

Решение экзаменационных задач по алгебре за 9 класс

**к учебному изданию «Сборник заданий для
проведения письменного экзамена по алгебре
за курс основной школы. 9 класс / Л.В. Кузнецова,
Е.А. Бунимович, Б.П. Пигарев, С.Б. Суворова. —
14-е изд., стереотип. — М.: Дрофа, 2008»**

***Учебно-методическое
пособие***

2009

СОДЕРЖАНИЕ

Первая часть экзаменационной работы	4
Вторая часть экзаменационной работы.....	115
<i>Алгебраические выражения</i>	115
<i>Уравнения и системы уравнений</i>	137
<i>Неравенства</i>	153
<i>Функции и графики</i>	170
<i>Задачи</i>	199

ПЕРВАЯ ЧАСТЬ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ

РАБОТА № 1

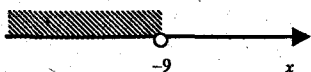
Вариант 1

1. $2x^2 + 3x - 5 = 0$; $D = 9 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 9 + 40 = 49 > 0$; $x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{4}$

$x_1 = \frac{-3-7}{4} = \frac{-10}{4} = -2,5$; $x_2 = \frac{-3+7}{4} = \frac{4}{4} = 1$; Ответ: -2,5; 1.

2. $\left(\frac{1}{(a-b)} - \frac{1}{a+b} \right) \left(\frac{2a+2b}{b} \right) = \frac{(a+b-a+b)2(a+b)}{(a-b)(a+b)b} = \frac{2b \cdot 2}{(a-b)b} = \frac{4}{a-b}$

при $b \neq 0, a \neq -b$. Ответ: $\frac{4}{a-b}$.

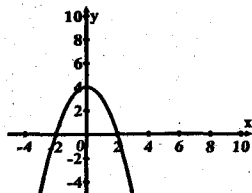


3. $6x - 5(2x + 8) > 14 + 2x$;

$6x - 10x - 40 > 14 + 2x$; $-6x > 54$; $x < -9$.

Ответ: $(-\infty; -9)$.

4. $\begin{cases} 3x - y = 3 \\ 3x - 2y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ 3x = 3 + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ 3x = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases}$ Ответ: (2;3).



5. а) $y = -x^2 + 4$. График – парабола, ее ветви направлены вниз, т.к. $a = -1 < 0$.

Вершина: $x_0 = -\frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0$, $y_0 = 0 + 4 = 4$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-5	0	3	4	3	0	-5

б) по рисунку видно, что $y < 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Ответ: при $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

6. При $a=12, b=-5$: $\sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{12^2 + (-5)^2} = \sqrt{169} = 13$. Ответ: 13

7. 210 учебников – 15%; всего (x) – 100%; $\frac{210}{x} = \frac{15}{100}$;

$x = \frac{100 \cdot 210}{15} = 1400$. Ответ: всего 1400 учебников.

Вариант 2

1. $5x^2 - 7x + 2 = 0$; $D = 49 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = 9$,

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{9}}{10}; x_1 = \frac{7-3}{10} = 0,4; x_2 = \frac{7+3}{10} = 1. \text{ Ответ: } 0,4; 1$$

$$2. \left(\frac{1}{m-n} - \frac{1}{m+n} \right) : \frac{2}{3m-3n} = \frac{(m+n-m+n) \cdot 3 \cancel{(m-n)}}{\cancel{(m-n)} (m+n) \cdot 2} = \frac{\cancel{2}n \cdot 3}{(m+n) \cdot \cancel{2}} = \frac{3n}{m+n}$$

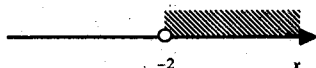
при $m \neq n$. Ответ: $\frac{3n}{m+n}$.

$$3. 5+x > 3x-3(4x+5);$$

$$5+x > 3x-12x-15;$$

$$10x > -20. \quad x > -2.$$

Ответ: $(-2; +\infty)$.

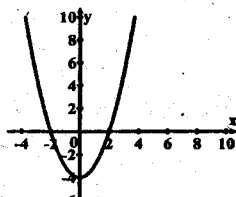


$$4. \begin{cases} 2x+y=1, \\ 5x+2y=0; \end{cases} \begin{cases} 4x+2y=2, \\ 5x+2y=0; \end{cases} \begin{cases} x=-2, \\ 2y=2-4x; \end{cases} \begin{cases} x=-2, \\ y=5. \end{cases} \text{ Ответ: } (-2; 5).$$

5. а) $y = x^2 - 4$. График – парабола, ее ветви направлены вверх.

Вершина: $x_0 = -\frac{0}{2} = 0$; $y_0 = 0^2 - 4 = -4$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	5	0	-3	-4	-3	0	5



б) из рисунка видно, что $y > 0$ при $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

Ответ: при $x \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

6. При $x=10$ $y = -6$:

$$\sqrt{x^2 - y^2} = \sqrt{10^2 - (-6)^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8. \text{ Ответ: } 8$$

7. 54 (м) ткани – 45%; всего x (м) – 100%;

$$\frac{54}{x} = \frac{45}{100}; x = \frac{100 \cdot 54}{45} = 120 \text{ (м)}. \text{ Ответ: всего } 120 \text{ м.}$$

РАБОТА № 2

Вариант 1

$$1. 3x^2 + 5x - 2 = 0; \quad D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 49, \quad x_{1,2} = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{6};$$

$$x_1 = \frac{-5-7}{6} = \frac{-12}{6} = -2; \quad x_2 = \frac{-5+7}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}. \text{ Ответ: } -2; \frac{1}{3}$$

$$2. 4c(c-2) - (c-4)^2 = 4c^2 - 8c - (c^2 - 8c + 16) = 4c^2 - 8c - c^2 + 8c - 16 = 3c^2 - 16$$



$$3. \begin{cases} 2x-1 > 0, \\ 15-3x > 0 \end{cases} \begin{cases} 2x > 1, \\ 3x < 15 \end{cases} \begin{cases} x > 0,5 \\ x < 5. \end{cases}$$

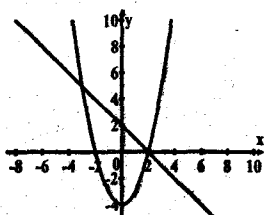
Ответ: $(0,5;5)$.

$$4. \begin{cases} x+5y=7 \\ 3x+2y=-5 \end{cases} \begin{cases} 3x+15y=21 \\ 3x+2y=-5 \end{cases} \begin{cases} 13y=26 \\ 3x=-5-2y \end{cases} \begin{cases} y=2 \\ x=(-5-4)\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=2 \\ x=-3 \end{cases} \text{ Ответ: } (-3;2).$$

$$5. y = x^2 - 4.$$

График – парабола. Ее ветви направлены вверх.



x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	5	0	-3	-4	-3	0	5

$$y = -x + 2.$$

График – прямая.

x	0	2
y	2	0

Из рисунка видно, что $A(2; 0)$ и $B(-3; 5)$ – точки пересечения этих графиков.

Проверка: $5 = (-3) - 4$; $5 = -(-3) + 2$. Ответ: $A(2; 0)$, $B(-3; 5)$.

$$6. \frac{(3\sqrt{5})^2}{15} = \frac{3 \cdot (\sqrt{5})^2}{5} = 3.$$

$$7. a = \frac{v-v_0}{t}, at = v-v_0, v = at + v_0.$$

Вариант 2

$$1. 2x^2 - 7x + 3 = 0; D = (-7)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 25;$$

$$x_{1,2} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{4}; x_1 = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2}; x_2 = \frac{7+5}{4} = 3; \text{ Ответ: } \frac{1}{2}; 3.$$

$$2. 3a(a+2) - (a+3)^2 = 3a^2 + 6a - (a^2 + 6a + 9) = 3a^2 + 6a - a^2 - 6a - 9 = 2a^2 - 9.$$

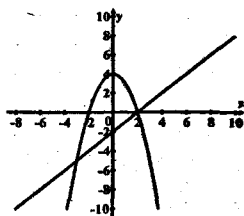
$$3. \begin{cases} 6-3x > 0, \\ 5x-3 > 0 \end{cases} \begin{cases} 3x < 6, \\ 5x > 3 \end{cases} \begin{cases} x < 2, \\ x > 0,6. \end{cases}$$



Ответ: $(0,6;2)$.

$$4. \begin{cases} 2x-3y=1 \\ 3x+y=7 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x-3y=1 \\ 9x+3y=21 \end{cases} \quad \begin{cases} 11x=22 \\ y=7-3x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=7-6 \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (2; 1).$$



5. $y = -x^2 + 4$. График – парабола, ее ветви направлены вниз. Вершина: $x_0 = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0$;

$$y_0 = y(0) = -0^2 + 4 = 4.$$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	-5	0	3	4	3	0	-5

$y = x - 2$. График – прямая.

x	-3	2
y	-5	0

Точки пересечения графиков $B(-3; -5)$ и $C(2; 0)$. Ответ: $(2; 0)$; $(-3; -5)$.

$$6. \frac{6}{(2\sqrt{3})^2} = \frac{3}{2 \cdot (\sqrt{3})^2} = \frac{1}{2}.$$

$$7. a = \frac{v-v_0}{t}, at = v-v_0, t = \frac{v-v_0}{a}.$$

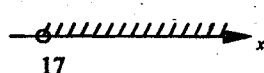
РАБОТА № 3

Вариант 1

$$1. 6(10-x)(3x+4) = 0; 10-x=0 \text{ или } 3x+4=0;$$

$$x_1 = 10; x_2 = -1\frac{1}{3}. \text{ Ответ: } 10; -1\frac{1}{3}.$$

$$2. 2c - \frac{2c^2 - 18}{c+3} = 2c - \frac{(c+3)(c-3) \cdot 2}{c+3} = 2c - 2c + 6 = 6, \text{ при } c \neq -3.$$



$$3. 5x + 3(x+8) < 10(x-1);$$

$$5x + 3x - 10x < -10 - 24;$$

$$2x > 34; x > 17. \text{ Ответ: } (17; \infty).$$

$$4. \text{ а) } y = 0 \text{ при } x = -3, x = -1, x = 4; \text{ б) } x = 0 \text{ при } y = 2; \text{ в) } x \in [-2; 2].$$

$$5. \begin{cases} x-y=4 \\ xy+y^2=6 \end{cases} \quad \begin{cases} x=4+y \\ 4y+2y^2=6 \end{cases}; \quad \begin{cases} x=4+y \\ (y+3)(y-1)=0 \end{cases}; \quad \begin{cases} y=-3 \\ x=1 \end{cases} \text{ или}$$

$$\begin{cases} y=1 \\ x=5 \end{cases}. \text{ Ответ: } (1; -3), (5; 1).$$

6. Пусть x — весь товар, тогда $0,28x + 0,56x + 32 = x$;
 $0,16x = 32$; $x = 200$ (кг). Ответ: 200 кг.
 7. $0,4 \cdot 10^{-3} < 4,1 \cdot 10^{-4}$; т.к. $0,0004 < 0,00041$;
 Ответ: $0,4 \cdot 10^{-3} < 4,1 \cdot 10^{-4}$.

Вариант 2

1. $2(5x - 7)(1 + x) = 0$; $5x - 7 = 0$ или $1 + x = 0$; $x_1 = 1\frac{2}{5}$; $x_2 = -1$.

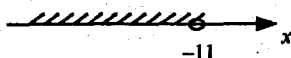
Ответ: $1\frac{2}{5}$; -1 .

2. $4a - \frac{4a^2 - 36}{a + 3} = 4a - 4 \frac{(a+3)(a-3)}{a+3} = 4a - 4a + 12 = 12$, при $a \neq -3$.

3. $2(x + 3) + 3x > 7(x + 4)$;

$2x + 3x - 7x > 28 - 6$;

$2x < -22$; $x < -11$. Ответ: $(-\infty; -11)$.



4. а) $x = -6, x = -1, x = 5$; б) $y = -2$; в) $x \in [-3; 2]$.

5. $\begin{cases} x^2 + xy = 12 \\ y - x = 2 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2 + x \\ 2x + 2x^2 = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 2 + x \\ (x+3)(x-2) = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} y = -1 \\ x = -3 \end{cases}$ или $\begin{cases} y = 4 \\ x = 2 \end{cases}$. Ответ: $(-3; -1), (2; 4)$.

6. Пусть x км — длина маршрута, тогда

$0,52x + 0,26x + 44 = x$; $0,22x = 44$; $x = 200$ (км). Ответ: 200 км.

7. $2,6 \cdot 10^{-4} > 0,2 \cdot 10^{-3}$; так как $0,00026 > 0,0002$. Ответ: $2,6 \cdot 10^{-4} > 0,2 \cdot 10^{-3}$

РАБОТА № 4

Вариант 1

1. $3x^2 + 2x - 5 = 0$; $D = 4 - (-4) \cdot 3 \cdot 5 = 64$. $x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{64}}{6}$;

$x_1 = \frac{-2-8}{6} = -\frac{5}{3}$; $x_2 = \frac{-2+8}{3} = 1$. Ответ: $-\frac{5}{3}$; 1 .

2. $\frac{a^2}{a^2-1} - \frac{a}{a+1} = \frac{a^2}{(a^2-1)} - \frac{a(a-1)}{(a^2-1)} = \frac{a^2 - a^2 + a}{a^2-1} = \frac{a}{a^2-1}$.

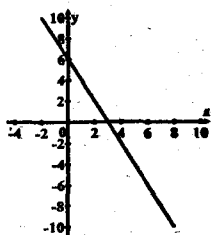
3. $3(3x-1) > 2(5x-7)$, $9x-3 > 10x-14$, $10x-9x < -3+14$.



$x < 11$. Ответ: $(-\infty; 11)$.

4. а) $y = -2x + 6$. График – прямая.

x	0	3
y	6	0



б) $A(-35; 76)$, $-2 \cdot (-35) + 6 = 76$. $76 = 76$.

Равенство верное, т.о. график проходит через точку $A(-35, 76)$.



5. $x^2 - 1 \leq 0$.

$(x-1)(x+1) \leq 0$, т.о. $x \in [-1; 1]$. Ответ: $[-1, 1]$.

6. $\frac{a^5 \cdot a^{-8}}{a^{-2}} = \frac{a^{-3}}{a^{-2}} = a^{-3-(-2)} = a^{-1} = \frac{1}{a}$. При $a = 6$; $\frac{1}{a} = \frac{1}{6}$

7. Пусть на турбазе x палаток и y домов, тогда составим систему

уравнений. $\begin{cases} x + y = 25, \\ 2x + 4y = 70; \end{cases} \begin{cases} x + y = 25, \\ x + 2y = 35; \end{cases} \begin{cases} y = 10, \\ x = 25 - y; \end{cases} \begin{cases} y = 10, \\ x = 15 - y \end{cases}$

Ответ: на турбазе было 15 палаток и 10 домиков.

Вариант 2

1. $5x^2 - 3x - 2 = 0$; $D = (-3)^2 - 4 \cdot 5 \cdot (-2) = 49$, $x_{1,2} = \frac{3 \pm \sqrt{49}}{10}$;

$x_1 = \frac{3-7}{10} = \frac{-4}{10} = -0,4$; $x_2 = \frac{3+7}{10} = \frac{10}{10} = 1$. Ответ: $-0,4; 1$.

2. $\frac{c^2}{c^2-4} - \frac{c}{c-2} = \frac{c^2}{(c-2)(c+2)} - \frac{c(c+2)}{(c-2)(c+2)} =$
 $= \frac{c^2 - c^2 - 2c}{c^2 - 4} = \frac{-2c}{c^2 - 4} = \frac{2c}{4 - c^2}$.



3. $5(x+4) < 2(4x-5)$.

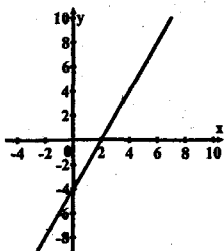
$5x + 20 < 8x - 10$, $3x > 30$, $x > 10$.

Ответ: $(10; +\infty)$.

4. а) $y = 2x - 4$. График – прямая.

x	0	2
y	-4	0

б) $B(-45; -86)$. $y(-45) = 2 \cdot (-45) - 4 =$
 $= -90 - 4 = -94$; $-94 \neq -86$ – неверное равенство, т.о. точка B не принадлежит графику



$$5. x^2 - 9 \geq 0. (x-3)(x+3) \geq 0.$$

$$x \in (-\infty; -3] \cup [3; +\infty).$$

Ответ: $(-\infty; -3] \cup [3; +\infty)$.



$$6. \frac{c^7 \cdot c^{-3}}{c^6} = c^{7-3-6} = c^{-2}. \text{ Если } c=4, \text{ то } \frac{1}{c^2} = \frac{1}{16}.$$

7. Пусть количество двухместных лодок: x , тогда трехместных:

$$6-x. \text{ Составим уравнение. } 2x + 3(6-x) = 14, \quad 2x + 18 - 3x = 14,$$

$$6-x=2, \quad x=4.$$

Ответ: 4 двухместные лодки и 2 трехместные.

РАБОТА № 5

Вариант 1

$$1. \frac{2x-2y}{y} \cdot \frac{3y^2}{x^2-y^2} = \frac{2(\cancel{x-y}) \cdot 3y^2}{y \cdot (\cancel{x-y})(x+y)} = \frac{6y}{x+y}, \text{ при } y \neq 0, x \neq y.$$

$$2. 6x^2 + x - 1 = 0; \quad D = 1 - 4 \cdot 6 \cdot (-1) = 25,$$

$$x_{1,2} = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{12}; \quad x_1 = \frac{-1-5}{12} = -\frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{-1+5}{12} = \frac{1}{3}. \text{ Ответ: } -\frac{1}{2}; \frac{1}{3}.$$

$$3. 0 < -2x < 8; \quad 0 < -x < 4; \quad -4 < x < 0. \quad -3 \in (-4; 0); \quad -1 \in (-4; 0).$$

Ответ: $(-4; 0)$; -3 ; -1 .

$$4. \begin{cases} x+y=6 \\ 5x-2y=9 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x+2y=12 \\ 5x-2y=9 \end{cases} \quad \begin{cases} 7x=21 \\ y=6-x \end{cases} \quad \begin{cases} x=3 \\ y=6-3 \end{cases} \quad \begin{cases} x=3 \\ y=3 \end{cases}$$

Ответ: $(3; 3)$.

5. а) $y = -\frac{3}{x}$; График – гипербола, ветви во II и IV координатных

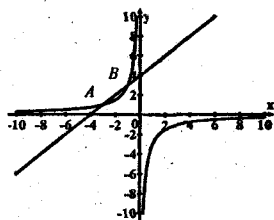
четвертях.

x	-3	-1	1	3
y	1	3	-3	-1

2) $y = x + 4$. График – прямая.

x	-3	-1
y	1	3

б) Точки $A(-3; 1)$ и $B(-1; 3)$ – точки пересечения графиков. Ответ: $(-1; 3)$; $(-3; 1)$.



$$6. \text{ Пусть } x \text{ – расстояние от турбазы до станции, тогда } \frac{x}{6} = \frac{x}{4} - 1;$$

$$2x = 3x - 12; \quad x = 12. \text{ Ответ: } 12 \text{ км.}$$

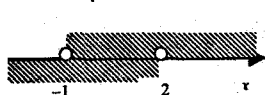
$$7. 2\sqrt{5} - \sqrt{45} + \sqrt{3} = 2\sqrt{5} - \sqrt{9 \cdot 5} + \sqrt{3} = 2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + \sqrt{3} = \sqrt{3} - \sqrt{5}.$$

Вариант 2

$$1. \frac{a^2 - b^2}{5a^2} \cdot \frac{a}{3a + 3b} = \frac{a \cdot (a - b)(a + b)}{15a^2(a + b)} = \frac{a - b}{15a}, \text{ при } a \neq -b.$$

$$2. 2x^2 - 5x + 3 = 0; D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1, x_{1,2} = \frac{5 \pm 1}{4}; x_1 = \frac{5 - 1}{4} = 1,$$

$$x_2 = \frac{5 + 1}{4} = 1,5. \text{ Ответ: } 1; 1,5.$$

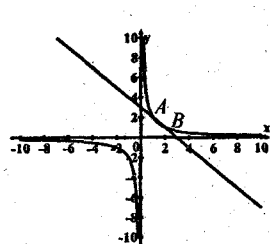


$$3. -6 < -3x < 3, -2 < -x < 1, -1 < x < 2,$$

$$x \in (-1; 2). 0 \in (-1; 2); 1 \in (-1; 2).$$

$$\text{Ответ: } x \in (-1; 2), 0 \text{ и } 1.$$

$$4. \begin{cases} x + y = 7 \\ 5x - 7y = 11 \end{cases} \begin{cases} 5x + 5y = 35 \\ 5x - 7y = 11 \end{cases} \begin{cases} 12y = 24 \\ x = 7 - y \end{cases} \begin{cases} y = 2 \\ x = 5 \end{cases}. \text{ Ответ: } (5; 2).$$



$$5. \text{ а) } y = \frac{2}{x}. \text{ График - гипербола, ветви в}$$

I и III координатных четвертях.

x	-2	-1	1	2
y	-1	-2	2	1

$$\text{б) } y = -x + 3. \text{ График - прямая.}$$

x	1	2
y	2	1

Точки A(1; 2); B(2; 1) - точки пересечения графиков.

Ответ: графики пересекаются в точках A(1; 2); B(2; 1).

$$6. \text{ Пусть } x - \text{расстояние от леса до деревни, тогда } \frac{x}{4} = \frac{x}{5} + \frac{1}{4};$$

$$5x = 4x + 5; x = 5. \text{ Ответ: } 5 \text{ км.}$$

$$7. 2\sqrt{2} - \sqrt{18} + \sqrt{3} = 2\sqrt{2} - \sqrt{9 \cdot 2} + \sqrt{3} = 2\sqrt{2} - 3 \cdot \sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{3} - \sqrt{2}.$$

РАБОТА № 6

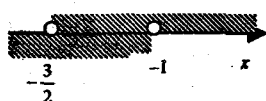
Вариант 1

$$1. \text{ При } a = -1, 1 - 0,5a^2 + 2a^3 = 1 - 0,5 - 2 = -1,5.$$

$$2. \frac{m^2 - mn}{n^2} \cdot \frac{mn}{m^2 - n^2} = \frac{m(m - n) \cdot m}{n(m - n)(m + n)} = \frac{m^2}{n(m + n)}, \text{ при } m \neq n.$$

$$3. x(2x + 1) = 3x + 4; 2x^2 - 2x - 4 = 0; x^2 - x - 2 = 0 \text{ по т. Виета}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = -2 \end{cases} x_1 = 2; x_2 = -1. \text{ Ответ: } 2; -1.$$



4. $-1 < 2x + 2 < 0$; $-3 < 2x < -2$; $-\frac{3}{2} < x < -1$. Ответ: $x \in (-1,5; -1)$

5. $\begin{cases} 6x + y = 5 \\ 2x - 3y = -5 \end{cases}$; $\begin{cases} y = 5 - 6x \\ 2x - 15 + 18x = -5 \end{cases}$; $20x = 10$; $x = 0,5$; $y = 2$. Ответ: $(0,5; 2)$

6. а) 8°C ; б) $6^{\text{до}}$, $20^{\text{до}}$; в) после 4 часов; г) 10°C .

7. $0,1x^2 \geq 10$; $x^2 \geq 100$; $x^2 - 100 \geq 0$;

$(x - 10)(x + 10) \geq 0$. $x \in (-\infty; -10] \cup [10; \infty)$.

Ответ: $x \in (-\infty; -10] \cup [10; \infty)$.



Вариант 2

1. При $x = -1$, $1,5x^3 - 3x^2 + 4 = -1,5 - 3 + 4 = -0,5$.

2. $\frac{a^2 - b^2}{b} \cdot \frac{b^2}{ab + a^2} = \frac{(a-b)(a+b)b}{a(b+a)} = \frac{b(a-b)}{a}$, при $b \neq 0$, $b \neq -a$

3. $x(2x - 3) = 4x - 3$; $2x^2 - 4x - 3x + 3 = 0$; $2x^2 - 7x + 3 = 0$;

$D = 49 - 24 = 25$; $x_1 = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{7+5}{4} = 3$. Ответ: $0,5; 3$.



4. $-1 < 2x + 1 < 1$; $-2 < 2x < 0$; $-1 < x < 0$

Ответ: $(-1; 0)$.

5. $\begin{cases} x - 6y = -2 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases}$ $\begin{cases} x = -2 + 6y \\ -4 + 12y + 3y = 11 \end{cases}$ $\begin{cases} y = 1 \\ x = 4 \end{cases}$ Ответ: $(4; 1)$.

6. а) -7°C ; б) $6^{\text{до}}$, $\approx 16^{\text{до}}$; в) с 6 до 12 часов; г) 24 часа.



7. $0,1x^2 \leq 10$; $x^2 \leq 100$; $x^2 - 100 \leq 0$;

$(x - 10)(x + 10) \leq 0$; $x \in [-10; 10]$.

Ответ: $x \in [-10; 10]$.

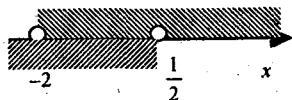
РАБОТА № 7

Вариант 1

1. $\left(\frac{1}{a-b} - \frac{1}{a+b} \right) : \frac{2}{a-b} = \frac{a+b-a+b}{(a-b)(a+b)} : \frac{2}{a-b}$
 $= \frac{2b \cdot (a-b)}{(a-b)(a+b) \cdot 2} = \frac{b}{a+b}$, $a \neq b$.

2. $x^2 - 5x - 1 = 0$; $D = 25 - 4 \cdot 1 \cdot (-1) = 29$, $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$

Ответ: $x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{29}}{2}$.



$$3. \begin{cases} 8+3x > 2 \\ 1-2x > 0 \end{cases}; \begin{cases} 3x > -6 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases}; \begin{cases} x > -2 \\ x < \frac{1}{2} \end{cases}. \text{ Ответ: } \left(-2; \frac{1}{2}\right)$$

$$4. \begin{cases} x^2 - y = -2 \\ 2x + y = 2 \end{cases} \begin{cases} x^2 + 2x = 0 \\ y = 2 - 2x \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ x = -2 \\ y = 2 - 2x \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ y = 2 \\ x = -2 \\ y = 6 \end{cases} \quad \text{Ответ } (0, 2); (-2, 6)$$

5. а) $y = 2x - 5$. График – прямая.

x	0	1
y	-5	-3

б) $A(-35; -65)$ $y = 2(-35) - 5$;

$$y = -75, -65 = -75 -$$

неверное равенство, т.о. точка A не принадлежит графику функции $y = 2x - 5$.

6. При $x = \sqrt{2}$ и $y = \sqrt{6}$,

$$-\frac{1}{4}xy = -\frac{1}{4}\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} = -\frac{1}{4} \cdot \sqrt{12} = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

$$7. v = v_0 + at; at = v - v_0; t = \frac{v - v_0}{a}, \text{ но } a \neq 0.$$

Вариант 2

$$1. \frac{x+y}{y} \cdot \left(\frac{x}{x+y} - \frac{x-y}{x} \right) = \frac{x+y}{y} \cdot \left(\frac{x^2 - (x-y)(x+y)}{x(x+y)} \right) =$$

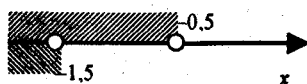
$$= \frac{x^2 - x^2 + y^2}{yx} = \frac{y^2}{yx} = \frac{y}{x}, y \neq 0; x \neq -y.$$

$$2. x^2 + 3x + 1 = 0; D = 3^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 5, x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}$$

$$\text{Ответ: } x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}.$$

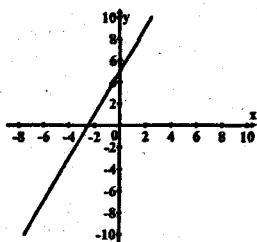
$$3. \begin{cases} 4x + 2 < 0 \\ 7 - 2x > 10 \end{cases} \begin{cases} 4x < -2 \\ 2x < -3 \end{cases} \begin{cases} x < -0,5 \\ x < -1,5 \end{cases}$$

$$x < -1,5. \text{ Ответ: } (-\infty; -1,5).$$



$$4. \begin{cases} 3x - y = -10 \\ x^2 + y = 10 \end{cases} \begin{cases} x^2 + 3x = 0 \\ y = 3x + 10 \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ x = -3 \\ y = 3x + 10 \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ y = 10 \\ x = -3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ответ: (0; 10); (-3; 1).



5. а) $y = 2x + 5$. График – прямая.

x	0	1
y	5	7

б) $B(23; 51)$, $51 = 2 \cdot 23 + 5$; $51 = 46 + 5$, $51 = 51$ – верное равенство, т. о. точка B принадлежит графику функции.

Ответ: график функции $y = 2x + 5$ проходит через точку B .

6. Если $a = \sqrt{15}$, $b = \sqrt{3}$, то $\frac{1}{9}ab = \frac{1}{9} \cdot \sqrt{15} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{9} \sqrt{45} = \frac{\sqrt{5}}{3}$.

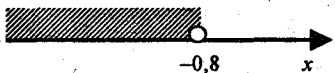
7. $S = S_0 + vt$; $vt = S - S_0$; $v = \frac{S - S_0}{t}$, $t \neq 0$.

РАБОТА № 8

Вариант 1

1. $a - \frac{2-a}{a-1} = \frac{a(a-1) - (2-a)}{a-1} = \frac{a^2 - a - 2 + a}{a-1} = \frac{a^2 - 2}{a-1}$.

2. $\frac{16-x^2}{10x} = 0$; $\begin{cases} 16-x^2 = 0 \\ x \neq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x^2 = 16 \\ x \neq 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x = -4 \\ x = 4 \\ x \neq 0 \end{cases}$. Ответ: $-4; 4$.



3. $10 - 8x > 2x + 18$;
 $10x < -8$; $x < -0,8$;
 Ответ: $(-\infty; -0,8)$.

4. $\begin{cases} 2xy = 5 \\ 2x + y = 6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 6 - 2x \\ 12x - 4x^2 = 5 \end{cases}$; $4x^2 - 12x + 5 = 0$;

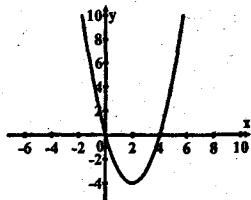
$\frac{D}{4} = 36 - 20 = 16$; $x_{1,2} = \frac{6 \pm \sqrt{16}}{4} = \frac{3 \pm 2}{2}$. $\begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 5 \end{cases}$ или $\begin{cases} x = 2\frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases}$.

Ответ: $(\frac{1}{2}; 5)$; $(2\frac{1}{2}; 1)$.

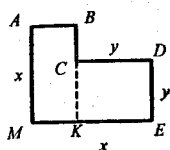
5. а) $y = (x-2)^2 - 4$,
 вершина $(2, -4)$. График – парабола.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	5	0	-3	-4	-3	0	5

б) Наименьшее значение функции $y = -4$.



$$6. S = S_{ABKM} + S_{CDEK} = AM \cdot MK + CD \cdot DE; S = x(x-y) + y^2 = y^2 + x^2 - xy$$



$$7. \sqrt{\frac{3}{10}} \sqrt{\frac{10}{7}} < \sqrt{\frac{3}{5}} \sqrt{\frac{4}{3}}; \text{ так как } \frac{3}{7} < \frac{4}{5}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{\frac{3}{10}} \sqrt{\frac{10}{7}} < \sqrt{\frac{3}{5}} \sqrt{\frac{4}{3}}.$$

Вариант 2

$$1. c - \frac{c^2 - 5}{c + 1} = \frac{c^2 + c - c^2 + 5}{c + 1} = \frac{c + 5}{c + 1}.$$

$$2. \frac{25 - x^2}{x^2} = 0; \begin{cases} 25 - x^2 = 0 \\ x^2 \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2 = 25 \\ x \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} x = 5 \\ x = -5 \\ x \neq 0 \end{cases}$$

Ответ: -5; 5.

$$3. 6x + 15 < 10x + 9;$$

$$-4x > -6; x > 1,5;$$

Ответ: (1,5; ∞).



$$4. \begin{cases} x - 2y = 2 \\ 2xy = 3 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 + 2y \\ 4y + 4y^2 = 3 \end{cases}; 4y^2 + 4y - 3 = 0; \frac{D}{4} = 4 + 12 = 16,$$

$$\begin{cases} y = -1\frac{1}{2} \\ x = -1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = 3 \end{cases}.$$

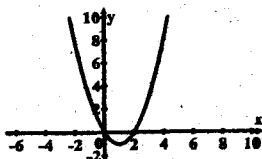
Ответ: $(-1; -1\frac{1}{2})$; $(3; \frac{1}{2})$.

$$5. \text{ а) } y = (x - 1)^2 - 1,$$

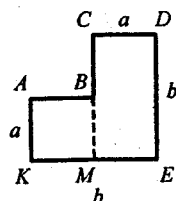
вершина (1, -1).

График – парабола.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	8	3	0	-1	0	3	8



б) Наименьшее значение функции $y = -1$.



$$6. S = S_{ABMK} + S_{CDEM} = AK \cdot KM + CD \cdot DE = a(b-a) + a \cdot b = 2ab - a^2$$

$$7. \sqrt{\frac{5}{9}} \sqrt{\frac{4}{5}} < \sqrt{\frac{3}{8}} \sqrt{\frac{8}{5}}; \frac{2}{3} < \sqrt{\frac{3}{5}}; \text{ так как } \frac{4}{9} < \frac{3}{5}.$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{\frac{5}{9}} \sqrt{\frac{4}{5}} < \sqrt{\frac{3}{8}} \sqrt{\frac{8}{5}}.$$

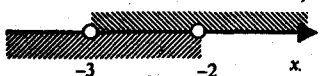
РАБОТА № 9

Вариант 1

1. При $a = \frac{1}{2}$ и $x = \frac{1}{3}$, $\frac{ax}{a+x} = \frac{\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{5}{6}} = \frac{1}{5}$.

2. $3(y-1)^2 + 6y = 3y^2 - 6y + 3 + 6y = 3y^2 + 3$.

3. $12 - x^2 = 11$; $x^2 = 1$; $x_{1,2} = \pm 1$. Ответ: -1; 1.



4. $-2 < x+1 < -1$;

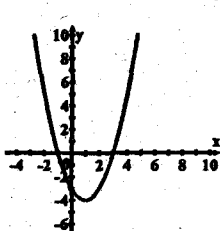
$-3 < x < -2$; $x \in (-3; -2)$.

$-2,5 \in (-3; -2)$; $-2,6 \in (-3; -2)$. Ответ: $x \in (-3; -2)$; -2,5; -2,6.

5. Пусть на одно платье требуется x м, а на один сарафан y м ткани, тогда можем составить систему.

$$\begin{cases} x+3y=9 \\ 3x+5y=19 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x+9y=27 \\ 3x+5y=19 \end{cases} \quad \begin{cases} 4y=8 \\ x=9-3y \end{cases} \quad \begin{cases} y=2 \\ x=3 \end{cases}$$

Ответ. на платье требуется 3 метра, а на сарафан - 2 метра.



6. а) $y = x^2 - 2x - 3$.

График - парабола, ее ветви направлены вверх.

Вершина: $x_0 = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$;

$y_0 = y(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = -4$.

x	-1	0	1	2	3
y	0	-3	-4	-3	0

б) из рисунка видно, что функция возрастает на промежутке $[1; +\infty)$.

Ответ $[1; +\infty)$.

г. $2\sqrt{5} < \sqrt{20,5}$; так как $\sqrt{20} > \sqrt{2,5}$ так как функция

$y = \sqrt{t}$ - возрастает. Ответ: $2\sqrt{5} > \sqrt{2,5}$.

Вариант 2

1. При $x = \frac{1}{5}$ и $y = \frac{1}{3}$, $\frac{x-y}{xy} = \frac{\frac{1}{5} - \frac{1}{3}}{\frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3}} = \frac{\frac{3-5}{15}}{\frac{1}{15}} = \frac{-2}{15} \cdot \frac{15}{1} = -2$.

2. $8c + 4(1-c)^2 = 8c + 4 - 8c + 4c^2 = 4c^2 + 4$.

3. $18 - x^2 = 14$; $x^2 = 4$; $x_{1,2} = \pm 2$. Ответ: -2; 2.

4. $-15 < x - 4 < -14$;
 $-11 < x < -10$. $x \in (-11; -10)$.
 $-10,5 \in (-11; -10)$;



$-10,6 \in (-11; -10)$. Ответ: $x \in (-11; -10)$; $-10,5$; $-10,6$.

5. Пусть одной лошади дают x кг сена, а одной корове — y кг.

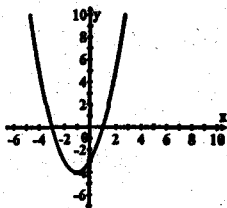
$$\begin{cases} x + 2y = 34 \\ 2x + y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 4y = 68 \\ 2x + y = 35 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y = 33 \\ x = 34 - 2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 11 \\ x = 12 \end{cases}$$

Ответ: одной лошади выдают 12 кг, а корове — 11 кг сена.

6. а) $y = x^2 + 2x - 3$. График — парабола, вет-

ви вверх. Вершина: $x_0 = \frac{-2}{2 \cdot 1} = \frac{-2}{2} = -1$;

$y_0 = y(-1) = 1 - 2 - 3 = -4$.



x	-3	-2	-1	0	1
y	0	-3	-4	-3	0

б) из рисунка видно, что функция $y = x^2 + 2x - 3$ убывает на промежутке $(-\infty; -1]$. Ответ: $(-\infty; -1]$.

7. $\sqrt{6} < 3\sqrt{0,6}$; так как $\sqrt{6} > \sqrt{5,4}$ так как функция $y = \sqrt{t}$ — возрастает. Ответ: $\sqrt{6} > 3\sqrt{0,6}$.

РАБОТА № 10

Вариант 1

1. $\frac{a+x}{a} : \frac{ax+x^2}{a^2} = \frac{a+x}{a} \cdot \frac{a^2}{ax+x^2} = \frac{(a+x) \cdot a}{x(a+x)} = \frac{a}{x}$, при $a \neq 0$.

2. $\frac{x+9}{3} - \frac{x}{5} = 1$; $5x + 45 - 3x = 15$,



$2x = -30$, $x = -15$. Ответ: -15 .

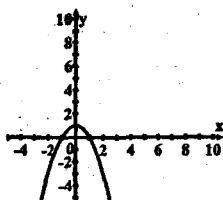
3. $3x - 4(x+1) < 8 + 5x$, $3x - 4x - 4 < 8 + 5x$, $-6x < 12$, $x < -2$. Ответ: $(-2; +\infty)$.

4. Пусть длины сторон газона равны x м и y м.

$$\begin{cases} 2(x+y) = 30 \\ xy = 56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 15 \\ xy = 56 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15-y \\ (15-y) \cdot y = 56 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 15-y \\ -y^2 + 15y - 56 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15-y \\ y^2 - 15y + 56 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15-y \\ y = 7 \\ y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8 \\ y = 7 \\ x = 7 \\ y = 8 \end{cases}$$

Ответ: длины сторон газона равны 7 м и 8 м.



5. а) $y = -x^2 + 1$. График – парабола, ее ветви направлены вниз. Вершина: $x_0 = \frac{0}{2} = 0$; $y_0 = 1$.

x	-2	-1	0	1	2
y	-3	0	1	0	-3

б) из рисунка видно, что $y > 0$, при $x \in (-1; 1)$.

6. $(1,2 \cdot 10^{-3}) \cdot (3 \cdot 10^{-1}) = (1,2 \cdot 3) \cdot (10^{-3} \cdot 10^{-1}) = 3,6 \cdot 10^{-4} = 0,00036$.
 Ответ: 0,00036.

7. $5,3 = \sqrt{28,09}$; $0 < 20 < 28,09 < 40$. Так как функция $y = \sqrt{t}$ – возрастающая, то $\sqrt{20} < 5,3 < \sqrt{40}$. Ответ: $\sqrt{20}$; 5,3; $\sqrt{40}$.

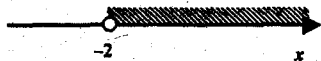
Вариант 2

1. $\frac{ac - a^2}{c^2} : \frac{c - a}{c} = \frac{a(c - a)}{c^2} \cdot \frac{c}{c - a} = \frac{a \cancel{(c - a)}}{c \cancel{(c - a)}} = \frac{a}{c}$, при $c \neq a$.

2. $\frac{x - 6}{4} - \frac{x}{3} = 1$, $3x - 18 - 4x = 12$, $x = -30$. Ответ: -30.

3. $x + 2 < 5x - 2(x - 3)$, $x + 2 < 5x - 2x + 6$, $2x > -4$; $x > -2$. Ответ: $(-2; +\infty)$.

4. Пусть длина участка – x м, а ширина – y м, тогда:

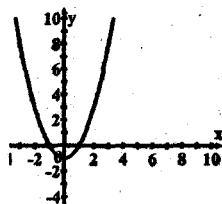


$$\begin{cases} 2(x+y) = 40, \\ x \cdot y = 96 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 20, \\ x \cdot y = 96 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 20 - y, \\ 20y - y^2 = 96. \end{cases} \quad y^2 - 20y + 96 = 0. \quad \begin{cases} y = 8, \\ x = 12. \end{cases} \quad \text{или}$$

$$\begin{cases} y = 12, \\ x = 8. \end{cases} \quad \text{Ответ: длины сторон участка равны 8 метрам и 12 метрам.}$$

5. а) $y = x^2 - 1$. График – парабола, ее ветви направлены вверх. Вершина: $x_0 = 0$; $y_0 = 0 - 1 = -1$.

x	-2	-1	0	1	2
y	3	0	-1	0	3



б) из рисунка видно, что $y < 0$ при $x \in (-1; 1)$.
 Ответ: $(-1; 1)$.

6. $(1,6 \cdot 10^{-5}) \cdot (4 \cdot 10^2) = 1,6 \cdot 4 \cdot 10^{-5} \cdot 10^2 = 6,4 \cdot 10^{-5+2} = 6,4 \cdot 10^{-3} = 0,0064$. Ответ: 0,0064.

7. $4,9 = \sqrt{4,9^2} = \sqrt{24,01}$. Т.к. $0 < 15 < 24,01 < 35$ и функция $y = \sqrt{t}$ – возрастающая, то $\sqrt{15} < \sqrt{24,01} < \sqrt{35}$, $\sqrt{15} < 4,9 < \sqrt{35}$. Ответ: $\sqrt{15}$; 4,9; $\sqrt{35}$.

РАБОТА № 11

Вариант 1

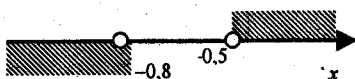
$$1. \frac{15a^2}{3a-2} - 5a = \frac{15a^2}{3a-2} - \frac{5a(3a-2)}{3a-2} = \frac{15a^2 - 15a^2 + 10a}{3a-2} = \frac{10a}{3a-2}.$$

$$2. 10x^2 + 5x = 0, \quad x(2x+1) = 0, \quad x=0 \text{ или } 2x+1=0, \quad x_1=0, \quad x_2=-\frac{1}{2}.$$

Ответ: $0; -\frac{1}{2}$.

$$3. \begin{cases} 5x+4 < 0, \\ 3x+1,5 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x < -4, \\ 3x > -1,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -0,8, \\ x > -0,5. \end{cases}$$

Решений нет.



Ответ: система решений не имеет.

$$4. \begin{cases} y = 3x - 4, \\ y = 5x - 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 10 = 3x - 4, \\ y = 3x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 6, \\ y = 3x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3, \\ y = 5. \end{cases} \text{ Ответ: } (3; 5).$$

5. а) $y(-2) = -4$; б) $y=0$ при $x=-4$ и $x=2$;

в) функция убывает на промежутке $(-\infty; -1]$.



$$6. x^2 + x - 6 \leq 0.$$

Решим уравнение: $x^2 + x - 6 = 0$.

По т. Виета $\begin{cases} x_1 + x_2 = -1 \\ x_1 \cdot x_2 = -6 \end{cases}$; $x_1 = -3, x_2 = 2$. $(x-2)(x+3) \leq 0$. $x \in [-3; 2]$.

Ответ: $[-3; 2]$.

$$7. \frac{a^{-9}}{a^{-2} \cdot a^{-5}} = a^{-9+2+5} = a^{-2}. \text{ Если } a = \frac{1}{2}, \text{ то } a^{-2} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-2} = 4.$$

Ответ: $a^{-2}; 4$.

Вариант 2

$$1. \frac{6c^2}{3+2c} - 3c = \frac{6c^2 - 3c(3+2c)}{3+2c} = \frac{6c^2 - 9c - 6c^2}{3+2c} = -\frac{9c}{3+2c}.$$

$$2. 12x^2 + 3x = 0; \quad x(4x+1) = 0; \quad x=0 \text{ или } 4x+1=0, \quad x_1=0, \quad x_2=-\frac{1}{4}.$$

Ответ: $0; -\frac{1}{4}$.



3. $\begin{cases} 3-2x < 0, \\ 6x-2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 3, \\ 6x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 1,5, \\ x > \frac{1}{3} \end{cases}$ Ответ: $(1,5; +\infty)$.

4. $\begin{cases} y = -3x + 4, \\ y = 5x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x - 4 = -3x + 4, \\ y = -3x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = 8, \\ y = -2x + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ y = 1. \end{cases}$

Ответ: $(1; 1)$.

5. а) $y(2)=4$; б) $y=0$ при $x=-2$ и $x=4$;

в) функция возрастает на промежутке $(-\infty; 1]$.



6. $x^2 + 4x - 5 \leq 0$. Решим уравнение:

$x^2 + 4x - 5 = 0$. По т. Виета

$\begin{cases} x_1 + x_2 = -4 \\ x_1 \cdot x_2 = -5 \end{cases} \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -5. (x-1)(x+5) \leq 0,$

$x \in [-5; 1]$. Ответ: $[-5; 1]$.

7. $\frac{a^{-6}}{a^{-3} \cdot a^{-2}} = a^{-6+3+2} = a^{-1}$. При $a = \frac{2}{3}$, $a^{-1} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2} = 1,5$

РАБОТА № 12

Вариант 1

1. При $x = -0,1$, $20x^3 - 8x^2 + 4 = \frac{-20}{1000} - \frac{8}{100} + 4 = -0,1 + 4 = 3,9$.

2. $(ab + b^2) \frac{3a}{a^2 - b^2} = \frac{3ab(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{3ab}{a-b}$, при $a \neq -b$.

3. $-4 < 2x + 6 < 0$;
 $-10 < 2x < -6$; $-5 < x < -3$.

Ответ: $(-5; -3)$.



4. $x - \frac{60}{x} = 4$; $x^2 - 4x - 60 = 0$; $x_{1,2} = 2 \pm \sqrt{64}$; $x_1 = -6$, $x_2 = 10$. Ответ: $-6, 10$.

5. а) 1 м; б) 3 с; в) 1 с и 2 с.

6. $\begin{cases} y = 3x^2 + 6x, \\ y = 6 - x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6 - x = 3x^2 + 6x, \\ y = 6 - x. \end{cases} \Rightarrow 3x^2 + 7x - 6 = 0;$



$D = 49 + 72 = 121$; $x_{1,2} = \frac{-7 \pm 11}{6}$

$\begin{cases} x = -3, \\ y = 9 \end{cases}$, или $\begin{cases} x = \frac{2}{3}, \\ y = 5\frac{1}{3} \end{cases}$. Ответ: в I и во II четвертях.

$$7. \frac{\sqrt{3}\sqrt{8}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = 2.$$

Вариант 2

$$1. \text{ При } = -0,1, 1 - 7y^2 + 30y^3 = 1 - \frac{7}{100} - \frac{30}{1000} = 1 - 0,1 = 0,9.$$

$$2. (x^2 - xy) : \frac{x^2 - y^2}{2y} = \frac{2xy \cancel{(x-y)}}{\cancel{(x-y)}(x+y)} = \frac{2xy}{x+y}, \text{ при } x \neq y.$$

$$3. 0 < 5x + 10 < 5; -10 < 5x < -5; -2 < x < -1. \text{ Ответ: } (-2; -1).$$

$$4. x + \frac{48}{x} = 14; x^2 - 14x + 48 = 0; x_{1,2} = 7 \pm \sqrt{1}; x_1 = 6, x_2 = 8.$$

Ответ: $x_1 = 6, x_2 = 8$.

5. а) 16 м; б) 2 м; в) 1 с и 3 с.

$$6. \begin{cases} y = -3x^2 - 9x \\ y = x - 8 \end{cases}; \begin{cases} x - 8 = -3x^2 - 9x \\ y = x - 8 \end{cases}, 3x^2 + 10x - 8 = 0; \frac{D}{4} = 25 + 24 = 49;$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 7}{3}. \begin{cases} x = -4, \\ y = -12 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = \frac{2}{3}, \\ y = -7\frac{1}{3} \end{cases} \text{ Ответ: в III и IV четвертях.}$$

$$7. \frac{\sqrt{50}\sqrt{6}}{\sqrt{12}} = \frac{5\sqrt{2} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{12}} = \frac{5\sqrt{12}}{\sqrt{12}} = 5.$$

РАБОТА № 13

Вариант 1

$$1. \text{ При } a=1,3, b=-0,6 \text{ и } c=-3,5; a-2b+c=1,3+1,2-3,5=2,5-3,5=-1.$$

$$2. \frac{x^2 - y^2}{2xy} \cdot \frac{2y}{x-y} = \frac{2 \cancel{(x-y)}(x+y)}{2x \cancel{(x-y)}} = \frac{x+y}{x}, \text{ при } y \neq 0; x \neq y.$$



$$3. 3(1-x) - (2-x) \leq 2, 3-3x-2+x \leq 2,$$

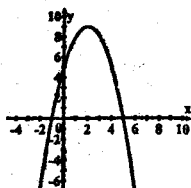
$$2x \geq -1, x \geq -\frac{1}{2}. \text{ Ответ: } [-\frac{1}{2}; +\infty).$$

$$4. 25-100x^2=0, 1-4x^2=0, 4x^2=1, x_{1,2} = \pm \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } -0,5; 0,5.$$

$$5. \begin{cases} 4x-3y=-1 \\ x-5y=4 \end{cases}, \begin{cases} 4x-3y=-1 \\ 4x-20y=16 \end{cases}, \begin{cases} 17y=-17 \\ x=4+5y \end{cases}, \begin{cases} y=-1 \\ x=-1 \end{cases}. \text{ Ответ: } (-1; -1).$$

6. а) $y = -x^2 + 4x + 5$. График – парабола, ее ветви направлены вниз. Вершина: $x_0 = \frac{4}{2} = 2$;
 $y_0 = -4 + 8 + 5 = 9$.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	0	5	8	9	8	5	0



- б) Из рисунка видно, что $y > 0$ при $x \in (-1; 5)$.
 Ответ: $y > 0$ при $x \in (-1; 5)$.

7. $\sqrt{8} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{3} - 7 = 2(\sqrt{6})^2 - 7 = 5$.

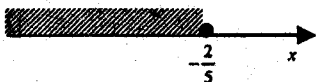
Вариант 2

1. При $x = -2, 4$, $y = -0, 6$ и $z = -1, 1$;
 $x - y - 3z = -2, 4 + 0, 6 + 3, 3 = -2, 4 + 3, 9 = 1, 5$.

2. $\frac{4ac}{a^2 - c^2} \cdot \frac{a+c}{ac} = \frac{4(a+c)}{(a^2 - c^2)} = \frac{4(a+c)}{(a-c)(a+c)} = \frac{4}{a-c}$, при $ac \neq 0$, $a + c \neq 0$.

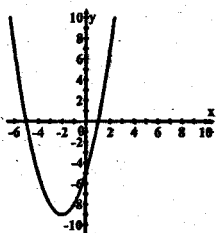
3. $4(x-1) - (9x-5) \geq 3$, $4x - 9x - 4 + 5 \geq 3$, $5x \leq -2$, $x \leq -\frac{2}{5}$.

Ответ: $(-\infty; -\frac{2}{5}]$.



4. $4 - 36x^2 = 0$. $-\frac{1}{9} + x^2 = 0$, $x^2 = \frac{1}{9}$, $x_{1,2} = \pm \frac{1}{3}$. Ответ: $-\frac{1}{3}; \frac{1}{3}$.

5. $\begin{cases} 2x - 5y = -7 \\ x - 3y = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 5y = -7 \\ 2x - 6y = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = -5 + 3y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 3 \\ x = 4 \end{cases}$. Ответ: (4; 3).



6. $y = x^2 + 4x - 5$. График – парабола, ее ветви направлены вверх.

Вершина: $x_0 = \frac{-4}{2} = -2$;

$y_0 = y(-2) = 4 - 8 - 5 = -9$.

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
y	0	-5	-8	-9	-8	-5	0

- б) из рисунка видно, что $y > 0$ при $x \in (-\infty; -5) \cup (1; +\infty)$. Ответ: $y > 0$ при $x \in (-\infty; -5)$ и $(1; +\infty)$.

7. $\sqrt{27} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{2} - 8 = 3(\sqrt{6})^2 - 8 = 10$.

РАБОТА № 14

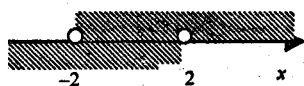
Вариант 1

1. $\frac{x^2 + 2x - 15}{x - 1} = 0$; ОДЗ: $x \neq 1$; $x^2 + 2x - 15 = 0$; $x_1 = -5$, $x_2 = 3$.

Ответ: $x_1 = -5$, $x_2 = 3$.

2. $\frac{2a}{a^2 - 9} - \frac{1}{a + 3} = \frac{2a - a - 3}{(a + 3)(a - 3)} = \frac{1}{a - 3}$, при $a \neq -3$.

