 < x < \frac{2}{3};$$

б) $x^2 - 49 > 0$, $x^2 > 49$, $x < -7$ и $x > 7$;

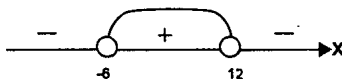
в) $x^2 < 3,4x$, $x(x-3,4) < 0$, $\begin{cases} x > 0 \\ x-3,4 < 0 \end{cases}$ или $\begin{cases} x < 0 \\ x-3,4 > 0 \end{cases}$, $0 < x < 3,4$;

г) $x(x+5) - 76 > 5(x-8)$, $x^2 - 36 > 0$, $x^2 > 36$, $x < -6$ и $x > 6$.

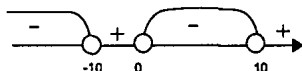
2. а) $(x-6)(x+9) > 0$, $x < -9$ и $x > 6$;



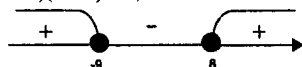
б) $\frac{12-x}{x+6} > 0, -6 < x < 12;$



в) $x^3 - 100x < 0, x(x-10)(x+10) < 0, x < -10$ и $0 < x < 10.$



3. при $x^2 + x - 72 \geq 0, (x-8)(x+9) \geq 0, x \leq -9$ и $x \geq 8.$



Вариант №4

1. а) $5x^2 - 17x - 12 > 0, (x-4)(5x+3) > 0,$

$$\begin{cases} x-4 > 0 \\ 5x+3 > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x-4 < 0 \\ 5x+3 < 0 \end{cases}, \begin{cases} x > 4 \\ x > -\frac{3}{5} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < 4 \\ x < -\frac{3}{5} \end{cases}, x > 4 \text{ и } x < -\frac{3}{5};$$

б) $x^2 - 121 < 0, x^2 < 121, -11 < x < 11;$

в) $x^2 > 4,7x, x(x-4,7) > 0, \begin{cases} x > 0 \\ x-4,7 > 0 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x < 0 \\ x-4,7 < 0 \end{cases}, x > 4,7 \text{ и } x < 0;$

г) $x(x-7) - 18 > 7(9-x), x^2 > 81, x < -9$ и $x > 9.$

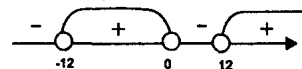
2. а) $(x+9)(x-3) < 0, -9 < x < 3;$



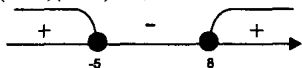
б) $\frac{x-13}{x+8} > 0, x < -8$ и $x > 13;$



в) $x^3 - 144x > 0, x(x-12)(x+12) > 0, -12 < x < 0$ и $x > 12.$



3. при $x^2 - 3x - 40 \geq 0$, $(x-8)(x+5) \geq 0$, $x \leq -5$ и $x \geq 8$.



К-9

Вариант №1

1. а) $4^{11} \cdot 4^{-9} = 4^2 = 16$; б) $6^{-5} : 6^{-3} = 6^{-2} = \frac{1}{36}$; в) $(2^{-2})^3 = 2^{-6} = \frac{1}{64}$.

2. а) $(x^{-3})^4 \cdot x^{14} = x^{-12} \cdot x^{14} = x^2$; б) $1,5a^2b^{-3} \cdot 4a^{-3}b^4 = 6a^{-1}b$.

3. а) $\left(\frac{1}{3}x^{-1}y^2\right)^{-2} = 9x^2y^{-4}$; б) $\left(\frac{3x^{-1}}{4y^{-3}}\right)^{-1} \cdot 6xy^2 = 8x^2y$.

4. $\frac{3^{-9} \cdot 9^{-4}}{27^{-6}} = \frac{3^{-9} \cdot 3^{-8}}{3^{-18}} = 3$.

5. $(4,6 \cdot 10^4) \cdot (2,5 \cdot 10^{-6}) = 4,6 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} = 11,25 \cdot 10^{-2} = 1,125 \cdot 10^{-1}$.

6. $(a^{-1} + b^{-1})(a+b)^{-1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{(b+a)}{ab(a+b)} = \frac{1}{ab}$.

Вариант №2

1. а) $5^{-4} \cdot 5^2 = 5^{-2} = \frac{1}{25}$; б) $12^{-3} : 12^{-4} = 12$; в) $(3^{-1})^{-3} = 3^3 = 27$.