3. $-10 < 3x - 4 < 2$; $-6 < 3x < 6$; $-2 < x < 2$. Ответ: $(-2; 2)$.



4. $\begin{cases} 2x + 3y = 3 \\ 5x + 6y = 9 \end{cases} \begin{cases} 4x + 6y = 6 \\ 5x + 6y = 9 \end{cases}$

$\begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases}$ Ответ: $(3; -1)$.

5. а) $y = 2$; б) $x = \pm 5$; в) $x \in (-5; 5)$.



6. $V = \sqrt{\frac{3p}{d}}$; $\frac{3p}{d} = V^2$; $p = \frac{V^2 d}{3}$.

7. $25 \geq x^2$, $x^2 - 25 \leq 0$, $(x - 5)(x + 5) \leq 0$, $x \in [-5; 5]$. Ответ: $[-5; 5]$.

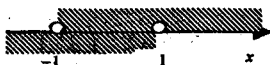
Вариант 2

1. $\frac{x^2 + 4x - 12}{x + 3} = 0$; $\begin{cases} x^2 + 4x - 12 = 0 \\ x \neq -3 \end{cases}$; $x_1 = -6$, $x_2 = 2$. Ответ: $-6, 2$.

2. $\frac{2a}{a^2 - 4} - \frac{1}{a - 2} = \frac{2a - a - 2}{(a - 2)(a + 2)} = \frac{1}{a + 2}$, при $a \neq 2$.

3. $-7 < 4x - 3 < 1$; $-4 < 4x < 4$; $-1 < x < 1$.

Ответ: $(-1; 1)$.



4. $\begin{cases} 3x + 2y = 8 \\ 2x + 6y = 10 \end{cases} \begin{cases} 6x + 6y = 24 \\ 2x + 6y = 10 \end{cases}$

$\begin{cases} 7x = 14 \\ 2x + 6y = 10 \end{cases} \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$. Ответ: $(2; 1)$.



5. а) $y = -1$; б) $x = \pm 3$; в) $x \in (-3; 3)$.

6. $p = \frac{nmv^2}{3}$; $v^2 = \frac{3p}{nm}$; $v = \sqrt{\frac{3p}{nm}}$.

$$7. 36 \leq x^2; x^2 - 36 \geq 0, (x-6)(x+6) \geq 0, \\ x \in (-\infty; -6] \cup [6; \infty). \text{ Ответ: } (-\infty; -6] \cup [6; \infty).$$



РАБОТА № 15

Вариант 1

$$1. \left(\frac{4x}{x+2} + 2x \right) \cdot \frac{x+2}{4x^2} = \frac{\cancel{4x} \cdot \cancel{(x+2)}}{(x+2) \cdot \cancel{4x^2}} + \frac{2x \cdot (x+2)}{4x^2} = \\ = \frac{1}{x} + \frac{x+2}{2x} = \frac{2+x+2}{2x} = \frac{x+4}{2x}, \text{ при } x \neq -2.$$

$$2. 4(x+8) - 7(x-1) < 12, 4x+32-7x+7 < 12, \\ 3x > 27, x > 9. \text{ Ответ: } (9; +\infty).$$



$$3. \begin{cases} x-y=7, \\ xy=-10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x-7, \\ x^2-7x+10=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x-7, \\ x=5, \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5, \\ y=-2, \\ x=2, \\ y=-5. \end{cases}$$

Ответ: (2; -5); (5; -2).

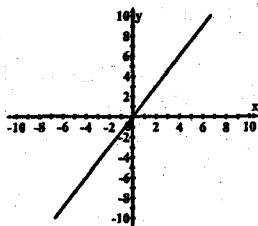
4. Пусть расстояние от озера до деревни равно x км, тогда можем составить уравнение. $\frac{x}{15} + \frac{x}{10} = 1, 2x+3x=30, 5x=30, x=6.$

Ответ: расстояние от озера до деревни равно 6 км.

5. а) $y=1,5x$. График функции – прямая.

x	0	2
y	0	3

б) Так как угловой коэффициент $k=1,5>0$, то функция возрастает.



$$6. (27 \cdot 3^{-4})^2 = \left(\frac{3^3}{3^4} \right)^2 = \left(\frac{1}{3} \right)^2 = \frac{1}{9}.$$

$$7. V = \pi R^2 H; R^2 = \frac{V}{\pi H}; R = \sqrt{\frac{V}{\pi H}}.$$

Вариант 2

$$1. \left(4a - \frac{2a}{a+1} \right) \cdot \frac{a+1}{2a^2} = \frac{4\cancel{a}(a+1)}{2a^2} - \frac{2\cancel{a}(a+1)}{(a+1)(2a^2)} = \frac{2a+2}{a} - \frac{1}{a} = \frac{2a+1}{a}.$$

$$2. 3(x-2) - 5(x+3) > 27, \\ 3x-6-5x-15 > 27, 2x < -48, x < -24.$$



Ответ: $(-\infty; -24).$

$$3. \begin{cases} x-y=7, \\ xy=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7+y, \\ y^2+7y+12=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7+y, \\ y=-4 \\ y=-3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-4 \\ x=3 \\ y=-3 \\ x=4. \end{cases}$$

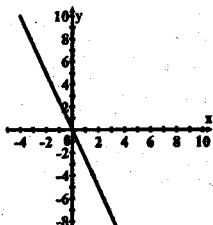
Ответ: (3; -4); (4; -3).

4. Пусть расстояние от станции до почты равно x км. Составим уравнение. $\frac{x}{6} + \frac{x}{4} = 1$, $2x+3x=12$, $5x=12$, $x=2,4$ км. Ответ: 2,4 км –

расстояние от станции до почты.

5. а) $y = -2,5x$. График – прямая.

x	0	2
y	0	-5



б) Так как угловой коэффициент $k = -2,5 < 0$, то функция убывает. Ответ: функция убывающая.

$$6. 16 \cdot (2^{-3})^2 = 16 \cdot 2^{-6} = \frac{16}{64} = \frac{1}{4}.$$

$$7. S = 2\pi r^2; r^2 = \frac{S}{2\pi}; r = \sqrt{\frac{S}{2\pi}}.$$

РАБОТА № 16

Вариант 1

1. $2-3(x+2)=5-2x$, $2-3x-6=5-2x$, $x=-9$. Ответ: -9.

$$2. \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \cdot \frac{2ab}{a^2 - b^2} = \frac{b+a}{ab} \cdot \frac{2ab}{a^2 - b^2} = \frac{(a+b) \cdot 2}{(a-b)(a+b)} = \frac{2}{a-b},$$

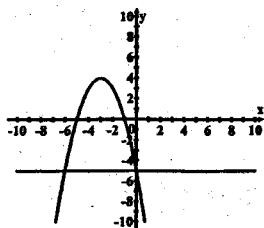
при $ab \neq 0$, $a+b \neq 0$.

3. $-1 \leq 3-x \leq 1$, $-4 \leq -x \leq -2$,

$4 \geq x \geq 2$, $2 \leq x \leq 4$,



$x \in [2; 4]$, $3 \in [2; 4]$, $2\frac{1}{2} \in [2; 4]$. Ответ: $[2; 4]$; 3; $2\frac{1}{2}$.



$$4. \begin{cases} x+y=10, \\ x^2-y^2=40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=10, \\ (x-y)(x+y)=40 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x+y=10, \\ x-y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=14, \\ y=x-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7, \\ y=7-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7, \\ y=3. \end{cases}$$

Ответ: (7; 3).

5. а) $y = -x^2 - 6x - 5$. График – парабола, ее ветви направлены вниз.

Вершина: $x_0 = -\frac{-6}{2 \cdot (-1)} = -3$; $y_0 = -(-3)^2 - 6 \cdot (-3) - 5 = -9 + 18 - 5 = 4$.

x	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
y	-5	0	3	4	3	0	-5

б) $y = -5$ при $x = -6$ или $x = 0$. Ответ: $y = -5$ при $x = 0$ или $x = -6$.

6. $6ax^2 - 12ax^3 = 6ax^2(1 - 2x)$.

7. $S = \pi r^2$, тогда $r^2 = \frac{S}{\pi}$, значит, $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}}$.

Вариант 2

1. $3 - 5(x+1) = 6 - 4x$. $3 - 5x - 5 = 6 - 4x$. $x = -8$. Ответ: -8.

2. $\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right) : \frac{b^2 - a^2}{ab^2} = \frac{b-a}{ab} \cdot \frac{ab^2}{b^2 - a^2} = \frac{(b-a) \cdot b}{(b^2 - a^2)}$
 $= \frac{(b-a) \cdot b}{(b-a)(b+a)} = \frac{b}{b+a}$, при $ab \neq 0$, $a \neq b$.



3. $0 < 5 - x < 4$; $-5 < -x < -1$,
 $5 > x > 1$, $1 < x < 5$, $x \in (1; 5)$. $2 \in (1; 5)$;
 $3 \in (1; 5)$. Ответ: (1; 5), 2 и 3.

4. $\begin{cases} x^2 - y^2 = 40, \\ x - y = 4; \end{cases} \begin{cases} x - y = 4, \\ (x - y)(x + y) = 40; \end{cases} \begin{cases} x - y = 4, \\ x + y = 10; \end{cases} \begin{cases} x = 7, \\ y = 3. \end{cases}$ Ответ: (7; 3).

5. а) $y = x^2 - 4x - 5$. График – парабола, ее ветви направлены вверх.

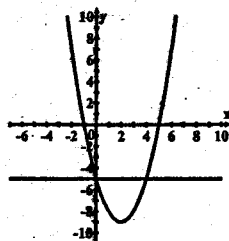
Вершина: $x_0 = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2$; $y_0 = y(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 - 5 = 4 - 8 - 5 = -9$.

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	0	-5	-8	-9	-8	-5	0

б) $y = -5$ при $x = 0$ или $x = 4$. Ответ: $y = -5$ при $x = 0$ или $x = 4$.

6. $24a^3c - 3a^2c = 3a^2c(8a - 1)$.

7. $V = a^2h$; $a^2 = \frac{V}{h}$, $a = \sqrt{\frac{V}{h}}$.



РАБОТА № 17

Вариант 1

1. $0,2 - 2(x+1) = 0,4x$, $2,4x = -1,8$; $x = -\frac{3}{4}$. Ответ: $-\frac{3}{4}$.

$$2. \left(\frac{a+b}{a} - \frac{2b}{a+b} \right) \cdot (a+b) = \frac{a^2 + 2ab + b^2 - 2ab}{a \cdot (a+b)} \cdot (a+b) = \frac{a^2 + b^2}{a}, \text{ при } a+b \neq 0.$$



$$3. 10m+1 > 8m-2, 10m > -2-1+8m, 2m > -3, m > -1,5. \text{ Ответ: } (-1,5; +\infty).$$

$$4. \begin{cases} y = x^2 - 10, \\ y = 4x + 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 11 = x^2 - 10, \\ y = 4x + 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x - 21 = 0, \\ y = 4x + 11 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$(\text{по т. Виета}) \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3, \\ x = 7, \\ y = 4x + 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3, \\ y = -1, \\ x = 7, \\ y = 39. \end{cases} \text{ Ответ: } (-3; -1); (7; 39).$$

5. а), б) – верные утверждения.

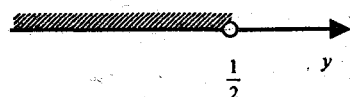
$$6. P = 2(a+b), \frac{P}{2} = a+b, a = \frac{P}{2} - b.$$

$$7. \sqrt{5} + \sqrt{10} - \sqrt{20} = \sqrt{5} + \sqrt{10} - 2\sqrt{5} = \sqrt{10} - \sqrt{5} = \sqrt{5}(\sqrt{2} - 1).$$

Вариант 2

$$1. 0,4x = 0,4 - 2(x+2). 0,4x = 0,4 - 2x - 4; 2,4x = -3,6; x = -1,5. \text{ Ответ: } -1,5$$

$$2. \left(\frac{2a}{a-b} + \frac{a-b}{b} \right) \cdot b = \frac{2ab + (a-b)^2}{(a-b) \cdot \cancel{b}} \cdot \cancel{b} = \frac{2ab + a^2 - 2ab + b^2}{a-b} = \frac{a^2 + b^2}{a-b}, \text{ при } b \neq 0$$



$$3. 15+y < 16-y. 2y < 1. y < \frac{1}{2}.$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; \frac{1}{2}).$$

$$4. \begin{cases} y = x^2 - 15, \\ y = 2x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + 9 = x^2 - 15, \\ y = 2x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 24 = 0, \\ y = 2x + 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ x = -4 \\ y = 2x + 9 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = 6 \\ y = 21 \\ x = -4 \\ y = 1 \end{cases} \text{ Ответ: } (-4; 1); (6; 21).$$

5. б), в) – верные утверждения.

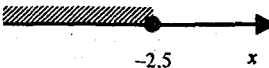
$$6. S = \frac{ah}{2}. 2S = ah; a = \frac{2S}{h}.$$

$$7. \sqrt{8} - 3\sqrt{2} + \sqrt{6} = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{6} = 2\sqrt{2} - 3\sqrt{2} + \sqrt{6} = \sqrt{6} - \sqrt{2} = \sqrt{2}(\sqrt{3} - 1).$$

РАБОТА № 18

Вариант 1

$$1. \frac{a^2-4}{a} \cdot \frac{1}{a+2} - \frac{a+2}{a} = \frac{(a-2)(a+2)}{a \cdot (a+2)} - \frac{a+2}{a} = \frac{a-2}{a} - \frac{a+2}{a} = \frac{4}{a}, \text{ при } a \neq -2.$$

$$2. 5x - 2(x-4) \geq 9x + 23, 5x - 2x + 8 \geq 9x + 23, 6x \leq -15, x \leq -2,5. \text{ Ответ: } (-\infty; -2,5].$$


$$3. \frac{x}{3} + \frac{x}{12} = \frac{15}{4}; 4x + x = 45; 5x = 45; x = 9. \text{ Ответ: } 9.$$

4. Пусть одно число равно x , тогда другое равно $(x+4)$. Тогда

$$x(x+4) = 96, x^2 + 4x - 96 = 0, \frac{D}{4} = (2)^2 - (-96) = 100,$$

$x_1 = -2 - 10 = -12; x_2 = -2 + 10 = 8$, но $x_{1,2} > 0$, т. о. $x = 8$, тогда $x + 4 = 8 + 4 = 12$. Ответ: числа равны 8 и 12.

5. а) $y = x^2 - 1$. График – парабола, ее ветви направлены вверх.

Вершина: $x_0 = \frac{0}{2} = 0; y_0 = y(0) = 0 - 1 = -1$

x	-2	-1	0	1	2
y	3	0	-1	0	3

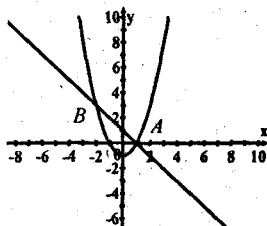
б) $y = -x + 1$. График – прямая.

x	0	1
y	1	0

Точка $A(1; 0)$ – точка пересечения графиков. Проверим, является ли точка $B(-2; 3)$ точкой пересечения.

$$3 = -(-2) + 1 - \text{верно}; 3 = (-2)^2 - 1 - \text{верно};$$

Следовательно, точка B – точка пересечения графиков. Ответ: $(-2; 3); (1; 0)$.



$$6. \frac{(2\sqrt{6})^2}{36} = \frac{(\sqrt{6})^2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$$

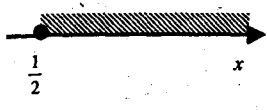
$$7. y = \frac{5}{(x+1)(2x-6)}; (x+1)(2x-6) \neq 0; \begin{cases} x \neq -1 \\ x \neq 3 \end{cases}$$

$x \in (-\infty; -1) \cup (-1; 3) \cup (3; \infty)$. Ответ: $(-\infty; -1) \cup (-1; 3) \cup (3; \infty)$.

Вариант 2

$$\frac{c-3}{c} - \frac{c^2-9}{c} \cdot \frac{1}{c-3} = \frac{c-3}{c} - \frac{(c-3)(c+3)}{c(c-3)} = \frac{c-3}{c} - \frac{c+3}{c} =$$

$$= \frac{c-3-c-3}{c} = -\frac{6}{c}, \text{ при } c \neq 3.$$



2. $6x-3(x-1) \leq 2+5x$. $6x-3x-5x \leq 2-3$.
 $2x \geq 1$. $x \geq \frac{1}{2}$. Ответ: $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

3. $\frac{x}{4} + \frac{x}{8} = \frac{3}{2}$; $2x+x=12$; $3x=12$; $x=4$. Ответ: 4.

4. Пусть x – большее число, тогда второе число: $x-6$.
 $x(x-6)=72$. $x^2-6x-72=0$.
 $x_1=12$; $x_2=-6$ – не подходит, т.к. $x>0$. Т. о. $x=12$, $x-6=6$.
 Ответ: числа равны 12 и 6.

5. а) $y = -x^2 + 1$. График – парабола, ее ветви направлены вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{0}{-2} = 0$; $y_0 = y(0) = 1$.

x	-2	-1	0	1	2
y	-3	0	1	0	-3

б) $y=x-1$. График – прямая.

x	-2	1
y	-3	0

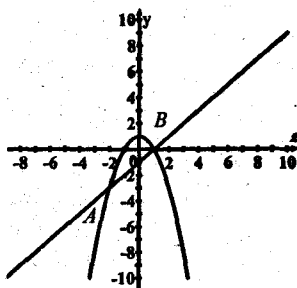
Точки $A(-2; -3)$ и $B(1; 0)$ – точки пересечения графиков.

Ответ: $(-2; -3)$; $(1; 0)$.

6. $\frac{20}{(4\sqrt{5})^2} = \frac{4}{4^2} = \frac{1}{4}$.

7. $y = \frac{10}{(x-4)(4x+8)}$; $(x-4)(4x+8) \neq 0$; $\begin{cases} x \neq -2 \\ x \neq 4 \end{cases}$,

$x \in (-\infty; 2) \cup (-2; 4) \cup (4; \infty)$. Ответ: $(-\infty; 2) \cup (-2; 4) \cup (4; \infty)$.



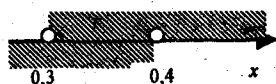
РАБОТА № 19

Вариант 1

1. $(a-1)^2 - (a+1)(a-2) = a^2 - 2a + 1 - (a^2 + a - 2a - 2) =$
 $= a^2 - 2a + 1 - a^2 - a + 2a + 2 = -a + 3$.

$$2. \frac{x}{5} - \frac{x}{2} = -3; 2x - 5x = -30, 3x = 30, x = 10. \text{ Ответ: } 10.$$

$$3. \begin{cases} 10x - 3 < 1, \\ 10x - 3 > 0 \end{cases} \begin{cases} 10x < 4, \\ 10x > 3 \end{cases} \begin{cases} x < 0,4 \\ x > 0,3 \end{cases},$$

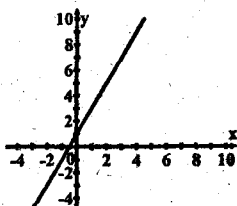


$x \in (0,3; 0,4)$. Ответ: $(0,3; 0,4)$.

4. $0 = 4 \cdot 0$ – верное равенство, значит прямая $y = 4x$ проходит через начало координат. $0 = 2 \cdot 0 + 1$ – неверное равенство, значит, прямая $y = 2x + 1$ не проходит через начало координат.

нат. $0 = -\frac{1}{2} \cdot 0$ – верно, значит, прямая $y = -\frac{1}{2}x$

проходит через начало координат. $y = 2x + 1$. График – прямая, не проходящая через начало координат.



x	0	1
y	1	3

Ответ: график функции $y = 2x + 1$ не проходит через начало координат.

$$5. \begin{cases} x - y = 4, \\ xy = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + y, \\ 4y + y^2 - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + y, \\ y^2 + 4y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 + y, \\ y_1 = -5, \\ y_2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1, \\ y = -5, \\ x = 5, \\ y = 1. \end{cases} \text{ Ответ: } (-1; -5); (5; 1).$$

$$6. \begin{cases} y = x^2 - 3x, \\ y = 0 \end{cases}; x^2 - 3x = 0, x(x - 3) = 0, x = 0 \text{ или } x - 3 = 0, x_1 = 0, x_2 = 3.$$

Ответ: $(0; 0); (3; 0)$.

$$7. \frac{6^{-4}}{2^{-6} \cdot 3^{-4}} = \frac{6^{-4}}{6^{-4} \cdot 2^{-2}} = 4.$$

Вариант 2

$$1. (c + 2)(c - 3) - (c - 1)^2 = c^2 + 2c - 3c - 2 \cdot 3 - (c^2 - 2c + 1) = c^2 - c - 6 - c^2 + 2c - 1 = c - 7.$$

$$2. \frac{x}{4} - \frac{x}{3} = -1. 3x - 4x = -12, x = 12. \text{ Ответ: } 12.$$

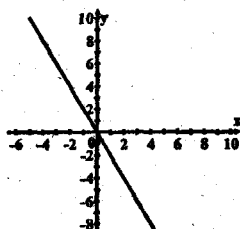


$$3. -1 < 5x + 10 < 0; -11 < 5x < -10; -2,2 < x < -2. \text{ Ответ: } (-2,2; -2).$$

4. Прямые $y = 3x - 1$, $y = 2x + 4$ не проходят через точку $O(0; 0)$.
 $y = -2x$, график – прямая, проходящая через начало координат.

x	0	1
y	0	-2

$$5. \begin{cases} x - y = 4, \\ xy = 12 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 + y, \\ y^2 + 4y - 12 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 + y, \\ y = -6, \\ y_2 = 2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y = 2, \\ x = 6, \\ y = -6, \\ x = -2. \end{cases} \quad \text{Ответ: } (-2; -6); (6; 2).$$

6. $\begin{cases} y = 4x - x^2 \\ y = 0 \end{cases}; 4x - x^2 = 0, x(4 - x) = 0, x = 0 \text{ или } 4 - x = 0,$
 $x_1 = 0, x_2 = 4$. Ответ: $(0; 0)$ и $(4; 0)$.

7. $\frac{3^{-2} \cdot 5^{-3}}{15^{-3}} = \frac{15^{-3} \cdot 3}{15^{-3}} = 3.$

РАБОТА № 20

Вариант 1

1. При $a = 20, b = -4; a + 0,5b^3 = 20 + 0,5 \cdot (-4)^3 = 20 + 0,5 \cdot (-64) = 20 - 32 = -12$.

$$2. \frac{a-1}{a^2} \cdot \frac{ax-a}{a-1} + \frac{1-x}{2a} = \frac{(a-1) \cdot a(x-1)}{a^2 \cdot (a-1)} + \frac{1-x}{2a} =$$

$$= \frac{x-1}{a} + \frac{1-x}{2a} = \frac{2x-2+1-x}{2a} = \frac{x-1}{2a}, \text{ при } a \neq 1.$$

3. $\frac{x-4}{3} + \frac{x}{2} = 5, 2x - 8 + 3x = 30, 5x = 38, x = 7,6$. Ответ: 7,6.

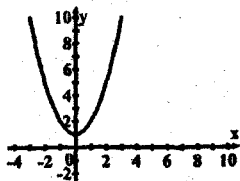


4. $5 - 2x \leq 1 - (x - 2),$

$5 - 2x \leq 1 - x + 2, x \geq 2,$

$x \in [2; +\infty)$. Ответ: $[2; +\infty)$.

5. а) $y = x^2 + 1$. График – парабола, ее ветви направлены вверх.



x	-2	2	0	1	-1
y	5	5	1	2	2

б) из рисунка видно, что функция убывает на промежутке $(-\infty; 0]$

Ответ: $(-\infty; 0]$.

$$6. \begin{cases} x^2 - 3y = 22, \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 3(2-x) = 22, \\ y = 2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - 28 = 0, \\ y = 2-x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -7, \\ x_2 = 4, \\ y = 2-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -7, \\ y = 9, \\ x = 4, \\ y = -2. \end{cases} \quad \text{Ответ: } (-7; 9); (4; -2).$$

$$7. 2\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 2 \cdot 5 \cdot \sqrt{2 \cdot 3 \cdot 6} = 10 \cdot \sqrt{36} = 10 \cdot 6 = 60.$$

Вариант 2

$$1. \text{ При } x=5, y=-10, -0,4x^3+y=-0,4 \cdot 5^3-10=-50-10=-60.$$

$$2. \frac{x^2-xy}{y-1} \cdot \frac{y-1}{x^2} + \frac{y-x}{2x} = \frac{x(x-y)(y-1)}{(y-1)x^2} + \frac{y-x}{2x} = \frac{x-y}{x} + \frac{y-x}{2x} = \frac{x-y}{2x},$$

при $y \neq 1$.

$$3. \frac{x}{3} + \frac{x-1}{2} = 4, 2x+3x-3=24, 5x=27; 5,4. \quad \text{Ответ: } 5,4.$$

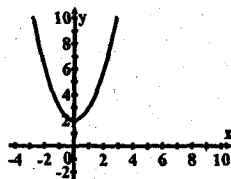
$$\text{4. } 14 - (4+2x) > 1+x, 14-4-2x > 1+x, 3x < 9, x < 3. \quad \text{Ответ: } (-\infty; 3).$$

5. а) $y = x^2 + 2$. График – парабола, ее ветви

направлены вверх. Вершина: $x_0 = -\frac{0}{2 \cdot 1} = 0$;

$$y_0 = y(0) = 0^2 + 2 = 2.$$

x	-2	-1	0	1	2
y	6	3	2	3	6



б) из рисунка видно, что функция $y = x^2 + 2$ возрастает на промежутке $[0; +\infty)$. Ответ: $[0; +\infty)$.

$$6. \begin{cases} x+y=4, \\ x^2-4y=5 \end{cases} \begin{cases} y=4-x, \\ x^2-16+4x=5 \end{cases}; \begin{cases} x^2+4x-21=0, \\ y=4-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=-7, \\ x_2=3, \\ y=4-x. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-7, \\ y=11, \\ x=3, \\ y=1 \end{cases}$$

Ответ: $(-7; 11); (3; 1)$.

$$7. 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot 4\sqrt{10} = 3\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot 4 \cdot 2 \cdot 5 = 120$$

РАБОТА № 21

Вариант 1

1. $x^2 + 3 = 3 - x$, $x^2 + x = 0$, $x(x+1) = 0$,
 $x=0$ или $x+1=0$, $x_1=0$, $x_2=-1$. Ответ: 0; -1

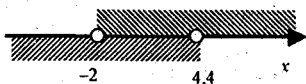
2. $\frac{x}{a} - \frac{x^2 - a^2}{a^2} \cdot \frac{a}{x+a} = \frac{x}{a} - \frac{(x-a)(x+a) \cdot \cancel{a}}{a^2 \cdot (x+a)} = \frac{x}{a} - \frac{x-a}{a} = \frac{\cancel{a}}{\cancel{a}} = 1$.

при $a \neq 0$, $x+a \neq 0$.

3. $\begin{cases} 2-6x < 14, \\ 5x-21 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x > -12, \\ 5x < 22 \end{cases}$

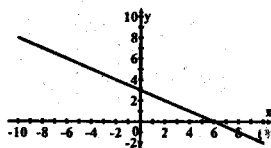
$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -2, \\ x < 4,4 \end{cases} \quad x \in (-2; 4,4).$

Ответ: $(-2; 4,4)$.



4. а) $y = -\frac{1}{2}x + 3$. График – прямая.

x	0	2
y	3	2



б) Так как коэффициент $k = -\frac{1}{2} > 0$, то

функция убывает. Ответ: функция $y = -\frac{1}{2}x + 3$ – убывает



5. $x^2 + 3x + 2 < 0$.

Нули: $x^2 + 3x + 2 = 0$, $x_1 = -1$, $x_2 = -2$

$(x+1)(x+2) < 0$. $x \in (-2; -1)$. Ответ: $(-2; -1)$.

6. $\frac{(a^2)^3}{a^8} = \frac{a^6}{a^8} = a^{-2}$. При $a = \frac{3}{4}$, $a^{-2} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$.

7. $S_{\text{ковра}} = 12 \text{ м}^2$; $S_{\text{комнаты}} = 12 \cdot \frac{3}{2} = 18 \text{ м}^2$

Вариант 2

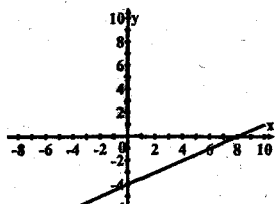
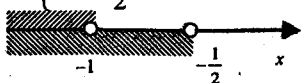
1. $x^2 + 2 = x + 2$. $x^2 - x = 0$. $x(x-1) = 0$.

$x=0$ или $x-1=0$, $x_1=0$, $x_2=1$. Ответ: 0; 1.

2. $b - \frac{2a}{a-b} \cdot \frac{a^2 - b^2}{4a} = b - \frac{2a(a-b)(a+b)}{(a-b)4a} = b - \frac{a+b}{2} = \frac{b-a}{2}$.

при $a \neq b$, $a \neq 0$.

3. $\begin{cases} 8-x > 9, \\ 4+6x < 1 \end{cases} \begin{cases} x < -1 \\ 6x < -3 \end{cases} \begin{cases} x < -1, \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases}$ Ответ: $(-\infty; -1)$.



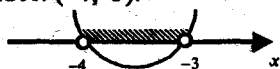
4. а) $y = \frac{1}{2}x - 4$. График прямая.

б) По графику видно, что функция возрастает.

x	0	2
y	-4	-3

5. $x^2 + 7x + 12 < 0$. $x^2 + 7x + 12 = 0$,
 $x_1 = -4$, $x_2 = -3$. $(x+4)(x+3) < 0$. $x \in (-4; -3)$. Ответ: $(-4; -3)$.

6. $\frac{x^9}{(x^3)^4} = \frac{x^9}{x^{12}} = \frac{1}{x^3} = x^{-3}$.



Если $x = \frac{2}{3}$, то $x^{-3} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8} = 3\frac{3}{8}$.

7. $S_{\text{комнаты}} = 24 \text{ м}^2$; $S_{\text{квартиры}} = 24 \cdot \frac{4}{3} = 32 \text{ м}^2$.

РАБОТА № 22

Вариант 1

1. $\frac{x+1}{2} - \frac{5x}{12} = \frac{3}{4}$; $6x + 6 - 5x = 9$; $x + 6 = 9$; $x = 3$. Ответ: $x = 3$.

2. $(2b-3)(3b+2) - 3b(2b+3) = 6b^2 - 5b - 6 - 6b^2 - 9b = -14b - 6$.

3. $\frac{p^2 - 2p}{p^2 - 4p + 4} = \frac{p(p-2)}{(p-2)^2} = \frac{p}{p-2}$.

4. $y = -\frac{6}{x}$ — гипербола, ветви во II и

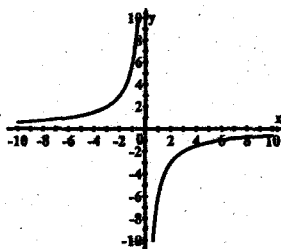
IV координатных четвертях, симметричны относительно т. (0, 0).

x	-1	-2	-3	-6
y	6	3	2	1

Другая ветвь симметрична относительно начала координат.

x	1	2	3	6
y	-6	-3	-2	-1

$y = -\frac{6}{x}$ — гипербола.



$$5. \begin{cases} x^2 + 2y = 12, \\ 2x - y = 10 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = 2x - 10, \\ x^2 + 4x - 20 - 12 = 0 \end{cases}; \begin{cases} x^2 + 4x - 32 = 0, \\ y = 2x - 10 \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = -8 \\ y = -26 \end{cases}; \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}. \text{ Ответ: } (-8; -26); (4; -2).$$



$$6. x^2 - 10x < 0; x(x - 10) < 0.$$

$$x \in (0; 10). \text{ Ответ: } (0; 10).$$

7. Составим пропорцию:

1920 р. – 120%; x р. – 100%;

$$\frac{x}{100} = \frac{1920}{120}; x = \frac{100 \cdot 1920}{120} = 1600 \text{ р. Ответ: } 1600 \text{ р.}$$

Вариант 2

$$1. \frac{2x+1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{7x}{8}; 8x + 4 - 6 - 7x = 0; x = 2. \text{ Ответ: } 2.$$

$$2. (3a-1)(2a-3) - 2a(3a+5) = 6a^2 - 9a - 2a + 3 - 6a^2 - 10a = 3 - 21a.$$

$$3. \frac{q^2 + 2q}{q^2 + 4q + 4} = \frac{q(q+2)}{(q+2)^2} = \frac{q}{q+2}.$$

$$4. y = \frac{12}{x} - \text{гипербола, ветви во I и III координатных четвертях,}$$

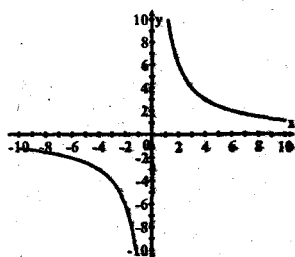
симметричны относительно т. (0, 0).

x	2	3	4	6
y	6	4	3	2

Другая ветвь симметрична относительно начала координат.

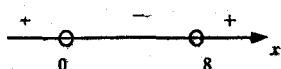
x	-2	-3	-4	-6
y	-6	-4	-3	-2

$$y = \frac{12}{x} - \text{гипербола.}$$



$$5. \begin{cases} x - 2y = 2 \\ 3x - y^2 = 11 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 + 2y \\ 6 + 6y - y^2 = 11 \end{cases}; \begin{cases} y^2 - 6y + 5 = 0, \\ x = 2 + 2y \end{cases};$$

$$\begin{cases} y = 5 \\ x = 12 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = 1 \\ x = 4 \end{cases}. \text{ Ответ: } (12; 5); (4; 1).$$



$$6. x^2 - 8x > 0; x(x - 8) > 0.$$

$$x \in (-\infty; 0) \cup (8; \infty).$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; 0) \cup (8; \infty).$$

7. Составим пропорцию: 1950 р. – 130%; x р. – 100%;

$$\frac{x}{100} = \frac{1950}{130}; x = \frac{100 \cdot 1950}{130} = 1500 \text{ р. Ответ: } 1500 \text{ р.}$$

РАБОТА № 23

Вариант 1

$$1. 3a(a-2) - (a-3)^2 = 3a^2 - 6a - (a^2 - 6a + 9) = 3a^2 - 6a - a^2 + 6a - 9 = 2a^2 - 9.$$

$$2. 2x^2 - 14 = 0, x^2 = 7, x_{1,2} = \pm\sqrt{7}. \text{ Ответ: } -\sqrt{7}; \sqrt{7}.$$

$$3. \begin{cases} 2+x < 0, \\ 2x+1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -2, \\ 2x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < -2, \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow x < -2. \text{ Ответ: } (-\infty; -2).$$

$$4. 1) y(0) = 3 \cdot 0^2 + 5 \cdot 0 - 2 = -2. \text{ Координаты точки пересечения с осью } y: (0; -2).$$

$$2) \begin{cases} y = 0 \\ y = 3x^2 + 5x - 2 \end{cases}; 3x^2 + 5x - 2 = 0, D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 49,$$

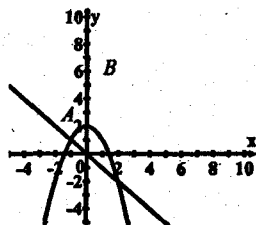
$$x_1 = \frac{-5-7}{6} = \frac{-12}{6} = -2; x_2 = \frac{-5+7}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}. \text{ Ответ: } (-2; 0); \left(\frac{1}{3}; 0\right) \text{ и } (0; -2).$$

$$5. \text{ а) } y = -x^2 + 2. \text{ График - парабола, ее ветви направлены вниз.}$$

x	0	1	-1	2	-2
y	2	1	1	-2	-2

$$\text{б) } y = -x, \text{ график - прямая.}$$

x	0	1
y	0	-1



Точка $A(-1; 1)$ - точка пересечения графиков, т.к. $1 = -(-1)^2 + 2$ и $1 = -(-1)$ - верные равенства. Точка $B(2; -2)$ - точка пересечения графиков, т.к. $-2 = -(2)^2 + 2$ и $-2 = -2$ - верные равенства. Ответ: $(-1; 1); (2; -2)$.

$$6. \text{ При } a = -2,5 \text{ и } b = 3; \frac{a+b}{b} = \frac{-2,5+3}{3} = \frac{0,5}{3} = \frac{1}{6}.$$

$$7. \frac{\sqrt{8}}{2} > \sqrt{1,6}; \text{ так как } \sqrt{2} > \sqrt{1,6}, \text{ а функция } y = \sqrt{t} \text{ - возрастает.}$$

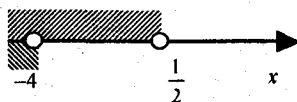
$$\text{Ответ: } \frac{\sqrt{8}}{2} > \sqrt{1,6}.$$

Вариант 2

$$1. (a-4)^2 - 2a(3a-4) = a^2 - 8a + 16 - 6a^2 + 8a = -5a^2 + 16$$

$$2. 3x^2 - 6 = 0. x^2 = 2, x_{1,2} = \pm\sqrt{2}. \text{ Ответ: } -\sqrt{2}; \sqrt{2}$$

$$3. \begin{cases} 3x+12 < 0, \\ 2x-1 < 0 \end{cases} \begin{cases} 3x < -12, \\ 2x < 1 \end{cases} \begin{cases} x < -4, \\ x < \frac{1}{2}. \end{cases}$$



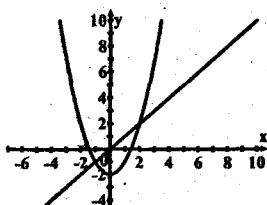
$$x < -4. \text{ Ответ: } x \in (-\infty; -4).$$

$$4. \begin{cases} y = 0 \\ y = 2x^2 - x - 3 \end{cases}; 2x^2 - x - 3 = 0; D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25,$$

$$x_1 = \frac{1-5}{4} = \frac{-4}{4} = -1; x_2 = \frac{1+5}{4} = \frac{6}{4} = 1\frac{1}{2}. \text{ С осью } x: (-1; 0); (1\frac{1}{2}; 0).$$

$$y(0) = 2 \cdot 0^2 - 0 - 3 = -3. \text{ С осью ординат: } (0; -3).$$

$$\text{Ответ: } (-1; 0); (1\frac{1}{2}; 0) \text{ и } (0; -3).$$



5. а) $y = x^2 - 2$. График - парабола, ее ветви направлены вверх. Вершина.

$$x_0 = \frac{0}{2} = 0. y_0 = y(0) = 0^2 - 2 = -2$$

x	-2	-1	0	1	2
y	2	-1	-2	-1	2

б) $y = x$. График - прямая.

x	0	1
y	0	1

$$\begin{cases} y = x^2 - 2, \\ y = x \end{cases}; \begin{cases} y = x \\ x^2 - x - 2 = 0 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \\ y = x \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ x = -1 \\ y = -1 \end{cases} \text{ Ответ: } (2; 2); (-1, -1)$$

$$6. \frac{a}{a-b} = \frac{2}{2-2,3} = \frac{2}{-0,3} = -6\frac{2}{3}$$

$$7. \sqrt{3,6} > \frac{\sqrt{27}}{3}; \text{ т.к. } \sqrt{3,6} > \sqrt{3}, \text{ и функция } y = \sqrt{t} - \text{ возрастает}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{3,6} > \frac{\sqrt{27}}{3}$$

РАБОТА № 24

Вариант 1

$$1. a \cdot \frac{a^2 - 5a}{a+1} \cdot \frac{1}{a-5} = a \cdot \frac{a(a-5)}{(a+1)(a-5)} = a \cdot \frac{a}{a+1} = \frac{a^2 + a - a}{a+1} = \frac{a^2}{a+1}, \text{ при } a \neq 5.$$

$$2. 4x - 5,5 = 5x - 3(2x - 1,5);$$

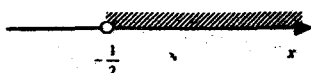
$$4x - 5,5 = 5x - 6x + 4,5; \quad 5x = 10; \quad x = 2. \quad \text{Ответ: } 2.$$

$$3. \text{ При } a=0,4; b=0,2:$$

$$\sqrt{a-b^2} = \sqrt{0,4 - (0,2)^2} = \sqrt{0,4 - 0,04} = \sqrt{0,36} = 0,6.$$

$$4. \begin{cases} x-1 < 7x+2, \\ 11x+13 > x+3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x > -3, \\ 10x > -10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2}, \\ x > -1 \end{cases}.$$

$$\text{Ответ: } \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right).$$



$$5. \begin{cases} y=0 \\ y=-2x^2+4x+6 \end{cases}; \quad -2x^2+4x+6=0, \quad x^2-2x-3=0,$$

$$D=4+4 \cdot 3=16, \quad x_1 = \frac{2-4}{2} = \frac{-2}{2} = -1; \quad x_2 = \frac{2+4}{2} = \frac{6}{2} = 3.$$

Таким образом точки пересечения: $(-1;0)$ и $(2;0)$.

Ответ: $(-1;0)$ и $(3;0)$.

$$6. \frac{1}{x^{-1}} \cdot \frac{1}{x^{-4}} = x^{1+4} = x^5. \quad \text{При } x=-2, \quad x^5 = (-2)^5 = -32.$$

7. а) За первые 3 часа туристы прошли 9 км;

б) туристы отдыхали $\frac{1}{2}$ часа; в) после привала туристы дошли до конечного пункта за 2 часа.

Вариант 2

$$1. (a+4) \cdot \frac{a+6}{a^2-16} - \frac{a-6}{a-4} = \frac{(a+4)(a+6)}{(a+4)(a-4)} - \frac{a-6}{a-4} =$$

$$= \frac{a+6}{a-4} - \frac{a-6}{a-4} = \frac{a+6-a+6}{a-4} = \frac{12}{a-4}, \text{ при } a \neq -4.$$

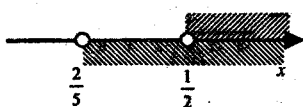
$$2. 4 - 5(3x + 2,5) = 3x + 9,5. \quad 4 - 15x - 12,5 = 3x + 9,5; \quad 18x = -18;$$

$$x = -1. \quad \text{Ответ: } -1.$$

$$3. \text{ При } x=0,4, y=0,3;$$

$$\sqrt{x+y^2} = \sqrt{0,4+(0,3)^2} = \sqrt{0,4+0,09} = \sqrt{0,49} = 0,7.$$

$$4. \begin{cases} 3-x < x+2, \\ 3x-1 > 1-2x \end{cases} \begin{cases} 2x > 1, \\ 5x > 2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x > \frac{1}{2}, \\ x > \frac{2}{5}, \end{cases} x \in \left(\frac{1}{2}; +\infty\right). \text{ Ответ: } \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

$$5. \begin{cases} y=0 \\ y=-2x^2+8x-6 \end{cases} \cdot -2x^2+8x-6=0, \quad x^2-4x+3=0,$$

$$D=(-4)^2-4 \cdot 1 \cdot 3=4, \quad x_1=\frac{4-2}{2}=\frac{2}{2}=1; \quad x_2=\frac{4+2}{2}=\frac{6}{2}=3.$$

Т. о. точки пересечения: (1;0); (3;0).

Ответ: парабола $y=-2x^2+8x-6$ пересекает ось x в точках (1;0); (3;0).

$$6. \frac{1}{a^{-2}} \cdot \frac{1}{a^{-4}} = a^{2+4} = a^6. \text{ При } a=-2: a^6 = (-2)^6 = 64.$$

7. а) Туристы прошли 11 км после выхода через 4 часа,
 б) от первого привала до второго туристы прошли 3 км;
 в) от станции до лагеря туристы прошли 19 км.

РАБОТА № 25

Вариант 1

$$1. \frac{x-1}{2} = \frac{4+2x}{3}; \quad 3x-3=8+4x; \quad x=-11. \text{ Ответ: } -11$$

$$2. \frac{x^2-a^2}{2ax^2} \cdot \frac{ax}{a+x} = \frac{(x-a)(x+a) \cdot \cancel{ax}}{2\cancel{ax}^2 (\cancel{a+x})} = \frac{x-a}{2x}, \text{ при } a \neq 0, a+x \neq 0$$

$$3. 3-x \leq 1-7(x+1), \quad 3-x \leq 1-7x-7, \quad 6x \leq -9, \quad x \leq -1,5$$



Ответ: $(-\infty; -1,5]$.

$$4. 2x^2-3x-2=0, \quad D=9-4 \cdot 2 \cdot (-2)=25,$$

$$x_1=\frac{3-5}{4}=-\frac{2}{4}=-\frac{1}{2}; \quad x_2=\frac{3+5}{4}=\frac{8}{4}=2.$$

$$2x^2-3x-2=2\left(x+\frac{1}{2}\right)(x-2)=(2x+1)(x-2).$$

5. а) $y = -\frac{2}{x}$. График – гипербола.

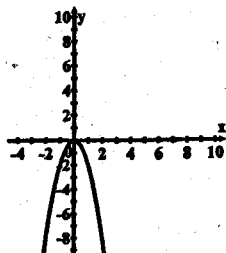
б) $y = -2x$. График – прямая.

в) $y = -2x^2$. График параболы, ее ветви направлены вниз.

x	0	1	-1	2	-2
y	0	-2	-2	-8	8

Вершина:

$$x_0 = -\frac{0}{2 \cdot (-2)} = 0; y_0 = y(0) = 0.$$



6. Пусть x монет было пятикопеечных, а y – десятикопеечных. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 15, \\ 5x + 10y = 95 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 15, \\ x + 2y = 19 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 4, \\ x = 15 - y \end{cases} \quad \begin{cases} x = 11, \\ y = 4. \end{cases}$$

Ответ: 11 пятикопеечных монет и 4 десятикопеечных.

7. Если $x = \frac{3}{4}$, то $\frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} = \frac{\frac{3}{4}}{\sqrt{\frac{9}{16} + 1}} = \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{5}$.

Вариант 2

1. $\frac{3x-2}{5} = \frac{2+x}{3}$, $9x-6=10+5x$, $4x=16$, $x=4$. Ответ: $x=4$.

2. $\frac{a+c}{ac} \cdot \frac{5ac^2}{c^2-a^2} = \frac{(a+c) \cdot 5\cancel{ac}}{\cancel{ac} \cdot (c-a)(c+a)} = \frac{5c}{c-a}$, при $ac \neq 0$, $c+a \neq 0$

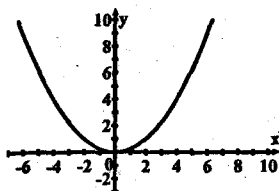
3. $2-5(x-1) \leq 1+3x$; $2-5x+5 \leq 1+3x$, $8x \geq 6$,

 $x \geq \frac{3}{4}$. Ответ: $\left[\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

4. $3x^2 + 8x - 3 = 0$, $D = 8^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3) = 100$,

$x_1 = \frac{-8-10}{6} = \frac{-18}{6} = -3$; $x_2 = \frac{-8+10}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.

$3x^2 + 8x - 3 = 3(x+3) \cdot \left(x - \frac{1}{3}\right) = (x+3)(3x-1)$.



5. а) $y = \frac{1}{4}x^2$.

График – парабола, ее ветви направлены вверх.

x	0	2	-2	4	-4
y	0	1	1	4	4

Вершина: $x_0 = -\frac{0}{2 \cdot \frac{1}{4}} = 0$, $y_0 = y(0) = 0$.

б) $y = \frac{4}{x}$. График – гипербола. в) $y_1 = \frac{x}{4}$. График – прямая.

6. Пусть x пятирублевых монет, y – двухрублевых, всего было $(x + y)$ монет. Составим систему уравнений:

$$\begin{cases} x + y = 26, \\ 5x + 2y = 82 \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 2y = 52, \\ 5x + 2y = 82 \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 26, \\ 3x = 30 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 10 \\ y = 16 \end{cases}$$

Ответ: 10 пятирублевых и 16 двухрублевых монет.

7. Если $y = \frac{4}{5}$, то $\frac{y}{\sqrt{1-y^2}} = \frac{\frac{4}{5}}{\sqrt{1-\frac{16}{25}}} = \frac{\frac{4}{5}}{\sqrt{\frac{9}{25}}} = \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$.

РАБОТА № 26

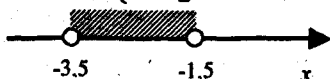
Вариант 1

1. $5(2 + 1,5x) - 0,5x = 24$; $10 + 7,5x - 0,5x = 24$; $7x = 14$; $x = 2$

Ответ: 2.

2. $\frac{a^2 + b^2}{a^2 - b^2} - \frac{a - b}{a + b} = \frac{a^2 + b^2 - (a - b)^2}{(a - b)(a + b)} =$
 $= \frac{a^2 + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2)}{(a - b)(a + b)} = \frac{a^2 + b^2 - a^2 + 2ab - b^2}{a^2 - b^2} = \frac{2ab}{a^2 - b^2}$

3. $\begin{cases} 14 + 4x > 0, \\ 3 + 2x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x > -14, \\ 2x < -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{7}{2}, \\ x < -\frac{3}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -3,5, \\ x < -1,5 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-3,5; -1,5)$

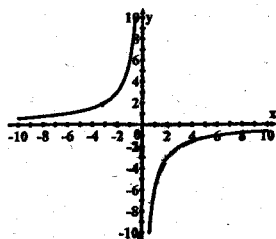


Ответ: $(-3, 5; -1, 5)$.

4. а) $y = -\frac{6}{x}$. График – гипербола, вет-

ви во II и IV координатной четверти.

x	-6	-1	1	6
y	1	6	-6	-1



$$y(1,5) = -\frac{6}{1,5} = -4.$$



$$5. x^2 - 144 > 0, (x-12)(x+12) > 0.$$

$$x \in (-\infty; -12) \cup (12; +\infty).$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; -12) \cup (12; +\infty).$$

$$6. \begin{cases} x+y=2, \\ xy=-15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2-x, \\ 2x-x^2=-15 \end{cases} \Leftrightarrow x^2-2x-15=0,$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-3, \\ x=5 \\ y=2-x. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5, \\ y=-3, \\ x=-3, \\ y=5. \end{cases} \quad \text{Ответ: } (-3; 5); (5; -3).$$

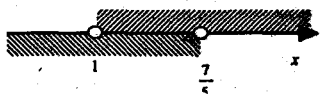
$$7. (1,3 \cdot 10^{-2}) \cdot (5 \cdot 10^{-1}) = 1,3 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^{-1} = 6,5 \cdot 10^{-3}; 0,004 = 4 \cdot 10^{-3}; \\ 6,5 \cdot 10^{-3} - 4 \cdot 10^{-3} = (6,5 - 4) \cdot 10^{-3} = 2,5 \cdot 10^{-3}; \text{ т. к. } 2,5 \cdot 10^{-3} > 0, \\ \text{т.о. } 6,5 \cdot 10^{-3} > 4 \cdot 10^{-3}. \text{ Ответ: } (1,3 \cdot 10^{-2}) \cdot (5 \cdot 10^{-1}) > 0,004.$$

Вариант 2

$$1. 3(0,5x-4)+8,5x=18. 3 \cdot 0,5x-3 \cdot 4+8,5x=18, \\ 10x=30, x=3. \text{ Ответ: } 3.$$

$$2. \frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} - \frac{a+b}{a-b} = \frac{a^2+b^2-(a+b)^2}{(a-b)(a+b)} = \\ = \frac{a^2+b^2-a^2-2ab-b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{-2ab}{(a-b)(a+b)} = -\frac{2ab}{a^2-b^2}.$$

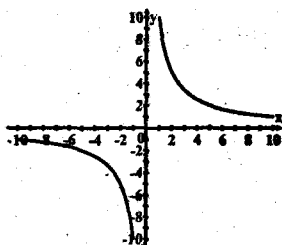
$$3. \begin{cases} 5x-7 < 0, \\ 2-x < 1. \end{cases} \begin{cases} 5x < 7, \\ x > 1; \end{cases} \begin{cases} x < \frac{7}{5}, \\ x > 1; \end{cases} \quad x \in \left(1; \frac{7}{5}\right).$$



Ответ: $x \in \left(1; 1\frac{2}{5}\right)$.

4. а) $y = \frac{10}{x}$. График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях.

x	-5	-2	2	5
y	-2	-5	5	2



б) $y(2,5) = \frac{10}{2,5} = 4$. Ответ: $y(2,5) = 4$.

5. $x^2 - 121 < 0$. Нули:

$$x^2 - 121 = 0, x_{1,2} = \pm 11.$$

$$(x-11)(x+11) < 0. x \in (-11; 11).$$



Ответ: $(-11; 11)$.

$$6. \begin{cases} x+y=5, \\ xy=-14 \end{cases} \begin{cases} x=5-y, \\ (5-y)y=-14 \end{cases} \begin{cases} x=5-y, \\ y^2-5y-14=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=7, \\ y=2 \\ x=5-y \end{cases} \begin{cases} y=7, \\ x=-2, \\ y=2, \\ x=3. \end{cases} \text{ Ответ: } (-2; 7); (3; 2).$$

$$7. (2,1 \cdot 10^{-1}) \cdot (4 \cdot 10^{-2}) = 2,1 \cdot 10^{-1} \cdot 4 \cdot 10^{-2} = 8,4 \cdot 10^{-3};$$

$$0,008 = 8 \cdot 0,001 = 8 \cdot 10^{-3}; 8,4 \cdot 10^{-3} > 8 \cdot 10^{-3},$$

$$\text{Ответ: } (2,1 \cdot 10^{-1}) \cdot (4 \cdot 10^{-2}) > 0,008.$$

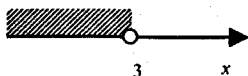
РАБОТА № 27

Вариант 1.

$$1. \frac{4a^2}{a^2-4} \cdot \frac{a+2}{2a} = \frac{4a^2 \cdot (a+2)}{(a^2-4) \cdot 2a} = \frac{4a^2 \cancel{(a+2)}}{(a-2)\cancel{(a+2)} \cdot 2a} = \frac{2a}{a-2},$$

при $a \neq 0, a+2 \neq 0$.

$$2. 11x - (3x+4) > 9x-7, 11x-3x-4 > 9x-7, x < 3.$$

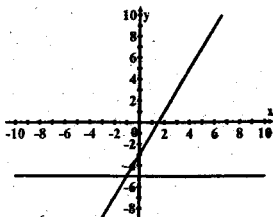


Ответ $(-\infty; 3)$.

3. $\frac{2}{x-3} = \frac{7}{x+1}$, ОДЗ: $x \neq 3$; $x \neq -1$.

$2(x+1) = 7(x-3)$, $2x+2 = 7x-21$,

$5x = 23$, $x = \frac{23}{5}$. Ответ: $\frac{23}{5}$.



4. $\begin{cases} x-y=1, \\ x^2+2y=33 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=x-1, \\ x^2+2x-2-33=0 \end{cases} \begin{cases} x^2+2x-35=0, \\ y=x-1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=-7, \\ x=5 \\ y=x-1. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-7, \\ y=-8, \\ x=5, \\ y=4. \end{cases}$ Ответ: $(-7; -8); (5; 4)$.

5. а) $y = 2x - 3$. График – прямая.

x	0	1
y	-3	-1

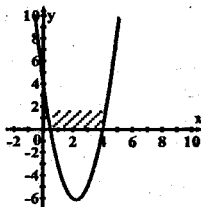
$y = -5$, $y = 2x - 3$, $2x - 3 = -5$, $x = -1$. Ответ: $y = -5$ при $x = -1$.

6. $2x^2 - 9x + 4 < 0$,

Нули. $2x^2 - 9x + 4 = 0$, $D = 81 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 49$.

$x = \frac{9-7}{4} = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{9+7}{4} = \frac{16}{4} = 4$.

$(2x-1)(x-4) < 0$. $x \in \left(\frac{1}{2}; 4\right)$. Ответ: $\left(\frac{1}{2}; 4\right)$.



Если $a = 3\sqrt{2}$, то $\frac{a^3}{4} = \frac{(3\sqrt{2})^2}{4} = \frac{27 \cdot 2 \cdot \sqrt{2}}{4} = \frac{27\sqrt{2}}{2}$.

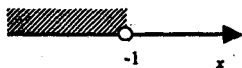
Вариант 2

1. $\frac{x+1}{3x} \cdot \frac{x^2-1}{6x^2} = \frac{x+1}{3x} \cdot \frac{6x^2}{x^2-1} = \frac{\cancel{(x+1)} \cdot 6x^{\cancel{2}}}{3\cancel{x} \cdot (x-1)\cancel{(x+1)}} = \frac{2x}{x-1}$,

при $x \neq 1$, $x \neq 0$.

2. $3+10x < 5x-(1-x)$. $3+10x < 5x+x-1$,

$$4x < -4; x < -1. \text{ Ответ: } (-\infty; -1)$$

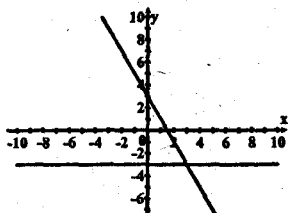


$$3. \frac{6}{x+5} = \frac{4}{3-x} \quad \text{ОДЗ: } x \neq -5; x \neq 3.$$

$$6(3-x) = 4(x+5), 18-6x = 4x+20, 10x = -2, x = -0.2. \text{ Ответ: } -0.2.$$

$$4. \begin{cases} y-x=2, \\ y^2+4x=13 \end{cases} \quad \begin{cases} x=y-2, \\ y^2+4y-21=0 \end{cases} \quad \begin{cases} y=-7, \\ y=3, \\ x=y-2 \end{cases} \quad \begin{cases} y=-7, \\ x=-9, \\ y=3, \\ x=1. \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (-9; -7), (1; 3).$$



$$5. \text{ а) } y = -2x + 3. \text{ График - прямая.}$$

x	0	1
y	3	1

$$6) \begin{cases} y = -2x + 3, \\ y = -3 \end{cases}; -2x + 3 = -3$$

$$x = 3. \text{ Ответ: } y = -3 \text{ при } x = 3.$$

$$6. 3x^2 - 4x + 1 < 0.$$

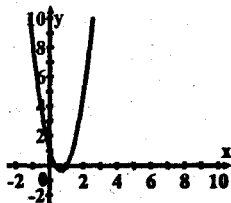
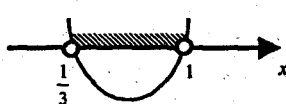
$$\text{Нули: } 3x^2 - 4x + 1 = 0,$$

$$D = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 4,$$

$$x_1 = \frac{4-2}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3};$$

$$x_2 = \frac{4+2}{6} = \frac{6}{6} = 1. (x - \frac{1}{3})(x - 1) < 0.$$

$$y < 0, \text{ при } x \in (\frac{1}{3}; 1). \text{ Ответ: } (\frac{1}{3}; 1).$$



$$7. \text{ Если } y = 2\sqrt{3}, \text{ то } \frac{y^3}{9} = \frac{(2\sqrt{3})^3}{9} = \frac{8 \cdot 3\sqrt{3}}{9} = \frac{8\sqrt{3}}{3}.$$

РАБОТА № 28

Вариант 1

$$1. \text{ Если } x = 10, \text{ то } 0.2x^3 + x^2 + x = \frac{2}{10} \cdot 1000 + 100 + 10 = 200 + 100 + 10 = 310.$$

$$2. \frac{y-xy}{3} \cdot \frac{6}{1-x^2} - \frac{y}{x+1} = \frac{2y(1-x)}{(1-x)(1+x)} - \frac{y}{x+1} = \frac{y}{x+1}, \text{ при } x \neq 1.$$

$$3. \frac{x}{10-3x} = \frac{1}{x}. \text{ ОДЗ: } x \neq 0, x \neq \frac{10}{3}; x^2 = 10 - 3x; x^2 + 3x - 10 = 0;$$

$$x_1 = -5, x_2 = 2. \text{ Ответ: } -5; 2.$$

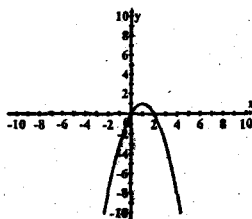
$$4. \begin{cases} 3x - 2 < 2 + 5x, \\ 8x > 15 - 2x \end{cases} \begin{cases} -2x < 4, \\ 10x > 15 \end{cases} \begin{cases} x > -2 \\ x > 1,5 \end{cases}$$



$$x \in (1,5; \infty). \text{ Ответ: } (1,5; \infty).$$

$$5. \text{ а) } y = 2x - x^2 = -(x-1)^2 + 1 - \text{парабола, ветви вниз, вершина } (1, 1).$$

x	0	1	2	-1	3
y	0	1	0	-3	-3



$$б) y < 0 \Leftrightarrow -(x-1)^2 + 1 < 0;$$

$$(x-1)^2 - 1 > 0; x(x-2) > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x \in (-\infty; 0) \cup (2; +\infty).$$

$$6. \begin{cases} \frac{1}{3}x - 4 = x + 6, \\ y = x + 6 \end{cases} \begin{cases} \frac{2}{3}x = -10, \\ y = x + 6 \end{cases} \begin{cases} x = -15 \\ y = -9 \end{cases}. \text{ Ответ: в III четверти.}$$

$$7. S = \frac{v^2}{2a}; v^2 = 2Sa; v = \sqrt{2Sa}.$$

Вариант 2

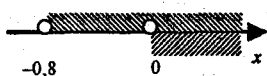
$$1. \text{ Если } x = -10, \text{ то } 0,6x^3 - x^2 - x = -\frac{6}{10} \cdot 1000 - 100 + 10 = -690.$$

$$2. \frac{3a}{1+c} - \frac{4}{1-c^2} \cdot \frac{a-ac}{2} = \frac{3a}{c+1} - \frac{2a(1-c)}{(1-c)(1+c)} = \frac{a}{c+1}, \text{ при } c \neq -1.$$

$$3. \frac{x}{x+12} = \frac{1}{x}; \text{ ОДЗ: } x \neq 0, x \neq -12;$$

$$x^2 = x + 12; x^2 - x - 12 = 0; \text{ по т. Виета } x_1 = 4, x_2 = -3. \text{ Ответ: } 4; -3.$$

$$4. \begin{cases} 5x < 4 + 10x, \\ 6x + 1 > 1 + 4x \end{cases} \begin{cases} 5x > -4, \\ x > 0 \end{cases} \begin{cases} x > -0,8 \\ x > 0 \end{cases}$$



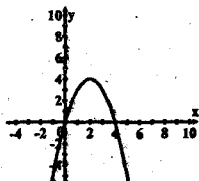
$$x \in (0; \infty). \text{ Ответ: } (0; \infty).$$

$$5. \text{ а) } y = 4x - x^2 = -(x-2)^2 + 4 - \text{парабола, ветви вниз, вершина } (2, 4).$$

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	-5	0	3	4	3	0	-5

$$б) y > 0 \Leftrightarrow 4x - x^2 > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x(x-4) < 0 \Leftrightarrow x \in (0; 4).$$



$$6. \begin{cases} y = \frac{1}{2}x - 6 \\ y = x - 3 \end{cases}; \begin{cases} \frac{1}{2}x = -3 \\ y = x - 3 \end{cases}; \begin{cases} x = -6 \\ y = -9 \end{cases}. \text{ Ответ: в III четверти.}$$

$$7. v = \sqrt{2gh}; v^2 = 2gh; h = \frac{v^2}{2g}.$$

РАБОТА № 29

Вариант 1

$$1. (x-y)^2 - x(x-2y) = x^2 - 2xy + y^2 - x^2 + 2xy = y^2$$

$$2. \frac{5}{1-x} = \frac{4}{6-x}, \text{ ОДЗ: } x \neq 1, x \neq 6. 5(6-x) = 4(1-x),$$

$$30 - 5x = 4 - 4x, -5x + 4x = 4 - 30, x = 26. \text{ Ответ: } 26$$

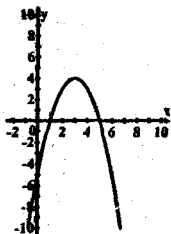
$$3. \frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{x(x+y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{x}{x-y}, \text{ при } x+y \neq 0.$$

$$4. \begin{cases} x^{-1} \leq 2x+2 \\ 3x+5 \leq x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3, \\ 2x \leq -4 \end{cases} \Leftrightarrow$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -3, \\ x \leq -2 \end{cases} \Leftrightarrow -3 \leq x \leq -2. \text{ Ответ: } x \in [-3; -2].$$

$$5. \text{ а) } y = -x^2 + 6x - 5. \text{ График - парабола, ее ветви направлены вниз. Вершина: } x_0 = \frac{-6}{2 \cdot (-1)} = 3,$$



$$y_0 = y(3) = -3^2 + 6 \cdot 3 - 5 = -9 + 18 - 5 = 4.$$

x	1	2	3	4	5
y	0	3	4	3	0

$$6) y_{\max} = y_{\text{вершины}} = 4 \text{ (т. к. ветви направлены вниз).}$$

$$6. \begin{cases} x-y=1, \\ x^2-y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-x-2=0, \\ y=x-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2, \\ x=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1, \\ y=-2, \\ x=2, \\ y=1. \end{cases}$$

$$\text{ Ответ: } (-1; -2); (2; 1).$$

$$7. \frac{6^{-4} \cdot 6^{-9}}{6^{-12}} = 6^{-4-9+12} = 6^{-1} = \frac{1}{6}.$$

Вариант 2

$$1. a(a+2b)-(a+b)^2 = a^2 + 2ab - a^2 - 2ab - b^2 = -b^2.$$

$$2. \frac{4}{x-6} = \frac{1}{x+3}. \text{ ОДЗ: } x \neq 6, x \neq -3, 4(x+3) = x-6,$$

$$4x-12 = x-6, 3x = -18. x = -6. \text{ Ответ: } -6.$$

$$3. \frac{m^2-4}{m^2-2m} = \frac{(m-2)(m+2)}{m(m-2)} = \frac{m+2}{m}, \text{ при } m \neq 2.$$

$$4. \begin{cases} 3x-2 \geq x+1, \\ 4-2x \leq x-2 \end{cases} \begin{cases} 2x \geq 3, \\ 3x \geq 6 \end{cases}$$



$$\begin{cases} x \geq 1.5, \\ x \geq 2 \end{cases} x \in [2; +\infty). \text{ Ответ: } [2; +\infty).$$

5. а) $y = x^2 - 6x + 5$. График – парабола, ее ветви направлены вверх.

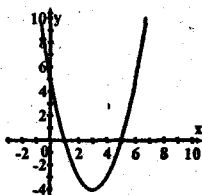
$$\text{Вершина: } x_0 = \frac{-(-6)}{2 \cdot 1} = 3, y_0 = y(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 + 5 = 9 + 5 - 18 = -4.$$

x	1	2	3	4	5
y	0	-3	-4	-3	0

б) $y_{\text{min}} = y_{\text{вершины}} = -4$ (т. к. ветви направлены вверх).

$$6. \begin{cases} x+y=4, \\ x^2-y=2 \end{cases} \begin{cases} x^2+x-6=0, \\ y=4-x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x=-3, \\ x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-3, \\ y=7, \\ x=2, \\ y=2. \end{cases} \text{ Ответ: } (2; 2); (-3; 7).$$



$$7. \frac{7^{-7-8+13}}{7^{-13}} = 7^{-7-8+13} = 7^{-2} = \frac{1}{49}.$$

РАБОТА № 30

Вариант 1

$$1. \frac{a-c}{c} - \frac{a-c}{a+c} = \frac{a^2 - c^2 - ac + c^2}{c(a+c)} = \frac{a(a-c)}{c(a+c)}$$

$$2. \frac{3}{x-6} = \frac{2}{2x-9}; \text{ ОДЗ: } x \neq 6, x \neq 4.5;$$

$$6x - 27 = 2x - 12; 4x = 15; x = \frac{15}{4}. \text{ Ответ: } \frac{15}{4}$$

$$3. \begin{cases} 3x+5 \geq -4; \\ 5-x \geq 2 \end{cases}; \begin{cases} 3x \geq -9; \\ x \leq 3 \end{cases}; \begin{cases} x \geq -3; \\ x \leq 3 \end{cases},$$



$x \in [-3; 3]$. Ответ: $[-3; 3]$.

$$4. \begin{cases} x+y=-2 \\ y^2-3x=6 \end{cases}; \begin{cases} x=-2-y \\ y^2+6+3y=6 \end{cases}; \begin{cases} y=0 \\ x=-2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y=-3 \\ x=1 \end{cases}.$$

Ответ: $(1; -3), (-2; 0)$

5. $y = -\frac{4}{x}$ – гипербола, ветви во II и IV координатных четвертях,

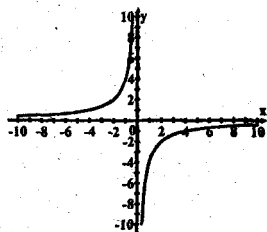
симметричны относительно т. $(0, 0)$.

x	1/2	1	2	4	8
y	-8	-4	-2	-1	-1/2

другая ветвь симметрична

x	-1/2	-1	-2	-4	-8
y	8	4	2	1	1/2

$y = -\frac{4}{x}$ – гипербола.



$$6. y = \frac{1}{x^2 + 2x - 24}; x^2 + 2x - 24 \neq 0; \begin{cases} x \neq 4 \\ x \neq -6 \end{cases};$$

$x \in (-\infty; -6) \cup (-6; 4) \cup (4; \infty)$. Ответ: $(-\infty; -6) \cup (-6; 4) \cup (4; \infty)$.

$$7. \text{ Если } c = -\sqrt{3}, \text{ то } \frac{c^3 \sqrt{3}}{9} = -\frac{9}{9} = -1.$$

Вариант 2

$$1. \frac{a+b}{a-b} - \frac{a+b}{a} = \frac{a^2 + ab - a^2 + b^2}{a(a-b)} = \frac{b(a+b)}{a(a-b)}.$$

$$2. \frac{2}{x+4} = \frac{7}{2x-1}; \text{ ОДЗ: } x \neq -4, x \neq 0,5;$$

$$4x - 2 = 7x + 28; 3x = -30; x = -10. \text{ Ответ: } -10.$$

$$3. \begin{cases} 6-x \geq 1 \\ 4x+3 \geq -1 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 5 \\ 4x \geq -4 \end{cases}; \begin{cases} x \leq 5 \\ x \geq -1 \end{cases},$$



$x \in [-1; 5]$. Ответ: $[-1; 5]$.

$$4. \begin{cases} x+y=5 \\ x^2-3y=-15 \end{cases}; \begin{cases} y=5-x \\ x^2-15+3x=-15 \end{cases}; \begin{cases} x=0 \\ y=5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=-3 \\ y=8 \end{cases}.$$

Ответ: $(0; 5); (-3; 8)$.

5. $y = \frac{6}{x}$ – гипербола, ветви во I и III

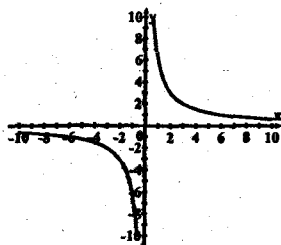
координатных четвертях,
симметричны относительно т. (0, 0).

x	1	2	3	6
y	6	3	2	1

другая ветвь симметрична относительно начала координат.

x	-1	-2	-3	-6
y	-6	-3	-2	-1

$y = \frac{6}{x}$ – гипербола.



6. $y = \frac{1}{x^2 + 4x - 21}$; $x^2 + 4x - 21 \neq 0$; $\begin{cases} x \neq 3 \\ x \neq -7 \end{cases}$

$x \in (-\infty; -7) \cup (-7; 3) \cup (3; \infty)$. Ответ: $(-\infty; -7) \cup (-7; 3) \cup (3; \infty)$.

7. Если $a = -\sqrt{2}$, то $\frac{a^3 \sqrt{2}}{8} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$.

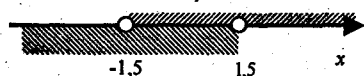
РАБОТА № 31

Вариант 1

1. $2x^2 - 8 = 0$, $x^2 = 4$, $x_{1,2} = \pm 2$. Ответ: -2; 2.

2. $\frac{a-b}{a+b} \cdot \frac{a+b}{a-b} = \frac{(a-b)^2 - (a+b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2 - 2ab + b^2 - a^2 - 2ab - b^2}{a^2 - b^2} = \frac{-4ab}{a^2 - b^2}$.

3. $-4 < 2x - 1 < 2$;

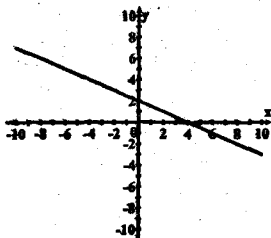


$-3 < 2x < 3$, $-1,5 < x < 1,5$.

Ответ: (-1,5; 1,5).

4. $y = -0,5x + 2$. График – прямая, не проходит через начало координат.

x	0	2
y	2	1



5. Пусть Борису x лет, тогда Олегу – $1,5x$ лет, а Андрею – $(1,5x + 4)$.

Составим уравнение.

$x + 1,5x + (1,5x + 4) = 36$,

$$x + 1,5x + 1,5x + 4 = 36, \quad 4x + 4 = 36,$$

$$x + 1 = 9, \quad x = 8; \text{ тогда } 1,5x = 1,5 \cdot 8 = 12, \text{ а } 1,5x + 4 = 12 + 4 = 16.$$

Ответ: Андрею – 16 лет, Олегу – 12 лет, а Борису – 8 лет.

$$6. \begin{cases} x+y=5, \\ xy=6 \end{cases} \begin{cases} x=5-y, \\ (5-y)y=6 \end{cases} \begin{cases} x=5-y, \\ 5y-y^2-6=0 \end{cases} \begin{cases} x=5-y, \\ y^2-5y+6=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=5-y, \\ y=2, \\ y=3 \end{cases} \begin{cases} x=3, \\ y=2, \\ x=2, \\ y=3. \end{cases}$$

Ответ: (3; 2); (2; 3).

$$7. \text{ Если } x = \sqrt{3}, \quad y = \sqrt{12}, \text{ то } \frac{4x}{y} = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = \frac{4}{2} = 2.$$

Вариант 2

$$1. 3x^2 - 75 = 0. \quad x^2 = 25, \quad x_{1,2} = \pm 5. \text{ Ответ: } -5; 5.$$

$$2. \frac{m+n}{m-n} - \frac{m-n}{m+n} = \frac{(m+n)^2 - (m-n)^2}{m^2 - n^2} =$$

$$= \frac{m^2 + 2mn + n^2 - m^2 + 2mn - n^2}{m^2 - n^2} = \frac{4mn}{m^2 - n^2}.$$

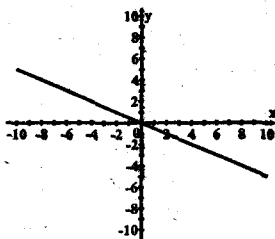
$$3. -6 < 5x - 1 < 5; \quad -5 < 5x < 6; \quad -1 < x < 1,2.$$



Ответ: (-1; 1,2).

4. $y = -0,5x$. График – прямая, проходящая через начало координат.

x	0	2
y	0	-1



5. Пусть дочери x лет, тогда матери – $2,5x$ лет, а бабушке – $(2,5x + 20)$.

Составим уравнение.

$$x + 2,5x + (2,5x + 20) = 116,$$

$$x + 2,5x + 2,5x + 20 = 116, \quad 6x = 96, \quad x = 16, \quad \text{тогда}$$

$$2,5x = 2,5 \cdot 16 = 40, \text{ а } 2,5x + 20 = 40 + 20 = 60.$$

Ответ: бабушке 60 лет, маме 40 лет, дочери 16 лет.

$$6. \begin{cases} xy=8, \\ x+y=6 \end{cases} \begin{cases} 6x-x^2-8=0, \\ y=6-x \end{cases} \begin{cases} x^2-6x+8=0, \\ y=6-x \end{cases} \begin{cases} x=2, \\ x=4 \\ y=6-x \end{cases} \begin{cases} x=2, \\ y=4, \\ x=4, \\ y=2. \end{cases}$$

Ответ: (2; 4); (4; 2).

$$7. \text{Если } c = \sqrt{18}, a = \sqrt{2}, \text{ то } \frac{c}{6a} = \frac{\sqrt{18}}{6\sqrt{2}} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

РАБОТА № 32

Вариант 1

$$1. 4x^2 - 12 = 0, x^2 = 3, x_{1,2} = \pm\sqrt{3}. \text{ Ответ: } -\sqrt{3}; \sqrt{3}.$$

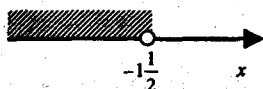
$$2. \frac{4x}{x^2 - y^2} - \frac{4}{x+y} = \frac{4x - 4(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{4x - 4x + 4y}{x^2 - y^2} = \frac{4y}{x^2 - y^2}.$$

$$3. \begin{cases} 3x > 12 + 11x, \\ 5x - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -8x > 12, \\ 5x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -\frac{12}{8}, \\ x < \frac{1}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -1\frac{1}{2}, \\ x < \frac{1}{5} \end{cases} x \in \left(-\infty; -1\frac{1}{2}\right).$$

Ответ: $\left(-\infty; -1\frac{1}{2}\right)$.

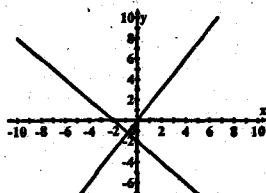
4. а) $y = 1,5x$. График – прямая.

x	0	2
y	0	3



б) $y = -x - 2$. График – прямая.

x	0	1
y	-2	-3



Из графика видно, что $y = -x - 2$ – убывает.

Ответ: убывающей является функция $y = -x - 2$.

$$5. 3x^2 + 2x - 1. 3x^2 + 2x - 1 = 0, D = 4 - 4 \cdot 3 \cdot (-1) = 16,$$

$$x_1 = \frac{-2-4}{6} = -\frac{6}{6} = -1; x_2 = \frac{-2+4}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

$$3x^2 + 2x - 1 = 3(x+1)\left(x - \frac{1}{3}\right).$$

$$6. \frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}, \quad \frac{1}{b} = \frac{1}{x} - \frac{1}{a}, \quad \frac{1}{b} = \frac{a-x}{xa}, \quad b = \frac{xa}{a-x}.$$

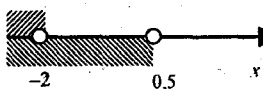
7. Пусть число учеников, изучающих английский, равно x , тогда.

$$\frac{x}{112-x} = \frac{5}{3}; \quad 3x = 560 - 5x; \quad x = 70; \quad 112 - 70 = 42. \text{ Ответ: } 70 \text{ учеников, изучающих английский, } 42 \text{ ученика, изучающих немецкий.}$$

Вариант 2

$$1. 3x^2 - 15 = 0, \quad x^2 = 5, \quad x_{1,2} = \pm\sqrt{5}. \text{ Ответ: } -\sqrt{5}; \sqrt{5}.$$

$$2. \frac{3c}{a^2 - c^2} - \frac{2}{a - c} = \frac{3c - 2(a + c)}{(a - c)(a + c)} = \frac{3c - 2a - 2c}{(a - c)(a + c)} = \frac{c - 2a}{a^2 - c^2}.$$



$$3. \begin{cases} 2x + 4 < 0, \\ -4x > x - 2,5 \end{cases} \begin{cases} 2x < -4, \\ 5x < 2,5 \end{cases}$$

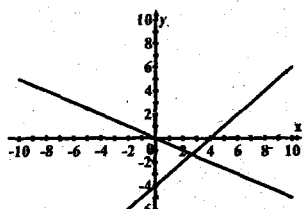
$$\begin{cases} x < -2, \\ x < 0,5. \end{cases} \quad x \in (-\infty; -2). \text{ Ответ: } (-\infty; -2).$$

4. а) $y = -0,5x$. График – прямая.

x	0	2
y	0	-1

б) $y = x - 4$. График – прямая.

x	0	4
y	-4	0



Из графика видно, что $y = x - 4$ – возрастает.

Ответ: возрастающей является функция $y = x - 4$.

$$5. 2x^2 + 5x - 3: \quad 2x^2 + 5x - 3 = 0; \quad D = 25 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 49,$$

$$x_1 = \frac{-5-7}{4} = \frac{-12}{4} = -3; \quad x_2 = \frac{-5+7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}.$$

$$2x^2 + 5x - 3 = 2 \cdot (x + 3) \left(x - \frac{1}{2} \right).$$

$$6. \frac{1}{y} = \frac{1}{a} - \frac{1}{b}, \quad \frac{1}{a} = \frac{1}{y} + \frac{1}{b}, \quad \frac{1}{a} = \frac{b+y}{yb}; \quad a = \frac{by}{b+y}.$$

7. Пусть число волейболистов равно x , тогда:

$$\frac{x}{132-x} = \frac{5}{6}; \quad 6x = 660 - 5x; \quad x = 60; \quad 132 - 60 = 72.$$

Ответ: 60 волейболистов, 72 баскетболиста.

РАБОТА № 33

Вариант 1

1. $x^2 - 10x = 0$, $x(x - 10) = 0$, $x_1 = 10$; $x_2 = 0$.

Ответ: 0; 10.

2. $\left(\frac{1}{a-b} + \frac{1}{b}\right) \cdot \frac{b}{a} = \frac{b+(a-b)}{(a-b) \cdot b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{b+a-b}{(a-b) \cdot b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{a}{(a-b) \cdot a} = \frac{1}{a-b}$.

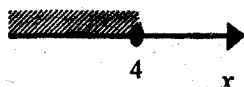
при $b \neq 0$, $a \neq 0$.

3. При $x = -1$, $-\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 1 = -\frac{(-1)^3}{3} + \frac{(-1)^2}{2} - 1 =$
 $= \frac{1}{3} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{5}{6} - 1 = -\frac{1}{6}$.

4. $6 - 6(x - 3) \geq 2(x + 1) - 10$,

$6 - 6x + 18 \geq 2x + 2 - 10$, $8x \leq 32$, $x \leq 4$.

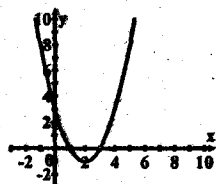
Ответ: $(-\infty; 4]$.



5. а) $y = x^2 - 4x + 3$. График — парабола, ее ветви направлены вверх.

Вершина: $x_0 = \frac{-(-4)}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2$;

$y_0 = y(2) = 2^2 - 4 \cdot 2 + 3 = 4 - 8 + 3 = -1$.



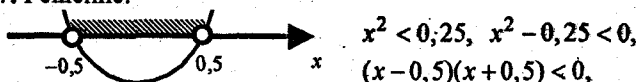
x	0	1	2	3	4
y	3	0	-1	0	3

б) из рисунка видно, что функция $y = x^2 - 4x + 3$ убывает на промежутке $(-\infty; 2]$.

6. Пусть первоначально автомобиль ехал со скоростью x км/ч. Составим уравнение. $3x = 2(x + 25)$, $3x = 2x + 50$, $3x - 2x = 50$, $3x = 150$, $x = 50$.

Ответ: 50 км/ч; расстояние от поселка до города 150 км.

7. Решение:



$x \in (-0,5; 0,5)$. Ответ: $(-0,5; 0,5)$.

Вариант 2

1. $x^2 + 6x = 0$, $x(x + 6) = 0$. $x = -6$ или $x = 0$. Ответ: -6; 0.

$$2. \left(\frac{1}{y} - \frac{1}{x+y} \right) : \frac{x}{y} = \frac{x+y-y}{y(x+y)} \cdot \frac{y}{x} = \frac{\cancel{x+y} - \cancel{y}}{\cancel{y}(x+y)\cancel{x}} = \frac{1}{x+y}, \text{ при } x \neq 0, y \neq 0.$$

$$3. \text{ При } x = -1, \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} + 1 = \frac{(-1)^3}{3} - \frac{(-1)^2}{2} + 1 = \\ = \frac{-1}{3} - \frac{1}{2} + 1 = -\frac{5}{6} + 1 = \frac{1}{6}.$$



$$4. 5(x-1) + 8 \leq 1 - 3(x+2).$$

$$5x - 5 + 8 \leq 1 - 3x - 6,$$

$$8x \leq -8, x \leq -1. \text{ Ответ: } (-\infty; -1].$$

5. а) $y = -x^2 + 2x + 3$. График – парабола, ветви вниз. Вершина: $x_0 = \frac{-2}{-2} = 1$;

$$y_0 = y(1) = -(1)^2 + 2 \cdot 1 + 3 = 4.$$

x	-1	0	1	2	3
y	0	3	4	3	0

б) Из графика видно, что функция

$y = -x^2 + 2x + 3$ возрастает на промежутке $(-\infty; 1]$.

6. Пусть скорость туриста на велосипеде – x км/ч, тогда пешком $x-8$ км/ч. Составим уравнение.

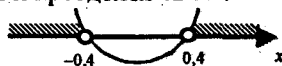
$$3x = 7(x-8), 3x = 7x - 56, 4x = 56, x = 14. 3x = 3 \cdot 14 = 42.$$

Ответ: турист ехал со скоростью 14 км/ч и преодолел 42 км.

$$7. x^2 > 0,16, x^2 - 0,16 > 0,$$

$$(x-0,4)(x+0,4) > 0.$$

$$x \in (-\infty; -0,4) \cup (0,4; +\infty). \text{ Ответ: } x \in (-\infty; -0,4) \cup (0,4; +\infty).$$



РАБОТА № 34

Вариант 1

$$1. (10x-4)(3x+2) = 0, 10x-4=0, x_1 = 0,4 \text{ или } 3x+2=0, x_2 = -\frac{2}{3}.$$

$$\text{Ответ: } 0,4; -\frac{2}{3}.$$

$$2. \left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{6a} \right) \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{4}{6a} \cdot \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{6a} = \frac{a}{6}, \text{ при } a \neq 0.$$

$$3. 2x - 3(x + 4) < x - 12, \quad 2x - 3x - 12 < x - 12,$$

$$2x > 0, \quad x > 0. \text{ Ответ: } (0; +\infty).$$



$$4. 2a^3 - 8a = 2a(a^2 - 4) = 2a(a - 2)(a + 2).$$

$$5. \begin{cases} x + y = 1, \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - y \\ 1 - 2y + y^2 + y^2 = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - y, \\ 2y^2 - 2y - 24 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

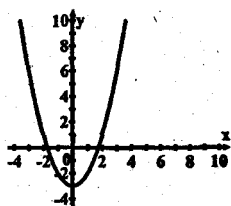
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - y, \\ y^2 - y - 12 = 0 \end{cases} \text{ (по т. Виета)} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - y, \\ y = -3, \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4, \\ y = -3, \\ x = -3, \\ y = 4. \end{cases}$$

Ответ: $(-3; 4); (4; -3)$.

6. а) $y = x^2 - 3$. График – парабола, ее ветви направлены вверх.

Вершина: $x_0 = \frac{0}{2} = 0; \quad y_0 = y(0) = -3$.

x	-2	-1	0	1	2
y	1	-2	-3	-2	1



б) т. к. ветви параболы вверх, то $y_{\min} = y_{\text{вершины}} = -3$.

$$7. \frac{2,4 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-3}} = \frac{1,2 \cdot 10^{-4}}{10^{-3}} = 1,2 \cdot 10^{-4+3} = 1,2 \cdot \frac{1}{10} = 0,12; \quad 0,12 > 0,012.$$

Ответ: $\frac{2,4 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 10^{-3}} > 0,012$.

Вариант 2

$$1. (3x + 1)(6 - 4x) = 0. \quad 3x + 1 = 0, \quad x_1 = -\frac{1}{3} \text{ или } 6 - 4x = 0, \quad x_2 = \frac{3}{2}.$$

Ответ: $-\frac{1}{3}; \frac{3}{2}$.

$$2. \left(\frac{1}{5c} + \frac{1}{10c} \right) \cdot \frac{c^2}{6} = \frac{3}{10c} \cdot \frac{c^2}{6} = \frac{c^2}{10c \cdot 2} = \frac{c}{20}, \text{ при } c \neq 0.$$



$$3. x - 5(x - 4) > 6x + 20,$$

$$x - 5x + 20 > 6x + 20, \quad 10x < 0, \quad x < 0.$$

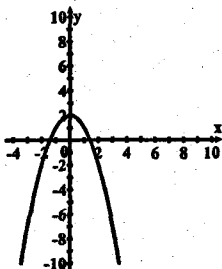
Ответ: $(-\infty; 0)$.

$$4. a^3 - ab^2 = a(a^2 - b^2) = a(a - b)(a + b).$$

$$5. \begin{cases} x+y=3, \\ x^2+y^2=29 \end{cases} \begin{cases} y=3-x \\ 9+x^2-6x+x^2=29 \end{cases} \begin{cases} x^2-3x-10=0 \\ y=3-x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=5, \\ x=-2 \\ y=3-x \end{cases} \begin{cases} x=5, \\ y=-2, \\ x=-2, \\ y=5. \end{cases}$$

Ответ: (5; -2); (-2; 5).



6. а) $y = -x^2 + 2$.

График – парабола, ее ветви направлены вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0$;

$y_0 = y(0) = 0 + 2$.

x	-2	-1	0	1	2
y	-2	1	2	1	-2

б) т. к. ветви вниз, то $y_{\max} = y_{\text{вершины}} = y(0) = 2$.

$$7. \frac{2,8 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-4}} = 1,4 \cdot 10^{-6+4} = \frac{1,4}{100} = 0,014; \quad 0,014 < 0,14.$$

Ответ: $\frac{2,8 \cdot 10^{-6}}{2 \cdot 10^{-4}} < 0,14$.

РАБОТА № 35

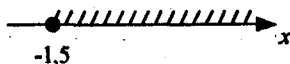
Вариант 1

1. $(a-2)(a+4) - (a+1)^2 = a^2 + 2a - 8 - a^2 - 2a - 1 = -9$.

2. $2(3x-7) - 5x \leq 3x-11$;

$6x-14-5x-3x \leq -11$;

$2x \geq -3$; $x \geq -1,5$. Ответ: $[-1,5; \infty)$.



3. $\begin{cases} 3x-2y=5, \\ 2x+5y=16 \end{cases} \begin{cases} 6x-4y=10, \\ 6x+15y=48 \end{cases} \begin{cases} 19y=38, \\ 3x-2y=5 \end{cases} \begin{cases} y=2 \\ x=3 \end{cases}$. Ответ: (3; 2).

4. $\frac{5}{x+3} + \frac{4}{x} = 3$; ОДЗ: $x \neq 0, x \neq -3$;

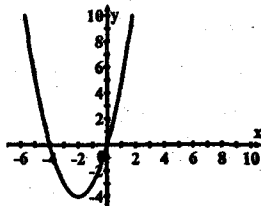
$3x^2 + 9x = 5x + 4x + 12$; $x^2 = 4$, $x_{1,2} = \pm 2$. Ответ: -2; 2.

5. а) $y = x^2 + 4x = (x+2)^2 - 4$ – парабола, ее ветви направлены вверх, вершина (2, -4).

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
y	5	0	-3	-4	-3	0	5

б) $y < 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x < 0 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow x(x+4) < 0 \Leftrightarrow x \in (-4; 0)$.



$$6. \frac{3m^2 - 6m}{m^2 - 4} = \frac{3m(m-2)}{(m-2)(m+2)} = \frac{3m}{m+2}, \text{ при } m \neq -2.$$

7. Пусть x – расстояние от А до В, тогда:

$$\frac{x}{x+8} = \frac{3}{5}; 5x = 3x + 24; x = 12, \text{ а } x + 8 = 12 + 8 = 20. \text{ Ответ: } 12 \text{ и } 20.$$

Вариант 2

$$1. (b-4)(b+2) - (b-1)^2 = b^2 - 2b - 8 - b^2 + 2b - 1 = -9.$$

$$2. 2x + 4(2x - 3) \geq 12x - 11;$$

$$10x - 12 \geq 12x - 11; 2x \leq -1; x \leq -\frac{1}{2}.$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; -\frac{1}{2}].$$

$$3. \begin{cases} 2x - 3y = 5, \\ 3x + 2y = 14 \end{cases} \begin{cases} 4x - 6y = 10, \\ 9x + 6y = 42 \end{cases} \begin{cases} 13x = 52, \\ 2x - 3y = 5 \end{cases} \begin{cases} x = 4, \\ y = 1 \end{cases}. \text{ Ответ: } (4; 1).$$

$$4. \frac{5}{x} + \frac{4}{x-3} = 3; \text{ ОДЗ: } x \neq 0, x \neq 3. 5x - 15 + 4x = 3x^2 - 9x;$$

$$x^2 - 6x + 5 = 0; x_1 = 5, x_2 = 1. \text{ Ответ: } 1; 5.$$

5. а) $y = x^2 + 2x = (x+1)^2 - 1$ – парабола, ее ветви направлены вверх, вершина $(-1, 1)$.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	8	3	0	-1	0	3	8

$$6) y > 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x(x+2) > 0 \Leftrightarrow$$

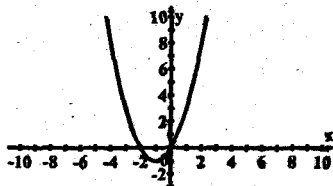
$$\Leftrightarrow x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty).$$

6.

$$\frac{4-n^2}{8n-4n^2} = \frac{(2-n)(2+n)}{4n(2-n)} = \frac{2+n}{4n}, \text{ при } n \neq 2.$$

7. Пусть x – расстояние от А до В, тогда:

$$\frac{x-6}{x} = \frac{4}{7}; 7x - 42 = 4x; x = 14; x - 6 = 8. \text{ Ответ: } 14; 8.$$



РАБОТА № 36

Вариант 1

$$1. x(x+2) = 3, x^2 + 2x - 3 = 0, \text{ по т. Виета: } x_1 = -3, x_2 = 1.$$

Ответ: -3; 1.

$$2. \left(\frac{m+n}{m} - \frac{m+n}{n} \right) \cdot \frac{m}{m+n} = \frac{(m+n) \cdot n - (m+n) \cdot m}{mn} \cdot \frac{m}{m+n} =$$

$$= \frac{(m+n)(n-m) \cdot \cancel{n}}{\cancel{n}n(m+n)} = \frac{n-m}{n}, \text{ при } m \neq 0, m+n \neq 0.$$

$$3. \begin{cases} 3x-5y=16, \\ 2x+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 13x=26, \\ y=2-2x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2, \\ y=2-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2, \\ y=-2. \end{cases}$$

Ответ: (2; -2).

$$4. \begin{cases} 5-2x>0, \\ 3x<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x<5, \\ x<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<2,5, \\ x<0 \end{cases} \quad x<0$$



Ответ: $(-\infty; 0)$.

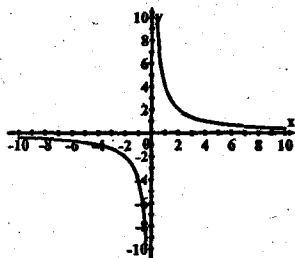
$$5. \begin{cases} y=0, \\ y=3x^2-15x. \end{cases} \quad 3x^2-15x=0, \quad 3x(x-5)=0, \quad x(x-5)=0,$$

$x-5=0$ или $x_2=0$; $x_1=5$. Т.о. координаты точек пересечения с осью x будут (0; 0); (5; 0).

Ответ: (0; 0); (5; 0).

6. а) $y = \frac{4}{x}$. График - гипербола, ее ветви в I и III координатных четвертях.

б) Из графика видно, что $y < 0$ при $x < 0$.



Ответ: $y < 0$ при $x \in (-\infty; 0)$.

x	-4	-2	-1	1	2	4
y	-1	-2	-4	4	2	1

$$7. \text{ Если } x = \sqrt{2}, y = \sqrt{8}, \text{ то } \frac{x}{x+y} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+2\sqrt{2}} = \frac{1}{3}.$$

Вариант 2

$$1. x(x+3)=4, \quad x^2+3x-4=0, \quad D=3^2-4 \cdot 1 \cdot (-4)=25,$$

$$x_1 = \frac{-3-5}{2} = \frac{-8}{2} = -4; \quad x_2 = \frac{-3+5}{2} = \frac{2}{2} = 1. \text{ Ответ: } -4; 1.$$

$$2. \left(\frac{a-b}{b} \cdot \frac{b-a}{a} \right) \cdot \frac{b}{a-b} = \frac{a^2-ab-b^2+ab}{ab} \cdot \frac{b}{a-b} = \frac{(a-b)(a+b) \cdot \cancel{b}}{a\cancel{b}(a-b)} = \frac{a+b}{a},$$

при $b \neq 0, a \neq b$.

$$3. \begin{cases} 2x+5y=-7, \\ 3x-y=15 \end{cases} \begin{cases} 6x+15y=-21, \\ 6x-2y=30 \end{cases} \begin{cases} 17y=-51, \\ 3x=15+y \end{cases} \begin{cases} y=-3, \\ x=4. \end{cases} \text{ Ответ: } (4; -3).$$

$$4. \begin{cases} 9-6x < 0, \\ 4x > 0 \end{cases} \begin{cases} 6x > 9, \\ x > 0 \end{cases} \begin{cases} x > 1,5, \\ x > 0. \end{cases} \text{ Ответ: } (1,5; +\infty).$$

$$5. 2x(x+5)=0, x(x+5)=0, \\ x=0 \text{ или } x+5=0, x_1=0, x_2=-5.$$

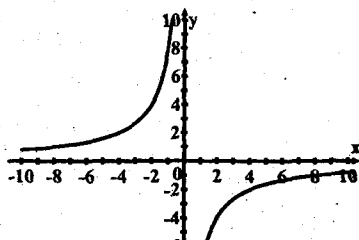
Ответ: $(0; 0); (-5; 0)$.



$$6. \text{ а) } y = -\frac{8}{x}.$$

График – гипербола, ветви во II и IV координатных четвертях.

x	-4	-2	2	4
y	2	4	-4	-2



б) Из графика видно, что $y > 0$ при $x < 0$. Ответ: $y > 0$ при $x < 0$.

$$7. \text{ Если } a = \sqrt{8}, c = \sqrt{2}, \text{ то } \frac{a}{a-c} = \frac{\sqrt{8}}{2\sqrt{2}-\sqrt{2}} = 2$$

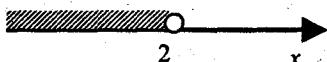
РАБОТА № 37

Вариант 1

$$1. \frac{1}{2}(5x+2) = \frac{7}{2}(x-6); 5x+2=7x-42; 2x=44; x=22. \text{ Ответ: } 22.$$

$$2. \frac{9b^2}{b^2-9} : \frac{3b}{2b-6} = \frac{9b^2(2b-6)}{3b(b-3)(b+3)} = \frac{6b}{b+3}, \text{ при } b \neq 0, b \neq 3.$$

$$3. -4x+17 > 2x+5; \\ 6x < 12; x < 2. \text{ Ответ: } (-\infty; 2).$$

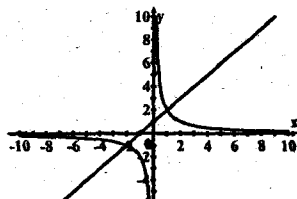


$$4. \begin{cases} x^2+y^2=17, \\ y-x=3 \end{cases} \begin{cases} y=3+x, \\ 2x^2+6x-8=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2+3x-4=0, \\ y=3+x \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-4 \\ y=-1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=1 \\ y=4 \end{cases}$$

Ответ: $(-4; -1); (1; 4)$.



5. $y = \frac{2}{x}$ – гипербола, ветви в I и III четвертях, симметричны относительно т. $(0, 0)$.

y	1/2	1	2	4
x	4	2	1	1/2

вторая ветвь симметрична

y	-1/2	-1	-2	-4
x	-4	-2	-1	-1/2

$y = x + 1$ — прямая

x	0	2
y	2	3

$$\frac{2}{x} = x + 1; \begin{cases} x^2 + x - 2 = 0, \\ x \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \text{ Ответ: } (-2; -1); (1; 2).$$

6. $x^2 - 3x \leq 0; x(x - 3) \leq 0, x \in [0; 3]$.

Ответ: $x \in [0; 3]$.



7. $S = \frac{abc}{4R}; 4R = \frac{abc}{S}; R = \frac{abc}{4S}$.

Вариант 2

1. $\frac{4}{3}(x - 8) = \frac{1}{3}(6x - 4); 4x - 32 = 6x - 4; 2x = -28; x = -14$. Ответ: -14.

2. $\frac{a^2 - 4}{2a} : \frac{3a + 6}{4a^2} = \frac{(a - 2)(a + 2)4a^2}{3(a + 2) \cdot 2a} = \frac{(a - 2)2a}{3}$, при $a \neq 0, a \neq -2$.

3. $-2x + 13 < 3x - 2;$

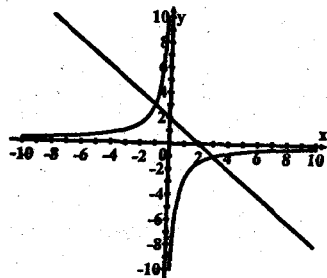
$5x > 15; x > 3$. Ответ: $(3; \infty)$.



4. $\begin{cases} x^2 + y^2 = 13; \\ x + y = 5 \end{cases}; \begin{cases} x = 5 - y \\ 2y^2 - 10y + 12 = 0 \end{cases};$

$\begin{cases} y^2 - 5y + 6 = 0, \\ x = 5 - y \end{cases}; \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = 2 \\ x = 3 \end{cases} \text{ Ответ: } (2; 3); (3; 2).$

5. $y = -\frac{3}{x}$ — гипербола, ветви в II и IV четвертях, симметричны



относительно т. (0, 0).

x	1/2	1	3/2	3	6
y	-6	-3	-2	-1	-1/2

вторая ветвь симметрична относительно (0; 0).

y	-1/2	-1	-3/2	-3	-6
x	6	3	2	1	1/2

$y = -x + 2$ — прямая

x	0	2
y	2	0

$$-\frac{3}{x} = -x + 2; \begin{cases} x^2 - 2x - 3 = 0, \\ x \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x = 3 \\ y = -1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}.$$

Ответ: (3; -1); (-1; 3).



$$6. x^2 + 5x \geq 0; x(x + 5) \geq 0.$$

$$x \in (-\infty; -5] \cup [0; \infty).$$

Ответ: $(-\infty; -5] \cup [0; \infty)$.

$$7. S = \frac{a+b}{2}h; bh = 2S - ah; b = \frac{2S - ah}{h}.$$

РАБОТА № 38

Вариант 1

1. $x(x - 5) = -4$, $x^2 - 5x + 4 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 4$. Ответ: 1; 4

2.

$$\frac{a}{a-b} - \frac{a-b}{a+b} = \frac{a(a+b) - (a-b)^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{a^2 + ab - a^2 + 2ab - b^2}{(a-b)(a+b)} = \frac{3ab - b^2}{a^2 - b^2}.$$

3. $-1 < -5x < 1$; $\frac{1}{5} > x > -\frac{1}{5}$; $-\frac{1}{5} < x < \frac{1}{5}$.

Ответ: $\left(-\frac{1}{5}; \frac{1}{5}\right)$.

4. а) $y = -\frac{2}{x}$. График – гиперболла, ветви во II и IV координатных четвертях.

x	-2	-1	1	2
y	1	2	-2	-1

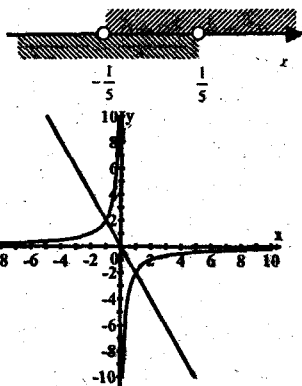
б) $y = -2x$. График – прямая.

$$\begin{cases} y = -\frac{2}{x} \\ y = -2x \end{cases}; \begin{cases} y = -2x \\ -2x = -\frac{2}{x} \end{cases}; \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = -2x \end{cases};$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = -1 \\ y = 2 \end{cases}. \text{ Ответ: } (-1; 2); (1; -2).$$

5. $x^2 - 25 \leq 0$, $(x-5)(x+5) \leq 0$; $x \in [-5; 5]$.

Ответ: $[-5; 5]$.



$$6. \frac{1}{2} \cdot 1,8C = F - 32, \quad C = \frac{F - 32}{1,8} = \frac{5F - 160}{9}.$$

7. Пусть скорость первого велосипедиста x км/ч, тогда скорость второго $(x+2)$ км/ч. Составим уравнение.

$$2x + 2(x+2) = 60, \quad x + x + 2 = 30, \quad x + 1 = 15, \quad x = 14. \quad x + 2 = 16.$$

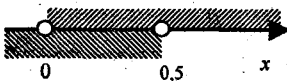
Ответ: 14 км/ч и 16 км/ч.

Вариант 2

$$1. x(x-4) = -3; \quad x^2 - 4x + 3 = 0, \text{ по т. Виета } x_1 = 1, x_2 = 3. \text{ Ответ: } 1; 3.$$

2.

$$\frac{x-y}{x+y} - \frac{y}{y-x} = \frac{(x-y)^2 - y(x+y)}{(x+y)(x-y)} = \frac{x^2 - 2xy + y^2 - xy - y^2}{x^2 - y^2} = \frac{x^2 - 3xy}{x^2 - y^2}$$



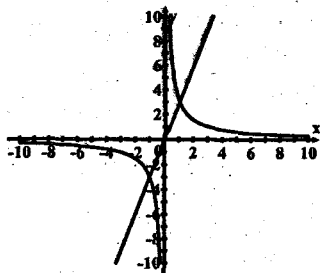
$$3. \begin{cases} -3x > -1,5; \\ -3x < 0 \end{cases} \begin{cases} 3x < 1,5; \\ x > 0 \end{cases} \quad \text{Преобразуем:}$$

$$\begin{cases} x < 0,5; \\ x > 0. \end{cases} \quad x \in (0; 0,5). \text{ Ответ: } (0; 0,5).$$

4. а) $y = \frac{3}{x}$. График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях.

x	-3	-1	1	3
y	-1	-3	3	1

б) $y = 3x$. График – прямая.



x	0	1
y	0	3

$$\begin{cases} y = \frac{3}{x}; \\ y = 3x \end{cases} \begin{cases} y = 3x \\ 3x = \frac{3}{x} \end{cases} \begin{cases} x = \pm 1 \\ y = 3x \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \\ x = -1 \\ y = -3 \end{cases}$$

Ответ: графики функций $y = \frac{3}{x}$ и

$y = 3x$ пересекаются в точках $A(-1; -3)$ и $B(1; 3)$.



$$5. x^2 - 36 \geq 0, \quad (x-6)(x+6) \geq 0.$$

$$x \in (-\infty; -6] \cup [6; +\infty).$$

Ответ: $(-\infty; -6] \cup [6; +\infty)$.

$$6. l = 1 + 7,8t, \quad 7,8t = l - 1, \quad t = \frac{l-1}{7,8}, \quad t = \frac{(l-1) \cdot 10}{78}, \quad t = \frac{5l-5}{39}$$

7. Пусть скорость I пешехода — x км/ч, а второго — y км/ч, тогда.

$$\begin{cases} 3x + 3y = 30, \\ y - x = 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} x + y = 10, \\ y - x = 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} 2y = 12, \\ x = y - 2 \end{cases}, \quad \begin{cases} y = 6, \\ x = 4. \end{cases}$$

Ответ: 4 км/ч и 6 км/ч.