2. а) $(a^{-5})^4 \cdot a^{22} = a^{-20} \cdot a^{22} = a^{-20+22} = a^2$;

б) $0,4x^6y^{-8} \cdot 50x^{-5}y^9 = (0,4 \cdot 50)(x^6 \cdot x^{-5}) \cdot (y^{-8} \cdot y^9) = 20x^{6-5}y^{-8+9} = 20x^1y^1 = 20xy$.

3. а) $\left(\frac{1}{6}x^{-4}y^3\right)^{-1} = \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} \cdot (x^{-4})^{-1} \cdot (y^3)^{-1} = (6^{-1})^{-1} \cdot x^{(-4)(-1)} \cdot y^{3(-1)} =$
 $= 6^{(-1)(-1)} \cdot x^4 \cdot y^{-3} = \frac{6x^4}{y^3}$;

б) $\left(\frac{3a^{-4}}{2b^{-3}}\right)^{-2} \cdot 10a^7b^3 = \frac{(3a^{-4})^{-2}}{(2b^{-3})^{-2}} \cdot 10a^7b^3 = \frac{3^{-2} \cdot (a^{-4})^{-2}}{2^{-2} \cdot (b^{-3})^{-2}} \cdot 10a^7b^3 =$
 $= \frac{2^2 \cdot a^{(-4)(-2)}}{3^2 \cdot b^{(-3)(-2)}} \cdot 10a^7b^3 = \frac{4a^8}{9b^6} \cdot 10a^7b^3 = \frac{40(a^8 \cdot a^7)b^3}{9b^6} = \frac{40}{9}a^{8+7}b^{3-6} =$
 $= \frac{40}{9}a^{15}b^{-3} = \frac{40a^{15}}{9b^3}$.

$$4. \frac{2^{-6} \cdot 4^{-3}}{8^{-7}} = \frac{2^{-6} \cdot (2^2)^{-3}}{(2^3)^{-7}} = \frac{2^{-6} \cdot 2^{2 \cdot (-3)}}{2^{3 \cdot (-7)}} = \frac{2^{-6} \cdot 2^{-6}}{2^{-21}} = \frac{2^{-6-6}}{2^{-21}} = \frac{2^{-12}}{2^{-21}} = 2^9 = 512.$$

$$5. (3,5 \cdot 10^{-5}) \cdot (6,4 \cdot 10^2) = 3,5 \cdot 6,4 \cdot 10^{-3} = 22,4 \cdot 10^{-3} = 2,24 \cdot 10^{-2}.$$

$$6. (x^{-1} - y^{-1})9x - y)^{-1} = \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \cdot \frac{1}{x \cdot y} = \frac{(y - x)}{xy(x \cdot y)} = -\frac{1}{xy}.$$

Вариант №3

$$1. \text{ а) } 6^{15} \cdot 6^{-13} = 6^2 = 36; \quad \text{ б) } 4^{-6} : 4^{-3} = 4^{-3} = \frac{1}{64}; \quad \text{ в) } (5^{-1})^3 = 5^{-3} = \frac{1}{125}.$$

$$2. \text{ а) } (x^{-2})^{-4} \cdot x^{-7} = x^{(-2) \cdot (-4)} \cdot x^{-7} = x^8 \cdot x^{-7} = x^1 = x;$$

$$\text{ б) } 1,2a^{-5}b^8 \cdot 5a^6b^{-6} = (1,2 \cdot 5)(a^{-5}a^6) \cdot (b^8 \cdot b^{-6}) = 6a^{-5+6}b^{8-6} = 6a^1b^2 = 6ab^2.$$

$$3. \text{ а) } \left(\frac{2}{3}a^{-4}b^{-2}\right)^{-2} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \cdot (a^{-4})^{-2} \cdot (b^{-2})^{-2} = \left(\frac{3}{2}\right)^2 \cdot a^{(-4) \cdot (-2)} \cdot b^{(-2) \cdot (-2)} = \frac{9}{4}a^8b^4.$$

$$\begin{aligned} \text{ б) } \left(\frac{5a^{-2}}{6b^{-1}}\right)^{-2} \cdot 10a^3b^4 &= \frac{(5a^{-2})^{-2}}{(6b^{-1})^{-2}} \cdot 10a^3b^4 = \frac{5^{-2} \cdot (a^{-2})^{-2}}{6^{-2} \cdot (b^{-1})^{-2}} \cdot 10a^3b^4 = \\ &= \frac{5^{-2} \cdot a^{(-2) \cdot (-2)}}{6^{-2} \cdot b^{(-1) \cdot (-2)}} \cdot 10a^3b^4 = \frac{6^2 a^4}{5^2 b^2} \cdot 10a^3b^4 = \frac{36 \cdot 10}{25} (a^4 \cdot a^3) \left(\frac{b^4}{b^2}\right) = \\ &= \frac{72}{5} a^{4+3} b^{4-2} = \frac{72}{5} a^7 b^2. \end{aligned}$$

$$4. \frac{5^{-9} \cdot 25^{-2}}{125^{-4}} = \frac{5^{-9} \cdot 5^{-4}}{5^{-12}} = 5^{-1} = \frac{1}{5}.$$

$$5. (6,8 \cdot 10^6) \cdot (4,5 \cdot 10^{-8}) = 6,8 \cdot 4,5 \cdot 10^{-2} = 30,6 \cdot 10^{-2} = 3,06 \cdot 10^{-1}.$$

$$6. (a^{-1} + b)(a + b^{-1})^{-1} = \frac{1}{a + b} \cdot a + \frac{1}{b}^{-1} = \frac{1 + ab}{a} \cdot \frac{b}{ab + 1} = \frac{b}{a}.$$

Вариант №4

$$1. \text{ а) } 5^{21} \cdot 5^{-23} = 5^{-2} = \frac{1}{25}; \quad \text{ б) } 3^{-8} : 3^{-9} = 3; \quad \text{ в) } (2^{-2})^3 = 2^{-6} = \frac{1}{64}.$$

$$2. \text{ а) } (a^{-3})^5 \cdot a^{18} = a^{-3 \cdot 5} \cdot a^{18} = a^{-15} \cdot a^{18} = a^3;$$

$$\text{ б) } 2,4x^{-8}y^5 \cdot 5x^9y^{-7} = (2,4 \cdot 5)(x^{-8} \cdot x^9)(y^5 \cdot y^{-7}) = 12x^{-8+9}y^{5-7} = 12x^1y^{-2} = \frac{12x}{y^2}.$$

$$3. \text{ а) } \left(\frac{1}{4}x^{-2}y^{-3}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} (x^{-2})^{-2} (y^{-3})^{-2} = (4^{-1})^{-2} x^{(-2) \cdot (-2)} y^{(-3) \cdot (-2)} = 4^2 x^4 y^6 = 16x^4 y^6;$$

$$\begin{aligned}
 6) \left(\frac{5x^{-1}}{3y^{-2}}\right)^{-2} \cdot 15x^3y &= \frac{(5x^{-1})^{-2}}{(3y^{-2})^{-2}} \cdot 15x^3y = \frac{5^{-2}(x^{-1})^{-2}}{3^{-2}(y^{-2})^{-2}} \cdot 15x^3y = \frac{3^2x^{(-1)(-2)}}{5^2y^{(-2)(-2)}} \cdot 15x^3y = \\
 &= \frac{9x^2}{25y^4} \cdot 15x^3y = \frac{9 \cdot 15}{25} (x^2 \cdot x^3) \left(\frac{y}{y^4}\right) = \frac{27}{5} x^{2+3} y^{1-4} = \frac{27}{5} x^5 y^{-3} = \frac{27x^5}{5y^3}.
 \end{aligned}$$

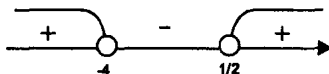
$$4. \frac{4^{-6} \cdot 16^{-3}}{64^{-5}} = \frac{4^{-6} \cdot 4^{-6}}{4^{-15}} = 4^3 = 64.$$

$$5. (2,5 \cdot 10^7) \cdot (6,2 \cdot 10^{-10}) = 2,5 \cdot 6,2 \cdot 10^{-3} = 15,5 \cdot 10^{-3} = 1,55 \cdot 10^{-2}.$$

$$6. (x^{-1} - y)(x - y^{-1})^{-1} = \frac{1}{x} - y \quad x - \frac{1}{y} \quad = \frac{1-xy}{x} \cdot \frac{y}{xy-1} = -\frac{y}{x}.$$