РАБОТА № 39

Вариант 1

$$1. 5x + 2 = 2 - 2x^2, \quad 5x + 2x^2 = 0, \quad x(5 + 2x) = 0,$$

$$x_1 = 0, \quad x_2 = -2,5. \quad \text{Ответ: } -2,5; 0.$$

$$\begin{aligned} 2. \left(\frac{a}{a-b} - \frac{a}{a+b} \right) \cdot \frac{a+b}{a} &= \frac{a^2 + ab - (a^2 - ab)}{(a-b)(a+b)} \cdot \frac{a+b}{a} = \\ &= \frac{(a^2 + ab - a^2 + ab) \cancel{(a+b)}}{(a-b) \cancel{(a+b)} \cdot a} = \frac{2ab}{(a-b) \cdot a} = \frac{2b}{a-b}, \quad \text{при } a \neq 0, a+b \neq 0 \end{aligned}$$

$$3. \begin{cases} 2x - 3y = 5, \\ x - 6y = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 12, \\ 6y = x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4, \\ y = 1. \end{cases} \quad \text{Ответ: } (4; 1).$$

$$4. 3 + x < 5 + 6x, \quad 5x > -2, \quad x > -0,4.$$

Ответ: $(-0,4; +\infty)$.

5. а) $y = 3/x$. График — гипербола.

б) $y = 4x$. График — прямая.

в) $y = \frac{1}{2}x^2$. График — парабола, ее ветви направлены вверх.

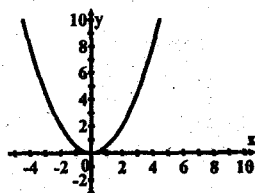
x	0	2	-2	4	-4
y	0	2	2	8	8

$$\text{Вершина } x_0 = -\frac{0}{2 \cdot \frac{1}{2}} = 0, \quad y_0 = y(0) = 0.$$

$$6. \begin{cases} y = 0 \\ y = 2x^2 - 6 - x \end{cases}; \quad 2x^2 - x - 6 = 0, \quad D = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 49,$$

$$x_1 = \frac{1-7}{4} = \frac{-6}{4} = -1,5; \quad x_2 = \frac{1+7}{4} = \frac{8}{4} = 2. \quad \text{Ответ: } -1,5; 2.$$

$$7. \frac{\sqrt{8} \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{24}} = \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{24}} = \sqrt{2}.$$



Вариант 2

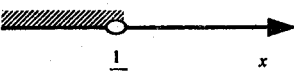
1. $2x^2 + 3 = 3 - 7x$, $2x^2 + 7x = 0$, $x(2x + 7) = 0$,

$x_1 = 0$ или $2x + 7 = 0$, $x_2 = -3,5$. Ответ: 0; -3,5.

2. $\left(\frac{b}{a-b} - \frac{b}{a+b}\right) \cdot \frac{a-b}{b} = \frac{b}{a-b} \cdot \frac{a-b}{b} - \frac{b}{a+b} \cdot \frac{a-b}{b} =$
 $= 1 - \frac{a-b}{a+b} = \frac{a+b-a+b}{a+b} = \frac{2b}{a+b}$, при $b \neq 0$, $a \neq b$.

3. $\begin{cases} 5x - 4y = 12, \\ x - 5y = -6 \end{cases} \begin{cases} 5x - 4y = 12, \\ 5x - 25y = -30 \end{cases} \begin{cases} 21y = 42, \\ x = -6 + 5y \end{cases} \begin{cases} y = 2 \\ x = 4 \end{cases}$

Ответ: (4; 2).

 4. $10 - 7x > 3x + 8$, $10x < 2$, $x < \frac{1}{5}$

Ответ: $\left(-\infty; \frac{1}{5}\right)$.

5. а) $y = -4x$. График – прямая.

б) $y = \frac{2}{x}$. График – гипербола. в) $y = 2x^2$.

График – парабола, ветви вверх.

x	0	1	-1	2	-2
y	0	2	2	8	8

вершина $x_0 = -\frac{0}{2 \cdot 2} = 0$, $y_0 = y(0) = 0$.

6. $\begin{cases} y = 0 \\ y = 3x^2 - x - 2 \end{cases}$; $3x^2 - x - 2 = 0$, $D = 1^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 25$,

$x_1 = \frac{1-5}{6} = \frac{-4}{6} = -\frac{2}{3}$; $x_2 = \frac{1+5}{6} = \frac{6}{6} = 1$. Ответ: $x_1 = -\frac{2}{3}$ и $x_2 = 1$.

7. $\frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{12}}{\sqrt{20}} = \frac{\sqrt{60}}{\sqrt{20}} = \sqrt{3}$.

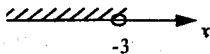
РАБОТА № 40

Вариант 1

1. $\frac{x^2 - y^2}{xy} \cdot \frac{x-y}{3y} \cdot \frac{1}{x+y} = \frac{(x-y)(x+y) \cancel{3}}{x \cancel{(x-y)} (x+y)} = \frac{3}{x}$, при $y \neq 0$, $x+y \neq 0$.

2. $x - 4(x-3) < 3 - 6x$; $x - 4x + 12 < 3 - 6x$;

$3x < -9$; $x < -3$. Ответ: $(-\infty; -3)$.



$$3. \begin{cases} 4x - 6y = 26 \\ 5x + 3y = 1 \end{cases} \begin{matrix} | + \\ \cdot 2 \end{matrix}; \begin{cases} 14x = 28 \\ 5x + 3y = 1 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ y = -3 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (2; -3).$$

$$4. 1 + \frac{1}{x} = \frac{6}{x^2}; \begin{cases} x^2 + x - 6 = 0, \\ x \neq 0 \end{cases} x_1 = -3, x_2 = 2. \quad \text{Ответ: } -3; 2.$$

5. $y = x^2 - 2x$ проходит через т. $(0, 0)$,

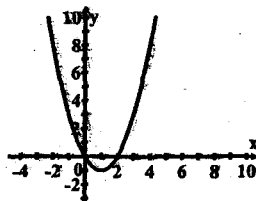
т.к. $y(0) = 0^2 - 2 \cdot 0 = 0$ парабола,

$y = (x - 1)^2 - 1$, ветви вверх,

вершина $(1, -2)$.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	0	3	0	-1	0	3	8

$$y = x^2 - 2x.$$



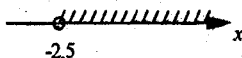
$$6. S = a^2 - \pi \frac{a^2}{4} = a^2 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right).$$

$$7. \left(\frac{5}{2} \right)^{-4} < \left(\frac{5}{2} \right)^{-3}; \text{ т.к. } -4 < -3, \text{ а } \frac{5}{2} = 2,5 > 1. \quad \text{Ответ: } \left(\frac{5}{2} \right)^{-4} < \left(\frac{5}{2} \right)^{-3}.$$

Вариант 2.

$$1. \frac{a}{a^2 - c^2} \cdot \frac{a + c}{2ac} : \frac{1}{a - c} = \frac{\cancel{a} (\cancel{a + c}) (\cancel{a - c})}{(\cancel{a - c}) (\cancel{a + c}) 2 \cancel{a} c} = \frac{1}{2c}, \text{ при } a \neq \pm c.$$

$$2. 25 - x > 2 - 3(x - 6); -x + 3x > 2 + 18 - 25; 2x > -5; x > -2,5.$$



Ответ: $(-2,5; \infty)$.

$$3. \begin{cases} 8x + 3y = -21 \\ 4x + 5y = -7 \end{cases} \begin{matrix} | + \\ \cdot (-2) \end{matrix}; \begin{cases} 7y = 7 \\ 4x + 5y = -7 \end{cases}; \begin{cases} y = 1 \\ x = -3 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (-3; 1).$$

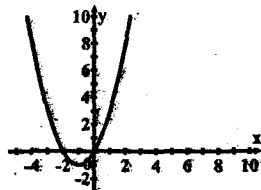
$$4. 1 - \frac{12}{x^2} = \frac{1}{x}; \begin{cases} x^2 - x - 12 = 0, \\ x \neq 0 \end{cases} x_1 = 4, x_2 = -3. \quad \text{Ответ: } -3; 4.$$

5. $y = x^2 + 2x$ проходит через т. $(0, 0)$, т.к. $y(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 = 0$,

$y = (x + 1)^2 - 1$, ветви вверх, вершина $(-2, -1)$.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
y	8	3	0	-1	0	3	8

$$6. S = a^2 - \pi \frac{a^2}{4} = a^2 \left(1 - \frac{\pi}{4} \right).$$



$$7. \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} < \left(\frac{3}{4}\right)^{-4}; \left(\frac{4}{3}\right)^3 < \left(\frac{4}{3}\right)^4; \text{т.к. } 3 < 4, \text{ а } \frac{4}{3} > 1.$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} < \left(\frac{3}{4}\right)^{-4}.$$

РАБОТА № 41

Вариант 1

$$1. (a-3)(a-7) - 2a(3a-5) = a^2 - 3a - 7a + 21 - 6a^2 + 10a = -5a^2 + 21$$

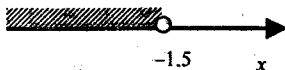
2. При $x = -4$:

$$\frac{-x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + x = \frac{(-4)^4}{4} + \frac{(-4)^2}{2} + (-4) = -\frac{4^4}{4} + \frac{16}{2} - 4 = -64 + 4 = -60$$

$$3. \frac{x}{2x-3} = \frac{4}{x}, \text{ ОДЗ: } x \neq 0, x \neq 1,5; x^2 = 4(2x-3),$$

$$x^2 - 8x + 12 = 0; \text{ по т. Виета: } x_1 = 2; x_2 = 6. \text{ Ответ: } 2; 6.$$

$$4. \begin{cases} 3x > 12 + 11x, \\ 5x - 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x < -12, \\ 5x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow$$



$$\begin{cases} x < -1,5, \\ x < 0,2 \end{cases} \Rightarrow x < -1,5. \text{ Ответ: } (-\infty; -1,5).$$

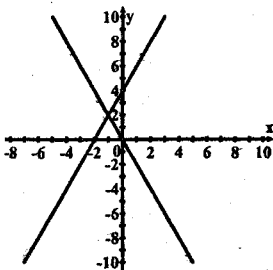
5. а) $y = 2x + 4$. График – прямая.

x	0	-1
y	4	2

б) $y = -2x$. График – прямая.

x	0	1
y	0	-2

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ y = -2x \end{cases}; \begin{cases} y = 2 \\ x = -1 \end{cases}. \text{ Ответ: } (-1; 2).$$



$$6. \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{10}} = \frac{\sqrt{15}}{\sqrt{60}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}.$$

$$7. \frac{2}{x^2 - 10x - 24}; x^2 - 10x - 24 \neq 0; \begin{cases} x \neq 12, \\ x \neq -2, \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 12) \cup (12; \infty).$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; -2) \cup (-2; 12) \cup (12; \infty).$$

Вариант 2

1. $(x-2)(x+4)-2x(1+x)=x^2-2x+4x-8-2x-2x^2=-x^2-8$.

2. При $a=-4$,

$$a \cdot \frac{a^2}{2} \cdot \frac{a^4}{4} = (-4) \cdot \frac{(-4)^2}{2} \cdot \frac{(-4)^4}{4} = 4 \cdot \frac{16}{2} \cdot \frac{4^4}{4} = -12 \cdot 64 = -76.$$

3. $\frac{x}{2x+6} = \frac{2}{x}$. ОДЗ: $x \neq 0$ и $x \neq -3$. $x^2 = 2(2x+6)$; $x^2 - 4x - 12 = 0$.

По т. Виета $x_1 = -2$, $x_2 = 6$. Ответ: $-2, 6$

4. $\begin{cases} x-1 \leq 3x-6, \\ 5x+1 \geq 0 \end{cases}; \begin{cases} 2x \geq 5, \\ 5x \geq -1 \end{cases}; \begin{cases} x \geq 2,5, \\ x \geq -0,2 \end{cases} \quad x \in [2,5; +\infty).$

Ответ: $[2,5; +\infty)$.

5. а) $y = -2x + 4$. График – прямая.

x	0	2
y	4	0

б) $y = 2x$. График – прямая.

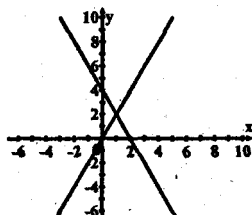
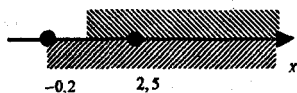
x	0	1
y	0	2

$\begin{cases} y = -2x + 4, \\ y = 2x \end{cases}; \begin{cases} y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$. Ответ: $(1; 2)$.

6. $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{21}} = \sqrt{\frac{14}{6 \cdot 21}} = \sqrt{\frac{2}{6 \cdot 3}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$.

7. $\frac{5}{x^2 - 6x - 27}$; $x^2 - 6x - 27 \neq 0$; $\begin{cases} x \neq 9 \\ x \neq -3 \end{cases}$,

$x \in (-\infty; -3) \cup (-3; 9) \cup (9; \infty)$. Ответ: $(-\infty; -3) \cup (-3; 9) \cup (9; \infty)$.

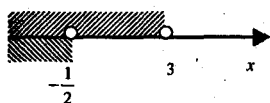


РАБОТА № 42

Вариант 1

1. $\frac{1}{9}x^2 - x + 2 = 0$; $x^2 - 9x + 18 = 0$; $x_1 = 6$, $x_2 = 3$. Ответ: 3; 6.

2. $\frac{c^2 + 4c + 4}{c^2 - 4} : (c + 2) = \frac{(c + 2)^2}{(c - 2)(c + 2)^2} = \frac{1}{c - 2}$, при $c \neq -2$.



3. $\begin{cases} 2x + 3 > 3x \\ 1 + 2x < 0 \end{cases}; \begin{cases} x < 3 \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases} \quad x \in (-\infty; -\frac{1}{2})$

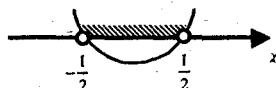
Ответ: $(-\infty; -\frac{1}{2})$.

4. а) 30 м; б) 2,5 с; в) 5 м.

5. $\begin{cases} y = 2x - 15 \\ y = 15 - 3x \end{cases}; \begin{cases} 30 = 5x \\ y = 2x - 15 \end{cases}; \begin{cases} x = 6 \\ y = -3 \end{cases}$. Ответ: в IV четверти.

6. $4x^2 - 1 < 0; x^2 < \frac{1}{4}; x^2 - \frac{1}{4} < 0; (x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2}) < 0, x \in (-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$.

Ответ: $x \in (-\frac{1}{2}; \frac{1}{2})$.



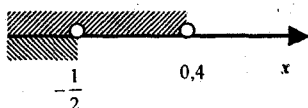
7. Пусть x – стоимость стиральной машины, тогда $1,12x = 7840; x = 7000$; Ответ: 7000 р.

Вариант 2

1. $\frac{1}{4}x^2 + 2x + 3 = 0; x^2 + 8x + 12 = 0; x_1 = -6, x_2 = -2$. Ответ: -6, -2.

2. $(a+3) \cdot \frac{a^2 + 6a + 9}{a^2 - 9} = \frac{(a+3)^2 (a-3)}{(a+3)^2} = a - 3$, при $a \neq \pm 3$.

3. $\begin{cases} 2 - 5x > 0 \\ 3x + 1 < x \end{cases}; \begin{cases} x < 0,4 \\ x < -\frac{1}{2} \end{cases}, x \in (-\infty; -\frac{1}{2})$



Ответ: $x \in (-\infty; -\frac{1}{2})$.

4. а) 2 с; б) 5 м; в) 0,5 с и 1,5 с.

5. $\begin{cases} y = 1 - 4x \\ y = 3x + 15 \end{cases}; \begin{cases} 7x = -14 \\ y = 1 - 4x \end{cases}; \begin{cases} x = -2 \\ y = 9 \end{cases}$. Ответ: во II четверти.

6. $4x^2 - 4 > 0; x^2 > 1; x^2 - 1 > 0;$
 $(x-1)(x+1) > 0; x \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.



Ответ: $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

7. Пусть x – стоимость дивана, тогда $1,15x = 6900; x = 6000$.

Ответ: 6000 р.

РАБОТА № 43

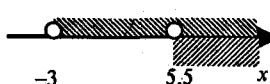
Вариант 1

1. $\frac{2x^2 + 9x}{x - 3} = 0$; ОДЗ: $x \neq 3$; $x(2x + 9) = 0$;

$x_1 = 0$ или $x_2 = -4,5$. Ответ: 0; -4,5.

$$2. \frac{b}{c} - \frac{b^2 + c^2}{bc} + \frac{c-b}{b} = \frac{b}{c} - \frac{b}{c} - \frac{c}{b} + \frac{c}{b} - 1 = -1, \text{ при } b \neq 0, c \neq 0.$$

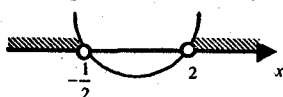
$$3. \begin{cases} 8x + 2y = 11 \\ 6x - 4y = 11 \end{cases} \cdot 2; \begin{cases} 22x = 33 \\ 8x + 2y = 11 \end{cases}; \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}. \text{ Ответ: } (1,5; -0,5).$$



$$4. \begin{cases} 3x + 7 < 6x + 16 \\ 2x + 4 > 15 \end{cases}; \begin{cases} 3x > -9 \\ 2x > 11 \end{cases}; \begin{cases} x > -3 \\ x > 5,5 \end{cases}.$$

$$x \in (5,5; +\infty). \text{ Ответ: } (5,5; +\infty).$$

5. а) через 8 ч; б) 5 км; в) 2,5 часа.



$$6. 2x^2 - 3x - 2 > 0; D = 9 + 16 = 25;$$

$$(x-2)(2x+1) > 0.$$

$$x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty).$$

$$\text{Ответ: } \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (2; +\infty).$$

$$7. \sqrt{30} = \sqrt{30}; 3\sqrt{3} = \sqrt{27}; 5,5 = \sqrt{30,25}; \sqrt{27} < \sqrt{30} < \sqrt{30,25}.$$

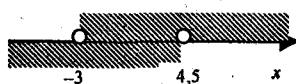
$$\text{Ответ: } 3\sqrt{3}; \sqrt{30}; 5,5.$$

Вариант 2

$$1. \frac{16-4x^2}{x-4} = 0; \begin{cases} x^2 = 4, \\ x \neq 4 \end{cases}; x_{1,2} = \pm 2. \text{ Ответ: } -2; 2.$$

$$2. \frac{a}{c} + \frac{a-c}{a} - \frac{a^2-c^2}{ac} = \frac{a}{c} + 1 - \frac{c}{a} - \frac{a}{c} + \frac{c}{a} = 1, \text{ при } a \neq 0, c \neq 0.$$

$$3. \begin{cases} 7x + 3y = 1 \\ 2x - 6y = -10 \end{cases} \cdot 2; \begin{cases} 16x = -8 \\ 2x - 6y = -10 \end{cases}; \begin{cases} x = -\frac{1}{2} \\ y = \frac{3}{2} \end{cases}. \text{ Ответ: } (-0,5; 1,5).$$



$$4. \begin{cases} 1-4x < 13 \\ 5x-8 < 3x+1 \end{cases}; \begin{cases} 4x > -12 \\ 2x < 9 \end{cases}; \begin{cases} x > -3 \\ x < 4,5 \end{cases}.$$

$$x \in (-3; 4,5). \text{ Ответ: } (-3; 4,5).$$

5. а) 9 км; б) 1,5 ч; в) 2 км.

$$6. 2x^2 + 5x - 3 > 0; D = 25 + 24 = 49;$$

$$(x+3)(2x-1) > 0.$$



$$x \in (-\infty; -3) \cup \left(\frac{1}{2}; \infty\right). \text{ Ответ: } (-\infty; -3) \cup \left(\frac{1}{2}; \infty\right).$$

$$7. \sqrt{40} = \sqrt{40}; 3\sqrt{5} = \sqrt{45}; 6,5 = \sqrt{42,25}; \sqrt{40} < \sqrt{45} < \sqrt{42,25}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{40}; 6,5; 3\sqrt{5}.$$

РАБОТА № 44

Вариант 1

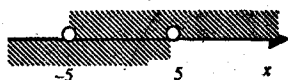
$$1. x^2 - 6x + 4x - 25, x^2 - 10x + 25 = 0, (x-5)^2 = 0, x=5. \text{ Ответ: } 5.$$

$$2. \frac{2y^2}{y-8} - 2y = \frac{2y^2 - 2y(y-8)}{y-8} = \frac{2y^2 - 2y^2 + 16y}{y-8} = \frac{16y}{y-8}.$$

$$3. 0 < 5 - x < 10; -5 < -x < 5; 5 > x > -5;$$

$$x \in (-5; 5). \text{ Ответ: } (-5; 5).$$

$$4. 2a^3 - 2ab^2 = 2a(a^2 - b^2) = 2a(a-b)(a+b).$$



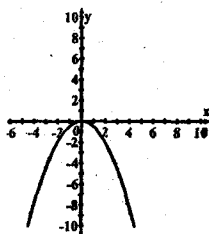
$$5. \begin{cases} 2x + y^2 = 6 \\ x + y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y^2 = 6 \\ 2x + 2y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y(y-2) = 0 \\ x = 3 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 3 \\ y = 2 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (1; 2); (3; 0).$$

$$6. \text{ а) } y = -\frac{1}{2}x^2. \text{ График - парабола, ее ветви направлены вниз.}$$

направлены вниз.

x	-4	-2	0	2	4
y	-8	-2	0	-2	-8



$$\text{б) Из графика видно, что функция } y = -\frac{1}{2}x^2 \text{ воз-}$$

растает на промежутке $(-\infty; 0]$.

$$7. E = \frac{mv^2}{2}, 2E = m \cdot v^2, v^2 = \frac{2E}{m}, v = \sqrt{\frac{2E}{m}}.$$

Вариант 2

$$1. x^2 + 2x = 16x - 49. x^2 - 14x + 49 = 0, (x-7)^2 = 0, x = 7. \text{ Ответ: } 7.$$

$$2. \frac{9a}{a+3} - 3a = \frac{9a - 3a(a+3)}{a+3} = \frac{9a - 3a^2 - 9a}{a+3} = \frac{-3a^2}{a+3}.$$

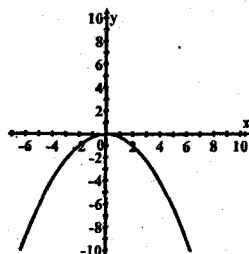


$$3. -16 < 1 - x < 7;$$

$$-17 < -x < -8; 8 < x < 17. \text{ Ответ: } (8; 17).$$

$$4. 3a^2c - 3c^3 = 3c(a^2 - c^2) = 3c(a - c)(a + c).$$

$$5. \begin{cases} x - y = 2, \\ 3x - y^2 = 6 \end{cases} \begin{cases} 3x - 3y = 6, \\ 3x - y^2 = 6 \end{cases} \begin{cases} y(y - 3) = 0, \\ x = 2 + y \end{cases} \begin{cases} y = 0 \\ x = 2 \\ y = 3 \\ x = 5 \end{cases}. \text{ Ответ: } (2; 0); (5; 3).$$



6. а) $y = -\frac{1}{4}x^2$. График — парабола. ее ветви направлены вниз. Вершина:

$$x_0 = -\frac{0}{2(-\frac{1}{4})} = 0; \quad y_0 = y(0) = 0.$$

б) Из рисунка видно, что функция $y = -\frac{1}{4}x^2$ убывает на промежутке $[0; +\infty)$.

$$7. S = \frac{at^2}{2}, \quad 2S = a \cdot t^2, \quad t^2 = \frac{2S}{a}, \quad t = \sqrt{\frac{2S}{a}}.$$

РАБОТА № 45

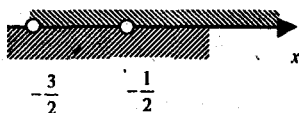
Вариант 1

$$1. \frac{5m - 5n}{n} : \frac{m^2 - n^2}{n^2} = \frac{5(m - n)}{n} \cdot \frac{n^2}{m^2 - n^2} = \frac{5(m - n) \cdot n}{(m^2 - n^2)} = \frac{5(m - n) \cdot n}{(m - n)(m + n)} = \frac{5n}{m + n}, \text{ при } n \neq 0, m \neq n.$$

$$2. 3x^2 + 9 = 12x - x^2, \quad 4x^2 - 12x + 9 = 0, \quad (2x - 3)^2 = 0, \quad x = 1,5.$$

Ответ: 1,5.

$$3. 0 < 4x + 3 < 1, \quad -3 < 4x < -2, \quad -\frac{3}{4} < x < -\frac{1}{2}$$



$$\text{Ответ: } \left(-\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}\right).$$

4. а) Нули: $x_1 = -1$; $x_2 = 3$; б) $y > 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (3; +\infty)$;

в) функция убывает на промежутке $(-\infty; 1]$.

$$5. \begin{cases} y = 9 - 4x \\ y = 5x - 9 \end{cases}; \begin{cases} 9 - 4x = 5x - 9 \\ y = 5x - 9 \end{cases}; \begin{cases} 9x = 18, \\ y = 5x - 9 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ y = 5x - 9 \end{cases}; \begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Ответ: (2; 1).

6. а) $(c^5 \cdot c^{-3})^{-1} = (c^{5-3})^{-1} = (c^2)^{-1} = c^{-2}$;

б) При $c = \frac{1}{3}$, $c^{-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$.

7. $2x^2 \geq 8$; $x^2 \geq 4$; $x^2 - 4 \geq 0$; $(x-2)(x+2) \geq 0$,
 $x \in (-\infty; -2] \cup [2; \infty)$. Ответ: $(-\infty; -2] \cup [2; \infty)$.

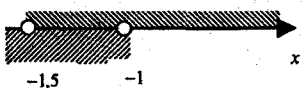


Вариант 2

1. $\frac{a}{3a+3b} : \frac{a^2}{a^2-b^2} = \frac{a}{3(a+b)} \cdot \frac{a^2-b^2}{a^2} = \frac{(a-b)(a+b)}{3 \cdot (a+b) \cdot a} = \frac{a-b}{3a}$,

при $a \neq \pm b$.

2. $5x^2+1=6x-4x^2$, $9x^2-6x+1=0$, $(3x-1)^2=0$, $3x=1$, $x=\frac{1}{3}$. Ответ: $\frac{1}{3}$.



3. $-2 < 6x+7 < 1$; $-9 < 6x < -6$; $-\frac{3}{2} < x < -1$.

Ответ: $(-1,5; -1)$.

4. а) $y=0$ при $x=-3$, $x=1$. б) $y < 0$ при $x \in (-\infty; -3) \cup (1; +\infty)$.

в) функция убывает на промежутке $[-1; +\infty)$.

5. $\begin{cases} y = 7x - 9, \\ y = -10x + 8 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 7x - 9, \\ 7x - 9 = -10x + 8 \end{cases} \quad \begin{cases} 17x = 17, \\ y = 7x - 9 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1, \\ y = -2. \end{cases}$

Ответ: прямые $y=7x-9$ и $y=9-10x$ пересекаются в точке $(1; -2)$.

6. а) $a^7 (a^{-5})^2 = a^7 \cdot a^{-10} = a^{7+(-10)} = a^{-3}$;

б) при $a = \frac{1}{5}$, $a^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-3} = 5^3 = 125$.



7. $\frac{1}{3}x^2 \leq 3$; $x^2 \leq 9$; $x^2 - 9 \leq 0$; $(x-3)(x+3) \leq 0$

$x \in [-3; 3]$. Ответ: $[-3; 3]$.

РАБОТА № 46

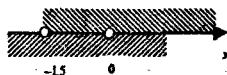
Вариант 1

1. $(5x-4)(x+8)=0$; $5x-4=0$ или $x+8=0$; $x_1=0,8$, $x_2=-8$. Ответ: $0,8, -8$

2. $\left(\frac{a}{c} + \frac{c}{a} - 2\right) \cdot \frac{1}{a-c} = \frac{a^2+c^2-2ac}{ac} \cdot \frac{1}{a-c} = \frac{(a^2-2ac+c^2)}{ac(a-c)} = \frac{(a-c)^2}{ac(a-c)} = \frac{a-c}{ac}$

$$3. \begin{cases} 2x-3y=11, \\ 5x+y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-3y=11, \\ 15x+3y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 17x=17, \\ y=2-5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, \\ y=-3. \end{cases} \text{ Ответ: } (1; -3).$$

$$4. \begin{cases} 1-6x < 10, \\ 5x-7 < x-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x > -9, \\ 4x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1,5, \\ x < 0. \end{cases}$$



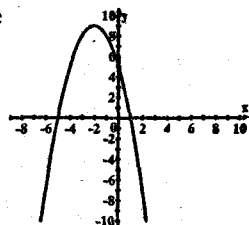
$x \in (-1,5; 0)$. Ответ: $(-1,5; 0)$.

5. а) $y = -x^2 - 4x + 5$. График – парабола, ее ветви направлены вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{4}{-2} = -2$.

$$y_0 = y(-2) = -(-2)^2 - 4 \cdot (-2) + 5 = -4 + 8 + 5 = 9.$$

x	-3	-2	-1
y	8	9	8



б) т. к. ветки параболы направлены вниз, то $y_{\max} = y_{\text{вершины}} = 9$

6. $2\sqrt{3} = \sqrt{4 \cdot 3} = \sqrt{12}$; $3 = \sqrt{9}$. Т. к. $9 < 10 < 12$, и функция $y = \sqrt{t}$ возрастает, то $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{12}$. Ответ: 3, $\sqrt{10}$, $2\sqrt{3}$.

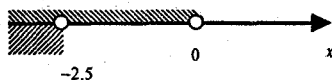
$$7. a^3 - 4a = a(a^2 - 4) = a(a-2)(a+2).$$

Вариант 2

$$1. (6x+3)(9-x)=0, 6x+3=0 \text{ или } 9-x=0. x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = 9. \text{ Ответ: } -\frac{1}{2}, 9$$

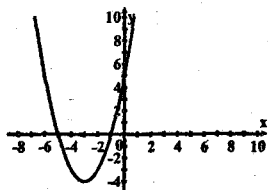
$$2. \left(\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + 2 \right) \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{ab} \cdot \frac{1}{a+b} = \frac{(a+b)^2}{ab(a+b)} = \frac{a+b}{ab}$$

$$3. \begin{cases} 3x-2y=16, \\ 4x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-2y=16, \\ 8x+2y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x=22, \\ y=3-4x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2, \\ y=-5. \end{cases} \text{ Ответ: } (2; -5).$$



$$4. \begin{cases} 2x+6 > 4x+6, \\ 4x+10 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > 4x, \\ 4x+10 < 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x < 0, \\ 2x < -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0, \\ x < -2,5 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (-\infty; -2,5). \text{ Ответ: } (-\infty; -2,5).$$



5. $y = x^2 + 6x + 5$. График – парабола, ветви вверх. Вершина: $x_0 = \frac{-6}{2 \cdot 1} = -3$.

$$y_0 = y(-3) = 9 + 6 \cdot (-3) + 5 = 14 - 18 = -4.$$

x	-5	-4	-3	-2	-1
y	0	-3	-4	-3	0

б) Т. к. ветви направлены вверх, то $y_{\min} = y_{\text{вершины}} = -4$.

$$6. \sqrt{15}; 3\sqrt{2}; 4. \quad 3\sqrt{2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}; 4 = \sqrt{4^2} = \sqrt{16}.$$

Т.к. $15 < 16 < 18$, и функция $y = \sqrt{t}$ возрастает, то $\sqrt{15} < \sqrt{16} < \sqrt{18}$

Ответ: $\sqrt{15}; 4, 3\sqrt{2}$.

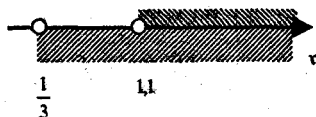
$$7. c - 16c^3 = -c(4c^2 - 1) = -c(2c - 1)(2c + 1).$$

РАБОТА № 47

Вариант 1

$$1. \frac{3b^2 + 2b}{b^2 - 4} - \frac{b}{b - 2} = \frac{3b^2 + 2b - b(b + 2)}{(b - 2)(b + 2)} = \frac{3b^2 + 2b - b^2 - 2b}{(b - 2)(b + 2)} = \frac{2b^2}{b^2 - 4}$$

$$2. \gamma = \frac{P}{V}, \gamma \cdot V = P, V = \frac{P}{\gamma}.$$



$$3. \begin{cases} 5x - 1 > 4,5, \\ 2 - 3x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x > 5,5, \\ 3x > 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 1,1, \\ x > \frac{1}{3}. \end{cases} \quad x \in (1,1; \infty). \text{ Ответ: } (1,1; \infty).$$

$$4. \text{ а) } 4x^2 + 8x - 5 = 0, \begin{cases} y = 0 \\ y = 4x^2 + 8x - 5 \end{cases}; 4x^2 + 8x - 5 = 0. \text{ По т. Виета: } x_1 = -2,5,$$

$$x_2 = \frac{1}{2}. \text{ С осью } x: \left(\frac{1}{2}; 0\right) \text{ и } (-2,5; 0). \text{ б) } y(0) = 4 \cdot 0 + 8 \cdot 0 - 5 = -5.$$

С осью $y: (0; -5)$. Ответ: а) с осью $x: (-2,5; 0); \left(\frac{1}{2}; 0\right)$; б) с осью $y: (0; -5)$.

5. Пусть скорость лодки в стоячей воде x км/ч, тогда по течению $x+2$, а против: $x-2$ км/ч. Составим уравнение.

$$(x+2) \cdot 4 = (x-2) \cdot 8; 4x+8=8x-16; 4x=24; x=6; (x+2) \cdot 4 = (6+2) \cdot 4 = 32.$$

Ответ: 6 км/ч, 32 км.

6. а) $y(6) = -5$; б) наибольшее значение функции равно 4;

в) $y < 0$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (5; \infty)$.

$$7. \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} > \left(\frac{3}{4}\right)^{-2}; \text{ т.к. } \left(\frac{3}{2}\right)^2 > \left(\frac{4}{3}\right)^2; \text{ т.к. } \frac{9}{4} > \frac{16}{9}. \text{ Ответ: } \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} > \left(\frac{3}{4}\right)^{-2}$$

Вариант 2

$$1. \frac{3a^2 + 6a}{a^2 - 9} - \frac{2a}{a - 3} = \frac{3a^2 + 6a - 2a(a + 3)}{(a - 3)(a + 3)} = \frac{3a^2 + 6a - 2a^2 - 6a}{(a - 3)(a + 3)} = \frac{a^2}{a^2 - 9}$$

$$2. N = \frac{A}{t}; A = N \cdot t, t \neq 0.$$

$$3. \begin{cases} 2+3x < 0, \\ 2-5x > 8 \end{cases} \begin{cases} 3x < -2, \\ 5x < -6 \end{cases} \begin{cases} x < -\frac{2}{3}, \\ x < -\frac{6}{5} \end{cases} x \in \left(-\infty, -1\frac{1}{5}\right). \text{ Ответ: } \left(-\infty, -1\frac{1}{5}\right)$$

$$4. \begin{cases} y = 0 \\ y = 3x^2 - 7x - 6 \end{cases}$$

$$3x^2 - 7x - 6 = 0, \quad D = 49 - 4 \cdot 3 \cdot (-6) = 121,$$

$$x_1 = \frac{7-11}{6} = -\frac{4}{6} = -\frac{2}{3}, \quad x_2 = \frac{7+11}{6} = \frac{18}{6} = 3. \text{ С осью } x: \text{ в точках}$$

$$\left(-\frac{2}{3}; 0\right) \text{ и } (3, 0).$$

$$6) y(0) = 3 \cdot 0 - 7 \cdot 0 - 6 = -6. \text{ С осью } y: \text{ в точке } (0; -6).$$

5 Пусть собственная скорость лодки x км/ч, тогда по течению: $x+1$, а против: $x-1$ км/ч. $3(x+1) = 4(x-1)$; $3x+3 = 4x-4$,

$$x = 7. (x+1)3 = (7+1)3 = 24. \text{ Ответ: } 7 \text{ км/ч; } 24 \text{ км.}$$

6. а) $y = -5$ при $x = -6$ или $x = 0$; б) наибольшее значение функции равно 4; в) $y > 0$ при $x \in (-5; -1)$.

$$7. \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} < \left(\frac{4}{7}\right)^{-2}; \text{ т.к. } \left(\frac{5}{3}\right)^2 < \left(\frac{7}{4}\right)^2; \text{ т.к. } \frac{25}{9} < \frac{49}{16} \text{ Ответ: } \left(\frac{3}{5}\right)^{-2} < \left(\frac{4}{7}\right)^{-2}$$

РАБОТА № 48

Вариант 1

$$1. 2c(3c+4) - 3c(2c+1) = 6c^2 + 8c - 6c^2 - 3c = 5c.$$

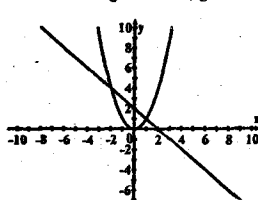
$$2. \frac{a^2 + 3a}{9 - a^2} = \frac{a(a+3)}{(3-a)(3+a)} = \frac{a}{3-a}, \text{ при } a \neq -3$$

$$3. \begin{cases} 6x+3 > 0, \\ 7-4x < 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1 > 0, \\ 4x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > -1, \\ x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{1}{2}, \\ x > 0 \end{cases}$$

$$x \in (0; +\infty). \text{ Ответ: } (0; +\infty).$$

$$4. 3x^2 + 7x - 6 = 0, D = 49 - 4 \cdot 3 \cdot (-6) = 49 + 72 = 121,$$

$$x_1 = \frac{-7-11}{6} = \frac{-18}{6} = -3; \quad x_2 = \frac{-7+11}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}. \text{ Ответ: } -3; \frac{2}{3}.$$



5. а) $y = x^2$. График – парабола, ее ветви направлены вверх.

x	-2	2	-1	0	1
y	3	3	1	0	1

б) $y = -x + 2$. График – прямая.

x	0	2
y	2	0

$$\begin{cases} y = x^2, \\ y = -x + 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + x - 2 = 0, \\ y = -x + 2 \end{cases} \text{ по т. Виета } \begin{cases} x = -2 \\ x = 1 \\ y = x + 2, \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ x = -2 \\ y = 4 \end{cases}$$

Ответ: (1; 1); (-2; 4).

6. Пусть первая машина печатает x страниц в минуту, тогда $10x + (x-4) \cdot 15 = 340$, $10x + 15x - 60 = 340$, $25x - 60 = 340$, $25x = 400$. $x = 16$
Если $x = 16$, то $x - 4 = 12$.

Ответ: первая машина печатает 16 страниц в минуту, а вторая 12

$$7. \omega = \sqrt{\frac{1}{Lc}}; Lc = \frac{1}{\omega^2}; c = \frac{1}{\omega^2 L}.$$

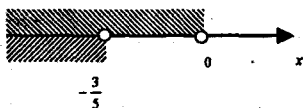
Вариант 2

$$1. 3a(2a-1) - 2a(4+3a) = 6a^2 - 3a - 8a - 6a^2 = -11a.$$

$$2. \frac{4-a^2}{a^2+2a} = \frac{(2-a)(2+a)}{a(a+2)} = \frac{2-a}{a}, \text{ при } a \neq -2.$$

$$3. \begin{cases} 2-10x > 8, \\ 3x+4 < 4 \end{cases} \begin{cases} 1-5x > 4, \\ 3x < 0 \end{cases} \begin{cases} x < 0, \\ 5x < -3 \end{cases} \begin{cases} x < 0 \\ x < -\frac{3}{5} \end{cases} x \in \left(-\infty, -\frac{3}{5}\right)$$

$$\text{Ответ: } \left(-\infty; -\frac{3}{5}\right).$$



$$4. 2x^2 - 9x + 4 = 0,$$

$$D = (-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4 = 81 - 32 = 49,$$

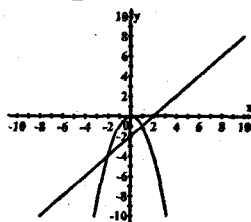
$$x_1 = \frac{9-7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{9+7}{4} = \frac{16}{4} = 4. \text{ Ответ: } \frac{1}{2}; 4$$

5. $y = -x^2$. График – парабола, ее ветви направлены вниз.

x	-2	-1	0	1	2
y	-4	-1	0	-1	-4

6) $y = x - 2$. График – прямая.

x	0	2
y	-2	0



$$\begin{cases} y = -x^2, \\ y = x - 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 2, \\ -x^2 = x - 2 \end{cases} \begin{cases} y = x - 2, \\ x_1 - 2 \\ x_2 = 1 \end{cases} \begin{cases} x = -2 \\ y = -4 \\ x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \text{ Ответ: } (-2; -4); (1; -1)$$

6. Пусть второй автомат упаковывает в минуту x пачек печенья, тогда $20x+10(x+2)=320$, $20x+10x+20=320$, $30x=300$, $x=10$, тогда $x+2=10+2=12$. Ответ: первый автомат упаковывал за минуту 12 пачек печенья, а второй — 10.

7. $t = \sqrt{\frac{2h}{a}}$; $2h = t^2 a$; $h = \frac{t^2 a}{2}$.

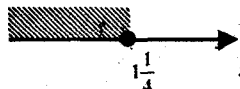
РАБОТА № 49

Вариант 1

1. $2x^2+3x-2=0$, $D=9-4 \cdot 2 \cdot (-2)=25$.

$x_1 = \frac{-3-5}{4} = \frac{-8}{4} = -2$; $x_2 = \frac{-3+5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Ответ: -2; $\frac{1}{2}$.

2. $\left(\frac{3c+1}{c-1} + c \right) \cdot \frac{1}{c+1} = \frac{3c+1+c(c-1)}{c-1} \cdot \frac{1}{c+1} =$
 $= \frac{3c+1+c^2-c}{(c-1)(c+1)} = \frac{c^2+2c+1}{(c-1)(c+1)} = \frac{(c+1)^2}{(c-1)(c+1)} = \frac{c+1}{c-1}$, при $c \neq -1$.



3. $3x+5 \geq 9x-(5-2x)$, $3x+5 \geq 9x-5+2x$,

$8x \leq 10$, $x \leq 1\frac{1}{4}$. Ответ: $\left(-\infty; 1\frac{1}{4}\right]$.

4. $y=2x-1$

x	0	3
y	-1	5

$y(-25) = -50-1 = -51$;

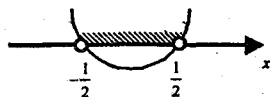
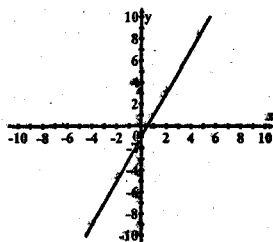
$-51 = -51$, т. о. функция проходит через точку А.

5. Пусть в один пакет помещается x кг яблок, тогда можем составить уравнение. $6x=4(x+1)$, $6x=4x+4$, $6x-4x=4$, $2x=4$, $x=2$.

Если $x=2$, то $6x=6 \cdot 2=12$. Ответ: было 12 килограммов яблок.

6. $\frac{1}{4} - x^2 > 0$, $x^2 - \frac{1}{4} < 0$, $(x - \frac{1}{2})(x + \frac{1}{2}) < 0$.

$x \in \left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. Ответ: $\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.



7. $\frac{(\sqrt{3})^4}{18} = \frac{3^2}{18} = \frac{1}{2}$

Вариант 2

1. $3x^2 + 8x - 3 = 0$, $D = 8^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-3) = 100$,

$x_1 = \frac{-8-10}{6} = -\frac{18}{6} = -3$; $x_2 = \frac{-8+10}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Ответ: -3 ; $\frac{1}{3}$.

2. $\left(y + \frac{4y+1}{y-2}\right) \cdot \frac{1}{y+1} = \frac{y^2 - 2y + 4y + 1}{y-2} \cdot \frac{1}{y+1} =$
 $= \frac{y^2 + 2y + 1}{(y-2)(y+1)} = \frac{(y+1)^2}{(y+1)(y-2)} = \frac{y+1}{y-2}$, при $y \neq -1$.

3. $1-x \leq 6x - (3x-1)$, $1-x \leq 6x - 3x + 1$,
 $4x \geq 0$; $x \geq 0$. Ответ: $[0; +\infty)$.



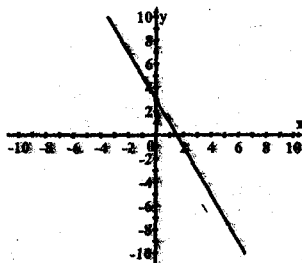
4. а) $y = -2x + 3$. График – прямая.

x	0	1
y	3	1

б) $y(20) = -2 \cdot 20 + 3 = -40 + 3 =$
 $= -37$; $-37 = -37$.

Т.о. график функции проходит через точку $B(20; -37)$.

Ответ: точка B принадлежит графику функции $y = -2x + 3$.



5. Пусть первый рабочий за 1 час изготовил x деталей, тогда можем составить уравнение.

$5x = 4(x+12)$, $5x = 4x + 48$, $5x - 4x = 48$, $x = 48$. Если $x = 48$, то $5x = 5 \cdot 48 = 240$

Ответ: каждый рабочий изготовил по 240 деталей.

6. $0,01 - x^2 > 0$, $x^2 - 0,01 < 0$,



$(x - 0,1)(x + 0,1) < 0$.

$x \in (-0,1; 0,1)$.

Ответ: $(-0,1; 0,1)$.

7. $\frac{(\sqrt{2})^6}{32} = \frac{2^3}{32} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$.

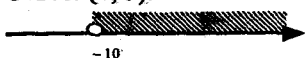
РАБОТА № 50

Вариант 1

1. $4ab + 2(a-b)^2 = 4ab + 2(a^2 - 2ab + b^2) = 4ab + 2a^2 - 4ab + 2b^2 = 2a^2 + 2b^2$.

2. $\begin{cases} 4x - 2y = -6, \\ 6x + y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - y = -3, \\ 6x + y = 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8x = 8, \\ y = 11 - 6x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ y = 5. \end{cases}$

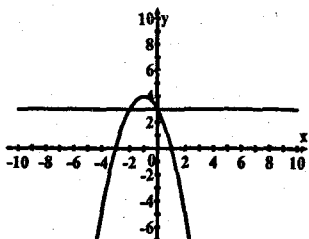
Ответ: (1; 5).



3. $6 - 3x < 19 - (x - 7)$, $6 - 3x < 19 - x + 7$,
 $x - 2x < 20$, $x > -10$. Ответ: $(-10; \infty)$.

4. $6 + \frac{7}{x} = x$, ОДЗ: $x \neq 0$. $x^2 - 6x - 7 = 0$. $D = 36 + 7 \cdot 4 = 64$.

$x_1 = \frac{6-8}{2} = -1$, $x_2 = \frac{6+8}{2} = 7$. Ответ: -1; 7.



5. $y = -x^2 - 2x + 3$. График – парабола, ее ветви направлены вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{-(-2)}{2 \cdot (-1)} = -1$,

$y_0 = y(-1) = -(-1)^2 - 2 \cdot (-1) + 3 = 4$.

x	-3	-2	-1	0	1
y	0	3	4	3	0

б) $\begin{cases} y = 3 \\ y = -x^2 - 2x + 3 \end{cases} \quad -x^2 - 2x = 0, x(2+x) = 0$.

$x=0$ или $2+x=0$; $x_1=0$, $x_2=-2$. Ответ: $y=3$ при $x=-2$ или $x=0$.

6. Пусть Николай проехал на автобусе x км, тогда можем составить уравнение. $x + 4,5x = 1100$, $5,5x = 1100$, $x = 200$.

$4,5x = 4,5 \cdot 200 = 900$. Ответ: Николай пролетел на самолете 900 км.

7. $\frac{b^2 - b}{ab - b} = \frac{\cancel{b}(b-1)}{\cancel{b}(a-1)} = \frac{b-1}{a-1}$, при $b \neq 0$.

Вариант 2

1. $3(x+y)^2 - 6xy = 3(x^2 + 2xy + y^2) - 6xy = 3x^2 + 6xy + 3y^2 - 6xy = 3x^2 + 3y^2$.

2. $\begin{cases} 5x + y = 14, \\ 3x - 2y = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} 10x + 2y = 28, \\ 3x - 2y = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} 13x = 26, \\ y = 14 - 5x \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases}$ Ответ: (2; 4).

3. $17 - (x+2) > 12x - 11$,
 $17 - x - 2 > 12x - 11$, $15 - x > 12x - 11$,
 $13x < 26$, $x < 2$. Ответ: $(-\infty; 2)$.



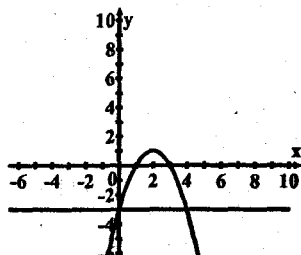
4. $2 + \frac{15}{x} = x$. ОДЗ: $x \neq 0$. $2x + 15 = x^2$, $x^2 - 2x - 15 = 0$, $D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-15) = 64$,

$x_1 = \frac{2-8}{2} = -3$, $x_2 = \frac{2+8}{2} = 5$.

Ответ: -3; 5

5. $y = -x^2 + 4x - 3$. График – парабола, ее ветви направлены вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{-4}{2 \cdot (-1)} = 2$,



$$y_0 = y(2) = -2^2 + 4 \cdot 2 - 3 = -4 + 8 - 3 = 1.$$

x	0	1	2	3	4
y	-3	0	1	0	-3

$y = -3$ при $x=0$ или $x=4$. Ответ: $y = -3$ при $x=0$ или $x=4$.

6. Пусть Сергей прошел пешком x км, тогда можно составить уравнение. $x+2,5x=280$, $3,5x=280$, $x=80$. $2,5x=2,5 \cdot 80=200$.

Ответ: Сергей проехал на электричке 200 км.

$$7. \frac{mn+n^2}{mn+n} = \frac{\cancel{n}(m+n)}{\cancel{n}(m+1)} = \frac{m+n}{m+1}, \text{ при } n \neq 0.$$

РАБОТА № 51

Вариант 1

$$1. \frac{20}{c^2+4c} - \frac{5}{c} = \frac{20-5(c+4)}{c(c+4)} = \frac{20-5c-20}{c(c+4)} = \frac{-5c}{c(c+4)} = \frac{-5}{c+4}.$$

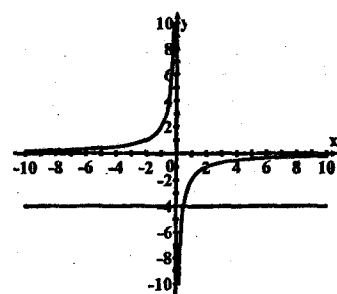
$$2. (x+5)\left(2x-\frac{1}{3}\right) = 0, x+5=0 \text{ или } 2x-\frac{1}{3}=0, x_1 = -5; x_2 = \frac{1}{6}.$$

Ответ: $-5; \frac{1}{6}$.



$$3. \begin{cases} 2x+5 < 0, \\ 4x+9 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < -5, \\ 4x < -9 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x < -2,5, \\ x < -2,25 \end{cases} \Leftrightarrow x < -2,5. \text{ Ответ: } (-\infty; -2,5).$$



4. а) $y = -\frac{2}{x}$. График – гипербола, ветви во II и IV координатных четвертях.

x	-2	-1	1	2
y	1	2	-2	-1

$$\begin{cases} y = -4 \\ y = -\frac{2}{x}; -\frac{2}{x} = -4; x = \frac{1}{2}. \end{cases}$$

Ответ: $y = -4$ при $x = \frac{1}{2}$.

5. Пусть в пакете x г конфет, тогда можем составить уравнение.

$$15x+5(x+20)=2400, 15x+5x+100=2400, 20x=2300, x=115.$$

$$x+20=15+20=135.$$

Ответ: в пакете – 115 г. конфет, а в коробке – 135 г.

$$6. \begin{cases} x - y = 6 \\ x^2 + y^2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 + y \\ (6 + y)^2 + y^2 = 20 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 + y, \\ 2y^2 + 12y + 36 - 20 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 + y, \\ y^2 + 6y + 8 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

по т. Виета $\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 + y, \\ y = -2, \\ y = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \\ x = 2 \\ y = -4 \end{cases}$. Ответ: (4; -2); (2; -4)

$$7. \sqrt{3^6 \cdot 2^4 \cdot 5^2} = \sqrt{3^6} \cdot \sqrt{2^4} \cdot \sqrt{5^2} = \sqrt{(3^3)^2} \cdot \sqrt{(2^2)^2} \cdot \sqrt{5^2} =$$

$$= 3^3 \cdot 2^2 \cdot 5 = 27 \cdot 4 \cdot 5 = 540.$$

Вариант 2

$$1. \frac{9}{a^2 + 3a} - \frac{3}{a} = \frac{9}{a(a+3)} - \frac{3(a+3)}{a(a+3)} =$$

$$= \frac{9 - 3(a+3)}{a(a+3)} = \frac{9 - 3a - 9}{a(a+3)} = \frac{-3a}{a(a+3)} = \frac{-3}{a+3}, \text{ при } a \neq 0.$$

$$2. (x-1)\left(5x + \frac{1}{2}\right) = 0. \quad x-1=0 \text{ или } 5x + \frac{1}{2} = 0, \quad x_1 = 1, \quad x_2 = -0,1.$$

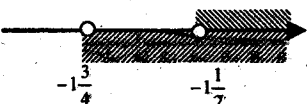
Ответ: -0,1; 1.

$$3. \begin{cases} 4x + 7 > 0, \\ 2x + 3 > 0 \end{cases} \begin{cases} 4x > -7, \\ 2x > -3 \end{cases} \begin{cases} x > -\frac{7}{4}, \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases} \quad x \in \left(-1\frac{1}{2}; +\infty\right). \text{ Ответ: } \left(-1\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

4. а) $y = \frac{6}{x}$. График – гипербола, ее ветви

в I и III координатных четвертях.