К-9А**Вариант №1**

$$1. 2x^2 + 7x - 4 > 0, (x+4)(2x-1) > 0 \quad x < -4 \text{ и } x > \frac{1}{2}.$$



$$2. \sqrt{18}(\sqrt{6} - \sqrt{2}) - 3\sqrt{12} = \sqrt{36 \cdot 3} - \sqrt{36} - 3\sqrt{4 \cdot 3} = 6\sqrt{3} - 6 - 6\sqrt{3} = -6.$$

$$3. \begin{array}{ccc} y - 5x = 1 & y = 5x + 1 & y = 5x + 1 \\ y^2 - 13x = 23 & (5x+1)^2 - 13x = 23 & 25x^2 - 3x - 22 = 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} y = 5x + 1 \\ x = \frac{3 \pm 47}{50} \end{cases}, \begin{cases} x = 1 \\ y = 6 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = -\frac{22}{25} \\ y = -\frac{17}{5} \end{cases}$$

4. Пусть x деталей в час изготавливал мастер, а y деталей в час – ученик, тогда:

$$\begin{cases} \frac{72}{x} + 2 = \frac{64}{y}, \\ x - y = 4 \end{cases}, \begin{cases} 64x = (72 + 2x)y \\ x - y = 4 \end{cases}, \begin{cases} 64(4 + y) = (80 + 2y)y \\ x = 4 + y \end{cases},$$

$$\begin{cases} 2y^2 + 16y - 256 = 0 \\ x = 4 + y \end{cases}, \begin{cases} y^2 + 8y - 128 = 0 \\ x = 4 + y \end{cases}, y = 8, \text{ так как } y > 0 \text{ и } x = 12.$$

Ответ: 12 и 8.

$$5. y = x^2 - 4x + 3, y = (x - 2)^2 - 1, \text{ вершина } - (2; -1).$$

(0; 3) – точка пересечения с осью ординат; $y = 0$ при $x = 1$ и $x = 3$, то есть

(1; 0) и (3; 0) – точки пересечения с осью абсцисс.

Вариант №2

1. $6x^2 - 7x - 24 < 0$, $(2x+3)(3x-8) < 0$, $-\frac{3}{2} < x < \frac{8}{3}$.



2. $\sqrt{28}(\sqrt{14} - \sqrt{7}) - 2\sqrt{98} = \sqrt{196 \cdot 2} - \sqrt{196} - 2\sqrt{49 \cdot 2} = 14\sqrt{2} - 14 - 14\sqrt{2} = -14$.

3. $\begin{cases} x - 4y = 3 \\ x^2 - 21y = 28 \end{cases}, \begin{cases} x = 4y + 3 \\ (4y + 3)^2 - 21y = 28 \end{cases}, \begin{cases} x = 4y + 3 \\ 16y^2 + 3y - 19 = 0 \end{cases}$

$$\begin{cases} y = 4y + 3 \\ x = \frac{-3 \pm 35}{32} \end{cases}, \begin{cases} x = 7 \\ y = 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = -\frac{7}{4} \\ y = -\frac{19}{16} \end{cases}$$

4. Пусть x деталей в день изготавливала 1-я бригада,
а y деталей в день – 2-я, тогда:

$$\frac{240}{x} + 1 = \frac{240}{y}, \quad (240 + x)y = 240x, \quad (248 + y)y = 240(8 + y),$$

$$x - y = 8, \quad x = 8 + y, \quad x = 8 + y$$

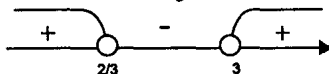
$$\begin{cases} y^2 + 8y - 1920 = 0 \\ x = 8 + y \end{cases}, y = 40, \text{ так как } y > 0, \text{ тогда } x = 48.$$

Ответ: 48 и 40.

5. $y = -x^2 + 6x - 8$, $y = -(x-3)^2 + 1$, вершина $-(3; 1)$. $(0; -8)$ – точка пересечения с осью ординат; $y = 0$ при $x^2 - 6x + 8 = 0$, $x = 2$ и $x = 4$, то есть $(2; 0)$ и $(4; 0)$ – точки пересечения с осью абсцисс.

Вариант №3

1. $3x^2 - 11x + 6 > 0$, $(x-3)(3x-2) > 0$, $x < \frac{2}{3}$ и $x > 3$.



2. $\sqrt{12}(\sqrt{21} + \sqrt{3}) - 3\sqrt{28} = \sqrt{36 \cdot 7} + \sqrt{36} - \sqrt{4 \cdot 7} = 6\sqrt{7} + 6 - 6\sqrt{7} = 6$.

3. $\begin{cases} x - 2y = 6 \\ x^2 + 6y = 10 \end{cases}, y = \frac{x-6}{2}, y = \frac{x-6}{2}, x = -7, y = -\frac{13}{2} \text{ или } \begin{cases} x = 4 \\ y = -1 \end{cases}$

4. Пусть x деталей в час стал изготавливать токарь, после усовершенствования резца, тогда:

$$\frac{120}{x-4} = \frac{120}{x} + 1, \begin{cases} 120x = 120(x-4) + x(x-4) \\ x(x-4) \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x^2 - 4x - 480 = 0 \\ x \neq 0, x \neq 4 \end{cases},$$

$x = 24$, так как $x > 0$.

5. $y = x^2 + 4x - 5$, $y^2 = (x+2)^2 - 9$, так что вершина $(-2; -9)$;

$(0; -5)$ – точка пересечения с осью ординат;

$y = 0$ при $x = -5$ и $x = 1$, то есть $(-5; 0)$ и $(1; 0)$ – точки пересечения с осью абсцисс.

Вариант №4

$$1. 4x^2 + 5x - 6 < 0, (x+2)(4x-3) < 0, -2 < x < \frac{3}{4}.$$



$$2. \sqrt{24}(\sqrt{30} - \sqrt{6}) - 4\sqrt{45} = \sqrt{144 \cdot 5} - \sqrt{144} - 4\sqrt{9 \cdot 5} = 12\sqrt{5} - 12 - 12\sqrt{5} = -12.$$

$$3. \begin{array}{l} x+2y=8 \\ x^2-3y=-5 \end{array} \quad \begin{array}{l} x=8-2y \\ (8-2y)^2-3y=-5 \end{array} \quad \begin{array}{l} x=8-2y \\ 4y^2-35y+69=0 \end{array}$$

$$\begin{cases} x=8-2y \\ y=\frac{35 \pm 11}{8} \end{cases}, \begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=-\frac{7}{2} \\ y=\frac{23}{4} \end{cases}.$$

4. Пусть x деталей в день должна была изготавливать бригада, тогда:

$$\frac{360}{x+4} + 1 = \frac{360}{x}, \quad \begin{cases} 360x + x(x+4) = 360(x+4) \\ x(x+4) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2 + 4x - 1440 = 0 \\ x \neq 0, x \neq -4 \end{cases}, x = 36,$$

так как $x > 0$. Ответ: 36.

5. $y = -x^2 + 6x - 5$, $y = -(x-3)^2 + 4$, так что вершина $(3; 4)$;

$(0; -5)$ – точка пересечения с осью ординат;

$y = 0$ при $x^2 - 6x + 5 = 0$, $x = 1$ и $x = 5$, то есть $(1; 0)$ и $(5; 0)$ – точки пересечения с осью абсцисс.

К-10

Вариант №1

$$1. \begin{cases} 3(x-1)-2(1+x) < 1 \\ 3x-4 > 0 \end{cases}, \begin{cases} x-5 < 1 \\ 3x > 4 \end{cases}, \begin{cases} x < 6 \\ x > \frac{4}{3} \end{cases}, \frac{4}{3} < x < 6.$$

$$\begin{aligned} 2. (\sqrt{6}+\sqrt{3})\sqrt{12}-2\sqrt{6}\cdot\sqrt{3} &= \sqrt{6}\cdot\sqrt{12}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}-2\sqrt{6}\cdot\sqrt{3}= \\ &= \sqrt{6\cdot 12}+\sqrt{3\cdot 12}-2\sqrt{6\cdot 3}=\sqrt{72}+\sqrt{36}-2\sqrt{18}=\sqrt{6^2\cdot 2}+\sqrt{6^2}-2\sqrt{3^2\cdot 2}= \\ &= \sqrt{6^2}\cdot\sqrt{2}+6-2\sqrt{3^2}\cdot\sqrt{2}=6\sqrt{2}+6-2\cdot 3\sqrt{2}=6. \end{aligned}$$

Ответ: 6.

$$\begin{aligned} 3. \left(\frac{6}{y^2-9} + \frac{1}{3-y} \right) \cdot \frac{y^2+6y+9}{5} &= \left(\frac{6}{(y-3)(y+3)} - \frac{1}{y-3} \right) \cdot \frac{(y+3)^2}{5} = \\ &= \frac{6-(y+3)}{(y-3)(y+3)} \cdot \frac{(y+3)^2}{5} = \frac{3-y}{(y-3)(y+3)} \cdot \frac{(y+3)^2}{5} = \frac{(3-y)(y+3)^2}{(y-3)(y+3)\cdot 5} = \\ &= \frac{-1\cdot(y+3)}{5} = -\frac{y+3}{5}. \quad \text{Ответ: } -\frac{y+3}{5}. \end{aligned}$$