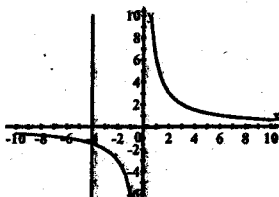
x	-3	-2	2	3
y	-2	-3	3	2



$$6) y(-4) = \frac{6}{-4} = -\frac{3}{2} = -1,5.$$

Ответ: $y(-4) = -1,5$.

5. Пусть в маленькой коробочке было x карандашей, тогда можно составить уравнение. $(x+12) \cdot 5 + x \cdot 11 = 156$,
 $5x + 60 + 11x = 156$.



$16x=96, x=6. x+12=6+12=18$. Ответ: в маленькой коробке – 6 карандашей, а в большой – 18 карандашей.

$$6. \begin{cases} x-y=4, \\ x^2+y^2=10 \end{cases} \begin{cases} x=4+y, \\ y^2+8y+16+y^2=10 \end{cases} \begin{cases} y^2+4y+3=0 \\ x=4+y \end{cases}$$

по т. Виета $\begin{cases} y=-3 \\ y=-1 \\ x=4+y \end{cases} \begin{cases} y=-1 \\ x=3 \\ y=-3 \\ x=1 \end{cases}$ Ответ: (3;-1); (1;-3)

$$7. \sqrt{2^8 \cdot 5^2 \cdot 3^4} = \sqrt{(2^4)^2 \cdot 5^2 \cdot (3^2)^2} = 2^4 \cdot 5 \cdot 3^2 = 16 \cdot 5 \cdot 9 = 720.$$

РАБОТА № 52

Вариант 1


$$1. -x^2+2x+8=0, x^2-2x-8=0, D=4+32=36. x_1=\frac{2+6}{2}=4; x_2=\frac{2-6}{2}=-2.$$

Ответ: -2; 4.

$$2. \frac{a^2b}{a^2-2ab+b^2} \cdot \frac{a-b}{a} = \frac{a^2b \cdot \cancel{(a-b)}}{(a-b)^2 \cdot \cancel{a}} = \frac{ab}{a-b}, \text{ при } a \neq 0.$$

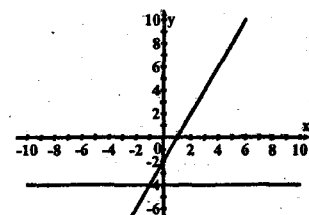
3. При $x=-1,19$,

$$\frac{2\sqrt{2+x}}{15} = \frac{2\sqrt{2-1,19}}{15} = \frac{2\sqrt{0,81}}{15} = \frac{2 \cdot 0,9}{15} = \frac{3}{25}.$$



$$4. \begin{cases} x-1 < 2+3x, \\ 5x-7 < x+9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x > -3, \\ 4x < 16 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{3}{2}, \\ x < 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1,5, \\ x < 4 \end{cases} \quad x \in (-1,5; 4). \text{ Ответ: } (-1,5; 4).$$



5. а) $y=2x-2$. График – прямая.

x	0	1
y	-2	0

$$б) \begin{cases} y=-4 \\ y=2x-2 \end{cases}; -4=2x-2, x=-1.$$

Ответ: (-1; -4).

6. Пусть фруктовая смесь содержит x кг яблок, тогда можем составить уравнение. $x+1,6x+0,2+x=2$, $3,6x=1,8$; $x=\frac{1}{2}$. $1,6x=1,6 \cdot 0,5=0,8$; $x+0,2=0,5+0,2=0,7$.

Ответ: в упаковке 0,5 кг яблок, 0,8 кг чернослива и 0,7 кг изюма.

7. $x^2 \leq 81, x^2 - 81 \leq 0,$

$(x-9)(x+9) \leq 0. x \in [-9; 9].$



Ответ: $[-9; 9].$

Вариант 2

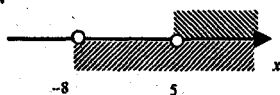
1. $-x^2 + 7x - 10 = 0, x^2 - 7x + 10 = 0, D = (-7)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10 = 9,$

$x_1 = \frac{7-3}{2} = \frac{4}{2} = 2, x_2 = \frac{7+3}{2} = 5. \text{ Ответ: } 2; 5.$

2. $\frac{x+y}{y} : \frac{x^2+2xy+y^2}{xy^2} = \frac{x+y}{y} : \frac{(x+y)^2}{xy^2} =$
 $= \frac{x+y}{1} \cdot \frac{xy}{(x+y)^2} = \frac{xy}{x+y}, \text{ при } y \neq 0, x \neq 0.$

3. При $x=0,91, \frac{3}{2\sqrt{1-x}} = \frac{3}{2\sqrt{1-0,91}} = \frac{3}{2 \cdot \sqrt{0,09}} = \frac{3}{2 \cdot 0,3} = 5.$

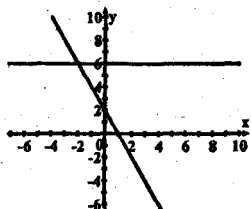
4. $\begin{cases} 2x+7 < 4x-3, \\ 18+x > 2-x \end{cases} \begin{cases} 2x > 10, \\ 2x > -16 \end{cases} \begin{cases} x > 5, \\ x > -8. \end{cases}$



$x \in (5; \infty). \text{ Ответ: } (5; \infty).$

5. $y = -2x + 2.$ График – прямая.

x	0	-1
y	2	4



6) $\begin{cases} y = 6 \\ y = -2x + 2 \end{cases}; -2x + 2 = 6, x = -2. \text{ Ответ: } (-2; 6).$

6. Пусть для изготовления мороженого потребуется x кг сливок, тогда можем составить уравнение.
 $x + 2,5x + x + 0,1 = 1; 4,5x = 0,9; x = 0,2.$

$2,5x = 2,5 \cdot 0,2 = 0,5, x + 0,1 = 0,2 + 0,1 = 0,3.$

Ответ: для приготовления 1 кг мороженого потребуется 0,5 кг воды, 0,2 кг сливок и 0,3 кг сахара.



7. $x^2 \geq 64, x^2 - 64 \geq 0,$

$(x-8)(x+8) \geq 0, x \in (-\infty; -8] \cup [8; \infty).$

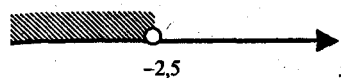
Ответ: $(-\infty; -8] \cup [8; \infty).$

РАБОТА № 53

Вариант 1

1. $\frac{a^2 + y^2}{ay - y^2} - \frac{2a}{a - y} = \frac{a^2 + y^2 - 2ay}{y(a - y)} = \frac{(a - y)^2}{y(a - y)} = \frac{a - y}{y}, \text{ при } a \neq y.$

2. $9x^2 - 6x + 1 = 0$, $(3x-1)^2 = 0$, $3x-1=0$, $3x=1$, $x = \frac{1}{3}$. Ответ: $\frac{1}{3}$.



3. $2x - 3(x+1) > 2+x$, $2x - 3x - 3 > 2+x$,
 $2x < -5$, $x < -2,5$.
 Ответ: $(-\infty; -2,5)$.

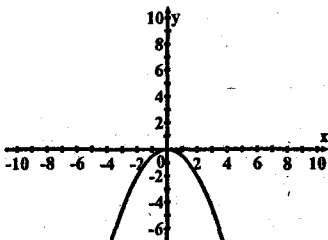
4. $y = -0,5x^2$.

График – парабола, ее ветви направлены вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{0}{-1} = 0$,

$y_0 = y(0) = -0,5 \cdot 0 = 0$.

x	-4	-2	0	2	4
y	-8	-2	0	-2	-8



6) $y(8) = -0,5 \cdot 8^2 = -0,5 \cdot 64 = -32$; $-32 = -32$.

Значит, точка $M(8; -32)$ принадлежит графику функции $y = -0,5x^2$.

Ответ: график проходит через точку $M(8; -32)$.

5. $\begin{cases} x - y = 2, \\ x - y^2 = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - y = 0, \\ x = 2 + y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 0 \\ x = 2 \\ y = 1 \\ x = 3 \end{cases}$

Ответ: $(2; 0)$; $(3; 1)$.

6. Пусть велосипедист и мотоциклист были в пути x часов, тогда можно составить уравнение.

$\frac{10}{x} - \frac{4}{x} = 18$; $10 - 4 = 18x$, $6 = 18x$; $x = \frac{1}{3}$. $\frac{4}{x} = 4 \cdot 3 = 12$.

Ответ: скорость велосипедиста составляет 12 километров в час.

7. $26 = \sqrt{676}$; $762 > 676$; т. о. $\sqrt{762} > \sqrt{676}$, т.к. функция $y = \sqrt{t}$ – возрастающая. Ответ: $\sqrt{762} > 26$.

Вариант 2

1. $\frac{a^2 + b^2}{2a^2 + 2ab} + \frac{b}{a+b} = \frac{a^2 + 2ab + b^2}{2a(a+b)} = \frac{(a+b)^2}{2a(a+b)} = \frac{a+b}{2a}$, при $a \neq -b$.

2. $4x^2 + 4x + 1 = 0$, $(2x+1)^2 = 0$, $x = -\frac{1}{2}$. Ответ: $-\frac{1}{2}$.

3. $18 - 8(x-2) < 10 - 4x$,

$18 - 8x + 8 \cdot 2 < 10 - 4x$, $4x > 24$, $x > 6$.

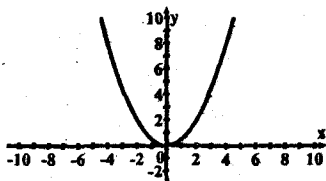
Ответ: $(6; \infty)$.

4. $y = 0,5x^2$. График – парабола, ее ветви направлены вверх.



x	-4	-2	0	2	4
y	8	2	0	2	8

$y = (-12) = 0,5 \cdot (-12)^2 = 0,5 \cdot 144 = 72$,
 $72 = 72$. Т.о. график функции $y = 0,5x^2$
 проходит через точку $D(-12; 72)$.
 Ответ: график функции $y = 0,5x^2$
 проходит через точку $D(-12; 72)$.



5. $\begin{cases} x^2 - y = -1 \\ x + y = 1 \end{cases}, \begin{cases} x^2 + x = 0 \\ y = 1 - x \end{cases}, \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ y = 1 - x \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \\ x = -1 \\ y = 2 \end{cases}$. Ответ: (0; 1); (-1; 2).

6. Пусть пешеход шел со скоростью x км/ч, тогда можно составить уравнение.

$\frac{5}{x} = \frac{15}{x+12}$. $5(x+12) = 15x$, $5x+60 = 15x$, $10x = 60$, $x = 6$. Ответ: 6 км/ч.

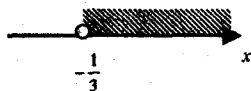
7. $28 = \sqrt{28^2} = \sqrt{784}$. Т.к. $784 > 781$, то $\sqrt{784} > \sqrt{781}$. Ответ: $28 > \sqrt{781}$.

РАБОТА № 54

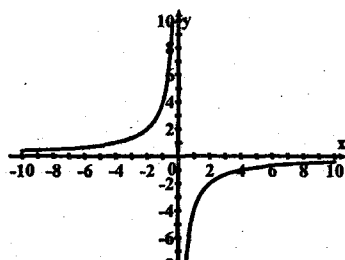
Вариант 1

1. $5a - \frac{3+5a^2}{a+1} = \frac{5a^2+5a-(3+5a^2)}{a+1} = \frac{5a^2+5a-3-5a^2}{a+1} = \frac{5a-3}{a+1}$.

2. $x^2 - x - 30$. Нули: $x^2 - x - 30 = 0$, по т. Виета $x_1 = -5$, $x_2 = 6$.
 $x^2 - x - 30 = (x+5)(x-6)$.



3. $3a+1 > 0$, $3a > -1$, $a > -\frac{1}{3}$, $a \in \left(-\frac{1}{3}; \infty\right)$. Ответ: $\left(-\frac{1}{3}; \infty\right)$.



4. а) $y = -\frac{4}{x}$. График – гипербола,
 ее ветви во II и IV координатных
 четвертях.

x	-2	-1	1	2
y	2	4	-4	-2

б) Из рисунка видно, что при $x > 0$ функция $y = -\frac{4}{x}$ возрастает (по рисунку). Ответ: при $x > 0$ функция возрастает.

5. $4 - x^2 < 0, x^2 - 4 > 0, (x-2)(x+2) > 0,$
 $x \in (-\infty; -2) \cup (2; \infty).$

Ответ: $(-\infty; -2) \cup (2; \infty).$



6. Пусть собственная скорость лодки равна x км/ч, тогда можно составить уравнение.

$$\frac{20}{x-2} = \frac{36}{x+2}, 20(x+2) = 36(x-2), 20x+40 = 36x-72, 16x = 112, x = 7.$$

Ответ: собственная скорость лодки равна 7 км/ч.

7. $4 = \sqrt{16}$. Т.к. $6 < 13 < 16$, то $\sqrt{6} < \sqrt{13} < \sqrt{16}$. Ответ: $\sqrt{6}; \sqrt{13}; 4$.

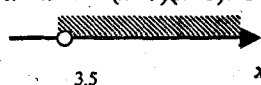
Вариант 2

1. $4c - \frac{4c^2 - 2c}{2+c} = \frac{8c + 4c^2 - (4c^2 - 2c)}{2+c} = \frac{8c + 4c^2 - 4c^2 + 2c}{2+c} = \frac{10c}{2+c}.$

2. $x^2 + x - 42$.

1. Нули: $x^2 + x - 42 = 0$; по т. Виета: $x_1 = 6, x_2 = -7$.

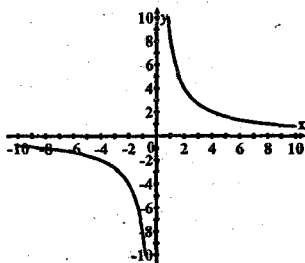
$x^2 + x - 42 = (x+7)(x-6)$. Ответ: $(x+7)(x-6)$.



3. $7 - 2a < 0, a > 3,5$. Ответ: $(3,5; \infty)$.

4. а) $y = \frac{8}{x}$. График – гипербола, ее ветви в I и III координатных четвертях.

x	-2	-4	4	2
y	-4	-2	2	4



б) По рисунку видно, что при $x > 0$ функция убывает.

Ответ: при $x > 0$ функция убывает.

5. $16 - x^2 > 0, x^2 - 16 < 0,$

$(x-4)(x+4) < 0,$

$x \in (-4; 4)$. Ответ: $x \in (-4; 4)$.



6. Пусть собственная скорость x км/ч, тогда можно составить уравнение.

$$\frac{36}{x-2} = \frac{48}{x+2}; \frac{3}{x-2} = \frac{4}{x+2}. 3(x+2) = 4(x-2), \text{ где } x \neq 2, x \neq -2;$$

$3x + 6 = 4x - 8, x = 14$. Ответ: собственная скорость лодки равна 14 км/ч.

7. $3 = \sqrt{9}$; т. к. $7 < 9 < 12$, то $\sqrt{7} < \sqrt{9} < \sqrt{12}$. Ответ: $\sqrt{7}, 3, \sqrt{12}$.

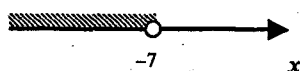
РАБОТА № 55

Вариант 1

1. $x^2 - 8x + 7 = 0$, по т. Виета $x_1 = 1, x_2 = 7$. Ответ: 1; 7.

2. $\frac{x^2 + 2xy + y^2}{x^2 - y^2} : (x + y) = \frac{(x + y)^2}{x^2 - y^2} \cdot \frac{1}{x + y} = \frac{(x + y)^2}{(x - y)(x + y)^2} = \frac{1}{x - y}$.

при $x \neq -y$.

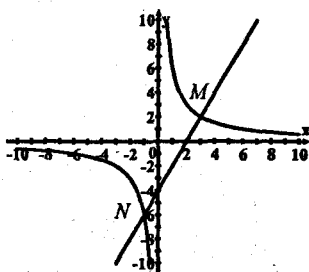


3. $10x - 3(4 - 2x) > 16 + 20x$,
 $10x - 12 + 6x > 16 + 20x, 4x < -28, x < -7$

Ответ: $(-\infty; -7)$.

4. Пусть пятирублевых — x штук, тогда: $5x + 2(x + 4) = 155$;
 $5x + 2x + 8 = 155; 7x = 147; x = 21, x + 4 = 21 + 4 = 25$.

Ответ: 21 пятирублевая монета и 25 двухрублевых.



5. а) $y = \frac{6}{x}$. График — гипербола, ее ветви в I и III координатных четвертях.

x	3	2	-2	-3
y	2	3	-3	-2

б) $y = 2x - 4$. График — прямая.

x	0	2
y	-4	0

Точки пересечения $N(-1; -6); M(3; 2)$.

Проверка: $2 = \frac{6}{3}$ и $2 = 3 \cdot 2 - 4$ — верные равенства

$-6 = \frac{6}{-1}$ и $-6 = 2 \cdot (-1) - 4$ — верные равенства. Ответ: $(-1; -6); (3; 2)$.

6. $v = 20 - 2,5t, 2,5t = 20 - v, t = \frac{20 - v}{2,5}, t = \frac{2(20 - v)}{5}$.

7. $\frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 4 < \frac{1}{2} ab < 8 \cdot 5 \cdot \frac{1}{2}, 14 < \frac{1}{2} ab < 20$.

Вариант 2

1. $x^2 - 6x - 16 = 0$, по т. Виета $x_1 = -2, x_2 = 8$. Ответ: $x_1 = -2, x_2 = 8$.

2. $\frac{a^2 - b^2}{a^2 - 2ab + b^2} \cdot (a - b) = \frac{a^2 - b^2}{(a - b)^2} \cdot (a - b) =$

$$= \frac{(a+b)(a-b)(a-b)}{(a-b)^2} = \frac{(a+b)\cancel{(a-b)^2}}{\cancel{(a-b)^2}} = a+b, \text{ при } a \neq b.$$

3. $3-5(2x+4) \geq 7-2x$; $3-10x-20 \geq 7-2x$;
 $8x \leq -24$, $x \leq -3$. Ответ: $(-\infty; -3]$.



4. Пусть десятикопеечных — x штук, тогда:

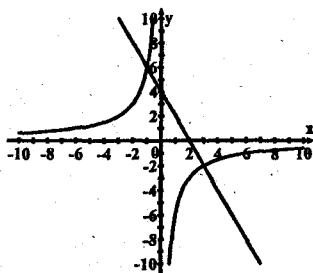
$$0,1x + 0,5(x-4) = 5,8; \quad 0,6x = 7,8; \quad x = 13, \quad x-4 = 13-4 = 9.$$

Ответ: 13 десятикопеечных монет и 9 пятидесятикопеечных.

5. а) $y = -\frac{6}{x}$. График — гипербола, ее

ветви во II и IV координатных четвертях.

x	-3	-2	2	3
y	2	3	-3	-2



б) $y = -2x+4$. График — прямая.

x	0	2
y	4	0

$$\begin{cases} y = -\frac{6}{x} \\ y = -2x+4 \end{cases}; \quad -2x+4 = -\frac{6}{x}; \quad x^2-2x-3=0. \quad x_1=-1, x_2=3.$$

Если $x=-1$, то $y = -\frac{6}{-1} = 6$. Если $x=3$, то $y = -\frac{6}{3} = -2$.

Т.о. графики данных функций пересекаются в точках с координатами $M(-1; 6)$ и $N(3; -2)$. Ответ: $(-1; 6)$ и $(3; -2)$.

$$6. S=35+1,2t; S-35=1,2t; 1,2t=S-35; t=\frac{S-35}{1,2}.$$

$$7. \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 9 < xy \cdot \frac{1}{2} < 10 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 9 < \frac{1}{2} xy < 15.$$

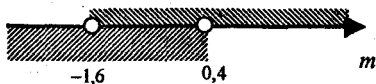
РАБОТА № 56

Вариант 1

1. $4x^2+20x=0$, $4x(x+5)=0$, $x=0$ или $x+5=0$, $x_1=0$, $x_2=-5$. Ответ: $-5; 0$.

$$2. \frac{4y}{y^2-x^2} - \frac{2}{y-x} = \frac{4y-2y-2x}{(y-x)(y+x)} = \frac{2y-2x}{(y-x)(y+x)} = \frac{2\cancel{(y-x)}}{\cancel{(y-x)}(y+x)} = \frac{2}{y+x}$$

при $y \neq x$.



3. $-1 < m + 0,6 < 1$; $-1,6 < m < 0,4$.

Ответ: $(-1,6; 0,4)$.

4. Пусть по лесной дороге велосипедист ехал со скоростью x км/ч, тогда можно составить уравнение.

$$x \cdot 2 + (x+4) \cdot 1,5 = 48; 2x + 1,5x + 6 = 48; 3,5x = 42; x = 12. \quad x+4 = 12+4 = 16.$$

Ответ: велосипедист ехал по шоссе со скоростью 16 километров в час, а по лесной дороге со скоростью 12 километров в час.

5. а) $t = 0^\circ$ в 12 часов и 22 часа;

б) температура была положительной с 12 часов по 22 часа, т.е. $t \in (12; 22)$;

в) максимальная температура в этот день была 6° ;

г) в течение суток температура повышалась с 4 до 16 часов.



6. $-x^2 - x + 12 > 0$, $x^2 + x - 12 < 0$.

Нули: $x^2 + x - 12 = 0$, по т. Виета

$$x_1 = -4, x_2 = 3. (x-3)(x+4) < 0,$$

$x \in (-4; 3)$. Ответ: $(-4; 3)$.

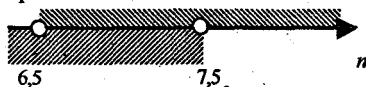
7. $(10^8)^2 \cdot 100^{-6} = 10^{16} \cdot (10^2)^{-6} = 10^{16} \cdot 10^{-12} = 10^4 = 10000$. Ответ: 10000

Вариант 2

1. $3x^2 - 12x = 0$; $x(x-4) = 0$. $x_1 = 0$ или $x-4=0$, $x_2 = 4$. Ответ: 0; 4.

2.
$$\frac{6a}{a^2 - b^2} - \frac{3}{a-b} = \frac{6a - 3(a+b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{6a - 3a - 3b}{(a-b)(a+b)} = \frac{3(a-b)}{(a-b)(a+b)} = \frac{3}{a+b},$$

при $a \neq b$.



3. $-0,5 < n - 7 < 0,5$,

$6,5 < n < 7,5$.

Ответ: $(6,5; 7,5)$.

4. Пусть мотоциклист ехал по проселочной дороге со скоростью x км/ч, тогда можем составить уравнение.

$$3x + \frac{1}{2}(x+10) = 110, \quad 7x + 10 = 220, \quad x = 30. \quad x+10 = 40.$$

Ответ: по шоссе мотоциклист ехал со скоростью 40 км/ч, а по проселочной дороге – 30 км/ч.

5. а) Температура была равна 9° в 12 часов и в 16 часов;

б) температура в течение суток понижалась с 0 часов до 4 часов и с 14 часов по 24 часа;

в) минимальная температура в этот день была -3° ;

г) температура была отрицательной с 1 часа ночи до 7 часов утра.

6. $-x^2 + 3x + 4 > 0$. $x^2 - 3x - 4 < 0$. Нули: $x^2 - 3x - 4 = 0$,

по т. Виета $x_1=4, x_2=-1. (x+1)(x-4)<0, x \in (-1; 4)$. Ответ: $(-1; 4)$.

$$7. (10^{-10} \cdot 100^6)^{-1} = (10^{-10} \cdot (10^2)^6)^{-1} = (10^{-10+12})^{-1} = 100^{-1} = 0,01.$$

РАБОТА № 57

Вариант 1

$$1. \left(\frac{c}{a-c} - \frac{c}{a} \right) \cdot \frac{a^2}{c^2} = \frac{ca - c(a-c)}{a(a-c)} \cdot \frac{a^2}{c^2} = \frac{ca - ca + c^2}{(a-c)} \cdot \frac{a}{c^2} = \frac{c^2 \cdot a}{(a-c) \cdot c^2} = \frac{a}{a-c},$$

при $c \neq 0$.

$$2. \frac{5x}{3x-5} = 3; \text{ ОДЗ: } 3x \neq 5; x \neq \frac{5}{3}. 5x = 3(3x-5), 5x = 9x-15, 4x = 15;$$

$$x = 3\frac{3}{4}. \text{ Ответ: } x = 3\frac{3}{4}.$$

$$3. 19-7x < 20-3(x-5), \\ 19-7x < 20-3x+15, 4x > -16, x > -4.$$

Ответ: $(-4; \infty)$.

4. а) $y = x^2 - 2$. График – парабола, ее ветви направлены вверх.

x	-2	-1	0	1	2
y	2	-1	-2	-1	2

б) Из рисунка видно, что функция $y = x^2 - 2$, возрастает на промежутке $[0; +\infty)$.

Ответ: функция $y = x^2 - 2$ возрастает на промежутке $[0; +\infty)$.

5. Пусть в каждом ряду было x стульев, тогда можно составить уравнение. $x(x+8)=48, x^2+8x=48, x^2+8x-48=0$.

По т. Виета $x_1 = -12$; но $x \geq 0$. $x_2 = 4$, $x+8 = 4+8=12$.

Ответ: в зале было 12 рядов, в каждом из которых было по 4 стула.

$$6. \frac{7,2 \cdot 10^7}{1,2 \cdot 10^{10}} = \frac{72 \cdot 1}{12 \cdot 10^3} = \frac{6}{1000} = 0,006. \text{ Ответ: } 0,006.$$

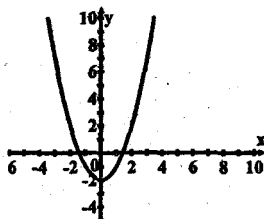
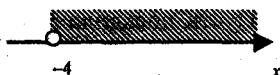
$$7. 3 < a < 4, a 5 < b < 6, 16 < 2(a+b) < 20; 16 < P < 20.$$

Вариант 2

$$1. \left(\frac{n}{m} - \frac{n}{m+n} \right) \cdot \frac{m+n}{n} = \frac{nm + n^2 - mn}{m(m+n)} \cdot \frac{m+n}{n} = \frac{n^2}{mn} = \frac{n}{m},$$

при $m \neq -n, n \neq 0$.

$$2. \frac{6x}{1+2x} = 5, 6x = 5(1+2x), \text{ ОДЗ: } 1+2x \neq 0, x \neq -\frac{1}{2}.$$



$$6x=5+10x, 4x=-5, x=-\frac{5}{4}, x=-1,25. \text{ Ответ: } x=-1,25.$$



$$3. 3x-10(2+x)<x+4;$$

$$3x-20-10x<x+4, 8x>-24, x>-3.$$

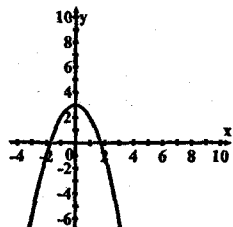
$$\text{Ответ: } (-3; \infty).$$

$$4. y=-x^2+3. \text{ График - парабола, ветви вниз.}$$

$$\text{Вершина: } x_0 = \frac{0}{2 \cdot (-1)} = 0.$$

$$y_0 = y(0) = -0^2 + 3 = 3.$$

x	-2	0	2
y	-1	3	-1



б) По рисунку видно, что функция

$y = -x^2 + 3$ возрастает на промежутке $(-\infty; 0]$.

5. Пусть посадили x рядов смородины, тогда можно составить уравнение. $(x+7) \cdot x = 60, x^2 + 7x = 60, x^2 + 7x - 60 = 0$, по т. Виета $x_1 = -12$, но $x \geq 0$; $x_2 = 5. x + 7 = 5 + 7 = 12$.

Ответ: в каждом ряду посадили по 12 кустов, а рядов посадили 5.

$$6. \frac{6,4 \cdot 10^{12}}{8 \cdot 10^{14}} = \frac{6,4}{8 \cdot 10^2} = \frac{0,8}{10^2} = 0,8 \cdot 0,01 = 0,008.$$

$$7. \text{ Если } 10 < x < 11; 6 < y < 7, \text{ то } 2(10+6) < P = 2(x+y) < (7+11)2, 32 < P < 36.$$

РАБОТА № 58

Вариант 1

$$1. \frac{1}{x} + \frac{x}{y} - \frac{x+y}{xy} = \frac{y+x^2-x-y}{xy} = \frac{x^2-x}{xy} = \frac{x(x-1)}{xy} = \frac{x-1}{y},$$

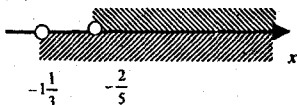
при $x \neq 0$.

$$2. -x^2 + 7x + 8 = 0; x^2 - 7x - 8 = 0; \text{ по т. Виета } x_1 = 8, x_2 = -1.$$

Ответ: -1; 8.

$$3. \begin{cases} 3+5x > 1 \\ 6-3x < 10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x > -2, \\ 3x > -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{2}{5}, \\ x > -\frac{4}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -\frac{2}{5}, \\ x > -1\frac{1}{3} \end{cases}.$$

$$x \in (-\frac{2}{5}; \infty). \text{ Ответ: } (-\frac{2}{5}; \infty).$$



4. Пусть первое число равно x , а второе y , тогда можно составить систему.

$$\begin{cases} x+y=137, \\ x-y=19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=156, \\ y=x-19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=78, \\ y=59. \end{cases} \text{ Т.о. данные числа равны } 78; 59.$$

5. Верными утверждениями являются: б) если $-1 < x < 3$, то значения функции отрицательны; г) $y = -4$ при $x = 1$.

6. $x^2 - 5 = 0$, $x^2 = 5$, $x_{1,2} = \pm\sqrt{5}$. Ответ: $-\sqrt{5}; \sqrt{5}$.

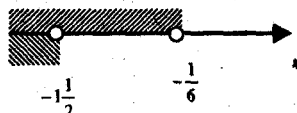
7. При $b = \sqrt{12}$, $\frac{9}{b^4} = \frac{9}{(\sqrt{12})^4} = \frac{9}{(12)^2} = \frac{9}{144} = \frac{1}{16}$.

Вариант 2

$$1. \frac{a-b}{a} + \frac{a}{b} - \frac{a^2-b^2}{ab} = \frac{(a-b)b + a^2 - (a^2-b^2)}{ab} = \\ = \frac{ab - b^2 + a^2 - a^2 + b^2}{ab} = \frac{ab}{ab} = 1, \text{ при } a \neq 0, b \neq 0.$$

2. $-x^2 + 2x + 15 = 0$; $x^2 - 2x - 15 = 0$; по т. Виета $x_1 = 5$, $x_2 = -3$.
 Ответ: $-3; 5$.

$$3. \begin{cases} 3-6x > 12, \\ 6x+5 < 4 \end{cases} \begin{cases} 6x < -9, \\ 6x < -1 \end{cases}$$



$$6x < -9, x < -\frac{3}{2}. \text{ Ответ: } \left(-\infty; -1\frac{1}{2}\right).$$

4. Пусть первое число равно x , а второе $-y$, тогда можно составить систему.

$$\begin{cases} x+y=131 \\ x-y=41 \end{cases} \begin{cases} 2x=172, \\ y=-41+x \end{cases} \begin{cases} x=86, \\ y=-41+x \end{cases} \begin{cases} x=86, \\ y=45. \end{cases}$$

Т.о. искомые числа равны 86 и 45. Ответ: 86 и 45.

5. Верными являются утверждения:

б) если $x = -3$, то $y = 0$; в) при $x > -1$ функция убывает.

6. $x^2 - 3 = 0$; $x^2 = 3$; $x_{1,2} = \pm\sqrt{3}$. Ответ: $-\sqrt{3}; \sqrt{3}$.

7. При $a = \sqrt{8}$, $\frac{1}{4} \cdot a^4 = \frac{1}{4} (\sqrt{8})^4 = \frac{1}{4} \cdot 8^2 = \frac{1}{4} \cdot 64 = 16$.

РАБОТА № 59

Вариант 1

$$1. \frac{x}{2x+3} = \frac{1}{x}, \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 2x+3 \neq 0 \\ x \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x \neq -\frac{3}{2}; \\ x \neq 0. \end{cases}$$

$x^2 = 2x + 3$; $x^2 - 2x - 3 = 0$, по т. Виета $x_1 = -1$, $x_2 = 3$. Ответ: $-1; 3$.

$$2. (b+c)(b-c) - b(b-2c) = b^2 - c^2 - b^2 + 2bc = -c^2 + 2bc = 2bc - c^2.$$

$$3. \begin{cases} x+4y=7, \\ x-2y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6y=12, \\ x=2y-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2, \\ x=4-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=2, \\ x=-1. \end{cases} \text{ Ответ: } (-1; 2).$$

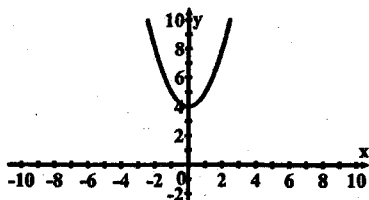


$$4. 3y+12 \leq 9, 3y \leq -3, y \leq -1.$$

Ответ: $(-\infty; -1]$.

5. а) $y = x^2 + 4$. График – парабола. Ветви вверх.

x	0	1	-1	2	-2
y	4	5	5	8	8



б) Т. к. ветви параболы направлены вверх, то $y_{\min} = y_{\text{вершины}} = y(0) = 4$.

Ответ: наименьшее значение функции $y = x^2 + 4$ равно 4.

$$6. \frac{ax^2 - ax}{ax} = \frac{ax(x-1)}{ax} = x-1, \text{ при } a \neq 0, x \neq 0.$$

7. Пусть x – количество девятиклассников, тогда:

$$x + 0,8x = 162; x = 90, \text{ тогда } 0,8x = 0,8 \cdot 90 = 72.$$

Ответ: 90 девятиклассников и 72 десятиклассника.

Вариант 2

$$1. \frac{x}{20-x} = \frac{1}{x}, \text{ ОДЗ: } \begin{cases} 20-x \neq 0 \\ x \neq 0 \end{cases}; \begin{cases} x \neq 20 \\ x \neq 0 \end{cases}. x^2 = 20-x, x^2+x-20=0;$$

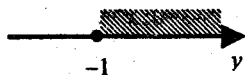
$$x_1 = -5, x_2 = 4 \text{ (по т. Виета)}. \text{ Ответ: } -5; 4.$$

$$2. (a-c)(a+c) - c(3a-c) = a^2 - c^2 - 3ac + c^2 = a^2 - 3ac.$$

$$3. \begin{cases} x-2y=7, \\ x+2y=-1 \end{cases} \begin{cases} 2x=6, \\ x+2y=-1 \end{cases} \begin{cases} x=3, \\ y=-2. \end{cases} \text{ Ответ: } (3; -2).$$

$$4. 4y-2 \geq -6. 4y \geq -4,$$

$$y \geq -1. \text{ Ответ: } [-1; \infty).$$

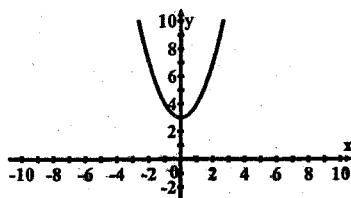


5. а) $y = x^2 + 3$. График – парабола, ее ветви направлены вверх.

$$\text{Вершина: } x_0 = \frac{0}{2} = 0.$$

$$y_0 = y(0) = 0^2 + 3 = 3.$$

x	-2	-1	0	1	2
y	7	4	3	4	7



б) Т. к. ветви вверх, то $y_{\min} = y_{\text{вершины}} = y(0) = 3$.

$$6. \frac{ab}{ab - ab^2} = \frac{ab}{ab(1-b)} = \frac{1}{1-b}, \text{ при } a \neq 0, b \neq 0.$$

7. Пусть x – количество школьников, тогда: $x + 0,6x = 128$; $x = 80$, тогда $0,6x = 0,6 \cdot 80 = 48$. Ответ: 80 школьников и 48 дошкольников.

РАБОТА № 60

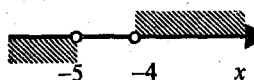
Вариант 1

$$1. 5x^2 - 8x - 4 = 0, D = 64 + 4 \cdot 4 \cdot 5 = 144.$$

$$x_1 = \frac{8-12}{10} = -0,4, x_2 = \frac{8+12}{10} = 2. \text{ Ответ: } -0,4; 2.$$

$$2. \left(\frac{b}{b+a} - \frac{b-a}{b} \right) : \frac{a}{b} = \frac{b^2 - (b-a)(b+a)}{b(b+a)} \cdot \frac{b}{a} =$$

$$= \frac{(b^2 - b^2 + a^2)}{(b+a) \cdot a} = \frac{a^2}{(b+a) \cdot a} = \frac{a}{b+a}, \text{ при } a \neq 0.$$



$$3. \begin{cases} 3x+17 < 2, \\ 3-4x < 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x < -15, \\ 4x > -16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < -5, \\ x > -4. \end{cases}$$

Решений нет. Ответ: решений нет.

$$4. 5m^2n - 20mn^2 = 5mn(m - 4n).$$

$$5. \begin{cases} y = x^2 - 5x, \\ y = 16 - 5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 - 5x = x^2 - 5x, \\ y = 16 - 5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 16 = x^2, \\ y = 16 - 5x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -4, \\ x = 4, \\ y = 16 - 5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 36 \\ x = 4 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (-4; 36); (4; -4).$$

$$6. \text{ а) } y_{\min} = -4,5 \text{ при } x = -3; \text{ б) } y > 0 \text{ при } x \in (-\infty; -6) \cup (0; +\infty);$$

в) функция возрастает на промежутке $[-3; +\infty)$.

$$7. \text{ Если } 3 < x < 4, \text{ то } 3 \cdot 3 < x \cdot x = S < 4 \cdot 4.$$

$$9 < S < 16, 2(3+3) < 4x = P < (4+4)2, 12 < P < 16.$$

Вариант 2

$$1. 6x^2 - 7x - 1 = 0, D = 49 - 4 \cdot (-1)^2 \cdot 6 = 49 + 24 = 73,$$

$$x_1 = \frac{7+\sqrt{73}}{12}; x_2 = \frac{7-\sqrt{73}}{12}. \text{ Ответ: } \frac{7+\sqrt{73}}{12}; \frac{7-\sqrt{73}}{12}.$$

$$2. \frac{b}{a-b} : \left(\frac{a}{a-b} - \frac{a+b}{a} \right) = \frac{b}{a-b} : \left(\frac{a^2 - a^2 + b^2}{(a-b)a} \right) = \frac{b}{a-b} \cdot \frac{a(a-b)}{b^2} = \frac{a}{b}.$$



$$3. \begin{cases} 2y+3 > 1, \\ 4-y > 2 \end{cases} \begin{cases} 2y > -2, \\ y < 2 \end{cases} \begin{cases} y > -1, \\ y < 2 \end{cases}$$

$y \in (-1; 2)$. Ответ: $(-1; 2)$.

$$4. 18ab^2 + 27a^2b = 9ab(2b + 3a).$$

$$5. \begin{cases} y = 25 - 4x, \\ y = x^2 - 4x \end{cases} \begin{cases} x^2 - 4x = 25 - 4x, \\ y = 25 - 4x \end{cases} \begin{cases} x^2 = 25, \\ y = 25 - 4x \end{cases} \begin{cases} x = 5 \\ x = -5 \\ y = 25 - 4x \end{cases} \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \\ x = -5 \\ y = 45 \end{cases}.$$

Ответ: $(-5; 45); (5; 5)$.

6. По графику видно, что: а) $y_{\max} = 4,5$ при $x = 3$; б) $y < 0$ при $x < 0$ или $x > 6$; в) функция возрастает на промежутке $(-\infty; 3]$.

7. Если $6 < y < 7$, то $6 \cdot 6 < y^2 = S < 7 \cdot 7$, $36 < S < 49$, $4 \cdot 6 < 4y = P < 4 \cdot 7$, $24 < P < 28$.

РАБОТА № 61

Вариант 1

$$1. a(a+5b) - (a+b)(a-b) = a^2 + 5ab - (a^2 - b^2) = a^2 + 5ab - a^2 + b^2 = 5ab + b^2.$$

$$2. \begin{cases} x + 3y = 7, \\ x + 2y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 - 3y, \\ y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1, \\ y = 2. \end{cases}$$

Ответ: $(1; 2)$.

$$3. \begin{cases} 1 - 3x \leq 16, \\ 6 + 2x \leq 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x \geq -15, \\ 2x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -5, \\ x \leq 0. \end{cases}$$



$x \in [-5; 0]$. Ответ: $[-5; 0]$.

$$4. 4 + \frac{21}{x} = x; 4x + 21 = x^2, \text{ ОДЗ: } x \neq 0,$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0, \text{ по т. Виета } x_1 = -3, x_2 = 7. \text{ Ответ: } x_1 = -3, x_2 = 7.$$

5. а) $y = -x + 1,5$. График – прямая.

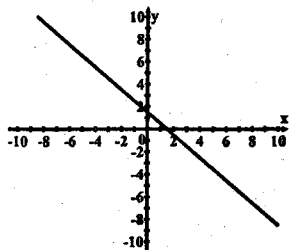
x	0	1
y	1,5	0,5

б) $y(0) = 1,5; -x + 1,5 = 0; x = 1,5$.

График функции $y = -x + 1,5$ пересекает ось x в точке $N(1,5; 0)$, а ось y в

точке $M(0; 1,5)$. Ответ: $N(1,5; 0)$,

$M(0; 1,5)$ – точки пересечения графика с осями координат.





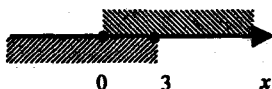
6. $x^2 - x - 6 > 0$. Нули: $x^2 - x - 6 = 0$.
по т. Виета $x_1 = -2, x_2 = 3$. $(x+2)(x-3) > 0$.
 $x \in (-\infty; -2) \cup (3; \infty)$. Ответ: $(-\infty; -2) \cup (3; \infty)$.

7. $\frac{1}{x^{-6}} : x^3 = x^{6-3} = x^3$. Если $x = 0,1$, то $x^3 = (0,1)^3 = 0,001$.

Вариант 2

1. $b(3a-b) - (a-b)(a+b) = 3ab - b^2 - a^2 + b^2 = 3ab - a^2$.

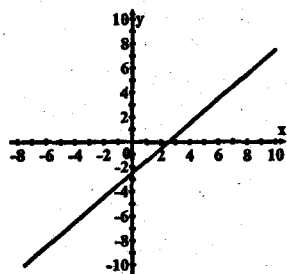
2. $\begin{cases} x-2y=8, \\ x-3y=6 \end{cases} \begin{cases} y=2, \\ x=8+2y \end{cases} \begin{cases} y=2, \\ x=12. \end{cases}$ Ответ: (12;2).



3. $\begin{cases} 3x+1 \leq 10, \\ 5-x \leq 5 \end{cases} \begin{cases} 3x \leq 9, \\ x \geq 0 \end{cases} \begin{cases} x \leq 3, \\ x \geq 0. \end{cases}$
 $x \in [0; 3]$. Ответ: $[0; 3]$.

4. $3 + \frac{10}{x} = x$. $3x + 10 = x^2$, ОДЗ: $x \neq 0$;

$x^2 - 3x - 10 = 0$; по т. Виета $x_1 = -2, x_2 = 5$. Ответ: $x_1 = -2, x_2 = 5$.



5. а) $y = x - 2,5$. График – прямая.

x	0	1
y	-2,5	-1,5

б) $y(0) = -2,5$; $x - 2,5 = 0$. $x = 2,5$, т.о. график пересекает ось x точке $B(2,5; 0)$, а ось y в точке $A(0; -2,5)$.

Ответ: $A(0; -2,5)$; $B(2,5; 0)$ – точки пересечения графика с осями y и x .

6. $x^2 + 3x - 4 > 0$.

Нули: $x^2 + 3x - 4 = 0$,
по т. Виета $x_1 = -4, x_2 = 1$.

$(x+4)(x-1) > 0$, $x \in (-\infty; -4) \cup (1; \infty)$. Ответ: $(-\infty; -4) \cup (1; \infty)$.



7. $a^{-3} \cdot \frac{1}{a^{-5}} = a^{-3} \cdot a^5 = a^{-3+5} = a^2$; Если $a = 0,1$, то $a^2 = (0,1)^2 = 0,01$.

РАБОТА № 62

Вариант 1

1. $\frac{b}{a^2 - ab} : \frac{b^2}{a^2 - b^2} = \frac{b}{a(a-b)} \cdot \frac{a^2 - b^2}{b^2} = \frac{(a-b)(a+b)}{a(a-b) \cdot b} = \frac{a+b}{ab}$,

при $a \neq b, b \neq 0$.

$$2. 2x^2 + x = 0, x(2x+1) = 0, x_1 = 0 \text{ или } 2x+1=0, x_2 = -\frac{1}{2}.$$

Ответ: $-\frac{1}{2}; 0$.

$$3. \begin{cases} 10x-1 \geq 2, \\ 4-x \geq 2x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10x \geq 3, \\ 3x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0,3 \\ x \leq 1 \end{cases},$$

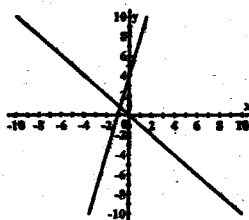
$x \in [0,3;1]$. Ответ: $[0,3;1]$.

4. а) $y = 4x + 4$. График – прямая.

x	0	-1
y	4	0

б) $y = -x$. График – прямая.

x	0	1
y	0	-1



в) по графику видно, что $y = 4x + 4$ возрастает.

Ответ: возрастающей является функция $y = 4x + 4$.

$$5. \begin{cases} y-x=2, \\ y^2-4x=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y-4x=8 \\ y^2-4x=13 \end{cases},$$

$$y^2 - 4y - 5 = 0 \text{ по т. Виета. } \begin{cases} y = -1 \\ y = 5 \\ x = y - 2 \end{cases} \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \\ x = 3 \\ y = 5 \end{cases}. \text{ Ответ: } (-3; -1), (3; 5).$$

$$6. \frac{a^{-9}}{(a^2)^{-3}} = \frac{a^{-9}}{a^{-6}} = a^{-9-(-6)} = a^{-3}. \text{ При } a = \frac{1}{2}, a^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 2^3 = 8.$$

7. Если $15 < x < 16$ и $20 < y < 21$, то $15 \cdot 20 < xy = S < 16 \cdot 21$.

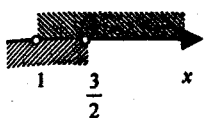
$$300 < xy = S < 336.$$

Вариант 2

$$1. \frac{a^2}{a^2-25} : \frac{a}{25+5a} = \frac{a^2 \cdot (25+5a)}{(a^2-25) \cdot a} = \frac{a \cdot 5 \cdot (5+a)}{(a-5)(a+5)} = \frac{5a}{a-5}, \text{ при } a \neq 0.$$

$$2. 4x^2 - x = 0, x(4x-1) = 0. x_1 = 0 \text{ или } 4x-1=0, 4x=1, x_2 = \frac{1}{4}.$$

Ответ: $0; \frac{1}{4}$.



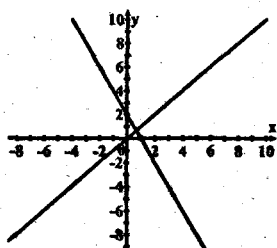
$$3. \begin{cases} 4x-5 < 1, \\ x+4 < 3x+2. \end{cases} \begin{cases} 4x < 6, \\ 2x > 2 \end{cases} \begin{cases} x < \frac{6}{4}, \\ x > 1 \end{cases} \begin{cases} x < \frac{3}{2}, \\ x > 1 \end{cases} x \in \left(1; 1\frac{1}{2}\right).$$

4. а) $y = -2x + 2$. График – прямая.

x	0	1
y	2	0

$y = x$. График – прямая.

x	0	1
y	2	1



По графику видно, что убывающей функцией является $y = -2x + 2$.

Ответ: функция $y = -2x + 2$ является убывающей.

$$5. \begin{cases} x^2 - 3y = 1, \\ x + y = 3 \end{cases} \begin{cases} x^2 - 3y = 1, \\ 3x + 3y = 9 \end{cases} \begin{cases} 3y = x^2 - 1, \\ 3x + 3y - 9 = 0 \end{cases} \begin{cases} y = 3 - x, \\ x^2 + 3x - 10 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = -5, \\ x_2 = 2 \\ y = 3 - x \end{cases} \text{ по т. Виета } \begin{cases} x = -5 \\ y = 8 \\ x = 2 \\ y = 1 \end{cases} \text{ . Ответ: } (-5; 8) \text{ и } (2; 1).$$

$$6. (m^{-6})^{-2} \cdot m^{-14} = m^{12} \cdot m^{-14} = m^{12+(-14)} = m^{-2}.$$

$$\text{При } m = \frac{1}{4}, m^{-2} = \left(\frac{1}{4}\right)^{-2} = 4^2 = 16.$$

7. $S = ab$. Если $11 < a < 12$, $20 < b < 21$, то $11 \cdot 20 < ab < 12 \cdot 21$, $220 < S < 252$.

РАБОТА № 63

Вариант 1

$$1. (y+10)(y-2) - 4y(2-3y) = y^2 + 10y - 2y - 20 - 8y + 12y^2 = 13y^2 - 20.$$

$$2. \frac{6}{x} + \frac{6}{x+1} = 5; \text{ ОДЗ: } x \neq 0, x \neq -1;$$

$$6(x+1) + 6x = 5x(x+1), 6x + 6 + 6x = 5x^2 + 5x;$$

$$5x^2 - 7x - 6 = 0; D = 7^2 + 4 \cdot 5 \cdot 6 = 169,$$

$$x_1 = \frac{7+13}{10} = \frac{20}{10} = 2; x_2 = \frac{7-13}{10} = \frac{-6}{10} = \frac{-3}{5}.$$

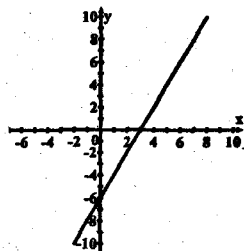
Ответ: 2; $\frac{-3}{5}$.

$$3. \begin{cases} 2x-y=13, \\ 2x+3y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-y=13, \\ 4y=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=13, \\ y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=12, \\ y=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6, \\ y=-1. \end{cases}$$

Ответ: (6; -1).

4. а) $y = 2x - 6$. График – прямая.

x	0	3
y	-6	0



б) $2x - 6 < 0$; $x < 3$. Ответ: $y < 0$ при $x < 3$

$$5. 1 - 64b^2 = (1 - 8b)(1 + 8b).$$

$$6. -x^2 + 10x - 16 > 0;$$

$$x^2 - 10x + 16 < 0; x^2 - 10x + 16 = 0;$$

$$D = 100 - 4 \cdot 1 \cdot 16 = 100 - 64 = 36;$$

$$x_1 = \frac{10+6}{2} = 8; x_2 = \frac{10-6}{2} = 2.$$



$(x-2)(x-8) < 0$; $x \in (2; 8)$. Ответ: (2; 8).

$$7. x \text{ р.} - 100\%; 56 \text{ р.} - 70\%; \frac{x}{100} = \frac{56}{70}; x = \frac{56 \cdot 100}{70} = 80. \text{ Ответ: } 80 \text{ р.}$$

Вариант 2

$$1. (a-4)(a+9) - 5a(1-2a) = a^2 - 4a + 9a - 36 - 5a + 10a^2 = 11a^2 - 36.$$

$$2. \frac{3}{x} + \frac{3}{x+2} = 4. \text{ ОДЗ: } x \neq 0 \text{ и } x \neq -2;$$

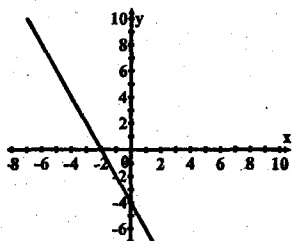
$$\text{Преобразуем: } 3(x+2) + 3x = 4x(x+2),$$

$$3x + 6 + 3x = 4x^2 + 8x, -4x^2 - 2x + 6 = 0; 2x^2 + x - 3 = 0,$$

$$D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 25, x_1 = \frac{-1-5}{4} = \frac{-6}{4} = -1,5; x_2 = \frac{-1+5}{4} = \frac{4}{4} = 1.$$

Ответ: -1,5; 1.

$$3. \begin{cases} 2x+3y=10, \\ x-2y=-9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=10, \\ 7y=28, \end{cases} \begin{cases} y=4, \\ x=2y-9 \end{cases} \begin{cases} y=4, \\ x=-1. \end{cases} \text{ Ответ: } (-1; 4).$$



4. а) $y = -2x - 4$. График – прямая.

x	0	-2
y	-4	0

б) $-2x - 4 > 0$, $x < -2$. Ответ: $y > 0$ при $x < -2$.

$$5. 100a^2 - 1 = (10a - 1)(10a + 1).$$

$$6. -x^2 + 3x - 2 < 0; x^2 - 3x + 2 > 0; x^2 - 3x + 2 = 0;$$

$$D = 9 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 1;$$

$$x_1 = \frac{3-1}{2} = 1; x_2 = \frac{3+1}{2} = 2.$$



$$(x-2)(x-1) > 0; x \in (-\infty; 1) \cup (2; \infty). \text{ Ответ: } (-\infty; 1) \cup (2; \infty).$$

$$7. x \text{ p.} - 100\%; 96 \text{ p.} - 120\%; \frac{x}{100} = \frac{96}{120}; x = \frac{100 \cdot 96}{120} = 80.$$

Ответ: 80 p.