4. Пусть x – скорость первого автомобиля, тогда $(x-10)$ – скорость 2-го и

$$\frac{560}{x} + 1 = \frac{560}{x-10}, \begin{cases} 560(x-10) + x(x-10) = 560x \\ x(x-10) \neq 0 \end{cases}, \begin{cases} x^2 - 10x - 5600 = 0 \\ x \neq 0, x \neq 10 \end{cases},$$

$x = 80$, так как $x > 0$, $x-10 = 70$.

Ответ: 80 км/ч и 70 км/ч.

$$5. \text{ При } -\frac{x-8}{4} + 1 > 0, \frac{x-8}{4} < 1, x-8 < 4, x < 12.$$

Вариант №2

$$1. \begin{cases} 5(2x-1)-3(3x+6) < 2 \\ 2x-17 > 0 \end{cases}, \begin{cases} x-23 < 2 \\ 2x > 17 \end{cases}, \begin{cases} x < 25 \\ x > \frac{17}{2} \end{cases}, \frac{17}{2} < x < 25.$$

$$\begin{aligned} 2. (\sqrt{10}+\sqrt{5})\sqrt{20}-5\sqrt{8} &= \sqrt{10}\cdot\sqrt{20}+\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}-5\sqrt{8}=\sqrt{10\cdot 20}+\sqrt{5\cdot 20}-5\sqrt{8}= \\ &= \sqrt{200}+\sqrt{100}-5\sqrt{8}=\sqrt{100\cdot 2}+\sqrt{100}-5\sqrt{4\cdot 2}=\sqrt{10^2\cdot 2}+\sqrt{10^2}-5\sqrt{2^2\cdot 2}= \\ &= \sqrt{10^2}\cdot\sqrt{2}+10-5\sqrt{2^2}\cdot\sqrt{2}=10\sqrt{2}+10-5\cdot 2\sqrt{2}=10. \end{aligned}$$

Ответ: 10.

$$3. \left(\frac{2}{x^2-4} + \frac{1}{2x-x^2} \right) : \frac{1}{x^2+4x+4} = \left(\frac{2}{x^2-4} - \frac{1}{x^2-2x} \right) \cdot (x^2+4x+4) =$$

$$= \left(\frac{2}{(x-2)(x+2)} - \frac{1}{x(x-2)} \right) \cdot (x+2)^2 = \frac{2x-1 \cdot (x+2)}{(x-2)(x+2)x} \cdot (x+2)^2 =$$

$$= \frac{2x-x-2}{(x-2)(x+2)x} \cdot (x+2)^2 = \frac{(x-2)(x+2)^2}{(x-2)(x+2)x} = \frac{x+2}{x}.$$

Ответ: $\frac{x+2}{x}$.

4. Пусть V – скорость поезда по расписанию, тогда:

$$\frac{80}{V+10} + \frac{4}{15} = \frac{80}{V}, \quad 80 \cdot 15 \cdot V + 4V(V+10) = 80 \cdot 15 \cdot (V+10)$$

$$15V(V+10) \neq 0$$

$$4V^2 + 40V - 12000 = 0 \quad V^2 + 10V - 3000 = 0$$

$$V \neq 0, V \neq -10 \quad V \neq 0, V \neq -10, \quad V = 50, \text{ так как } V > 0.$$

Ответ: 50 км/ч.

5. $\frac{6-x}{5} - 2 < 0, \frac{6-x}{5} < 2, 6-x < 10, x > -4.$

Вариант №3

1. $4(2x-1) - 3(3x+2) > 1, -x-10 > 1, x < -11.$

2. $(\sqrt{15} + \sqrt{5})\sqrt{15} - \frac{5}{3}\sqrt{27} = \sqrt{15} \cdot \sqrt{15} + \sqrt{5} \cdot \sqrt{15} - \frac{5}{3}\sqrt{27} =$

$$= \sqrt{15 \cdot 15} + \sqrt{5 \cdot 15} - \frac{5}{3}\sqrt{27} = \sqrt{15^2} + \sqrt{75} - \frac{5}{3}\sqrt{27} = 15 + \sqrt{25 \cdot 3} - \frac{5}{3}\sqrt{9 \cdot 3} =$$

$$= 15 + \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} - \frac{5}{3}\sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = 15 + 5\sqrt{3} - \frac{5}{3} \cdot 3\sqrt{3} = 15.$$

Ответ: 15.

3. $\left(\frac{3}{9-x^2} + \frac{1}{x-3} \right) : \frac{x}{x^2-6x+9} = \left(\frac{3}{9-x^2} - \frac{1}{3-x} \right) \cdot \frac{(x-3)^2}{x} =$

$$= \left(\frac{3}{(3-x)(3+x)} - \frac{1}{3-x} \right) \cdot \frac{(x-3)^2}{x} = \frac{3-1 \cdot (3+x)}{(3-x)(3+x)} \cdot \frac{(x-3)^2}{x} =$$

$$= \frac{-x \cdot (3-x)^2}{(3-x)(3+x)x} = \frac{-(3-x)}{3+x} = \frac{-3+x}{3+x} = \frac{x-3}{x+3}.$$

Ответ: $\frac{x-3}{x+3}$.

4. Пусть V – скорость «Ракеты», тогда:

$$\frac{210}{V} + \frac{15}{2} = \frac{210}{V-50}, \begin{cases} 2 \cdot 210 \cdot (V-50) + 15(V-50)V = 210 \cdot 2 \cdot V; \\ 2V(V-50) \neq 0 \end{cases};$$

$$15V^2 - 750V - 21000 = 0 \quad V^2 - 50V - 1400 = 0, \quad V = 70, \text{ так как } V > 0.$$

$$V \neq 0, V \neq 50 \quad V \neq 0, V \neq 50$$

Ответ: 70 км/ч.

5. При $\frac{x-3}{3} + 4 < 0$, $\frac{x-3}{3} < -4$, $x-3 < -12$, $x < -9$.

Вариант №4

1. $9(x-2) - 3(2x+1) > 5x$, $3x-21 > 5x$, $2x < -21$, $x < -\frac{21}{2}$.

2. $(\sqrt{18} + \sqrt{3})\sqrt{2} - 0,5\sqrt{24} = \sqrt{18} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{3} \cdot \sqrt{2} - 0,5\sqrt{24} =$
 $= \sqrt{18 \cdot 2} + \sqrt{3 \cdot 2} - 0,5\sqrt{24} = \sqrt{36} + \sqrt{6} - 0,5\sqrt{24} = \sqrt{6^2} + \sqrt{6} - 0,5\sqrt{4 \cdot 6} =$
 $= 6 + \sqrt{6} - 0,5\sqrt{2^2 \cdot 6} = 6 + \sqrt{6} - 0,5\sqrt{2^2} \cdot \sqrt{6} = 6 + \sqrt{6} - 0,5 \cdot 2\sqrt{6} = 6.$

Ответ: 6.

3. $\left(\frac{4}{x^2-4} + \frac{1}{2-x}\right) \cdot \frac{x^2+4x+4}{3} = \left(\frac{4}{x^2-4} - \frac{1}{x-2}\right) \cdot \frac{(x+2)^2}{3} =$
 $\left(\frac{4}{(x-2)(x+2)} - \frac{1}{x-2}\right) \cdot \frac{(x+2)^2}{3} = \frac{4-1 \cdot (x+2)}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x+2)^2}{3} =$
 $= \frac{4-x-2}{(x-2)(x+2)} \cdot \frac{(x+2)^2}{3} = \frac{(2-x)(x+2)}{(x-2)(x+2) \cdot 3} = \frac{-(x-2)(x+2)}{(x-2) \cdot 3} = -\frac{x+2}{3}.$

Ответ: $-\frac{x+2}{3}$.

4. Пусть V – скорость плота, тогда:

$$\frac{20}{V} = \frac{20}{V+12} + \frac{16}{3}, \begin{cases} 60(V+12) = 60V + 16V(V+12) \\ 3V(V+12) \neq 0 \end{cases},$$

$$16V^2 + 192V - 720 = 0 \quad V^2 + 12V - 45 = 0$$

$$V \neq 0, V \neq -12 \quad V \neq 0, V \neq -12, \quad V = 3, \text{ так как } V > 0.$$

Ответ: 3 км/ч.

5. При $\frac{12-x}{6} + 1 > 0$, $\frac{12-x}{6} > -1$, $12-x > -6$, $x < 18$.