РАБОТА № 64

Вариант 1

$$1. 3x^2 - 27 = 0; x^2 = 9; x_{1,2} = \pm 3; \text{ Ответ: } -3; 3.$$

$$2. \left(\frac{a}{a-b} + \frac{a}{b} \right) : \frac{a}{a-b} = \frac{ab + a(a-b)}{(a-b) \cdot b} \cdot \frac{a-b}{a} =$$

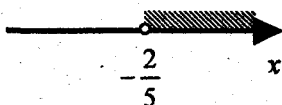
$$= \frac{(ab + a^2 - ab) \cdot (a-b)}{(a-b) \cdot b \cdot a} = \frac{a^2}{ab} = \frac{a}{b}, \text{ при } a \neq 0, b \neq 0, a \neq b.$$

$$3. \text{ При } y = -\frac{1}{3}, 2y^2 + y + 3 = 2 \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \frac{1}{3} + 3 =$$

$$= 2 \cdot \frac{1}{9} - \frac{3}{9} + 3 = -\frac{1}{9} + 3 = 2\frac{8}{9}.$$

$$4. 2(x-1) > 5x - 4(2x+1);$$

$$2x - 2 > 5x - 8x - 4; 5x > -2; x > -\frac{2}{5}.$$



$$\text{Ответ: } \left(-\frac{2}{5}; \infty\right).$$

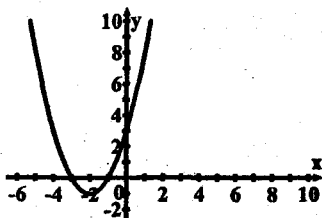
$$5. \begin{cases} 2x + y = -5, \\ x - 3y = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y = -5, \\ 2x - 6y = -12 \end{cases} \begin{cases} 7y = 7, \\ x = 3y - 6 \end{cases} \begin{cases} y = 1, \\ x = -3. \end{cases} \text{ Ответ: } (-3; 1).$$

6. $y = x^2 + 4x + 3$. График – парабола, ветви вверх. Нули: $x^2 + 4x + 3 = 0$, по т. Виета $x_1 = -3, x_2 = -1$.

$$\text{Вершина: } x_0 = \frac{-4}{2 \cdot 1} = -2;$$

$$y_0 = y(-2) = 4 - 8 + 3 = -1,$$

x	0	-1	-2	-3	-4
y	2	0	-1	0	2



б) По графику видно, что $y < 0$ при $x \in (-3; -1)$.

Ответ: $y < 0$ при $x \in (-3; -1)$.

7. Пусть x голосов получил кандидат А, y голосов получил Б. Получаем систему уравнений:

$$\begin{cases} x+y=252, \\ \frac{x}{y}=\frac{2}{7} \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=252, \\ x=\frac{2}{7}y \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{2}{7}y, \\ \frac{2}{7}y+y=252 \end{cases} \quad \begin{cases} y=196, \\ x=56 \end{cases}, \quad 196-56=140$$

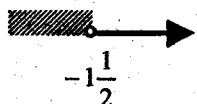
Ответ: победитель получил на 140 голосов больше.

Вариант 2

1. $2x^2-32=0, x^2=16, x=\pm\sqrt{16}, x_{1,2}=\pm 4$. Ответ: -4; 4.

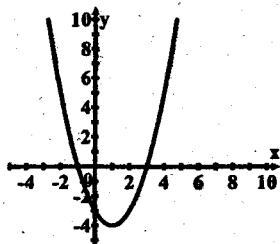
2. $\left(\frac{c}{b-c}-\frac{c}{b}\right) \cdot \frac{c^2}{b^2} = \frac{cb-c(b-c)}{b(b-c)} \cdot \frac{b^2}{c^2} =$
 $= \frac{(cb-cb+c^2)}{(b-c)} \cdot \frac{b}{c^2} = \frac{\cancel{cb} \cdot b}{(b-c) \cdot \cancel{c^2}} = \frac{b}{b-c}, \text{ при } c \neq 0, b \neq c.$

3. При $a = -\frac{1}{4}, 3a^2+a+1=3 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{4} + 1 =$
 $= 3 \cdot \frac{1}{16} - \frac{1}{4} + 1 = -\frac{1}{16} + 1 = \frac{15}{16}.$



4. $9x-2(2x-3)<3(x+1), 9x-4x+6<3x+3, 2x<-3,$
 $x < -1\frac{1}{2}.$ Ответ: $\left(-\infty; -1\frac{1}{2}\right).$

5. $\begin{cases} x+2y=-2, \\ 3x-y=8 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x+6y=-6, \\ 3x-y=8 \end{cases} \quad \begin{cases} 7y=-14, \\ x=-2-2y \end{cases} \quad \begin{cases} x=2, \\ y=-2. \end{cases}$ Ответ: (2; -2).



6. а) $y=x^2-2x-3$. График - парабола, ее ветви направлены вверх.

Вершина: $x_0 = \frac{-(-2)}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1;$

$y_0 = y(1) = 1^2 - 2 \cdot 1 - 3 = 1 - 2 - 3 = -4.$

x	-1	1	3
y	0	-4	0

б) По графику видно, что $y < 0$ при $x \in (-1; 3)$.

Ответ: функция $y=x^2-2x-3$ принимает отрицательные значения при $x \in (-1; 3)$.

7. Пусть x голосов получил кандидат А, y голосов получил Б. Составим систему уравнений.

$$\begin{cases} \frac{x}{y} = \frac{8}{3}, \\ x+y=198 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{3}y, \\ \frac{8}{3}y + y = 198 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 54, \\ x = 144 \end{cases}, 144 - 54 = 90.$$

Ответ: победитель получил на 90 голосов больше.

РАБОТА № 65

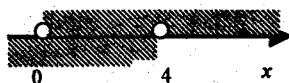
Вариант 1

1. При $a = -0,7$ и $x = -0,3$, $\frac{a+x}{a-x} = \frac{-0,7+(-0,3)}{-0,7-(-0,3)} = \frac{-1}{-0,7+0,3} = \frac{10}{4} = 2,5$.

2. $(m+3)^2 - (m-2)(m+2) = m^2 + 6m + 9 - (m^2 - 4) = m^2 + 6m + 9 - m^2 + 4 = 6m + 13$.

3. $\frac{x-4}{4} - 2 = \frac{x}{2}$. $x-4-8=2x$, $x=-12$. Ответ: -12.

4. $\begin{cases} 3x+7 < 19, \\ 2-5x < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x < 12, \\ 5x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 4 \\ x > 0 \end{cases}$



$x \in (0; 4)$. Ответ: $(0; 4)$.

5. а) $y = x^2 - 4$. График – парабола, ее ветви направлены вверх.

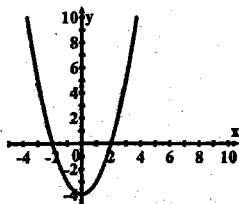
x	0	-1	1	-2	2
y	-4	-3	-3	0	0

б) $y(-8) = (-8)^2 - 4 = 64 - 4 = 60$; $60 = 60$.

Равенство верное, значит, точка

$A(-8; 60)$ принадлежит графику функции $y = x^2 - 4$.

Ответ: график функции $y = x^2 - 4$ проходит через точку $A(-8; 60)$.



6. $\begin{cases} x-y=-6, \\ xy=40 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=y-6, \\ y^2-6y-40=0 \end{cases} \Leftrightarrow \text{по т. Виета}$

$\begin{cases} x=y-6, \\ y=-4, \\ y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4-6, \\ y=-4, \\ x=10-6, \\ y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-10, \\ y=-4, \\ x=4, \\ y=10. \end{cases}$ Ответ: $(-10; -4); (4; 10)$.

7. $(2 \cdot 10^{-2})^2 = 2^2 \cdot 10^{-4} = 0,0004$; $0,0004 < 0,004$, Ответ: $(2 \cdot 10^{-2})^2 < 0,004$.

Вариант 2

1. При $a = -0,2$ и $b = -0,6$, $\frac{a-b}{a+b} = \frac{-0,2-(-0,6)}{-0,2+(-0,6)} =$

$$= \frac{-0,2+0,6}{-0,2-0,6} = \frac{0,4}{-0,8} = \frac{-1}{2}.$$

$$2. (y-4)(y+4)-(y-3)^2 = y^2-16-(y^2-6y+9) = y^2-16-y^2+6y-9 = 6y-25.$$

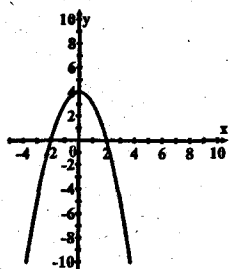
$$3. \frac{x+7}{6} + 2 = \frac{x}{3}. (x+7)+12=2x, x+7+12=2x. x=19. \text{ Ответ: } 19.$$



$$4. \begin{cases} 4-x > 4, \\ 2x+15 > 9 \end{cases} \begin{cases} x < 0, \\ 2x > -6 \end{cases} \begin{cases} x < 0, \\ x > -3. \end{cases}$$

$x \in (-3; 0)$. Ответ: $(-3; 0)$.

5. а) $y = -x^2 + 4$. График – парабола, ее ветви направлены вниз.



Вершина: $x_0 = \frac{0}{-2} = 0$. $y_0 = y(0) = 0 + 4 = 4$.

x	-2	-1	0	1	2
y	0	3	4	3	0

$$б) y(-9) = -81 + 4 = -77; 85 \neq -77.$$

Равенство неверное, значит, точка $B(-9; 85)$ не принадлежит графику функции $y = -x^2 + 4$.

Ответ: график функции $y = -x^2 + 4$ не проходит через точку $B(-9; 85)$.

$$6. \begin{cases} x-y=1, \\ xy=12 \end{cases} \begin{cases} x=y+1, \\ y^2+y-12=0 \end{cases} \text{ по т. Виета } \begin{cases} y=-4 \\ y=3 \\ x=y+1 \end{cases} \begin{cases} y=-4 \\ x=-3 \\ y=3 \\ x=4 \end{cases}.$$

Ответ: $(-3; -4)$; $(4; 3)$.

$$7. (3 \cdot 10^{-1})^3 = 3^3 \cdot 10^{-3} = 27 \cdot 0,001 = 0,027; 0,027 > 0,0027.$$

Ответ: $(3 \cdot 10^{-1})^3 > 0,0027$.

РАБОТА № 66

Вариант 1

$$1. \frac{b^2+4}{b^2-4} - \frac{b}{b+2} = \frac{b^2+4-b(b-2)}{(b-2)(b+2)} = \frac{b^2+4-b^2+2b}{(b-2)(b+2)} = \frac{2b+4}{(b-2)(b+2)} = \frac{2(b+2)}{(b-2)(b+2)} = \frac{2}{b-2}, \text{ при } b \neq -2.$$

$$2. 5x^2-8x+3=0, D=64-5 \cdot 3 \cdot 4=4. x_1 = \frac{8-2}{10}=0,6; x_2 = \frac{8+2}{10}=1.$$

Ответ: 0,6; 1.

$$3. \begin{cases} x-y=3, \\ 3x+4y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x-4y=12, \\ 3x+4y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7x=14, \\ y=x-3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2, \\ y=-1. \end{cases} \text{ Ответ: } (2; -1).$$

$$4. \begin{cases} 2x+1 < 8, \\ 3-2x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < 7, \\ 2x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 3,5, \\ x > 1,5. \end{cases}$$



$x \in (1,5; 3,5)$. Ответ: $(1,5; 3,5)$.

5. а) $y(-2) = -3$; б) $y < 0$ при $-5 < x < 1$;

в) функция убывает в промежутке $(-\infty; -2]$.

6. Пусть x человек учатся в 9-ых классах, тогда:

$0,52x + 24 = x$, $0,48x = 24$, $x = 50$. Ответ: 50 человек.

7. $24 = \sqrt{24^2} = \sqrt{576}$. Т.к. $576 > 556$, то $\sqrt{576} > \sqrt{556}$. Ответ: $24 > \sqrt{556}$.

Вариант 2

$$1. \frac{a^2+9}{a^2-9} - \frac{a}{a+3} = \frac{a^2+9-a(a-3)}{(a-3)(a+3)} = \frac{a^2+9-a^2+3a}{(a-3)(a+3)} =$$

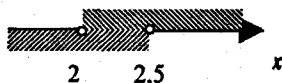
$$= \frac{9+3a}{(a-3)(a+3)} = \frac{3(3+a)}{(a-3)(a+3)} = \frac{3}{a-3}, \text{ при } a \neq -3.$$

$$2. 7x^2+9x+2=0; D=9^2-4 \cdot 7 \cdot 2=25.$$

$$x_1 = \frac{-9-5}{14} = \frac{-14}{14} = -1; x_2 = \frac{-9+5}{14} = \frac{-4}{14} = -\frac{2}{7}. \text{ Ответ: } -1; -\frac{2}{7}$$

$$3. \begin{cases} 2x+3y=-7, \\ x-y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+3y=-7, \\ 3x-3y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=5, \\ y=x-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, \\ y=-3. \end{cases} \text{ Ответ: } (1; -3).$$

$$4. \begin{cases} 10-4x > 0, \\ 3x-1 > 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x < 10, \\ 3x > 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 2,5, \\ x > 2. \end{cases}$$



$x \in (2; 2,5)$. Ответ: $(2; 2,5)$.

5. а) $y(2)=3$; б) $y > 0$ при $x \in (-1; 1,5)$;

в) функция возрастает на промежутке $(-\infty; 2]$.

6. Пусть x – всего учебников, тогда:

$0,62x + 57 = x$; $0,38x = 57$, $x = 150$. Ответ: 150 учебников.

7. $26 = \sqrt{26^2} = \sqrt{676}$; т.к. $676 < 686$, и функция $y = \sqrt{t}$ – возрастающая, то $\sqrt{676} < \sqrt{686}$. Ответ: $26 < \sqrt{686}$.

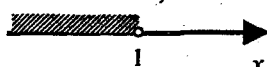
РАБОТА № 67

Вариант 1

$$1. \left(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{a^2} \right) \cdot \frac{ab}{a+b} = \frac{a^2-b^2}{a^2b^2} \cdot \frac{ab}{a+b} = \frac{(a-b)(a+b)}{ab(a+b)} = \frac{a-b}{ab}, a \neq -b$$

$$2. \frac{1}{x} + \frac{2}{x+2} = 1; \text{ ОДЗ: } \begin{cases} x \neq 0 \\ x \neq -2 \end{cases}$$

$x+2+2x=x^2+2x$, $x^2-x-2=0$; по т. Виета $x_1=-1$, $x_2=2$. Ответ: $-1; 2$



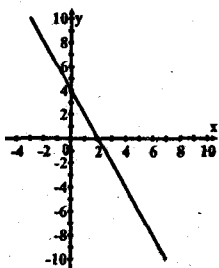
$$3. 2(1-x) \geq 5x - (3x+2);$$

$$2-2x \geq 5x-3x-2; 4x \leq 4; x \leq 1.$$

$$x \in (-\infty; 1]. \text{ Ответ: } (-\infty; 1].$$

4. а) $y = -2x + 4$. График – прямая.

x	0	2
y	4	0



$$б) y(36) = -72 + 4 = -68; -68 = -68.$$

Равенство верное, значит, точка $M(36; -68)$ принадлежит графику функции $y = -2x + 4$.

Ответ: график функции $y = -2x + 4$ проходит через точку $M(36; -68)$.

$$5. \begin{cases} x-3y=8, \\ 2x-y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x-6y=16, \\ y=2x-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y=-10, \\ x=8+3y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-2, \\ x=2. \end{cases} \text{ Ответ: } (2; -2).$$

$$6. \sqrt{8} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{8 \cdot 5 \cdot 10} = \sqrt{400} = 20.$$



$$7. x^2 - 0.49 < 0; (x - 0.7)(x + 0.7) < 0,$$

$$x \in (-0.7; 0.7). \text{ Ответ: } (-0.7; 0.7).$$

Вариант 2

$$1. \left(\frac{a}{b} - \frac{b}{a} \right) \cdot \frac{b}{a-b} = \frac{a^2 - b^2}{ab} \cdot \frac{b}{a-b} = \frac{(a^2 - b^2)}{a \cdot (a-b)} = \frac{(a-b)(a+b)}{a \cdot (a-b)} = \frac{a+b}{a}$$

$$2. \frac{3}{x} - \frac{3}{x+4} = 1. \text{ ОДЗ: } x \neq 0, x \neq -4, 3(x+4) - 3x = x^2 + 4x, x^2 + 4x - 12 = 0;$$

по т. Виета $x_1=-6$, $x_2=2$. Ответ: $-6; 2$.

$$3. 3x - (2x-7) \leq 3(1+x); 3x - 2x + 7 \leq 3 + 3x.$$

$$2x \geq 4, x \geq 2, x \in [2; \infty). \text{ Ответ: } [2; \infty).$$

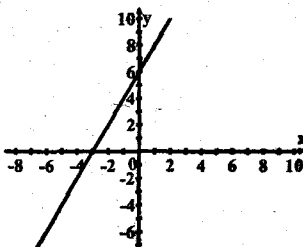
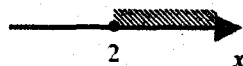
4. а) $y = 2x + 6$. График – прямая.

x	0	-3
y	6	0

$$б) y(-42) = -84 + 6 = -78; -78 \neq 90.$$

Равенство неверное, значит, точка $N(-42; -90)$ не принадлежит графику заданной функции.

Ответ: точка $N(-42; -90)$ не принадлежит графику функции $y = 2x + 6$.



$$5. \begin{cases} x-4y=-1, \\ 3x-y=8 \end{cases} \begin{cases} 3x-12y=-3, \\ 3x-y=8 \end{cases} \begin{cases} 11y=11, \\ x=4y-1 \end{cases} \begin{cases} y=1, \\ x=3. \end{cases} \text{ Ответ: } (3; 1)$$

$$6. \sqrt{3} \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{3 \cdot 8 \cdot 6} = \sqrt{144} = 12$$

$$7. x^2 - 0,16 > 0;$$

$$(x - 0,4)(x + 0,4) > 0$$

$$x \in (-\infty; -0,4) \cup (0,4; +\infty).$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; -0,4) \cup (0,4; +\infty).$$



РАБОТА № 68

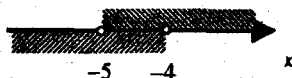
Вариант 1

$$1. \frac{2b-4b^2}{b+1} \cdot \frac{b+1}{2b^2} = \frac{(2b-4b^2) \cdot \cancel{(b+1)}}{\cancel{(b+1)} \cdot 2b^2} = \frac{\cancel{2}b(1-2b)}{\cancel{2}b^{\cancel{2}}} = \frac{1-2b}{b},$$

при $b \neq 0, b \neq -1$.

$$2. \begin{cases} 2x+10 > 0, \\ 1-3x > 13 \end{cases} \begin{cases} 2x > -10, \\ 3x < -12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > -5, \\ x < -4. \end{cases} x \in (-5; -4). \text{ Ответ: } (-5; -4).$$



$$3. \frac{x+9}{3} - \frac{x-1}{5} = 2, \quad 5(x+9) - 3(x-1) = 30; \quad 5x+45-3x+3=30; \quad 2x=-18.$$

$$x = -9. \text{ Ответ: } -9.$$

4. а) $y = -2x^2$. График параболы, ее ветви направлены вниз.

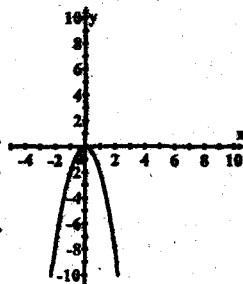
Вершина: $x_0 = 0; y_0 = y(0) = -2 \cdot 0 = 0$.

x	-1	0	1
y	-2	0	-2

$$б) y(3,5) = -2 \cdot (3,5)^2 = -2 \cdot 12,25 = -24,5.$$

Значит, $-24,5 = -2 \cdot (3,5)^2$ – верное равенство, значит, точка $M(3,5; -24,5)$ принадлежит графику функции $y = -2x^2$.

Ответ: график функции $y = -2x^2$ проходит через точку $M(3,5; -24,5)$.



$$5. 3x^2 - 2x - 1 < 0.$$

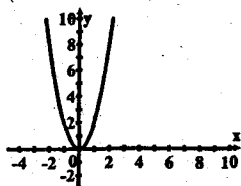
Нули:

$$3x^2 - 2x - 1 = 0; \quad \frac{D}{4} = 1^2 - 3 \cdot (-1) = 1 + 3 = 4;$$

$$x_1 = \frac{1-2}{3} = -\frac{1}{3}; \quad x_2 = \frac{1+2}{3} = 1. \quad (x + \frac{1}{3})(x - 1) < 0, \quad x \in (-\frac{1}{3}; 1) \quad \text{Ответ: } (-\frac{1}{3}; 1)$$

$$6. \begin{cases} x^2 + 4y = 8, \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + 4y = 8, \\ 4x + 4y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 4x = 0, \\ y = 2 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0, \\ y = 2, \\ x = 4, \\ y = -2. \end{cases}$$



Ответ: (0;2);(4;-2).

7. $1,2 \cdot 10^{-4} < 0,2 \cdot 10^{-3}$; т.к. $0,00012 < 0,0002$. Ответ: $1,2 \cdot 10^{-4} < 0,2 \cdot 10^{-3}$.

Вариант 2.

$$1. \frac{a+2}{a^2} : \frac{a+2}{a-3a^2} = \frac{a+2}{a^2} \cdot \frac{a(1-3a)}{a+2} = \frac{(a+2)(1-3a)}{a \cdot (a+2)} = \frac{1-3a}{a},$$

при $a \neq -2$.

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \text{штрихованная область} & y \\ \hline \end{array} \quad 2. \begin{cases} 5y+5 < 0, \\ 2-3y < 8 \end{cases} \begin{cases} 5y < -5, \\ 3y > -6 \end{cases} \begin{cases} y < -1, \\ y > -2. \end{cases}$$

$y \in (-2; -1)$. Ответ: $(-2; -1)$.

$$3. \frac{x-4}{2} - \frac{x-1}{5} = 3, (x-4) - 2(x-1) = 30, 5x-20-2x+2=30, 3x=48; x=16.$$

Ответ: 16.

4. а) $y=2x^2$. График – парабола, ее ветви направлены вверх.

x	0	-1	1
y	0	2	2

$$б) y(-4,5) = 2 \cdot (-4,5)^2 = 2 \cdot 20,25 = 40,5. 40,5 = 40,5$$

Т.к. равенство верное, то точка $N(-4,5; 40,5)$ принадлежит графику функции $y=2x^2$. Ответ: точка $N(-4,5; 40,5)$ принадлежит графику функции $y=2x^2$.

$$5. 2x^2 - 3x - 5 > 0. \text{ Нули: } 2x^2 - 3x - 5 = 0;$$

$$D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-5) = 49,$$

$$x_1 = \frac{3-7}{4} = -1, x_2 = \frac{3+7}{4} = 2,5.$$



$(x+1)(x-2,5) > 0. x \in (-\infty; -1) \cup (2,5; \infty)$. Ответ: $(-\infty; -1) \cup (2,5; \infty)$.

$$6. \begin{cases} x^2 - 3y = -9, \\ x + y = 3 \end{cases} \begin{cases} 3x + 3y = 9, \\ x^2 - 3y = -9 \end{cases} \begin{cases} x^2 + 3x = 0, \\ y = 3 - x \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ x = -3, \\ y = 3 - x \end{cases} \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \\ x = -3 \\ y = 6 \end{cases}$$

Ответ: (0;3); (-3;6).

$$7. 0,5 \cdot 10^{-3} < 5,3 \cdot 10^{-4}; \text{ т. к. } 0,0005 < 0,00053.$$

$$\text{Ответ: } 0,5 \cdot 10^{-3} < 5,3 \cdot 10^{-4}.$$

РАБОТА № 69

Вариант 1

$$1. (3x + 18)(2 - x) = 0; 3x + 18 = 0; \text{ или } 2 - x = 0;$$

$$x_1 = -6; x_2 = 2. \text{ Ответ: } -6; 2.$$

$$2. \frac{a}{a+c} - \frac{2ac}{a^2-c^2} + \frac{c}{a-c} = \frac{a^2-ac-2ac+ac+c^2}{a^2-c^2} = \frac{a-c}{a+c}, \text{ при } a \neq c$$

$$3. 2x - 4(x - 8) \leq 3x + 2;$$

$$-2x + 32 \leq 3x + 2; 5x \geq 30; x \geq 6.$$

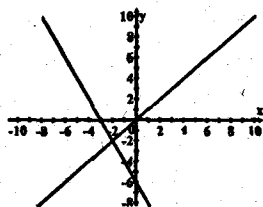


$$\text{Ответ: } [6; \infty).$$

$$4. \begin{cases} y = x, \\ y = -2x - 6 \end{cases} \begin{cases} y = x, \\ -3x = 6 \end{cases} \begin{cases} x = -2, \\ y = -2. \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } (-2; -2).$$

$$5. \begin{cases} x - y = 1, \\ x - 4y^2 = 1 \end{cases} \begin{cases} x = y + 1, \\ y + 1 - 4y^2 = 1 \end{cases}$$



$$\begin{cases} y = 0, \\ x = 1 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = \frac{1}{4} \\ x = 1\frac{1}{4} \end{cases} \quad \text{Ответ: } (1; 0); (1\frac{1}{4}; \frac{1}{4}).$$

$$6. 2x^2 + 7x - 4 = 0; D = 49 + 32 = 81; x_1 = -4, x_2 = \frac{1}{2}.$$

$$2x^2 + 7x - 4 = (x + 4)(2x - 1).$$

$$7. x - 100\%; 126 - 90\%; x = \frac{126 \cdot 100}{90} = 140. \text{ Ответ: } 140 \text{ юбок.}$$

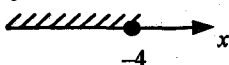
Вариант 2

$$1. (6 - x)(5x + 40) = 0; 6 - x = 0 \text{ или } 5x + 40 = 0; x_1 = 6, x_2 = -8.$$

$$\text{Ответ: } 6; -8.$$

$$2. \frac{a}{a-b} - \frac{b}{a+b} + \frac{2ab}{a^2-b^2} = \frac{a^2+ab-ab+b^2+2ab}{(a-b)(a+b)} = \frac{a+b}{a-b}$$

$$\text{при } a \neq -b.$$



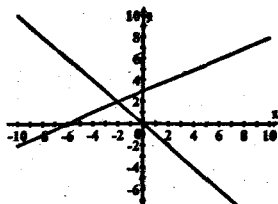
$$3. 12x - 16 \geq 11x + 2(3x + 2);$$

$$x - 16 \geq 6x + 4; 5x \leq -20; x \leq -4$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; -4].$$

$$4. \begin{cases} y = -x, \\ y = \frac{1}{2}x + 3 \end{cases} \begin{cases} \frac{3}{2}x = -3, \\ y = -x \end{cases} \begin{cases} x = -2 \\ y = 2 \end{cases}$$

Ответ: $(-2; 2)$.



$$5. \begin{cases} x + 2y^2 = 4 \\ x - y = 4 \end{cases} \quad | - \quad \begin{cases} 2y^2 + y = 0, \\ x = 4 + y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 0, \\ y = -\frac{1}{2} \\ x = 4 + y \end{cases} \begin{cases} y = -\frac{1}{2}, \\ x = 3\frac{1}{2}, \\ y = 0, \\ x = 4. \end{cases} \quad \text{Ответ: } (3\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}); (4; 0).$$

$$6. 5x^2 - 3x - 2 = 0; D = 9 + 40 = 49; x_1 = 1, x_2 = -\frac{2}{5}.$$

$$5x^2 - 3x - 2 = (x - 1)(5x + 2).$$

$$7. x - 100\%; 195 - 130\%; x = \frac{195 \cdot 100}{130} = 150. \text{ Ответ: 150 батонов.}$$

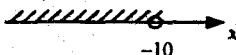
РАБОТА № 70

Вариант 1

$$1. \frac{b}{a^2 - ab} : \frac{a}{a - b} \cdot ab = \frac{b^2(a - b)a}{a(a - b)a} = \frac{b^2}{a}, \text{ при } a \neq b, a \neq 0.$$

$$2. 5(x + 2) < x - 2(5 - x); 5x + 10 < x - 10 + 2x;$$

$$2x < -20; x < -10. \text{ Ответ: } (-\infty; -10).$$



$$3. \begin{cases} 3x - 2y = 5 \\ 5x + 4y = 1 \end{cases} \cdot 2$$

$$\begin{cases} 11x = 11, \\ 3x - 2y = 5 \end{cases} \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (1; -1).$$

$$4. \frac{15}{x^2} + \frac{2}{x} = 1. \text{ ОДЗ: } x \neq 0. x^2 - 2x -$$

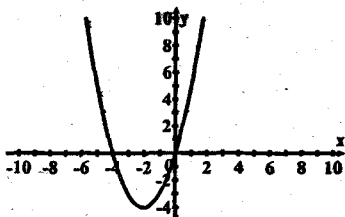
15 = 0, по т. Виета

$$x_1 = 5, x_2 = -3. \text{ Ответ: } 5, -3.$$

5. $y = x^2 + 4x$ - это парабола, вершина $x = -2, y = -4$.

$$6. Q = cmt_2 - t_1;$$

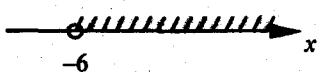
$$cmt_2 = Q + cmt_1; t_2 = \frac{Q + cmt_1}{cm}.$$



7. Если $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$ и $c = \frac{\sqrt{6}}{3}$, то $2ac = 2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{6}}{3} = 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} = \sqrt{2}$.

Вариант 2

1. $\frac{xy+y^2}{x} \cdot \frac{y}{x+y} : xy = \frac{y^2(x+y)}{x^2y(x+y)} = \frac{y}{x^2}$, при $x \neq -y, y \neq 0$.



2. $2 - 3(x - 5) > 5(1 - x);$
 $2 - 3x + 15 > 5 - 5x;$
 $2x > -12; x > -6.$

$x \in (-6; \infty)$. Ответ: $x \in (-6; \infty)$.

3. $\begin{cases} 2x+3y=1 \\ 6x-2y=14 \end{cases} \xrightarrow{(-3)} \begin{cases} 11y=-11 \\ 2x+3y=1 \end{cases} \begin{cases} y=-1 \\ x=2 \end{cases}$ Ответ: $(2; -1)$.

4. $\frac{14}{x^2} - \frac{5}{x} = 1$. ОДЗ: $x \neq 0$. $x^2 + 5x - 14 = 0;$

$x_1 = -7, x_2 = 2$. (по т. Виета). Ответ: $-7; 2$.

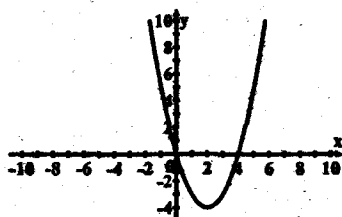
5. $y = x^2 - 4x$ — это парабола, вершина $x = 2, y = -4$.

6. $S = 2\pi r(r + H); 2\pi rH = S - 2\pi r^2;$

$H = \frac{S - 2\pi r^2}{2\pi r}.$

7. Если $a = \frac{\sqrt{2}}{3}$ и $x = \frac{\sqrt{10}}{2}$, то

$3ax = 3 \cdot \frac{\sqrt{2}}{3} \cdot \frac{\sqrt{10}}{2} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{5}.$



РАБОТА № 71

Вариант 1

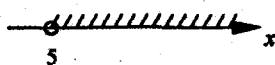
1. $\frac{1}{3}(4x+2) = 2x-1; 4x+2 = 6x-3; x = 2,5$. Ответ: 2,5

2. $\frac{y^2+xy}{15x} \cdot \frac{3x^2}{x^2-y^2} = \frac{3yx^2(x+y)}{15x(x+y)(x-y)} = \frac{yx}{5x-5y}.$

3. $7(1-x) < 20 - 6(x+3);$

$7 - 7x < 20 - 6x - 18;$

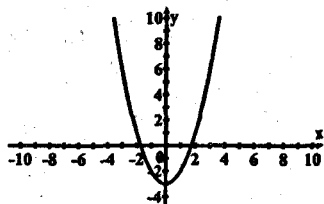
$x > 5. x \in (5; \infty)$. Ответ: $(5; \infty)$.



$$4. \begin{cases} 3xy = 1, \\ 6x + y = 3 \end{cases} \begin{cases} y = 3 - 6x, \\ 9x - 18x^2 = 1 \end{cases} \quad 18x^2 - 9x + 1 = 0; D = 81 - 72 = 9;$$

$$\begin{cases} x = \frac{12}{36} = \frac{1}{3} \\ y = 1 \\ x = \frac{1}{6} \\ y = 2 \end{cases}$$

Ответ: $(\frac{1}{3}; 1); (\frac{1}{6}; 2)$.



5. $y = x^2 - 3$ — это парабола, вершина $x = 0, y = -3$.

$$6. 3x^2 + 5x + 2 = 0; D = 25 - 24 = 1; x_1 = -1; x_2 = -\frac{2}{3}.$$

$$3x^2 + 5x + 2 = (x + 1)(3x + 2).$$

$$7. \text{Если } a = 0,04 \text{ и } c = 0,64, \text{ то } \frac{1}{\sqrt{a}} - \sqrt{c} = \frac{1}{0,2} - 0,8 = 5 - 0,8 = 4,2.$$

Вариант 2

$$1. 2x - 12 = \frac{1}{4}(3x + 2). \quad 8x - 48 = 3x + 2; 5x = 50; x = 10.$$

Ответ: $x = 10$.

$$2. \frac{x^2 - z^2}{3x^2} \cdot \frac{6x}{z^2 + xz} = \frac{(x - z)(x + z) \cdot 3 \cdot 2 \cdot x}{3 \cdot x \cdot x \cdot z(z + x)} = \frac{2(x - z)}{xz}.$$

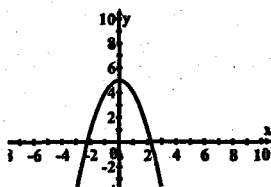
$$\frac{8 - 5(x + 2)}{8 - 5x - 10} < \frac{4(1 - x)}{4 - 4x}; \quad x > -6.$$

Ответ: $(-6; \infty)$.

$$4. \begin{cases} 4y - x = 1, \\ 2xy = 1 \end{cases} \begin{cases} x = 4y - 1, \\ 8y^2 - 2y = 1 \end{cases} \quad 8y^2 - 2y - 1 = 0; \frac{D}{4} = 1 + 8 = 9;$$

$$\begin{cases} y = \frac{1}{2} \\ x = 1 \\ y = -\frac{1}{4} \\ x = -2 \end{cases}$$

Ответ: $(1; \frac{1}{2}); (-2; -\frac{1}{4})$.



5. $y = 5 - x^2$ — это парабола, вершина $x = 0, y = 5$.

$$6. 2x^2 - 7x + 6 = 0; D = 49 - 48 = 1; x_1 = 2, x_2 = \frac{3}{2}.$$

$$2x^2 - 7x + 6 = (x - 2)(2x - 3);$$

$$7. \text{Если } b = 0,16 \text{ и } c = 0,25, \text{ то } \sqrt{b} - \frac{1}{\sqrt{c}} = 0,4 - \frac{1}{0,5} = 0,4 - 2 = -1,6.$$

РАБОТА № 72

Вариант 1

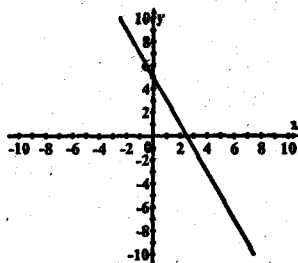
1. $\frac{1}{4}x^2 - x - 3 = 0$; $x^2 - 4x - 12 = 0$; по т. Виета $x_1 = 6, x_2 = -2$.

Ответ: 6; -2.

2. $2c \cdot \frac{c}{a^2 - c^2} : \frac{c^2}{a^2 + ac} = \frac{2c^2 a(a+c)}{c^2(a+c)(a-c)} = \frac{2a}{(a-c)}$.

3. Пусть одно число a , тогда можно составить уравнение.
 $-a + 1,5a = 7$; $0,5a = 7$; $a = 14$; $1,5a = 21$. Ответ: 14 и 21.

4. а)



б) по рисунку видно, что $y > 0$ при $x \in \left(-\infty; \frac{5}{2}\right)$.

5. $\begin{cases} x+4 > 3x-2, \\ 5x+8 > 0 \end{cases} \begin{cases} x < 3, \\ x > -\frac{8}{5} \end{cases}$



$x \in (-1,6; 3)$. Ответ: $(-1,6; 3)$.

6. $2x^2 \leq 32$; $x^2 \leq 16$; $(x-4)(x+4) \leq 0$,
 $x \in [-4; 4]$. Ответ: $[-4; 4]$.



7. $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$; $R^2 = \frac{3V}{\pi H}$; $R = \sqrt{\frac{3V}{\pi H}}$.

Вариант 2

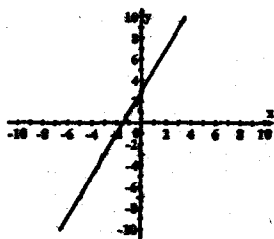
1. $\frac{1}{3}x^2 - 4x + 9 = 0$; $x^2 - 12x + 27 = 0$; по т. Виета $x_1 = 9, x_2 = 3$.

2. $bc : \frac{b^2 - c^2}{3c} \cdot \frac{b-c}{c^2} = \frac{3bc \cdot c \cdot (b-c)}{c^2(b-c)(b+c)} = \frac{3b}{b+c}$.

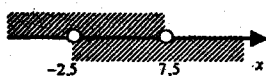
3. Пусть одно число a , тогда можно составить уравнение.

$2,5a - a = 9$; $\frac{3}{2}a = 9$; $a = 6$, тогда $2,5a = 2,5 \cdot 6 = 15$. Ответ: 6 и 15.

4. а)



б) по графику видно, что $y < 0$ при $x \in \left(-\infty; -\frac{3}{2}\right)$.



5.
$$\begin{cases} 2x + 7 > 4x - 8, \\ 10 + 4x > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x < 15, \\ x > -\frac{10}{4} \end{cases} \begin{cases} x < 7,5, \\ x > -2,5 \end{cases}$$

$x \in (-2,5; 7,5)$. Ответ: $(-2,5; 7,5)$.



6. $3x^2 \geq 75$; $x^2 \geq 25$; $(x - 5)(x + 5) \geq 0$,

$x \in (-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$.

Ответ: $(-\infty; -5] \cup [5; +\infty)$.

7. $S = \frac{\pi d^2}{4}$; $d^2 = \frac{4S}{\pi}$; $d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = 2\sqrt{\frac{S}{\pi}}$.

ВТОРАЯ ЧАСТЬ ЭКЗАМЕНАЦИОННОЙ РАБОТЫ

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ

$$1.1. 3x + xy^2 - x^2y - 3y = 3(x - y) + xy(y - x) = (x - y)(3 - xy).$$

$$1.2. a^2b - 2b + ab^2 - 2a = ab(a + b) - 2(a + b) = (a + b)(ab - 2).$$

$$2.1. 2a^2 - 2b^2 - a + b = 2(a^2 - b^2) - (a - b) = 2(a - b)(a + b) - (a - b) = \\ = (a - b)(2(a + b) - 1) = (a - b)(2a + 2b - 1).$$

$$2.2. x - y - 3x^2 + 3y^2 = (x - y) - 3(x^2 - y^2) = \\ = (x - y) - 3(x - y)(x + y) = (x - y)(1 - 3x - 3y).$$

$$3.1. 2x + y + y^2 - 4x^2 = (y + 2x) + (y^2 - 4x) = (y + 2x) + \\ + (y - 2x)(y + 2x) = (y + 2x)(1 + y - 2x).$$

$$3.2. a - 3b + 9b^2 - a^2 = (a - 3b) - (a^2 - 9b^2) = \\ = (a - 3b) - (a - 3b)(a + 3b) = (a - 3b)(1 - a - 3b).$$

$$4.1. a^3 - ab - a^2b + a^2 = (a^2 + a^3) - (ab + a^2b) = a^2(a + 1) - ab(1 + a) = \\ = (a + 1)(a^2 - ab) = a(a + 1)(a - b).$$

$$4.2. x^2y - x^2 - xy + x^3 = (x^2y + x^3) - (x^2 + xy) = x^2(y + x) - x(x + y) = \\ = (x + y)(x^2 - x) = x(x + y)(x - 1).$$

$$5.1. 1 - x^2 + 2xy - y^2 = 1 - (x^2 - 2xy + y^2) = \\ = 1 - (x - y)^2 = (1 - x + y)(1 + x - y).$$

$$5.2. a^2 - 9b^2 + 18bc - 9c^2 = a^2 - (9b^2 - 18bc + 9c^2) = \\ = a^2 - (3b - 3c)^2 = (a - 3b + 3c)(a + 3b - 3c).$$

$$6.1. 2x^2 - 20xy + 50y^2 - 2 = 2(x^2 - 10xy + 25y^2 - 1) = \\ = 2((x - 5y)^2 - 1) = 2(x - 5y - 1)(x - 5y + 1).$$

$$7.1. ac^4 - c^4 - ac^2 + c^2 = (ac^4 - c^4) - (ac^2 - c^2) = c^4(a - 1) - c^2(a - 1) = \\ = (a - 1)(c^4 - c^2) = c^2(a - 1)(c - 1)(c + 1).$$

$$7.2. x^3y^2 - xy - x^3 + x = x^3(y^2 - 1) - x(y - 1) = \\ = x^3(y - 1)(y + 1) - x(y - 1) = x(y - 1)(x^2(y + 1) - 1) = x(y - 1)(x^2y + x^2 - 1).$$

$$8.1. ab^2 - b^2y - ax + xy + b^2 - x = (ab^2 - b^2y + b^2) - (ax - xy + x) =$$

$$= b^2(a-y+1) - x(a-y+1) = (a-y+1)(b^2-x).$$

$$\begin{aligned} 8.2. \quad a^2b - ab^2 - ac + ab + bc - c &= (a^2b - ac) - (ab^2 - bc) + (ab - c) = \\ &= a(ab - c) - b(ab - c) + (ab - c) = (ab - c)(a - b + 1). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9.1. \quad ax^2 - 2ax - bx^2 + 2bx - b + a &= (ax^2 - 2ax + a) - (bx^2 - 2bx + b) = \\ &= a(x^2 - 2x + 1) - b(x^2 - 2x + 1) = (x-1)^2(a-b). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9.2. \quad by^2 + 4by - cy^2 - 4cy - 4c + 4b &= (by^2 - cy^2) + (4by - 4cy) - 4(c-b) = \\ &= y^2(b-c) + 4y(b-c) + 4(b-c) = (b-c)(y^2 + 4y + 4) = (b-c)(y+2)^2. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10.1 \quad (x^2+y^2)^3 - 4x^2y^2(x^2+y^2) &= (x^2+y^2)((x^2+y^2)^2 - 4x^2y^2) = (x^2+y^2)(x^2+y^2-2xy) \cdot \\ (x^2+y^2+2xy) &= (x^2+y^2)(x-y)^2(x+y)^2 = (x^2+y^2)(x-y)(x-y)(x+y)(x+y) = \\ &= (x^2+y^2)(x^2-y^2)(x^2-y^2) = (x^4-y^4)(x^2-y^2), \text{ ч.т.д.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 10.2 \quad 4a^2b^2(a^2+b^2) - (a^2+b^2)^3 &= (a^2+b^2)(4a^2b^2 - (a^2+b^2)^2) = \\ &= (a^2+b^2) \cdot (2ab - a^2 - b^2)(2ab + a^2 + b^2) = -(a^2+b^2)(a^2 - 2ab + b^2) \cdot \\ (a+b)^2 &= -(a^2+b^2)(b-a)^2(a+b)^2 = (a^2+b^2)(b-a)(a-b)(a+b)(a+b) = \\ &= (a^2+b^2)(b^2-a^2)(a^2-b^2) = (b^4-a^4)(a^2-b^2) = (b^2-a^2)(a^4-b^4), \text{ ч.т.д.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11.1. \quad \left(a - \frac{4a-9}{a-2}\right) : \left(2a - \frac{2a}{a-2}\right) &= \frac{a(a-2) - (4a-9)}{a-2} : \frac{2a(a-2) - 2a}{a-2} = \\ &= \frac{a^2 - 2a - 4a + 9}{a-2} : \frac{2a^2 - 4a - 2a}{a-2} = \frac{a^2 - 6a + 9}{a-2} \cdot \frac{a-2}{2a^2 - 6a} = \\ &= \frac{(a-3)^2 \cdot (a-2)}{(a-2) \cdot 2a(a-3)} = \frac{a-3}{2a}. \quad \text{Ответ: } \frac{a-3}{2a}, \text{ при } a \neq 2, a \neq 3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11.2. \quad \left(3x - \frac{3x}{x-4}\right) : \left(x - \frac{6x-25}{x-4}\right) &= \frac{3x^2 - 12x - 3x}{x-4} : \frac{x^2 - 4x - 6x + 25}{x-4} = \\ &= \frac{3x^2 - 15x}{x-4} \cdot \frac{x-4}{x^2 - 10x + 25} = \frac{3x(x-5)}{(x-5)^2} = \frac{3x}{x-5}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 12.1. \quad \left(\frac{2x}{2x+y} - \frac{4x^2}{4x^2+4xy+y^2}\right) : \left(\frac{2x}{4x^2-y^2} + \frac{1}{y-2x}\right) &= \\ &= \left(\frac{2x}{2x+y} - \frac{4x^2}{(2x+y)^2}\right) : \left(\frac{2x}{(2x-y)(2x+y)} + \frac{1}{y-2x}\right) = \\ &= \frac{2x(2x+y) - 4x^2}{(2x+y)^2} \cdot \frac{(2x-y)(2x+y)}{2x - (2x+y)} = \frac{2xy}{(2x+y)^2} \cdot \frac{(2x-y)(2x+y)}{-y} = \\ &= \frac{2xy \cdot (2x-y)(2x+y)}{(2x+y)^2 \cdot (-y)} = -\frac{2x(2x-y)}{2x+y} = \frac{2x(y-2x)}{2x+y}, \text{ при } y \neq 0. \end{aligned}$$

$$12.2. \left(\frac{a^2}{a+b} - \frac{a^3}{a^2+b^2+2ab} \right) : \left(\frac{a}{a+b} + \frac{a^2}{b^2-a^2} \right) = \frac{a^3+a^2b-a^3}{(a+b)^2}.$$

$$: \frac{ab-a^2+a^2}{b^2-a^2} = \frac{a^2b(a+b)(b-a)}{(a+b)^2 ab} = \frac{(b-a)a}{a+b}, \text{ при } a \neq 0, b \neq 0.$$

$$13.1. \left(\frac{x+5y}{x^2-5xy} - \frac{x-5y}{x^2+5xy} \right) \cdot \frac{25y^2-x^2}{5y^2} = \frac{(x+5y)^2-(x-5y)^2}{x(x-5y)(x+5y)} \times$$

$$\times \frac{25y^2-x^2}{5y^2} = \frac{(x+5y-x+5y)(x+5y+x-5y)(25y^2-x^2)}{x(x-5y)(x+5y) \cdot 5y^2} =$$

$$\frac{10y \cdot 2x}{-x \cdot 5y^2} = -\frac{4}{y}, \text{ при } y \neq 0, x \neq 0.$$

$$13.2. \left(\frac{a-2b}{a^2+2ab} - \frac{a+2b}{a^2-2ab} \right) : \frac{4b^2}{4b^2-a^2} = \frac{(a-2b)^2-(a+2b)^2}{a(a^2-4b^2)} \cdot \frac{4b^2-a^2}{4b^2} =$$

$$= \frac{-8ab}{-a \cdot 4b^2} = \frac{2}{b}, \text{ при } a \neq 0.$$

$$14.1. \left(a+1+\frac{1}{a-1} \right) : \frac{a^2}{1-2a+a^2} = \frac{(a+1)(a-1)+1}{a-1} : \frac{a^2}{(1-a)^2} =$$

$$= \frac{a^2-1+1}{a-1} \cdot \frac{(a-1)^2}{a^2} = \frac{a^2 \cdot (a-1)}{a^2} = a-1, \text{ при } a \neq 0.$$

$$14.2. \left(y+2+\frac{8}{y-2} \right) : \frac{y^2+4}{4-4y+y^2} =$$

$$= \frac{y^2-4+8}{y-2} \cdot \frac{(2-y)^2}{y^2+4} = \frac{(y^2+4)(y-2)^2}{(y^2+4)(y-2)} = y-2.$$

$$15.1. \frac{x-3}{4x^2+24x+36} : \left(\frac{x}{3x-9} - \frac{3}{x^2+3x} + \frac{x^2+9}{27-3x^2} \right) =$$

$$= \frac{x-3}{4(x+3)^2} : \left(\frac{x^2(x+3)-9(x-3)-x(x^2+9)}{3x(x-3)(x+3)} \right) =$$

$$= \frac{x-3}{4(x+3)^2} \cdot \left(\frac{3x(x-3)(x+3)}{x^3+3x^2-9x+27-x^3-9x} \right) = \frac{x-3}{4(x+3)^2} \times$$

$$\times \frac{3x(x-3)(x+3)}{3x^2-18x+27} = \frac{(x-3) \cdot 3x(x-3)(x+3)}{4(x+3)^2 \cdot 3(x-3)^2} = \frac{x}{4(x+3)}, \text{ при } x \neq 3.$$

$$\begin{aligned} 15.2. & \left(\frac{y}{4y+16} - \frac{y^2+16}{4y^2-64} - \frac{4}{y^2-4y} \right) \cdot \frac{3y^2-24y+48}{y+4} = \\ & = \frac{y^2(y-4) - (y^2+16)y - 16(y+4)}{4y(y^2-16)} \cdot \frac{3y^2-24y+48}{y+4} = \\ & = \frac{y^3-4y^2-y^3-16y-16y-64}{4y(y^2-16)} \cdot \frac{3(y-4)^2}{y+4} = \\ & = \frac{-4(y+4)^2 \cdot 3(y-4)^2}{4y(y^2-16)(y+4)} = \frac{-3(y-4)}{y} = \frac{12-3y}{y}, \text{ при } y \neq -4. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16.1. & \left(\frac{x}{x^2-25} + \frac{5}{5-x} + \frac{1}{x+5} \right) : \left(x-5 + \frac{28-x^2}{x+5} \right) = \\ & = \frac{x-5(x+5)+(x-5)}{(x-5)(x+5)} \cdot \frac{x^2-25+28-x^2}{x+5} = \frac{x-5x-25+x-5}{(x-5)(x+5)} \cdot \frac{x+5}{3} = \\ & = \frac{-3x-30}{(x-5)(x+5)} \cdot \frac{x+5}{3} = \frac{-3(x+10)(x+5)}{(x-5)(x+5) \cdot 3} = \frac{x+10}{x-5} = \frac{x+10}{5-x}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 16.2. & \left(\frac{12-a^2}{a+3} + a-3 \right) : \left(\frac{1}{a+3} + \frac{a}{a^2-9} + \frac{5}{3-a} \right) = \\ & = \frac{12-a^2+a^2-9}{a+3} : \left(\frac{a-3+a-5(a+3)}{a^2-9} \right) = \\ & = \frac{3}{a+3} \cdot \frac{(a-3)(a+3)}{-3a-18} = \frac{a-3}{-a-6} = \frac{3-a}{a+6}, \text{ при } a \neq -3. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 17.1. & \left(\frac{a-b}{a^2+ab} - \frac{1}{a^2-b^2} \cdot \frac{(b-a)^2}{a+b} \right) : \frac{a-b}{a^2+ab} = \\ & = \left(\frac{a-b}{a(a+b)} - \frac{(a-b)^2}{(a-b)(a+b)^2} \right) \cdot \frac{a(a+b)}{a-b} = \frac{(a-b)(a-b)(a+b) - a(a-b)^2}{a(a-b)(a+b)^2} \cdot x \\ & \times \frac{a(a+b)}{a-b} = \frac{(a-b)^2(a+b-a)}{(a-b)(a+b)(a-b)} = \frac{(a-b)^2 \cdot b}{(a-b)^2(a+b)} = \frac{b}{a+b}, \text{ при } a \neq b. \end{aligned}$$

$$17.2. \left(\frac{1}{4x^2-y^2} : \frac{2x+y}{(y-2x)^2} - \frac{2x-y}{4x^2+2xy} \right) \cdot \frac{(2x+y)^2}{y^2} =$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{(y-2x)^2}{(2x+y)(2x-y)(2x+y)} - \frac{2x-y}{4x^2+2xy} \right) \cdot \frac{(2x+y)^2}{y^2} = \\
&= \left(\frac{-y+2x}{(2x+y)^2} - \frac{2x-y}{2x(2x+y)} \right) \cdot \frac{(2x+y)^2}{y^2} = \frac{2x-y}{y^2} - \frac{(2x-y)(2x+y)}{2xy^2} = \\
&= \frac{4x^2-2xy-4x^2+y^2}{2xy^2} = \frac{y(y-2x)}{2xy^2} = \frac{y-2x}{2xy}.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
18.1. \quad & \frac{1}{(x-y)(y-z)} - \frac{1}{(y-z)(x-z)} - \frac{1}{(z-x)(y-x)} = \\
&= \frac{1}{(x-y)(y-z)} - \frac{1}{(y-z)(x-z)} - \frac{1}{(x-z)(x-y)} = \\
&= \frac{x-z-(x-y)-(y-z)}{(x-y)(y-z)(x-z)} = \frac{x-z-x+y-y+z}{(x-y)(y-z)(x-z)} = \\
&= \frac{0}{(x-y)(y-z)(x-z)} = 0, \text{ ч.т.д.}
\end{aligned}$$

$$18.2. \quad \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} = 0, \text{ при } a \neq b \neq c.$$

$$\begin{aligned}
1) \quad & \frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-a)(b-c)} = \frac{1}{(a-b)(a-c)} - \frac{1}{(a-b)(b-c)} = \\
&= \frac{b-c-(a-c)}{(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{b-c-a+c}{(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{b-a}{(a-b)(a-c)(b-c)} = \\
&= \frac{-(a-b)}{(a-b)(a-c)(b-c)} = \frac{-1}{(a-c)(b-c)};
\end{aligned}$$

$$2) \quad \frac{-1}{(a-c)(b-c)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)} = \frac{-1}{(a-c)(b-c)} + \frac{1}{(a-c)(b-c)} = 0, \text{ ч.т.д.}$$

$$\begin{aligned}
19.1. \quad & \frac{1}{(y-1)(y-2)} + \frac{1}{(y-2)(y-3)} + \frac{1}{(y-3)(y-4)} = \\
&= \frac{(y-3)(y-4) + (y-1)(y-4) + (y-1)(y-2)}{(y-1)(y-2)(y-3)(y-4)} = \\
&= \frac{y^2-7y+12+y^2-5y+4+y^2-3y+2}{(y-1)(y-2)(y-3)(y-4)} =
\end{aligned}$$

$$= \frac{3y^2 - 15y + 18}{(y-1)(y-2)(y-3)(y-4)} = \frac{3(y^2 - 5y + 6)}{(y-1)(y-4)(y^2 - 5y + 6)} = \frac{3}{(y-1)(y-4)}, \text{ ч.т.д.}$$

$$19.2. \frac{1}{(x-1)(x-3)} + \frac{1}{(x-3)(x-5)} + \frac{1}{(x-5)(x-7)} = \frac{3}{(x-1)(x-7)}.$$

$$1) \frac{1}{(x-1)(x-3)} + \frac{1}{(x-3)(x-5)} = \frac{x-5+x-1}{(x-1)(x-3)(x-5)} =$$

$$= \frac{2x-6}{(x-1)(x-3)(x-5)} = \frac{2(x-3)}{(x-1)(x-3)(x-5)} = \frac{2}{(x-1)(x-5)};$$

$$2) \frac{2}{(x-1)(x-5)} + \frac{1}{(x-5)(x-7)} = \frac{2x-14+x-1}{(x-1)(x-5)(x-7)} =$$

$$= \frac{3x-15}{(x-1)(x-5)(x-7)} = \frac{3(x-5)}{(x-1)(x-5)(x-7)} = \frac{3}{(x-1)(x-7)}, \text{ ч.т.д.}$$

$$20.1. \left(\frac{c}{c-2} - \frac{c}{c+2} - \frac{c^2+4}{4-c^2} \right) \cdot \frac{(2-c)^2}{2c+c^2} =$$

$$= \frac{c(c+2)-c(c-2)+c^2+4}{(c-2)(c+2)} \cdot \frac{(c-2)^2}{c(2+c)} = \frac{c^2+2c-c^2+2c+c^2+4}{(c-2)(c+2)} \cdot x$$

$$x \frac{(c-2)^2}{c(c+2)} = \frac{c^2+4c+4}{(c+2)} \cdot \frac{(c-2)}{c(c+2)} = \frac{(c+2)^2 \cdot (c-2)}{(c+2) \cdot c(c+2)} = \frac{c-2}{c}.$$

$$20.2. \frac{x^2+3x}{(x-3)^2} : \left(\frac{3}{x+3} + \frac{x^2+9}{x^2-9} - \frac{3}{3-x} \right) = \frac{x(x+3)}{(x-3)^2} : \left(\frac{3x-9+x^2+9+3x+9}{x^2-9} \right) =$$

$$= \frac{x(x+3)}{(x-3)^2} \cdot \frac{(x-3)(x+3)}{x^2+6x+9} = \frac{x(x+3)^2}{(x-3)(x+3)^2} = \frac{x}{x-3}.$$

$$21.1. \left(\frac{m}{m-6} - \frac{2m}{m^2-12m+36} \right) \cdot \frac{36-m^2}{m-8} + \frac{12m}{m-6} =$$

$$= \frac{m(m-6)-2m}{(m-6)^2} \cdot \frac{36-m^2}{m-8} + \frac{12m}{m-6} = \frac{m^2-6m-2m}{(m-6)^2} \cdot \frac{36-m^2}{m-8} + \frac{12m}{m-6} =$$

$$= \frac{(m^2-8m)(36-m^2)}{(m-6)^2 \cdot (m-8)} + \frac{12m}{m-6} = \frac{-m(m-8) \cdot (m-6)(m+6)}{(m-6)^2 \cdot (m-8)} + \frac{12m}{m-6} =$$

$$= \frac{-m(m+6)}{m-6} + \frac{12m}{m-6} = \frac{-m^2 - 6m + 12m}{m-6} = \frac{m(m-6)}{m-6} = -m.$$

$$\begin{aligned} 21.2. & \left(\frac{3n}{n-4} - \frac{6n}{n^2-8n+16} \right) : \frac{n-6}{16-n^2} + \frac{24n}{n-4} = \\ & = \frac{3n^2-12n-6n}{(n-4)^2} \cdot \frac{(4-n)(4+n)}{n-6} + \frac{24n}{n-4} = \frac{3n(n-6)(4+n)}{(4-n)(n-6)} + \frac{24n}{n-4} = \\ & = \frac{3n(4+n)}{(4-n)} + \frac{24n}{n-4} = \frac{24n-12n-3n^2}{n-4} = \frac{3n(4-n)}{n-4} = -3n. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 22.1. & \left(\frac{1}{x+y} - \frac{x}{y^2+xy} \right) \cdot \left(\frac{y^2}{x^3-xy^2} - \frac{y}{x^2-xy} \right) = \\ & = \frac{y-x}{y(x+y)} \cdot \left(\frac{y^2}{x(x-y)(x+y)} - \frac{y \cdot (x+y)}{x(x-y)(x+y)} \right) = \\ & = \frac{y-x}{y(x+y)} \cdot \frac{y^2 - y(x+y)}{x(x-y)(x+y)} = \frac{-1}{y(x+y)} \cdot \frac{y^2 - xy - y^2}{x(x+y)} = \frac{xy}{xy(x+y)^2} = \frac{1}{(x+y)^2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 22.2. & \left(\frac{b}{a^2-ab} - \frac{1}{a-b} \right) : \left(\frac{a+b}{a^2-ab} - \frac{b}{ab-b^2} \right) = \\ & = \frac{b-a}{a(a-b)} : \left(\frac{ab+b^2-ba}{ab(a-b)} \right) = \frac{b-a}{a(a-b)} \cdot \frac{ab(a-b)}{b^2} = \frac{b-a}{b}, \text{ при } b \neq 0. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 23.1. & \left(\frac{3}{(2-x)^2} + \frac{2}{x^2-4} \right) \cdot (x-2)^2 - \frac{5x}{x+2} = \\ & = \frac{3(x-2)^2}{(x-2)^2} + \frac{2(x-2)^2}{(x-2)(x+2)} - \frac{5x}{x+2} = 3 + \frac{2(x-2)}{x+2} - \frac{5x}{x+2} = \\ & = \frac{3(x+2) + 2(x-2) - 5x}{x+2} = \frac{3x+6+2x-4-5x}{x+2} = \frac{2}{x+2}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 23.2. & \left(\frac{2}{(3-x)^2} + \frac{3}{x^2-9} \right) \cdot (x-3)^2 - \frac{5x}{x+3} = \\ & = \frac{2x+6+3x}{(x^2-9)(-3)} \cdot (x-3)^2 - \frac{5x}{x+3} = \frac{5x-3}{x+3} - \frac{5x}{x+3} = \frac{-3}{x+3}. \end{aligned}$$

$$24.1. \left(\frac{a+2}{2-a} - \frac{2-a}{2+a} - \frac{4a^2}{a^2-4} \right) : \left(\frac{1}{a^3+a^2} - \frac{1-a}{a^2} - 1 \right) =$$

$$\begin{aligned}
&= \left(\frac{a+2}{2-a} - \frac{2-a}{2+a} + \frac{4a^2}{(2-a)(2+a)} \right) : \left(\frac{1}{a^2(a+1)} - \frac{(1-a)(a+1)}{a^2 \cdot (a+1)} - \frac{a^2(a+1)}{a^2(a+1)} \right) = \\
&= \frac{(a+2)^2 - (2-a)^2 + 4a^2}{(2-a)(2+a)} : \frac{1 - (1-a)(1+a) - a^2(a+1)}{a^2 \cdot (a+1)} = \\
&= \frac{a^2 + 4a + 4 - 4 + 4a - a^2 + 4a^2}{(2-a)(2+a)} \cdot \frac{a^2 \cdot (a+1)}{1 - 1 + a^2 - a^3 - a^2} = \\
&= \frac{4a^2 + 8a}{(2-a)(2+a)} \cdot \frac{a^2(a+1)}{-a^3} = \frac{4a(a+2)}{(2-a)(2+a)} \cdot \frac{(a+1)}{-a} = \\
&= \frac{4a}{2-a} \cdot \frac{a+1}{-a} = \frac{4a+4}{a-2}, \text{ при } a \neq -2, a \neq 0.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
24.2. \left(\frac{a^2}{b^3 - ab^2} + \frac{a-b}{b^2} - \frac{2}{b} \right) : \left(\frac{a+b}{b-a} - \frac{b-a}{b+a} - \frac{4a^2}{a^2 - b^2} \right) = \\
= \frac{a^2 - (a-b)^2 - 2b(b-a)}{b^3 - ab^2} : \left(\frac{4a^2 + (a+b)^2 - (b-a)^2}{(b^2 - a^2)} \right) = \\
= \frac{a^2 - a^2 - b^2 + 2ab - 2b^2 + 2ab}{b^2(b-a)} \cdot \frac{b^2 - a^2}{4a^2 + 4ab} = \\
= \frac{(4ab - 3b^2)(b^2 - a^2)}{4ab^2(b-a)(b+a)} = \frac{b(4a-3b)}{4ab^2} = \frac{4a-3b}{4ba}, \text{ при } b \neq 0.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
25.1. \left(\frac{3}{x-4} + \frac{4x-6}{x^2-3x-4} + \frac{2x}{x+1} \right) \cdot \frac{x}{2x-3} = \\
= \frac{3(x+1) + 4x-6 + 2x(x-4)}{(x+1)(x-4)} \cdot \frac{x}{2x-3} = \\
= \frac{(3x+3+4x-6+2x^2-8x) \cdot x}{(x+1)(x-4)(2x-3)} = \frac{(2x^2-x-3) \cdot x}{(x+1)(x-4)(2x-3)} = (\text{по т. Виета}) \\
= \frac{(x+1)(2x-3) \cdot x}{(x+1)(x-4)(2x-3)} = \frac{x}{x-4}. \text{ Ответ: } \frac{x}{x-4}, \text{ при } x \neq \frac{3}{2}, x \neq -1.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
25.2. \left(\frac{2}{x-2} + \frac{3x-21}{x^2+x-6} + \frac{2x}{x+3} \right) \cdot \frac{x}{2x-5} = \\
= \frac{(2x+6+3x-21+2x^2-4x)x}{(x-2)(x+3)(2x-5)} = \frac{(2x^2+x-15)x}{(x-2)(x+3)(2x-5)}
\end{aligned}$$

Разложим $2x^2 + x - 15$ на множители: $2x^2 + x - 15 = 0$; $D = 1 + 120 = 121$,

$$x_1 = \frac{-1-11}{4} = \frac{-12}{4} = -3; \quad x_2 = \frac{-1+11}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2,5.$$

$$2x^2 + x - 15 = 2(x+3)(x-2,5) = (x+3)(2x-5).$$

Тогда дробь примет вид: $\frac{(x+3)(2x-5)x}{(x-2)(x+3)(2x-5)} = \frac{x}{x-2}$, при $x \neq -3, x \neq 5/2$.

$$26.1. \frac{x+40}{x^3-16x} : \left(\frac{x-4}{3x^2+11x-4} - \frac{16}{16-x^2} \right) =$$

$$= \frac{x+40}{x(x^2-16)} : \left(\frac{x-4}{3x^2+11x-4} + \frac{16}{x^2-16} \right);$$

Разложим $3x^2 + 11x - 4$ на множители:

$$3x^2 + 11x - 4 = 0; \quad D = 121 + 48 = 169,$$

$$x_1 = \frac{-11-13}{6} = \frac{-24}{6} = -4; \quad x_2 = \frac{-11+13}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}.$$

$$3x^2 + 11x - 4 = 3(x+4) \left(x - \frac{1}{3} \right) = (x+4)(3x-1).$$

Тогда дробь примет вид:

$$\frac{x+40}{x(x^2-16)} : \frac{(x-4)(x-4)+16(3x-1)}{(x+4)(x-4)(3x-1)} = \frac{x+40}{x(x^2-16)} \cdot \frac{(x+4)(x-4)(3x-1)}{x^2-8x+16+48x-16} =$$

$$= \frac{x+40}{x(x^2-16)} \cdot \frac{(x^2-16)(3x-1)}{x^2+40x} = \frac{x+40}{x(x^2-16)} \cdot \frac{(x^2-16)(3x-1)}{x(x+40)} = \frac{3x-1}{x^2}.$$

$$26.2. \frac{x-4}{x^3-x} : \left(\frac{x-1}{2x^2+3x+1} - \frac{1}{x^2-1} \right).$$

Разложим $2x^2 + 3x + 1$ на множители: $2x^2 + 3x + 1 = 0; D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1;$

$$x_1 = \frac{-3-1}{4} = \frac{-4}{4} = -1; \quad x_2 = \frac{-3+1}{4} = \frac{-2}{4} = \frac{1}{2}.$$

$$2x^2 + 3x + 1 = 2(x+1) \left(x + \frac{1}{2} \right) = (x+1)(2x+1).$$

Тогда дробь примет вид: $\frac{x-4}{x(x^2-1)} : \left(\frac{(x-1)^2 - (2x+1)}{(x+1)(x-1)(2x+1)} \right) =$

$$= \frac{(x-4)(x^2-1)(2x+1)}{x(x^2-1)(x^2-2x+1-2x-1)} = \frac{(x-4)(2x+1)}{x(x^2-4x)} = \frac{2x+1}{x^2}.$$

$$27.1. \frac{9x^2-4}{2x^2-5x+2} \cdot \frac{2-x}{3x+2} + \frac{x}{1-2x} =$$

Разложим $2x^2 - 5x + 2$ на множители: $2x^2 - 5x + 2 = 0$; $D = 25 - 16 = 9$,

$$x_1 = \frac{5-3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{5+3}{4} = \frac{8}{4} = 2.$$

$$2x^2 - 5x + 2 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 2) = (2x - 1)(x - 2).$$

Тогда дробь примет вид:
$$\frac{(3x-2)(3x+2)}{(x-2)(2x-1)} \cdot \frac{2-x}{3x+2} + \frac{x}{1-2x} =$$

$$= \frac{-3x+2}{2x-1} - \frac{x}{2x-1} = \frac{-3x+2-x}{2x-1} = \frac{-4x+2}{2x-1} = \frac{-2(2x-1)}{2x-1} = -2.$$

27.2.
$$\frac{4x^2 - 9}{2x^2 - 7x + 3} : \frac{3+2x}{1-2x} + \frac{9-4x}{3-x};$$

Разложим $2x^2 - 7x + 3 = 0$ на множители: $2x^2 - 7x + 3 = 0$;

$$D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 49 - 24 = 25, \quad x_1 = \frac{7-5}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{7+5}{4} = \frac{12}{4} = 3.$$

$$2x^2 - 7x + 3 = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)(x - 3) = (2x - 1)(x - 3).$$

Тогда дробь примет вид:
$$\frac{(2x-3)(2x+3)(1-2x)}{(2x-1)(x-3)(3+2x)} + \frac{9-4x}{3-x} =$$

$$= -\frac{2x-3}{x-3} + \frac{9-4x}{3-x} = \frac{9-4x+2x-3}{3-x} = \frac{6-2x}{3-x} = 2.$$

28.1.
$$\frac{3c-2}{c+2} - \frac{c}{c+2} : \frac{c}{c^2-4} - \frac{4c}{c+2} =$$

$$= \frac{3c-2}{c+2} - \frac{c(c-2)(c+2)}{(c+2) \cdot c} - \frac{4c}{c+2} = \frac{3c-2}{c+2} - (c-2) - \frac{4c}{c+2} =$$

$$= \frac{3c-2-4c}{c+2} - (c-2) = \frac{-c-2}{c+2} - c + 2 = -1 - c + 2 = 1 - c.$$

28.2.
$$\frac{2}{x-1} - \frac{10}{x-1} : \frac{10}{x^2-1} - \frac{x+1}{x-1} =$$

$$= -\frac{10(x-1)(x+1)}{10(x-1)} + \frac{2-x-1}{x-1} = -x-1 + \frac{1-x}{x-1} = -x-2.$$

29.1.
$$\left(\frac{a}{a^2-2a+1} - \frac{a+2}{a^2+a-2}\right) : \frac{1}{(2a-2)^2} = (\text{по т. Виета}) =$$

$$= \left(\frac{a}{(a-1)^2} - \frac{a+2}{(a+2)(a-1)}\right) \cdot (2a-2)^2 =$$

$$= \frac{a(a+2) - (a+2)(a-1)}{(a-1)^2(a+2)} \cdot 4(a-1)^2 = \frac{(a+2)(a-a+1) \cdot 4(a-1)^2}{(a-1)^2(a+2)} = 4.$$

Ответ: 4.

$$29.2. \left(\frac{c+2}{c^2-c-6} - \frac{c}{c^2-6c+9} \right) \cdot (2c-6)^2 = -12.$$

$$c^2-c-6=0; D=1+24=25, D>0; c_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{25}}{2}, c_1 = \frac{1-5}{2} = \frac{-4}{2} = -2;$$

$$c_2 = \frac{1+5}{2} = \frac{6}{2} = 3. \quad c^2-c-6=(c+2)(c-3).$$

$$\left(\frac{c+2}{c^2-c-6} - \frac{c}{c^2-6c+9} \right) \cdot (2c-6)^2 = \left(\frac{c+2}{(c-3)(c+2)} - \frac{c}{(c-3)^2} \right) \times$$

$$\times (2c-6)^2 = \left(\frac{1}{c-3} - \frac{c}{(c-3)^2} \right) \cdot (2c-6)^2 = \left(\frac{c-3-c}{(c-3)^2} \right) \cdot (2c-6)^2$$

$$\frac{-3}{(c-3)^2} \cdot (2c-6)^2 = \frac{-3}{(c-3)^2} \cdot 4(c-3)^2 = \frac{-3 \cdot 4 \cdot (c-3)^2}{(c-3)^2} = -12.$$

$$30.1. \frac{x}{x^2+y^2} - \frac{y(x-y)^2}{x^4-y^4} = \frac{x}{x^2+y^2} - \frac{y(x-y)^2}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} =$$

$$= \frac{x(x^2-y^2) - y(x-y)^2}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} = \frac{x^3 - xy^2 - x^2y + 2xy^2 - y^3}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} =$$

$$= \frac{x^3 - x^2y + xy^2 - y^3}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} = \frac{x^2(x-y) + y^2(x-y)}{(x^2+y^2)(x^2-y^2)} =$$

$$= \frac{(x-y)(x^2+y^2)}{(x^2+y^2)(x-y)(x+y)} = \frac{1}{x+y}.$$

$$30.2. \frac{b(a+b)^2}{a^4-b^4} + \frac{a}{a^2+b^2} = \frac{b(a^2+2ab+b^2) + a(a^2-b^2)}{(a^2-b^2)(a^2+b^2)} =$$

$$= \frac{a^2b + 2ab^2 + b^3 + a^3 - ab^2}{(a^2-b^2)(a^2+b^2)} = \frac{(a^2b+b^3) + (ab^2+a^3)}{(a^2-b^2)(a^2+b^2)} =$$

$$= \frac{b(a^2+b^2) + a(a^2+b^2)}{(a^2-b^2)(a^2+b^2)} = \frac{(a^2+b^2)(b+a)}{(a-b)(a+b)(a^2-b^2)} = \frac{1}{a-b}.$$

$$31.1. \frac{3x^2-7x+2}{2-6x} = \frac{(3x-1)(x-2)}{2(1-3x)} = -\frac{x-2}{2}.$$

$$3x^2 - 7x + 2 = 0; D = 7^2 - 4 \cdot 3 \cdot 2 = 25, x_1 = \frac{7-5}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}; x_2 = \frac{7+5}{6} = \frac{12}{6} = 2.$$

$$3x^2 - 7x + 2 = 3\left(x - \frac{1}{3}\right)(x - 2) = (3x - 1)(x - 2).$$

$$31.2. \frac{5x^2 - 12x + 4}{6 - 15x}; 5x^2 - 12x + 4 = 0; D = 144 - 4 \cdot 5 \cdot 4 = 64.$$

$$x_1 = \frac{12-8}{10} = 0,4, x_2 = \frac{12+8}{10} = 2.$$

$$5x^2 - 12x + 4 = 5 \cdot \left(x - \frac{2}{5}\right)(x - 2) = (5x - 2)(x - 2).$$

$$\frac{(5x-2)(x-2)}{3(2-5x)} = \frac{-x+2}{3}.$$

$$32.1. \frac{3x^2 - 2x}{6 - 7x - 3x^2}; 6 - 7x - 3x^2 = 0; 3x^2 + 7x - 6 = 0; D = 49 - 4 \cdot 3 \cdot (-6) = 121,$$

$$x_1 = \frac{-7-11}{6} = \frac{-18}{6} = -3; x_2 = \frac{-7+11}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

$$-3x^2 - 7x + 6 = -3\left(x + 3\right)\left(x - \frac{2}{3}\right) = -(x+3)(3x-2).$$

$$\frac{x(3x-2)}{-(x+3)(3x-2)} = -\frac{x}{x+3}.$$

$$32.2. \frac{7x^2 - x}{2 - 13x - 7x^2};$$

$$2 - 13x - 7x^2 = 0; 7x^2 + 13x - 2 = 0; D = 13^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-2) = 169 + 56 = 225;$$

$$x_1 = \frac{-13-15}{14} = -\frac{28}{14} = -2; x_2 = \frac{-13+15}{14} = \frac{2}{14} = \frac{1}{7}.$$

$$-7x^2 - 13x + 2 = -7\left(x + 2\right)\left(x - \frac{1}{7}\right) = -(x+2)(7x-1).$$

$$\frac{-x(7x-1)}{(x+2)(7x-1)} = -\frac{x}{x+2}.$$

$$33.1. \frac{16a^2 - 8a + 1}{1 - 4a + x - 4ax} = \frac{(4a-1)^2}{(1-4a)+x(1-4a)} = \frac{(4a-1)^2}{(1-4a)(1+x)} = \frac{1-4a}{1+x}.$$

$$33.2. \frac{1-6c+y-6cy}{1-12c+36c^2} = \frac{1-6c+y-6cy}{(1-6c)^2};$$

$$1-6c+y-6cy = (1-6c) + (y-6cy) = (1-6c) + y(1-6c) = (1-6c)(1+y).$$

$$\frac{(1-6c)(1+y)}{(1-6c)^2} = \frac{1+y}{1-6c}.$$

$$34.1. \frac{(6-3x)^2}{3x^2+3x-18} = \frac{9(2-x)^2}{3(x^2+x-6)} = (\text{по т. Виета}) = \frac{3(2-x)^2}{(x-2)(x+3)} = \\ = \frac{3(x-2)}{x+3} = \frac{3x-6}{x+3}.$$

$$34.2. \frac{2x^2+2x-24}{(6-2x)^2} = \frac{2(x^2+x-12)}{4(x-3)^2} = (\text{по т. Виета}) = \\ = \frac{2(x+4)(x-3)}{4(x-3)^2} = \frac{x+4}{2(x-3)}.$$

$$35.1. \frac{9a^2-9a+2}{1-3a+b-3ab};$$

Разложим числитель на множители: $9a^2-9a+2=0$; $D=81-4\cdot 9\cdot 2=9$,

$$a_1 = \frac{9-3}{18} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}; a_2 = \frac{9+3}{18} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}.$$

$$9a^2-9a+2 = 9\left(a-\frac{1}{3}\right)\left(a-\frac{2}{3}\right) = 3\left(a-\frac{1}{3}\right) \cdot 3\left(a-\frac{2}{3}\right) = (3a-1) \cdot (3a-2).$$

$$\frac{(3a-1)(3a-2)}{(1-3a)+b(1-3a)} = \frac{-(1-3a)(3a-2)}{(1-3a)(1+b)} = -\frac{3a-2}{1+b}.$$

$$35.2. \frac{2-5m-2n+5mn}{10^2-9m+2}; \text{ Разложим знаменатель на множители:}$$

$$10m^2-9m+2=0; D=(-9)^2-4\cdot 10\cdot 2=81-80=1,$$

$$m_1 = \frac{9-1}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}; m_2 = \frac{9+1}{20} = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}.$$

$$10m^2-9m+2 = 10\left(m-\frac{2}{5}\right)\left(m-\frac{1}{2}\right) = (5m-2)(2m-1).$$

$$\frac{(2-5m)-(2n-5mn)}{(5m-2)(2m-1)} = \frac{(2-5m) \cdot (1-n)}{(5m-2)(2m-1)} = -\frac{1-n}{2m-1} = \frac{n-1}{2m-1}.$$

$$36.1. \frac{a-\frac{4a-4}{a}}{\frac{2}{a}-1} = \frac{\frac{a^2-4a+4}{a}}{\frac{2-a}{a}} = \frac{a^2-4a+4}{a} : \frac{2-a}{a} = \\ = \frac{(a-2)^2}{a} \cdot \frac{a}{2-a} = \frac{(2-a)^2}{2-a} = 2-a.$$

$$36.2. \frac{1 - \frac{3}{c}}{\frac{6c-9}{c} - c} = \frac{\frac{c-3}{c}}{\frac{6c-9-c^2}{c}} = \frac{c-3}{c} \cdot \frac{c}{-(c-3)^2} = -\frac{1}{c-3} = \frac{1}{3-c}.$$

$$37.1. \frac{\frac{ab}{bc} - c}{\frac{a-b}{c-b} - a} = \frac{\frac{ab-c(a-b)}{bc}}{\frac{a-b}{bc-a(c-b)}} = \frac{ab-ac+bc}{a-b} \cdot \frac{bc-ac+ab}{c-b} =$$

$$= \frac{ab-ac+bc}{a-b} \cdot \frac{c-b}{bc-ac+ab} = \frac{c-b}{a-b}.$$

$$37.2. \frac{a - \frac{bc}{b-c}}{b - \frac{ac}{a-c}} = \frac{\frac{a(b-c)-bc}{b-c}}{\frac{b(a-c)-ac}{a-c}} = \frac{ab-ac-bc}{b-c} \cdot \frac{a-c}{ab-bc-ac} =$$

$$= \frac{ab-ac-bc}{b-c} \cdot \frac{ab-bc-ac}{a-c} = \frac{ab-ac-bc}{b-c} \cdot \frac{a-c}{ab-bc-ac} = \frac{a-c}{b-c}.$$

$$38.1. \frac{1}{1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}}} = y; \begin{cases} x \neq 0 \\ 1 + \frac{1}{x} \neq 0 \\ 1 + \frac{1}{x} \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 0 \\ \frac{1}{x} \neq -1 \\ \frac{1}{x} \neq 0 \end{cases}$$

$x \neq 0; x \neq -1$. Ответ: $(-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; \infty)$.

$$38.2. y = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{1+a}}} ; \begin{cases} a \neq -1 \\ 1 - \frac{1}{1+a} \neq 0 \\ 1 - \frac{1}{1+a} \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \neq -1 \\ \frac{1}{1+a} \neq 1 \\ \frac{1}{1+a} \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \neq -1 \\ a \neq 0 \end{cases}$$

Ответ: $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; \infty)$.

$$39.1. y = 1 - \frac{1}{1 - \frac{a}{1 - \frac{1}{1+a}}}$$

$$\begin{cases} a \neq -1 \\ 1 - \frac{1}{1+a} \neq 0 \\ 1 - \frac{a}{1 - \frac{1}{1+a}} \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \neq -1 \\ a \neq 0 \\ 1 - \frac{a(1+a)}{a} \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \neq -1 \\ a \neq 0 \\ 1 - 1 - a \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \neq -1 \\ a \neq 0 \\ a \neq 0, a \neq -1 \end{cases}$$

Ответ: $a \in (-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; \infty)$.

$$39.2. y = 1 + \frac{x}{1 - \frac{x}{x + \frac{x}{x-1}}}$$

$$\begin{cases} x \neq 1 \\ x + \frac{x}{x-1} \neq 0 \\ 1 - \frac{x}{x + \frac{x}{x-1}} \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 0 \\ 1 - \frac{x(x-1)}{x^2} \neq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x \neq 0 \\ 1 - 1 + \frac{1}{x} \neq 0 \end{cases}$$

$x \neq 1, x \neq 0$. Ответ: $(-\infty; 0) \cup (0; 1) \cup (1; \infty)$.

$$40.1. x + \frac{1}{x} = 2,5. (x + \frac{1}{x})^2 = x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 6,25. x^2 + \frac{1}{x^2} = 4,25. \text{ Ответ: } 4,25$$

$$40.2. \frac{1}{a} - a = 1,2. (\frac{1}{a} - a)^2 = \frac{1}{a^2} - 2 + a^2 = 1,44. \frac{1}{a^2} + a^2 = 3,44.$$

Ответ: 3,44.

$$41.1. a^2 + b^2 = (a-b)^2 + 2ab = \begin{vmatrix} a-b=4 \\ ab=1,5 \end{vmatrix} = 16 + 3 = 19. \text{ Ответ: } 19$$

$$41.2. (x^2 + y^2) = (x+y)^2 - 2xy = \begin{pmatrix} x+y=3 \\ xy=2,5 \end{pmatrix} = 9 - 5 = 4. \text{ Ответ: } 4.$$

$$42.1. \text{ Т. к. } \left(\frac{7}{8}\right)^{-3} = \left(\frac{8}{7}\right)^3 > 1, \text{ а } \left(\frac{8}{7}\right)^{-3} = \left(\frac{7}{8}\right)^3 < \frac{7}{8} < 1, \text{ то в порядке}$$

$$\text{возрастания: } \left(\frac{8}{7}\right)^{-3}; \frac{7}{8}; \left(\frac{7}{8}\right)^{-3}. \text{ Ответ: } \left(\frac{8}{7}\right)^{-3}; \frac{7}{8}; \left(\frac{7}{8}\right)^{-3}.$$

$$42.2. \text{ Т. к. } \left(\frac{6}{7}\right)^{-4} = \left(\frac{7}{6}\right)^4 > 1, \text{ а } \left(\frac{7}{6}\right)^{-4} = \left(\frac{6}{7}\right)^4 < 1, \text{ то в порядке воз-}$$

$$\text{растания: } \left(\frac{7}{6}\right)^{-4}; \frac{7}{6}; \left(\frac{6}{7}\right)^{-4}. \text{ Ответ: } \left(\frac{7}{6}\right)^{-4}; \frac{7}{6}; \left(\frac{6}{7}\right)^{-4}.$$

$$43.1. \left(\frac{5}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{5}\right)^2; (1,4)^{-2} = \left(\frac{14}{10}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{7}\right)^2; 1,4 = \frac{14}{10} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{7}{5} > 1, \text{ тогда } \left(\frac{7}{5}\right)^2 > \frac{7}{5}; \frac{5}{7} < 1, \text{ тогда } \left(\frac{5}{7}\right)^2 < 1$$

Отсюда $\left(\frac{5}{7}\right)^2 < \frac{7}{5} < \left(\frac{7}{5}\right)^2$, а, значит, $(1,4)^{-2} < 1,4 < \left(\frac{5}{7}\right)^{-2}$

т. к. $\left(\frac{5}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{5}\right)^2 > 1$, а $(1,4)^{-2} = \left(\frac{5}{7}\right)^2 < \frac{5}{7} < 1$, и $1,4 = \frac{7}{5} < \left(\frac{7}{5}\right)^2$, то в

порядке возрастания: $(1,4)^{-2}$; $1,4$; $\left(\frac{5}{7}\right)^{-2}$. Ответ: $(1,4)^{-2}$; $1,4$; $\left(\frac{5}{7}\right)^{-2}$.

43.2. $0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$; $\frac{3}{4} < 1$; $(0,75)^{-3} = \left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3$; $\frac{4}{3} > 1$,

т.о. $\left(\frac{4}{3}\right)^3 > 1$; $\left(\frac{4}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{4}\right)^3$; $\frac{3}{4} < 1$, т.о. $\left(\frac{3}{4}\right)^3 < \frac{3}{4}$.

Отсюда: $\left(\frac{3}{4}\right)^3 < \frac{3}{4} < \left(\frac{4}{3}\right)^3$, значит, $\left(\frac{4}{3}\right)^{-3} < 0,75 < (0,75)^{-3}$.

т. к. $0,75 = \frac{3}{4} < 1$, а $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^3 > \frac{4}{3} > 1$, то в порядке возрастания:

$0,75$; $\frac{4}{3}$; $\left(\frac{3}{4}\right)^{-3}$. Ответ: $\left(\frac{4}{3}\right)^{-3}$; $0,75$; $(0,75)^{-3}$.

44.1. $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-2} \vee \left(-\frac{5}{3}\right)^{-3} \vee \left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}$; $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-2} \vee \left(-\frac{5}{3}\right)^{-3} \vee \left(-\frac{5}{3}\right)^2$;

$\left(-\frac{3}{5}\right)^2 \vee \left(-\frac{3}{5}\right)^3 \vee \left(-\frac{5}{3}\right)^2$; $\frac{9}{25} \vee -\frac{27}{125} \vee \frac{25}{9}$

Ответ: $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-3}$; $\left(-\frac{5}{3}\right)^{-2}$; $\left(-\frac{3}{5}\right)^{-2}$

44.2. $\left(-\frac{5}{9}\right)^{-3} \vee \left(-\frac{5}{9}\right)^{-4} \vee \left(-\frac{9}{5}\right)^{-4}$; $\left(-\frac{5}{9}\right)^{-3} < 0$; $\left(-\frac{5}{9}\right)^{-4} > 1$; $\left(-\frac{9}{5}\right)^{-4} \in (0,1)$.

Ответ: $\left(-\frac{5}{9}\right)^{-3}$; $\left(-\frac{9}{5}\right)^{-4}$; $\left(-\frac{5}{9}\right)^{-4}$

45.1. $(a^{-2} - b^{-2})(b^{-1} - a^{-1})^{-1} = \left(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{b^2}\right)\left(\frac{1}{b} - \frac{1}{a}\right)^{-1} =$

$= \frac{b^2 - a^2}{a^2 b^2} \cdot \left(\frac{a-b}{ab}\right)^{-1} = \frac{(b-a)(b+a)}{a^2 b^2} \cdot \frac{ab}{a-b} = \frac{-(a+b)}{ab}$. Ответ: $-\frac{a+b}{ab}$.

$$45.2. (y^{-2} - x^{-2})^{-1} \cdot (x^{-1} - y^{-1}) = \left(\frac{1}{y^2} - \frac{1}{x^2} \right)^{-1} \cdot \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) = \left(\frac{x^2 - y^2}{x^2 y^2} \right)^{-1} \times \\ \times \left(\frac{y - x}{xy} \right) = \frac{x^2 y^2}{x^2 - y^2} \cdot \frac{y - x}{xy} = -\frac{xy}{x + y}. \quad \text{Ответ: } -\frac{xy}{x + y}.$$

$$46.1. \frac{x^{-6} + x^{-4} + x^{-2}}{x^2 + x^4 + x^6} = \frac{\frac{1}{x^6} + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^2}}{x^2 + x^4 + x^6} = \frac{\frac{1 + x^2 + x^4}{x^6}}{x^2(1 + x^2 + x^4)} = \\ = \frac{1 + x^2 + x^4}{x^6 \cdot x^2(1 + x^2 + x^4)} = \frac{1}{x^8}.$$

$$46.2. \frac{c^3 + c^5 + c^7}{c^{-7} + c^{-5} + c^{-3}} = \frac{c^3(1 + c^2 + c^4)}{c^{-7}(1 + c^2 + c^4)} = \frac{c^3}{\frac{1}{c^7}} = c^{10}.$$

$$47.1. \frac{8 \cdot 100^n}{2^{2n+1} \cdot 5^{2n-2}} = \frac{8 \cdot 10^{2n}}{8 \cdot 10^{2n-2}} = 10^2 = 100.$$

$$47.2. \frac{4 \cdot 36^n}{3^{2n-3} \cdot 2^{2n+2}} = \frac{4 \cdot 6^{2n}}{6^{2n-3} \cdot 2^5} = \frac{6^3}{2^3} = 27.$$

$$48.1. \frac{4 \cdot 18^n}{3^{2n-1} \cdot 2^{n+1}} = \frac{3 \cdot 4 \cdot 18^n}{9^n \cdot 2^n \cdot 2} = \frac{12 \cdot 18^n}{2 \cdot 18^n} = 6.$$

$$48.2. \frac{2^{2n-1} \cdot 3^{n+1}}{6 \cdot 12^n} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2^{2n} \cdot 3 \cdot 3^n}{6 \cdot 12^n} = \frac{3 \cdot 12^n}{12 \cdot 12^n} = \frac{1}{4}.$$

$$49.1. \frac{5^{n+1} - 5^{n-1}}{2 \cdot 5^n} = \frac{5^n(5 - 5^{-1})}{2 \cdot 5^n} = \frac{5 - 5^{-1}}{2} = \frac{1}{2} \left(5 - \frac{1}{5} \right) = \frac{1 \cdot 24}{2 \cdot 5} = \frac{12}{5} = 2,4.$$

$$49.2. \frac{10 \cdot 2^n}{2^{n+1} + 2^{n-1}} = \frac{10 \cdot 2^n}{2^{n-1}(2^2 + 1)} = \frac{10 \cdot 2}{4 + 1} = 4.$$

$$50.1. \frac{x - \sqrt{x} - 2}{\sqrt{x} - 2} = \frac{(\sqrt{x} - 2)^2 - 6 + 3\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 2} = \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 2 + 3)}{\sqrt{x} - 2} = \sqrt{x} + 1$$

$$50.2. \frac{x - 2\sqrt{x} - 3}{\sqrt{x} - 3} = \frac{(\sqrt{x} - 3)^2 - 12 + 4\sqrt{x}}{\sqrt{x} - 3} = \sqrt{x} - 3 + 4 = \sqrt{x} + 1.$$

$$51.1. \frac{x - 5\sqrt{x} + 6}{2 - \sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x} - 2)(\sqrt{x} - 3)}{2 - \sqrt{x}} = 3 - \sqrt{x}.$$

$$51.2. \frac{x-6\sqrt{x}+8}{4-\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-4)(\sqrt{x}-2)}{4-\sqrt{x}} = 2-\sqrt{x}.$$

$$52.1. \text{ При } x = \frac{1-\sqrt{2}}{3}: 3x^2-2x-1 = \frac{1+2-2\sqrt{2}}{3} - \frac{2-2\sqrt{2}}{3} - 1 = \frac{1}{3} - 1 = -\frac{2}{3}$$

$$52.2. \text{ При } x = \frac{3-\sqrt{5}}{2}: 2x^2-6x+3 = \frac{9+5-6\sqrt{5}}{2} - \frac{18-6\sqrt{5}}{2} + 3 = -2+3=1.$$

$$53.1. \text{ При } a = \sqrt{5}+4: a^2-6\sqrt{5}a-1 = \\ = (\sqrt{5}+4)^2 - 6\sqrt{5}(\sqrt{5}+4) - 1 = 5+8\sqrt{5}+16-30-24\sqrt{5}-1 = \\ = -10-16\sqrt{5}.$$

$$53.2. \text{ При } c = \sqrt{2}-3: c^2-4\sqrt{2}c+2 = (\sqrt{2}-3)^2 - \\ - 4\sqrt{2}(\sqrt{2}-3) + 2 = 2-6\sqrt{2}+9-8+12\sqrt{2}+2 = 5+6\sqrt{2}.$$

$$54.1. \sqrt{(3-2\sqrt{3})^2}+3 = |3-2\sqrt{3}|+3 = 2\sqrt{3}-3+3 = 2\sqrt{3}. \text{ (т.к. } 2\sqrt{3}>3).$$

$$54.2. \sqrt{(4-3\sqrt{2})^2}-3\sqrt{2} = |4-3\sqrt{2}|-3\sqrt{2} = -(4-3\sqrt{2})-3\sqrt{2} = \\ = -4+3\sqrt{2}-3\sqrt{2} = -4. \text{ (т.к. } 3\sqrt{2}>4).$$

$$55.1. \sqrt{(2-\sqrt{5})^2}+\sqrt{(3-\sqrt{5})^2} = |2-\sqrt{5}|+|3-\sqrt{5}| = \\ = -(2-\sqrt{5})+(3-\sqrt{5}) = -2+\sqrt{5}+3-\sqrt{5} = 1. \text{ (т.к. } 2<\sqrt{5}<3).$$

$$55.2. \sqrt{(\sqrt{3}-1)^2}+\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} = |\sqrt{3}-1|+|\sqrt{3}-2| = \sqrt{3}-1+2-\sqrt{3} = 1. \\ \text{(т.к. } 1<\sqrt{3}<2).$$

$$56.1. \sqrt{17-12\sqrt{2}} = \\ = \sqrt{9-2\cdot 3\cdot 2\sqrt{2}+8} = \sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} = |3-2\sqrt{2}| = 3-2\sqrt{2}, \text{ ч.т.д.}$$

$$56.2. \sqrt{21-12\sqrt{3}} = \sqrt{12+9-2\cdot 2\cdot 3\sqrt{3}} = \sqrt{(2\sqrt{3}-3)^2} = |2\sqrt{3}-3| = \\ = 2\sqrt{3}-3, \text{ ч.т.д.}$$

$$57.1. \frac{3-\sqrt{6}}{\sqrt{3}} = \sqrt{5-2\sqrt{6}}, \text{ возведем в квадрат:}$$

$$\frac{9+6-6\sqrt{6}}{3} = 5-2\sqrt{6}; \quad 3+2-2\sqrt{6} = 5-2\sqrt{6}, \text{ ч.т.д.}$$

$$57.2. \frac{3-\sqrt{7}}{\sqrt{2}} = \sqrt{8-3\sqrt{7}}, \text{ возведем в квадрат}$$

$$\frac{9+7-6\sqrt{7}}{2} = 8-3\sqrt{7}, \text{ ч.т.д.}$$

$$58.1. \frac{1}{7+4\sqrt{3}} + \frac{1}{7-4\sqrt{3}} = \frac{7-4\sqrt{3}+7+4\sqrt{3}}{(7+4\sqrt{3})(7-4\sqrt{3})} = \frac{14}{49-16 \cdot 3} = 14 = \sqrt{196} > \sqrt{140}$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{140} < \frac{1}{7+4\sqrt{3}} + \frac{1}{7-4\sqrt{3}}.$$

$$58.2. \frac{1}{5\sqrt{2}-7} - \frac{1}{5\sqrt{2}+7} = \frac{5\sqrt{2}+7-5\sqrt{2}+7}{(5\sqrt{2})^2-7^2} = \frac{14}{50-49} = 14 = \sqrt{196} < \sqrt{250}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{5\sqrt{2}-7} - \frac{1}{5\sqrt{2}+7} < \sqrt{250}$$

$$59.1. \frac{1}{3}\sqrt{6} = \sqrt{\frac{6}{9}} > \sqrt{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{16}{32}} = 4\sqrt{\frac{1}{32}} > \frac{1}{3}, \text{ т. о. } \frac{1}{3}\sqrt{6} > 4\sqrt{\frac{1}{32}} > \frac{1}{3}$$

$$\text{Ответ: } \frac{1}{3}; 4\sqrt{\frac{1}{32}}; \frac{1}{3}\sqrt{6}.$$

$$59.2. \frac{1}{5}\sqrt{15} = \sqrt{\frac{1}{25} \cdot 15} = \sqrt{\frac{15}{25}}; \frac{3}{5} = \sqrt{\frac{9}{25}}; 10\sqrt{\frac{1}{300}} = \sqrt{\frac{100}{300}} = \sqrt{\frac{1}{3}};$$

$$\frac{15}{25} = \frac{45}{75}; \frac{9}{25} = \frac{27}{75}; \frac{1}{3} = \frac{25}{75}; \frac{25}{75} < \frac{27}{75} < \frac{45}{75}, \text{ значит, } \frac{1}{3} < \frac{9}{25} < \frac{15}{25}.$$

$$\text{Тогда } \sqrt{\frac{1}{3}} < \sqrt{\frac{9}{25}} < \sqrt{\frac{15}{25}}. \text{ Ответ: } 10\sqrt{\frac{1}{300}}; \frac{3}{5}; \frac{1}{5}\sqrt{15}.$$

$$60.1. \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{\frac{1}{2}}; \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}; 4\sqrt{0,5} = \sqrt{16 \cdot 0,5} = \sqrt{8}; 0,5 = \sqrt{\frac{1}{4}}.$$

$$\text{Т.к. } \frac{1}{4} < \frac{1}{2} < 2 < 8, \text{ то } \sqrt{\frac{1}{4}} < \sqrt{\frac{1}{2}} < \sqrt{2} < \sqrt{8}. \text{ Ответ: } 0,5; \frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{2}{\sqrt{2}}; 4\sqrt{0,5}$$

$$60.2. \frac{\sqrt{3}}{3} = \sqrt{\frac{1}{3}}; \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}; 2\sqrt{0,5} = \sqrt{4 \cdot 0,5} = \sqrt{2};$$

$$1,5 = \sqrt{2,25}. \text{ Т.к. } \frac{1}{3} < 2 < 2,25 < 3, \text{ тогда } \sqrt{\frac{1}{3}} < \sqrt{2} < \sqrt{2,25} < \sqrt{3}$$

Ответ: $\frac{\sqrt{3}}{3}$; $2\sqrt{0,5}$; 1,5; $\frac{3}{\sqrt{3}}$.

$$61.1. (\sqrt{\sqrt{10}-3} + \sqrt{\sqrt{10}+3})^2 = \sqrt{10}-3 + \sqrt{10}+3 + \\ + 2\sqrt{(\sqrt{10}-3)(\sqrt{10}+3)} = 2\sqrt{10} + 2\sqrt{10-9} = 2(\sqrt{10}+1).$$

$$61.2. (\sqrt{4+\sqrt{7}} - \sqrt{4-\sqrt{7}})^2 = 4+\sqrt{7}+4-\sqrt{7}-2\sqrt{(4-\sqrt{7})(4+\sqrt{7})} = \\ = 8-2\sqrt{16-7} = 2.$$

$$62.1. \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{5}+\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5}+\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})} = \\ = \frac{5+3-2\sqrt{15}-5-3-2\sqrt{15}}{5-3} = \frac{-4\sqrt{15}}{2} = -2\sqrt{15}.$$

$$62.2. \frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{\sqrt{10}-\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{10}-\sqrt{6}}{\sqrt{10}+\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{10}+\sqrt{6})^2 - (\sqrt{10}-\sqrt{6})^2}{(\sqrt{10}-\sqrt{6})(\sqrt{10}+\sqrt{6})} = \\ = \frac{10+6+2\sqrt{60}-10-6+2\sqrt{60}}{10-6} = \frac{4\sqrt{60}}{4} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}.$$

$$63.1. \frac{x-y}{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{y}}{y} + \frac{\sqrt{x}}{x} \\ \frac{x-y}{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}} = \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})(\sqrt{x}+\sqrt{y})}{\sqrt{xy}(\sqrt{x}-\sqrt{y})} = \frac{\sqrt{x}+\sqrt{y}}{\sqrt{x}\sqrt{y}} = \frac{\sqrt{y}}{y} + \frac{\sqrt{x}}{x}, \text{ ч.т.д.}$$

$$63.2. \frac{b-a}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a} - \frac{\sqrt{b}}{b} \\ \frac{b-a}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}} = \frac{(\sqrt{b}-\sqrt{a})(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{ab}(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{b}-\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} = \frac{\sqrt{a}}{a} - \frac{\sqrt{b}}{b}, \text{ ч.т.д.}$$

$$64.1. \frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{a-b} = \frac{ab}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}} \\ \frac{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{a-b} = \frac{\sqrt{ab}(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{(\sqrt{a}-\sqrt{b})(\sqrt{a}+\sqrt{b})} = \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{ab}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}, \text{ ч.т.д.}$$

$$64.2. \frac{x\sqrt{y}+y\sqrt{x}}{x-y} = \frac{xy}{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}$$

$$\frac{x\sqrt{y} + y\sqrt{x}}{x-y} = \frac{\sqrt{xy}(\sqrt{x} + \sqrt{y})}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})} = \frac{\sqrt{xy}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{xy}{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}, \text{ ч.т.д.}$$

65.1. Рассмотрим последовательность двузначных натуральных чисел (a_n) : 10, 11, ..., 99.

$a_1=10, a_n=99$ и $d=1$. Т. к. всего чисел от 10 до 99 – 90 штук, то

$$S_{90} = \frac{a_1 + a_{90}}{2} \cdot 90 = \frac{10 + 99}{2} \cdot 90 = 109 \cdot 45 = 4905.$$

Ответ: сумма всех двузначных чисел равна 4905.

65.2. Рассмотрим последовательность всех трехзначных чисел (a_n) : 100, 111, ..., 999.

$a_1=100, a_n=999$ и $d=1$. т. к. всего чисел от 100 до 999 – 900 штук, то

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{100 + 999}{2} \cdot 900 = \frac{1099 \cdot 900}{2} = 1099 \cdot 450 = 494550$$

Ответ: сумма всех трехзначных чисел равна 494550.

66.1. $a_n=3n+5, a_1=3 \cdot 1+5=8; a_{29}=3 \cdot 29+5=87+5=92; a_{40}=3 \cdot 40+5=125,$

$$S=S_{40}-S_{29}=\frac{8+125}{2} \cdot 40 - \frac{8+92}{2} \cdot 29 = 2660 - 50 \cdot 29 = 2660 - 1450 = 1210.$$

Ответ: $S=1210$.

66.2. $a_n=4n+2, a_1=4 \cdot 1+2=6; a_2=4 \cdot 2+2=10; a_{25}=4 \cdot 25+2=100+2=102, a_{35}=4 \cdot 35+2=140+2=142.$ т.е. $d=a_2-a_1; d=10-6=4.$

Всего чисел $n=35-24=11$.

$$S_n=S_{11}=\frac{a_{25}+a_{35}}{2} \cdot d = \frac{102+142}{2} \cdot 11 = 122 \cdot 11 = 1342. \text{ Ответ: } 1342$$

67.1. $d=3, a_1=3. 3n \leq 150, n \leq 50.$

$$S_{50} = \frac{2a_1 + d \cdot 49}{2} \cdot 50 = \frac{2 \cdot 3 + 3 \cdot 49}{2} \cdot 50 = \frac{3(2+49) \cdot 50}{2} =$$

$$= 3 \cdot 51 \cdot 25 = 153 \cdot 25 = 3825. \text{ Ответ: } 3825.$$

67.2. $a_1=5$ и $d=5. 5n \leq 300, n \leq 60.$

$$S_{60} = \frac{2 \cdot 5 + 5(60-1)}{2} \cdot 60 = \frac{10 + 5 \cdot 59}{2} \cdot 60 =$$

$$= \frac{(10+295) \cdot 60}{2} = 305 \cdot 30 = 9150. \text{ Ответ: } 9150.$$

68.1. $S_{200} = \frac{1+200}{2} \cdot 200 = 20100$ – сумма всех чисел от 1 до 200

$$S_{10} = \frac{20+200}{2} \cdot 10 = 1100$$
 – сумма всех чисел, делящихся на 20

$$S_n = S_{200} - S_{10} = 19000.$$

Ответ: 19000

68.2. $S_{100} = \frac{1+100}{2} \cdot 100 = 5050$ – сумма всех чисел от 1 до 100.

$S_{20} = \frac{5+100}{2} \cdot 20 = 1050$ – сумма всех чисел, делящихся на 5.

$S_n = S_{100} - S_{20} = 4000$.

Ответ: 4000.

69.1. Пусть число содержит a десятков и b единиц, тогда $10a+b+10b+a=11(a+b)$, а $11(a+b):11=a+b$. Т. о. утверждение доказано.

69.2. Пусть число записано с помощью цифры x , тогда $100x+10x+x=111x$, а $111x:37=3x$. Т. о. утверждение доказано.

70.1. Пусть n и $(n+1)$ – два последовательных натуральных числа, тогда $2^n+2^{n+1}=2^n(1+2)=3 \cdot 2^n$, т. к. $n \geq 1$, то $2^n:2$ и т. о. $3 \cdot 2^n:6$.

70.2. Пусть n , $(n+1)$, $(n+2)$ – три последовательных натуральных числа.

$2^n+2^{n+1}+2^{n+2}=2^n(1+2+4)=7 \cdot 2^n$, а $7 \cdot 2^n:7=2^n$, т. о. утверждение доказано.

УРАВНЕНИЯ И СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

71.1. $(1-2x)(4x^2+2x+1)=8(1-x^2)(x+2)$; $1-8x^3=8(x-x^3+2-2x^2)$;

$1-8x^3=8x-8x^3+16-16x^2$; $16x^2-8x-15=0$; $D=64+15 \cdot 4 \cdot 16=1024$.

$x_1 = \frac{8+32}{32} = \frac{5}{4}$, $x_2 = \frac{8-32}{32} = -\frac{3}{4}$. Ответ: $-\frac{3}{4}$; $\frac{5}{4}$.

71.2. $8(x-2)(x^2-1)=(4x^2-2x+1)(2x+1)$. $8(x^3-2x^2-x+2)=8x^3+1$;

$8x^3-16x^2-8x+16-8x^3-1=0$; $16x^2+8x-15=0$; $D=64+15 \cdot 4 \cdot 16=1024$.

$x_1 = \frac{-8-32}{32} = -\frac{5}{4}$, $x_2 = \frac{-8+32}{32} = \frac{3}{4}$. Ответ: $-1,25$; $0,75$.

72.1. $(x+1)(x-1)(x-2)-(x^2+7x)(x-4)-2=2x$;

$(x^2-1)(x-2)-(x^3+7x^2-4x^2-28x)-2-2x=0$;

$x^3-x-2x^2+2-x^3-7x^2+4x^2+28x-2-2x=0$;

$-5x^2+25x=0$; $x(x-5)=0$; $x=0$ или $x-5=0$; $x=5$. Ответ: 0 ; 5 .

72.2. $4+(2-x)(x^2+5x)-(2-x)(2+x)(1+x)=12x$;

$4+(2x^2-x^3+10x-5x^2)-(4-x^2)(1+x)=12x$;

$4+2x^2-x^3+10x-5x^2-(4-x^2+4x-x^3)-12x=0$;

$4-3x^2-x^3-2x-4+x^2-4x+x^3=0$; $-2x^2-6x=0$; $x(x+3)=0$.

$x=0$ или $x+3=0$; $x=-3$. Ответ: 0 ; -3 .

73.1. $x^4-2x^2-8=0$, по т. Виета

$\begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ \text{нет решений, т.к. } x^2 \geq 0 \end{cases}$ Ответ: -2 ; 2 .

73.2. $x^4-8x^2-9=0$, по т. Виета

$\begin{cases} x^2 = 9 \\ x^2 = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ \text{нет решений, т.к. } x^2 \geq 0 \end{cases}$ Ответ: -3 ; 3 .

74.1. $x^4-7x^2+12=0$, по т. Виета

$\begin{cases} x^2 = 4 \\ x^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 2 \\ x = \pm \sqrt{3} \end{cases}$ Ответ: -2 ; 2 ; $\sqrt{3}$; $-\sqrt{3}$.

74.2. $x^4-11x^2+18=0$, по т. Виета

$\begin{cases} x^2 = 9 \\ x^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = \pm 3 \\ x = \pm \sqrt{2} \end{cases}$ Ответ: -3 ; $-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}$; 3 .

75.1. $2x^4-19x^2+9=0$. $D=(-19)^2-4 \cdot 2 \cdot 9=361-72=289$, $D>0$;

$x^2 = \frac{19 \pm \sqrt{289}}{2 \cdot 2}$; $x^2 = \frac{19-17}{4} = \frac{1}{2}$, $x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}$. $x^2 = \frac{19+17}{4} = 9$; $x = \pm 3$.

Ответ: $-3; -\sqrt{\frac{1}{2}}; \sqrt{\frac{1}{2}}; 3$.

75.2. $3x^4 - 13x^2 + 4 = 0$. $D = (-13)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 169 - 48 = 121$, $D > 0$.

$x^2 = \frac{13 \pm 11}{6}$, $x^2 = \frac{13 - 11}{6} = \frac{1}{3}$, $x = \pm \sqrt{\frac{1}{3}}$. $x^2 = \frac{11 + 13}{6} = 4$; $x = \pm 2$.

Ответ: $-2; -\sqrt{\frac{1}{3}}; \sqrt{\frac{1}{3}}; 2$.

76.1. $(x^2 + 4x)(x^2 + 4x - 17) + 60 = 0$.

Пусть $x^2 + 4x = a$; $a(a - 17) + 60 = 0$; $a^2 - 17a + 60 = 0$;

$a = 12$; $a = 5$;

$x^2 + 4x - 12 = 0$; $x^2 + 4x - 5 = 0$;

$x = -6, x = 2$; $x = -5, x = 1$.

Ответ: $-6; -5; 1; 2$.

76.2. $(x^2 - 5x)(x^2 - 5x + 10) + 24 = 0$.

Пусть $x^2 - 5x + 5 = a$; $(a - 5)(a + 5) + 24 = 0$;

$a = 1$; $a = -1$;

$x^2 - 5x + 4 = 0$; $x^2 - 5x + 6 = 0$;

$x = 4, x = 1$; $x = 2, x = 3$.

Ответ: $1; 2; 3; 4$.

77.1. $(x^2 - 3x)^2 - 2(x^2 - 3x) = 8$. Пусть $x^2 - 3x = a$; $a^2 - 2a - 8 = 0$;

$a = 4$; $a = -2$;

$x^2 - 3x - 4 = 0$; $x^2 - 3x + 2 = 0$

$x = 4, x = -1$; $x = 2, x = 1$;

Ответ: $-1; 1; 2; 4$.

77.2. $(x^2 + x)^2 - 11(x^2 + x) = 12$. Пусть $x^2 + x = a$; $a^2 - 11a - 12 = 0$;

$a = 12$; $a = -1$;

$x^2 + x - 12 = 0$; $x^2 + x + 1 = 0$;

$x = -4, x = 3$; Решений нет.

Ответ: $-4, 3$.

78.1. $\left(\frac{x^2 - 3x}{2} + 3\right)\left(\frac{x^2 - 3x}{2} - 4\right) + 10 = 0$. Пусть $\frac{x^2 - 3x}{2} = a$;

$(a + 3)(a - 4) + 10 = 0$; $a^2 - a - 2 = 0$;

$a = 2$; $a = -1$;

$x^2 - 3x - 4 = 0$; $x^2 - 3x + 2 = 0$

$x = 4, x = -1$; $x = 1, x = 2$.

Ответ: $-1; 1; 2; 4$.

78.2. $\left(2 - \frac{x^2 + 2x}{3}\right)\left(4 - \frac{x^2 + 2x}{3}\right) = 3$. Пусть $3 - \frac{x^2 + 2x}{3} = a$,

$(a - 1)(a + 1) = 3$;

$a = 2$; $a = -2$;

$x^2 + 2x - 3 = 0$; $x^2 + 2x - 15 = 0$

$x = -3, x = 1$; $x = -5, x = 3$.

Ответ: $-5; -3; 1; 3$

79.1. $x^3+x^2-x-1=0$; $(x^3+x^2)-(x+1)=0$; $x^2(x+1)-(x+1)=0$; $(x+1)(x^2-1)=0$;
 $(x+1)(x-1)(x+1)=0$; $x+1=0$; $x=-1$ или $x-1=0$; $x=1$. Ответ: -1; 1.

79.2. $x^3+2x^2-4x-8=0$; $(x^3+2x^2)-(4x+8)=0$; $x^2(x+2)-4(x+2)=0$;
 $(x+2)(x^2-4)=0$; $(x+2)(x+2)(x-2)=0$; $x+2=0$; $x=-2$ или $x-2=0$; $x=2$.
 Ответ: -2; 2.

80.1. $x^3-3x^2-4x+12=0$; $(x^3-3x^2)-(4x-12)=0$; $x^2(x-3)-4(x-3)=0$;
 $(x-3)(x^2-4)=0$; $(x-3)(x-2)(x+2)=0$;
 $x-3=0$; $x=3$ или $x-2=0$; $x=2$ или $x+2=0$; $x=-2$. Ответ: -2; 2, 3.

80.2. $x^3-2x^2-3x+6=0$; $(x^3-2x^2)-(3x-6)=0$;
 $x^2(x-2)-3(x-2)=0$; $(x-2)(x^2-3)=0$;
 $x-2=0$; $x=2$ или $x^2-3=0$; $x^2=3$; $x=\pm\sqrt{3}$. Ответ: $-\sqrt{3}$; 2; $\sqrt{3}$.

81.1. $2x^4-5x^3+2x^2-5x=0$;
 $2x^2(x^2+1)-5x(x^2+1)=0$; $(x^2+1)(2x^2-5x)=0$;
 $x=0$, $x=\frac{5}{2}=2\frac{1}{2}$. Ответ: 0; 2,5.

81.2. $6x^4-3x^3+12x^2-6x=0$; $6x^2(x^2+2)-3x(x^2+2)=0$;
 $(x^2+2)(6x^2-3x)=0$; $3x(x^2+2)(2x-1)=0$

$x=0$, $x=\frac{1}{2}$. Ответ: 0; $\frac{1}{2}$.

82.1. $2x^4+3x^3-8x^2-12x=0$; $(2x^4-8x^2)+(3x^3-12x)=0$;
 $2x^2(x^2-4)+3x(x^2-4)=0$; $(x^2-4)(2x^2+3x)=0$; $x(x-2)(x+2)(2x+3)=0$;
 $x=0$ или $x-2=0$ или $x+2=0$ или $2x+3=0$.

$x=2$ $x=-2$ $x=-\frac{3}{2}$; $x=0$. Ответ: -2; -1,5; 2, 0.

82.2. $2x^4-5x^3-18x^2+45x=0$; $(2x^4-18x^2)-(5x^3-45x)=0$;
 $2x^2(x^2-9)-5x(x^2-9)=0$; $(2x^2-5x)(x^2-9)=0$; $x(2x-5)(x-3)(x+3)=0$;
 $x=0$ или $2x-5=0$ или $x-3=0$ или $x+3=0$, $2x=5$; $x=2,5$. $x=3$ $x=-3$.
 Ответ: -3; 0; 2,5; 3.

83.1. $\frac{x}{x-2} - \frac{7}{x+2} = \frac{8}{x^2-4}$, ОДЗ: $x \neq \pm 2$. $x(x+2)-7(x-2)=8$.

$x^2+2x-7x+14-8=0$, $x^2-5x+6=0$; $x_1=2$; $x_2=3$ (по т. Виета). Ответ: 3

83.2. $\frac{16}{x^2-16} + \frac{x}{x+4} = \frac{2}{x-4}$. ОДЗ: $x \neq \pm 4$.

$16+x(x-4)=2(x+4)$; $16+x^2-4x=2x+8$; $x^2-4x-2x+16-8=0$; $x^2-6x+8=0$;
 $x_1=2$; $x_2=4$ (по т. Виета), но $x \neq 4$. Ответ: 2.

84.1. $\frac{x}{x+5} + \frac{x+5}{x-5} = \frac{50}{x^2-25}$; ОДЗ: $x \neq \pm 5$. $x(x-5)+(x+5)^2=50$;

$$x^2 - 5x + x^2 + 10x + 25 - 50 = 0; 2x^2 + 5x - 25 = 0; D = 25 + 200 = 225,$$

$$x_1 = \frac{-5-15}{4} = \frac{20}{4} = -5; \text{но } x \neq -5. x_2 = \frac{-5+15}{4} = \frac{10}{4} = 2,5. \text{ Ответ: } 2,5.$$

$$84.2. \frac{x}{x+2} + \frac{x+2}{x-2} = \frac{8}{x^2-4}. \text{ ОДЗ: } x \neq \pm 2.$$

$$x(x-2) + (x+2)(x+2) = 8; x^2 - 2x + x^2 + 4x + 4 - 8 = 0;$$

$$2x^2 + 2x - 4 = 0; x^2 + x - 2 = 0; x_1 = -2; x_2 = 1, \text{но } x \neq -2. \text{ Ответ: } x = 1.$$

$$85.1. \frac{2x}{2x-3} - \frac{15-32x^2}{4x^2-9} = \frac{3x}{2x+3}; \text{ ОДЗ: } x \neq \pm \frac{3}{2}.$$

$$2x(2x+3) - (15-32x^2) = 3x(2x-3); 4x^2 + 6x - 15 + 32x^2 = 6x^2 - 9x;$$

$$30x^2 + 15x - 15 = 0; 2x^2 + x - 1 = 0; D = 1 + 2 \cdot 4 \cdot 1 = 1 + 8 = 9,$$

$$x_1 = \frac{-1-3}{4} = \frac{-4}{4} = -1; x_2 = \frac{-1+3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } -1; \frac{1}{2}$$

$$85.2. \frac{3x}{2x+5} - \frac{28-53x}{4x^2-25} = \frac{4x}{2x-5}. \text{ ОДЗ: } x \neq \pm \frac{5}{2}.$$

$$3x(2x-5) - (28-53x) = 4x(2x+5);$$

$$6x^2 - 15x - 28 + 53x = 8x^2 + 20x; 6x^2 + 38x - 28 - 8x^2 - 20x = 0;$$

$$x^2 - 9x + 14 = 0; x_1 = 2, x_2 = 7; (\text{по т. Виета}). \text{ Ответ: } 2; 7.$$

$$86.1. \frac{6}{1-2x} + \frac{9}{2x+1} = \frac{12x^2-15}{4x^2-1}; \text{ ОДЗ: } x \neq \pm \frac{1}{2}.$$

$$-6(2x+1) + 9(2x-1) = 12x^2 - 15; -12x - 6 + 18x - 9 - 12x^2 + 15 = 0;$$

$$-12x^2 + 6x = 0; 2x^2 - x = 0;$$

$$x(2x-1) = 0; x = 0 \text{ или } 2x-1=0; x = \frac{1}{2}, \text{но } x \neq \frac{1}{2}. \text{ Ответ: } 0.$$

$$86.2. \frac{x}{2+3x} - \frac{5}{3x-2} = \frac{15x+10}{4-9x^2}; \text{ ОДЗ: } x \neq \pm \frac{2}{3}.$$

$$x(2-3x) + 5(2+3x) = 15x+10, x(2-3x) + 5(2+3x) - 5(3x+2) = 0; x(2-3x) = 0;$$

$$x = 0 \text{ или } 2-3x=0; 3x=2; x = \frac{2}{3}; \text{но } x \neq \frac{2}{3}. \text{ Ответ: } 0.$$

$$87.1. \frac{3x}{3-x} + \frac{9}{x-3} = x; \text{ ОДЗ: } x \neq 3. \frac{3(3-x)}{x-3} = x, x = -3. \text{ Ответ: } x = -3.$$

$$87.2. \frac{x^2}{x-4} + \frac{4x}{4-x} = 2x; \text{ ОДЗ: } x \neq 4. \frac{x^2-4x}{x-4} = 2x, x=2x, x=0. \text{ Ответ: } 0$$

$$88.1. \frac{6}{x^2-2x} - \frac{12}{x^2+2x} = \frac{1}{x}; \text{ ОДЗ: } x \neq 0, x \neq \pm 2$$

$$6(x+2) - 12(x-2) = (x-2)(x+2); 6x+12-12x+24 = x^2-4; 36-6x-x^2+4=0.$$

$$x^2+6x-40=0; \text{по т. Виета } x_1 = -10, x_2 = 4. \text{ Ответ: } -10, 4.$$

$$88.2. \frac{27}{x^2+3x} - \frac{2}{x} = \frac{3}{x^2-3x}; \text{ ОДЗ: } x \neq \pm 3, x \neq 0.$$

$$27(x-3)-2(x+3)(x-3)=3(x+3); \quad 27x-81-2x^2+18=3x+9; \\ -2x^2+24x-72=0; x^2-12x+36=0; (x-6)^2=0; x=6. \quad \text{Ответ: } 6$$

$$89.1. \frac{x-3}{x-2} + \frac{x-2}{x-3} = 2,5; \text{ ОДЗ: } x \neq 2, x \neq 3.$$

$$(x-3)^2+(x-2)^2=2,5(x-2)(x-3); \quad x^2-6x+9+x^2-4x+4=2,5(x^2-5x+6); \\ 2x^2-10x+13=2,5x^2-12,5x+15; \quad -0,5x^2+2,5x-2=0; x^2-5x+4=0; \\ \text{по т. Виета. } x_1=1; x_2=4. \quad \text{Ответ: } 1, 4.$$

$$89.2. \frac{x-2}{x+1} + \frac{x+1}{x-2} = 4\frac{1}{4}; \text{ ОДЗ: } x \neq -1, x \neq 2.$$

$$(x-2) \cdot 4(x-2) + (x+1) \cdot 4(x+1) = 17(x+1)(x-2); \\ 4(x-2)^2 + 4(x+1)^2 = 17(x+1)(x-2); \\ 4x^2-16x+16+4x^2+8x+4=17(x^2-x-2); \quad 8x^2-8x+20=17x^2-17x-34, \\ -9x^2+9x+54=0; x^2-x-6=0; \text{ по т. Виета } x_1=-2, x_2=3. \text{ Ответ: } -2, 3$$

$$90.1. \frac{1}{x+6} + \frac{7}{x-3} = \frac{5}{x-6}. \text{ ОДЗ: } x \neq \pm 6, x \neq 3.$$

$$(x-3)(x-6)+7(x+6)(x-6)=5(x+6)(x-3); \\ x^2-3x-6x+18+7x^2-252=5(x^2+6x-3x-18); \quad 8x^2-9x-234=5x^2+15x-90; \\ 3x^2-24x-144=0; x^2-8x-48=0; \text{ по т. Виета } x_1=-4, x_2=12. \text{ Ответ: } -4, 12.$$

$$90.2. \frac{1}{x-6} + \frac{4}{x+6} = \frac{3}{x-4}; \text{ ОДЗ: } x \neq 4, x \neq \pm 6.$$

$$(x+6)(x-4)+4(x-6)(x-4)=3(x-6)(x+6); \\ x^2+6x-4x-24+4(x^2-6x-4x+24)=3(x^2-36); \\ x^2+2x-24+4x^2-40x+96=3x^2-108; \quad 2x^2-38x+180=0; x^2-19x+90=0; \\ \text{по т. Виета } x_1=9, x_2=10. \quad \text{Ответ: } 9; 10.$$

$$91.1. \frac{6}{x^2-4x+3} - \frac{13-7x}{1-x} = \frac{3}{x-3}; \text{ по т. Виета}$$

$$x^2-4x+3=(x-1)(x-3); \text{ ОДЗ: } x \neq 1, x \neq 3. \\ 6+(13-7x)(x-3)=3(x-1); \quad 6+13x-7x^2-39+21x=3x-3; \\ -7x^2+31x-30=0; \quad 7x^2-31x+30=0; \quad D=31^2-4 \cdot 7 \cdot 30=961-840=121, \\ x_1=\frac{31-11}{14}=\frac{20}{14}=\frac{10}{7}=1\frac{3}{7}; \quad x_2=\frac{31+11}{14}=\frac{42}{14}=3, \text{ но } x \neq 3. \text{ Ответ: } 1\frac{3}{7}$$

$$91.2. \frac{8}{x^2-6x+8} + \frac{1-3x}{2-x} = \frac{4}{x-4}; \quad \frac{8}{(x-2)(x-4)} - \frac{1-3x}{x-2} = \frac{4}{x-4}$$

$$\text{По т. Виета: } x^2-6x+8=(x-2)(x-4); \text{ ОДЗ: } x \neq 2, x \neq 4.$$

$$8-(1-3x)(x-4)=4(x-2); \quad 8-x+3x^2+4-12x=4x-8; \\ 3x^2-13x+12-4x+8=0; \quad 3x^2-17x+20=0; \quad D=(-17)^2-4 \cdot 3 \cdot 20=289-240=49,$$

$$x_1 = \frac{17-7}{6} = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}; x_2 = \frac{17+7}{6} = \frac{24}{6} = 4, \text{ но } x \neq 4. \text{ Ответ: } 1\frac{2}{3}.$$

$$92.1. \frac{4x-6}{x+2} - \frac{x}{x+1} = \frac{9}{x^2+3x+2}; \frac{4x-6}{x+2} - \frac{x}{x+1} = \frac{9}{(x+1)(x+2)};$$

По т. Виета: $x^2 + 3x + 2 = (x+2)(x+1)$;

ОДЗ: $x \neq -1, x \neq -2$. $(4x-6)(x+1) - x(x+2) = 9$; $4x^2 - 6x + 4x - 6 - x^2 - 2x - 9 = 0$;

$3x^2 - 4x - 15 = 0$; $D = 16 + 15 \cdot 4 \cdot 3 = 196$.

$$x_1 = \frac{4+14}{6} = 3, x_2 = \frac{4-14}{6} = -\frac{5}{3}. \text{ Ответ: } -\frac{5}{3}; 3.$$

$$92.2. \frac{x}{x-1} + \frac{x+1}{x+3} = \frac{1}{x^2+2x-3}; \frac{x}{x-1} + \frac{x+1}{x+3} = \frac{1}{(x-1)(x+3)};$$

По т. Виета: $x^2 + 2x - 3 = (x-1)(x+3)$;

ОДЗ: $x \neq 1, x \neq -3$. $x(x+3) + (x+1)(x-1) = 1$; $x^2 + 3x + x^2 - 1 - 1 = 0$. $2x^2 + 3x - 2 = 0$;

$D = 9 + 2 \cdot 2 \cdot 4 = 25$, $x_1 = \frac{-3+5}{4} = \frac{1}{2}$; $x_2 = \frac{-3-5}{4} = -2$. Ответ: $-2; \frac{1}{2}$.

$$93.1. 1 + \frac{6}{x-1} = \frac{5-2x}{x-7} + \frac{6(2x-5)}{x^2-8x+7}; 1 + \frac{6}{x-1} = \frac{5-2x}{x-7} + \frac{12x-30}{(x-1)(x-7)};$$

По т. Виета: $x^2 - 8x + 7 = (x-1)(x-7)$; ОДЗ: $x \neq 1, x \neq 7$.

$(x-1)(x-7) + 6(x-7) = (5-2x)(x-1) + 12x - 30$;

$x^2 - x - 7x + 7 + 6x - 42 = 5x - 2x^2 - 5 + 2x + 12x - 30$; $x^2 - 2x - 35 + 2x^2 - 19x + 35 = 0$.

$3x^2 - 21x = 0$; $x(x-7) = 0$; $x = 0$ или $x - 7 = 0$; $x = 7$, но $x \neq 7$. Ответ: 0.

$$93.2. 1 + \frac{2(17-6x)}{x^2-6x+8} = \frac{1-2x}{x-4} - \frac{11}{x-2}; \text{ по т. Виета: } x^2 - 6x + 8 = (x-4)(x-2).$$

$$\frac{x^2 - 6x + 8 + 34 - 12x + (2x-1)(x-2) + 11x - 44}{(x-4)(x-2)} = 0$$

$$\frac{3x^2 - 12x}{(x-4)(x-2)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \\ x \neq 4 \\ x \neq 2 \end{cases} \quad \text{Ответ: } x = 0.$$

$$94.1. \frac{1}{2-x} - 1 = \frac{1}{x-2} - \frac{6-x}{3x^2-12}; \text{ ОДЗ: } x \neq \pm 2.$$

$-3(x+2) - 3(x-2)(x+2) = 3(x+2) - (6-x)$; $-3x - 6 - 3(x^2 - 4) = 3x + 6 - 6 + x$;

$-3x - 6 - 3x^2 + 12 = 4x$; $-3x^2 - 7x + 6 = 0$; $3x^2 + 7x - 6 = 0$;

$D = 7^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-6) = 49 + 72 = 121$,

$$x_1 = \frac{-7-11}{6} = \frac{-18}{6} = -3; x_2 = \frac{-7+11}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}. \quad \text{Ответ: } -3; \frac{2}{3}.$$

$$94.2. \frac{1}{x-3} - \frac{x+8}{2x^2-18} = \frac{1}{3-x} - 1; \text{ ОДЗ: } x \neq \pm 3.$$

$$4(x+3) - x - 8 + 2(x-3)(x+3) = 0; 4x+12 - x - 8 + 2x^2 - 18 = 0; 2x^2 + 3x - 14 = 0;$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-14) = 9 + 112 = 121;$$

$$x_1 = \frac{-3-11}{4} = \frac{-14}{4} = -\frac{7}{2} = -3,5; x_2 = \frac{-3+11}{4} = \frac{8}{4} = 2.$$

$$95.1. a) x^2 + 2x + c = 0; \frac{D}{4} = 1 - c; \frac{D}{4} < 0, 1 - c < 0, c > 1. 2 \in (1; +\infty).$$

Ответ: $(1; +\infty)$; $c = 2$.

$$95.2. x^2 + 6x + c = 0; \frac{D}{4} = 9 - c > 0. c < 9. 0 \in (-\infty; 9). \text{ Ответ: } (-\infty; 9); c = 0.$$

$$96.1. x^2 + kx + 9 = 0, D = k^2 - 36 \geq 0, (k-6)(k+6) \geq 0. k \in (-\infty; -6] \cup [6; +\infty).$$

Ответ: $k \in (-\infty; -6] \cup [6; +\infty)$.

Уравнение имеет корни при $k = -10,5$, уравнение не имеет корней при $k = 0,7$.

$$96.2. 16x^2 + kx + 1 = 0, k^2 - 4 \cdot 16 \cdot 1 = k^2 - 64.$$

$$k^2 - 64 < 0. (k-8)(k+8) < 0.$$

$$k \in (-8; 8). -8 < 0,03 < 8, a = -20,4 < -8.$$

Ответ: $-8 < k < 8$; при $k = 0,03$ уравнение не имеет корней, а при $k = -20,4$ уравнение имеет корни.

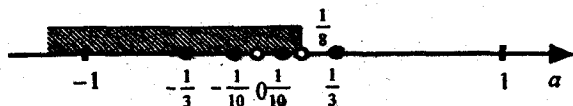
$$97.1. \frac{1}{4}x^2 + cx + 11 = 0; D = c^2 - 11 > 0; c \in (-\infty; -\sqrt{11}) \cup (\sqrt{11}; +\infty)$$

Ответ: $c \in (-\infty; -\sqrt{11}) \cup (\sqrt{11}; +\infty); -100$.

$$97.2. 15x^2 + cx + \frac{1}{4} = 0; D = c^2 - 15 > 0; c \in (-\infty; -\sqrt{15}) \cup (\sqrt{15}; +\infty).$$

Ответ: $c \in (-\infty; -\sqrt{15}) \cup (\sqrt{15}; +\infty); 100$.

$$98.1. ax^2 + x + 2 = 0; 1) a \neq 0. 2) D = 1 - 4 \cdot a \cdot 2 = 1 - 8a. D > 0, 1 - 8a > 0; 8a < 1; a < \frac{1}{8}.$$



Ответ: уравнение имеет два корня при $a \in (-\infty; 0) \cup \left(0; \frac{1}{8}\right)$.



Этому условию удовлетворяют числа $-\frac{1}{3}; -\frac{1}{10}; \frac{1}{10}$.

$$98.2. 1) ax^2 + x - 3 = 0, a \neq 0. D = 1^2 - 4 \cdot a \cdot (-3) = 1 + 12a; D > 0;$$

$$1+12a>0; 12a>-1; a>-\frac{1}{12}.$$

$$a \in \left(-\frac{1}{12}, 0\right) \cup (0; +\infty), \quad -\frac{1}{6} < -\frac{1}{12}, \quad -\frac{1}{20} \in \left(-\frac{1}{12}; 0\right), \quad \frac{1}{6} > 0; \quad \frac{1}{20} > 0.$$

Ответ: уравнение имеет два корня при $a \in \left(-\frac{1}{12}; 0\right) \cup (0; +\infty)$.

Этому условию удовлетворяют числа $-\frac{1}{20}; \frac{1}{6}; \frac{1}{20}$.



99.1. 1) $kx^2 - 6x + k = 0; D = (-6)^2 - 4 \cdot k \cdot k = 36 - 4k^2; k \neq 0$

2) $D > 0: 36 - 4k^2 > 0. (6 - 2k)(6 + 2k) > 0.$

$k \in (-3; 0) \cup (0; 3)$, например, $1 = k: x^2 - 6x + 1 = 0.$

Ответ: $(-3; 0) \cup (0; 3); x^2 - 6x + 1 = 0.$



99.2. 1) $kx^2 - 5x + \frac{1}{4}k = 0; k \neq 0$

$D = (-5)^2 - 4 \cdot k \cdot \frac{1}{4}k = 25 - k^2.$

$D > 0, 25 - k^2 > 0; (5 - k)(5 + k) > 0. k \in (-5; 0) \cup (0; 5).$

Пусть $k = 4$, при этом получаем $4x^2 - 5x + 1 = 0.$

Ответ: $(-5; 0) \cup (0; 5); 4x^2 - 5x + 1 = 0.$

100.1. $\begin{cases} 3x - 2y = 6 \\ x^2 - 4y = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4y = 6x - 12 \\ x^2 - 6x + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 2 \\ y = 0 \end{cases}.$ Ответ: $(4; 3); (2; 0).$

100.2. $\begin{cases} 3x - 4y = -6 \\ 6x - y^2 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6x = 8y - 12 \\ y^2 - 8y + 15 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 5 \\ x = \frac{14}{3} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y = 3 \\ x = 2 \end{cases}$

Ответ: $(\frac{14}{3}, 5); (2; 3).$

101.1. $\begin{cases} 3x + 2y = 5 \\ 2x^2 + 3y = 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 2.5 - \frac{3}{2}x \\ 2x^2 - \frac{9}{2}x - 4.5 = 0 \end{cases}$

$4x^2 - 9x - 9 = 0, D = 81 + 144 = 225.$

$\begin{cases} x = -\frac{3}{4} \\ y = \frac{29}{8} = 3\frac{5}{8} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x = 3 \\ y = -2 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (-\frac{3}{4}; 3\frac{5}{8}); (3; -2).$

$$101.2. \begin{cases} 5x+3y^2=-7 \\ 3x+2y=-4 \end{cases} \begin{cases} x(-3) \\ + \\ x(5) \end{cases}; 9y^2-10y+1=0; \frac{D}{4}=25-9=16$$

$$\begin{cases} y=1 \\ x=-2 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y=\frac{1}{9} \\ x=-\frac{38}{27} \end{cases} \quad \text{Ответ: } (-2; 1); (-\frac{38}{27}; \frac{1}{9}).$$

$$102.1. \begin{cases} x-y=5, \\ x^2+2xy-y^2=-7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2-2xy+y^2=25, \\ x^2+2xy-y^2=-7. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2=18. \\ y=x-5. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\pm 3. \\ y=x-5. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3, \\ y=-2, \\ x=-3, \\ y=-8. \end{cases} \quad \text{Ответ: } (-3; -8); (3; -2).$$

$$102.2. \begin{cases} y-x=2, \\ y^2-2xy-x^2=-28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2-2xy+y^2=4, \\ y^2-2xy-x^2=-28. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2=32. \\ y=2+x. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\pm 4. \\ y=2+x. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-4, \\ y=-2, \\ x=4, \\ y=6. \end{cases} \quad \text{Ответ: } (-4; -2); (4; 6).$$

$$103.1. \begin{cases} x+y=3, \\ x^2+2xy+2y^2=18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+2xy+y^2=9, \\ x^2+2yx+2y^2=18. \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y^2=9. \\ x=3-y. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=\pm 3. \\ x=3-y. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=6, \\ y=-3, \\ x=0, \\ y=3. \end{cases} \quad \text{Ответ: } (6; -3); (0; 3).$$

$$103.2. \begin{cases} 2x+y=1, \\ 2x^2+xy+y^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1-2x, \\ 2x^2+x(1-2x)+(1-2x)^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=1-2x, \\ 2x^2+x-2x^2+1-4x+4x^2=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1-2x, \\ 4x^2-3x=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y=1-2x, \\ x(4x-3)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=1-2x, \\ \begin{cases} x=0, \\ 4x-3=0 \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0, \\ y=1, \\ x=\frac{3}{4}, \\ y=-\frac{1}{2}. \end{cases} \quad \text{Ответ: } (0; 1); (\frac{3}{4}; -\frac{1}{2}).$$

$$104.1. \begin{cases} x-y=7, \\ x^2+y^2=9-2xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=7, \\ (x+y)^2=9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y=7, \\ x+y=-3, \\ x+y=3, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=7, \\ x+y=-3, \\ x-y=7, \\ x+y=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=4, \\ y=-3-x, \\ 2x=10, \\ y=3-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2, \\ y=-5, \\ x=5, \\ y=-2. \end{cases}$$

Ответ: (2; -5); (5; -2).

$$104.2. \begin{cases} x+y=8, \\ x^2+y^2=16+2xy \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=8, \\ x^2+y^2-2xy=16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=8, \\ (x-y)^2=16. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=8, \\ x-y=-4; \\ x+y=8, \\ x-y=4; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x=4, \\ y=x+4; \\ 2x=12, \\ y=x-4; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=2, \\ y=6; \\ x=6, \\ y=2; \end{cases} \quad \text{Ответ: (2; 6); (6; 2).}$$

$$105.1. \begin{cases} x^2-xy=12-y^2, \\ x-2y=6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (6+2y)^2-(6+2y)y=12-y^2, \\ x=6+2y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 36+24y+4y^2-6y-2y^2-12+y^2=0, \\ x=6+2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3y^2+18y+24=0, \\ x=6+2y \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2+6y+8=0, \\ x=6+2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=-2, \\ y=-4, \\ x=6+2y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2, \\ y=-2, \\ x=-2, \\ y=-4. \end{cases} \quad \text{Ответ: (2; -2); (-2; -4).}$$

$$105.2. \begin{cases} 3x-y=10, \\ x^2-y^2=20-xy. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=3x-10 \\ x^2-9x^2-100+60x=20-3x^2+10x \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=3x-10 \\ 5x^2-50x+120=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=3x-10 \\ x^2-10x+24=0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1=6 \\ x_2=4. \\ y=3x-10. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ y=8. \\ x=4 \\ y=2. \end{cases}$$

Ответ: (6; 8); (4; 2).

$$106.1. \begin{cases} y^2-3xy+x^2-x+y+9=0, \\ y-x=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=x+2 \\ x^2+4x+4-3x^2-6x+11+x^2=0. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2+2x-15=0, \\ y=2+x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5, \\ x=3, \\ y=2+x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-5, \\ y=-3, \\ x=3, \\ y=5. \end{cases} \quad \text{Ответ: (-5; -3); (3; 5).}$$

$$106.2. \begin{cases} x+y=3, \\ x^2+3xy+y^2-x-y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=3, \\ x^2+2xy+y^2+xy-x-y=2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=3, \\ (x+y)^2+xy-(x+y)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=3, \\ 9+xy-3=2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3-y, \\ 6+(3-y)y=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-y, \\ y^2-3y-4=0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=3-y, \\ y=-1, \\ y=4, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3-y, \\ y=-1, \\ x=3-y, \\ y=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4, \\ y=-1, \\ x=-1, \\ y=4 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (-1; 4); (4; -1).$$

$$107.1. \begin{cases} xy=-8 \\ (x-4)(y-2)=-12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\frac{8}{y} \\ \left(-\frac{8}{y}-4\right)(y-2)=-12 \end{cases}$$

$$-8-4y+8+\frac{16}{y}=-12; y^2-3y-4=0. \quad \begin{cases} y=4 \\ x=-2 \end{cases}; \begin{cases} y=-1 \\ x=8 \end{cases}$$

Ответ: $(-2; 4); (8; -1)$.

$$107.2. \begin{cases} xy=24 \\ (x+1)(y-2)=20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{24}{y} \\ 24-\frac{48}{y}+y-22=0 \end{cases}$$

$$y^2+2y-48=0; \begin{cases} y=-8 \\ x=-3 \end{cases}; \begin{cases} y=6 \\ x=4 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (-3; -8); (4; 6).$$

$$108.1. \begin{cases} (x-y)(x+y)=12 \\ x+y=3(x-y) \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=a \\ x-y=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ab=12 \\ a=3b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3b^2=12 \\ a=3b \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} b=-2 \\ a=-6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=6 \\ x-y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=-6 \\ x-y=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=-2 \end{cases}$$

Ответ: $(4; 2); (-4; -2)$.

$$108.2. \begin{cases} 5(x+y)=x-y \\ (x+y)(x-y)=5 \end{cases} \quad \begin{cases} x+y=a \\ x-y=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a=b \\ ab=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a^2=b^2 \\ 5a^2=5 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a=\pm 1 \\ b=\pm 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=\pm 1 \\ x-y=\pm 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=3 \\ y=-2 \end{cases}; \begin{cases} x=-3 \\ y=2 \end{cases}$$

Ответ: $(3; -2); (-3; 2)$.

$$109.1. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{3} \\ xy = -18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=a \\ xy=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{1}{3} \\ b = -18 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -6 \\ b = -18 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = -\frac{18}{y} \\ y^2 + 6y - 18 = 0 \end{cases} \quad \frac{D}{4} = 9 + 18 = 27. \quad \begin{cases} y = -3 - 3\sqrt{3} \\ x = \frac{6}{1 + \sqrt{3}} \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y = -3 + 3\sqrt{3} \\ x = \frac{6}{1 - \sqrt{3}} \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } \left(\frac{6}{1+\sqrt{3}}; -3-3\sqrt{3}\right); \left(\frac{6}{1-\sqrt{3}}; -3+3\sqrt{3}\right).$$

$$109.2. \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1}{2} \\ xy = -16 \end{cases}; \begin{cases} y-x=a \\ xy=b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \\ b = -16 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b = -16 \\ a = -8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = x - 8 \\ x^2 - 8x + 16 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x = 4 \\ y = -4 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (4; -4).$$

$$110.1. \begin{cases} x-y=2 \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -\frac{2}{xy} = -\frac{2}{3} \\ x-y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} xy=3 \\ x=y+2 \end{cases}$$

$$y^2 + 2y - 3 = 0; \quad \begin{cases} y = -3 \\ x = -1 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y = 1 \\ x = 3 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (-1; -3); (3; 1).$$

$$110.2. \begin{cases} x+y=8 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{8}{xy} = \frac{2}{3} \\ x=8-y \end{cases} \quad \begin{cases} xy=12 \\ x=8-y \end{cases}$$

$$y^2 - 8y + 12 = 0; \quad \begin{cases} y = 6 \\ x = 2 \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y = 2 \\ x = 6 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (2; 6); (6; 2).$$

$$111.1. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{3}{8} \\ x+y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{y+x}{xy} = \frac{3}{8} \\ x+y=12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{12}{xy} = \frac{3}{8} \\ x+y=12 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} xy=32 \\ y=12-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x(12-x)-32=0 \\ y=12-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -x^2+12x-32=0 \\ y=12-x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-12x+32=0 \\ y=12-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=4 \\ x=8 \end{cases} \\ y=12-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} x=4 \\ y=8 \\ x=8 \\ y=4 \end{cases} \end{cases} \quad \text{Ответ: } (4; 8); (8; 4).$$

$$111.2. \begin{cases} \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = -\frac{4}{5} \\ x-y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{y-x}{xy} = -\frac{4}{5} \\ x-y=4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{xy} = \frac{1}{5} \\ x-y=4 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} xy=5, \\ x=4+y. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y^2+4y-5=0, \\ x=4+y. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=-5 \\ y=1 \\ x=4+y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y=-5 \\ x=-1. \\ y=1 \\ x=5. \end{cases}$$

Ответ: $(-1; -5); (5; 1)$.

$$112.1. \begin{cases} x-y=7 \\ \frac{x}{y}-\frac{y}{x}=\frac{7}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{(x+y)(x-y)}{xy}=\frac{7}{12} \\ x-y=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7+y \\ \frac{7+2y}{(7y+y^2)}=\frac{1}{12} \end{cases}$$

$$y^2+7y=84+24y; y^2-17y-84=0;$$

$$\begin{cases} y=21 \\ x=28 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y=-4 \\ x=3 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (28; 21); (3; -4).$$

$$112.2. \begin{cases} x+y=9 \\ \frac{x}{y}+\frac{y}{x}=\frac{41}{20} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+y^2=81-2xy \\ \frac{81-2xy}{xy}=\frac{41}{20} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{81}{xy}=\frac{81}{20} \\ x=9-y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy=20, \\ x=9-y. \end{cases}$$

$$\begin{cases} y^2-9y+20=0, \\ x=9-y. \end{cases} \begin{cases} y=4 \\ x=5 \end{cases} \text{ или } \begin{cases} y=5 \\ x=4 \end{cases} \quad \text{Ответ: } (5; 4); (4; 5).$$

$$113.1. \begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{5}{6} \\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x}=\frac{5}{6}+\frac{1}{6} \\ \frac{1}{y}=\frac{1}{x}-\frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x}=1 \\ \frac{1}{y}=\frac{1}{x}-\frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=2, \\ \frac{1}{y}=\frac{1}{2}-\frac{1}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2, \\ \frac{1}{y}=\frac{2}{6} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2, \\ \frac{1}{y}=\frac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2, \\ y=3. \end{cases} \quad \text{Ответ: } (2; 3).$$

$$113.2. \begin{cases} \frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{7}{12} \\ \frac{1}{x}-\frac{1}{y}=\frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x}=a, \\ \frac{1}{y}=b. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b=\frac{7}{12} \\ a-b=\frac{1}{12} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\frac{1}{3} \\ b=\frac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3, \\ y=4. \end{cases}$$

Ответ: $(3; 4)$.

$$114.1. \begin{cases} \frac{2}{x}+\frac{1}{y}=4, \\ \frac{1}{x}-\frac{3}{y}=9. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x}=a \\ \frac{1}{y}=b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=4 \\ a-3b=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=4 \\ 2a-6b=18 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7b=-14 \\ a=9+3b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-2, \\ a=3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{1}{3}, \\ y=-\frac{1}{2}. \end{cases} \quad \text{Ответ: } \left(\frac{1}{3}; -\frac{1}{2}\right).$$

$$114.2. \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 4, \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{x} = 10. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{x}{y} = 8, \\ \frac{1}{y} - \frac{2}{x} = 10. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{4}{y} = 4, \\ \frac{9}{y} = 18 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = 4 - \frac{4}{y}, \\ \frac{1}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = 4 - 8, \\ \frac{1}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = -4, \\ \frac{1}{y} = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{4}, \\ y = \frac{1}{2} \end{cases} \text{ Ответ: } \left(-\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right).$$

$$115.1. \begin{cases} \frac{6}{x-y} - \frac{8}{x+y} = -2, \\ \frac{9}{x-y} + \frac{10}{x+y} = 8. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-y} = a, \\ \frac{1}{x+y} = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 6a - 8b = -2, \\ 9a + 10b = 8; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a - 4b = -1, \\ 9a + 10b = 8; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 22b = 11, \\ 9a = 8 - 10b; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2}, \\ 9a = 8 - 10 \cdot \frac{1}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{2}, \\ a = \frac{1}{3}. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-y} = \frac{1}{3}, \\ \frac{1}{x+y} = \frac{1}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-y=3, \\ x+y=2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2,5, \\ y=-0,5; \end{cases} \text{ Ответ: } (2,5; -0,5).$$

$$115.2. \begin{cases} \frac{4}{x-y} + \frac{12}{x+y} = 3, \\ \frac{8}{x-y} - \frac{18}{x+y} = -1. \end{cases} \begin{cases} \frac{1}{x-y} = a, \\ \frac{1}{x+y} = b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + 12b = 3, \\ 8a - 18b = -1; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -42b = -7, \\ 8a = -1 + 18b; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{6}, \\ 8a = -1 + 18 \cdot \frac{1}{6}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{6}, \\ 8a = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = \frac{1}{6}, \\ a = \frac{1}{4}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x-y} = \frac{1}{4}, \\ \frac{1}{x+y} = \frac{1}{6}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-y=4, \\ x+y=6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x=10, \\ y=6-x; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5, \\ y=1; \end{cases} \text{ Ответ: } (5; 1).$$

$$116.1. \begin{cases} \frac{9}{x+y} + \frac{2}{x-y} = 3, \\ \frac{18}{x+y} - \frac{5}{x-y} = -3 \end{cases}; \begin{cases} \frac{9}{x+y} = a, \\ \frac{1}{x-y} = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a + 2b = 3, \\ 2a - 5b = -3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 9b=9 \\ a+2b=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b=1 \\ a=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=9 \\ x-y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases} \text{ Ответ: } (5; 4).$$

$$116.2. \begin{cases} \frac{1}{x+y} - \frac{5}{x-y} = 2 \\ \frac{3}{x+y} + \frac{5}{x-y} = 2 \end{cases}; \begin{cases} \frac{1}{x+y} = a \\ \frac{5}{x-y} = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a-b=2 \\ 3a+b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x+y=1 \\ x-y=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ y=3 \end{cases} \text{ Ответ: } (-2; 3).$$

$$117.1. \begin{cases} y=3x^2-8x-2 \\ y=x^2-4 \end{cases} \Leftrightarrow 2x^2-8x+2=0; x^2-4x+1=0.$$

$$\begin{cases} x=2+\sqrt{3} \\ y=3+4\sqrt{3} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x=2-\sqrt{3} \\ y=3-4\sqrt{3} \end{cases}$$

Ответ: $(2+\sqrt{3}; 3+4\sqrt{3})$; $(2-\sqrt{3}; 3-4\sqrt{3})$, в I и в IV четвертях.

$$117.2. \begin{cases} y=2x^2-6x-1 \\ y=x^2-2x \end{cases} \Leftrightarrow x^2-4x-1=0; \begin{cases} x=2+\sqrt{5} \\ y=5+2\sqrt{5} \end{cases}; \begin{cases} x=2-\sqrt{5} \\ y=5-2\sqrt{5} \end{cases}$$

Ответ: $(2+\sqrt{5}; 5-2\sqrt{5})$; $(2-\sqrt{5}; 5-2\sqrt{5})$, в I и во II четвертях.

$$118.1. \begin{cases} 0=18k+l \\ 9=l \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k=-\frac{1}{2} \\ l=9 \end{cases} \Leftrightarrow y=-\frac{1}{2}x+9. \text{ Ответ: } y=-\frac{1}{2}x+9.$$

$$118.2. \begin{cases} 0=12k+l \\ -6=l \end{cases} \begin{cases} k=\frac{1}{2} \\ l=-6 \end{cases} \Rightarrow y=\frac{1}{2}x-6. \text{ Ответ: } y=\frac{1}{2}x-6.$$

$$119.1. 1) \begin{cases} y=0,5x-3, \\ y=-0,5x+6; \end{cases} \begin{cases} 2y=3, \\ x=9; \end{cases} \begin{cases} y=1,5, \\ x=9. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y=0,5x-3, \\ y=-x+6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,5x=9, \\ y=-x+6. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6, \\ y=0. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y=-0,5x+6, \\ y=-x+6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0,5x=0, \\ y=-x+6. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0, \\ y=6. \end{cases} \text{ Ответ: } (9; 1,5), (6; 0), (0; 6).$$

$$119.2. 1) \begin{cases} y=x+6, \\ y=-\frac{1}{2}x+6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2}x=0, \\ y=x+6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=0, \\ y=6. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} y=x+6, \\ y=\frac{1}{4}x+1\frac{1}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}x=-\frac{9}{2} \\ y=x+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-6, \\ y=0. \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} y = -\frac{1}{2}x + 6, \\ y = \frac{1}{4}x + 1\frac{1}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{4}x = \frac{9}{2} \\ y = -\frac{1}{2}x + 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6, \\ y = 3. \end{cases}$$

Ответ: координаты вершин треугольника (0;6); (-6;0); (6;3).

$$120.1. \begin{cases} 2x + 3y = -4 \\ x - y = -7 \end{cases} \begin{matrix} + \\ \times 3 \end{matrix} \begin{cases} 5x = -25 \\ y = 7 + x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 2 \end{cases}; 2 = -5k; k = -0,4.$$

Ответ: $y = -0,4x$.

$$120.2. \begin{cases} 3x - y = 11 \\ 3x + 2y = -4 \end{cases} \begin{matrix} | \cdot 2 \\ + \end{matrix} \begin{cases} 9x = 18 \\ y = 3x - 11 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -5 \end{cases}$$

$-5 = 2k; k = -2,5$. Ответ: $y = -2,5x$.

$$121.1. \begin{cases} y = 6 - 2x, \\ y = 2x - 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2, \\ 2 = 2x - 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 2, \\ x = 2. \end{cases}$$


$y = 3x - 4$, $y(2) = 6 - 4 = 2$, $2 = 2$ — равенство верное, значит точка (2; 2) принадлежит всем 3-м прямым.

$$121.2. \begin{cases} y = 4 - x \\ y = 0,5x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1,5x = 4, \\ y = 4 - x. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{8}{3}, \\ y = \frac{4}{3}. \end{cases} y = 4x - 1,$$


$$y\left(\frac{8}{3}\right) = \frac{32}{3} - 1 = \frac{29}{3}, \frac{29}{3} \neq \frac{4}{3}, \text{ т.о. эти прямые не имеют общей точки.}$$

НЕРАВЕНСТВА

122.1. $\frac{2x-7}{6} + \frac{7x-2}{3} \leq 3 - \frac{1-x}{2}$; $2x-7+2(7x-2) \leq 18-3(1-x)$

 $2x-7+14x-4 \leq 18-3+3x$; $13x \leq 26$;
 $x \leq 2$. $x \in (-\infty; 2]$. Ответ: $(-\infty; 2]$.

122.2. $\frac{4x+13}{10} - \frac{5+2x}{4} \geq \frac{6-7x}{20}$ -1. $2(4x+13)-5(5+2x) \geq 6-7x-20$;


 $8x+26-25-10x \geq -7x-14$;
 $5x \geq -15$; $x \geq -3$. $x \in [-3; +\infty)$. Ответ: $[-3; +\infty)$.

123.1. $\frac{16-3a}{3} - \frac{3a+7}{4} > 0$; $4(16-3a)-3(3a+7) > 0$;

$64-12a-9a-21 > 0$; $21a < 43$; $a < \frac{43}{21}$; $a < 2\frac{1}{21}$.


Наибольшим целым значением a , удовлетворяющим этому условию, является $a=2$. Ответ: $a=2$.

123.2. $\frac{11-2a}{5} + \frac{3-2a}{2} < 0$; $2(11-2a)+5(3-2a) < 0$; $22-4a+15-10a < 0$;

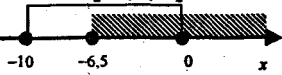
 $-14a+37 < 0$; $14a > 37$; $a > \frac{37}{14}$; $a > 2\frac{9}{14}$.

Минимальное целое значение $a=3$. Ответ: $a=3$.

124.1. $\frac{2-3x}{4} \leq \frac{6-5x}{8} + \frac{1}{5}$.

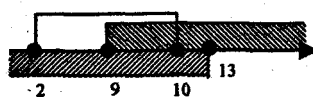
 $10(2-3x) \leq 5(6-5x)+8$;
 $20-30x \leq 30-25x+8$; $-30x+25x \leq 30+8-20$;
 $5x \geq -18$; $x \geq -3,6$. Ответ: $[-3,6; 0]$.

124.2. $\frac{1-2x}{3} \leq \frac{4-3x}{6} + \frac{3}{4}$.

 $4(1-2x) \leq 2(4-3x)+9$; $4-8x \leq 8-6x+9$; $2x \geq -13$; $x \geq -6,5$. $x \in [-6,5; 0]$.

125.1. $x - \frac{7+x}{4} + \frac{8-11x}{12} > \frac{x-5}{3}$.

$12x-3(7+x)+(8-11x) > 4(x-5)$;

 $12x-21-3x+8-11x > 4x-20$; $6x < 7$; $x < 1\frac{1}{6}$. $x \in (-\infty; 1\frac{1}{6})$.

Если x - натуральное и $x \in (-\infty; \frac{7}{6})$, то $x=1$. Ответ: $x=1$.

$$125.2. x + \frac{2x-1}{5} - \frac{x-2}{3} > \frac{13x-1}{15}; 15x + 3(2x-1) - 5(x-2) > 13x-1;$$

$$15x + 6x - 3 - 5x + 10 - 13x > -1; 3x > -8; x > -\frac{8}{3}; x > -2\frac{2}{3}. \text{ Если } x -$$

целое и $x < 0$, то $x = -2, x = -1$.

Ответ: при $x = -2$ и $x = -1$.



$$126.1. 0 < 1 + \frac{2-3x}{2} < 3;$$

$$0 < 2 + 2 - 3x < 6; 0 < 4 - 3x < 6; -4 < -3x < 2; 4 > 3x > -2;$$

$$-\frac{2}{3} < x < \frac{4}{3}. x \in \left(-\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right). \text{ Ответ: } x \in \left(-\frac{2}{3}; 1\frac{1}{3}\right).$$

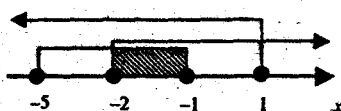
126.2.

$$\begin{cases} \frac{1-2x}{5} - 2 > -2, \\ \frac{1-2x}{5} - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2x-10 > -10, \\ 1-2x-10 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < 1, \\ 2x > -9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0,5, \\ x > -4,5 \end{cases}$$

$x \in (-4,5; 0,5)$. Ответ: $x \in (-4,5; 0,5)$.

$$127.1. 0,1 \leq 0,1x - 0,8 \leq 0,5; 1 \leq x - 8 \leq 5;$$

$$9 \leq x \leq 13. \text{ Ответ: } [9; 10].$$



$$127.2. 0,3 \leq 0,5 + 0,1x \leq 0,6.$$

$$-0,2 \leq 0,1x \leq 0,1. -2 \leq x \leq 1,$$

$$\text{но } x \in [-5; -1], \text{ т.о. } x \in [-2; -1].$$

$$-2 \leq x \leq -1. \text{ Ответ: } [-2; -1].$$

$$128.1. (x-1)(3-2x) > -6; 2x^2 - 5x - 3 < 0; D = 25 + 24 = 49;$$

$$(x-3)\left(x + \frac{1}{2}\right) < 0. \text{ Ответ: } \left(-\frac{1}{2}; 3\right).$$

$$128.2. (3x+7)(1-x) < 3; 3x^2 + 4x - 4 > 0;$$

$$\frac{D}{4} = 4 + 12 = 16; (x+2)\left(x - \frac{2}{3}\right) > 0; x \in (-\infty; -2) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right).$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; -2) \cup \left(\frac{2}{3}; +\infty\right).$$



$$129.1. (x-3)^2 > 9 - x^2;$$

$$(x-3)(x+3+x-3) > 0. x(x-3) > 0.$$

$$x \in (-\infty; 0) \cup (3; +\infty).$$

$$\text{Ответ: } (-\infty; 0) \cup (3; +\infty).$$

$$129.2. 4 - x^2 > (2+x)^2; (x+2)(x+2+x-2) < 0.$$

$$x(x+2) < 0. x \in (-2; 0); \text{ Ответ: } (-2; 0).$$



130.1. $(x+2)(2-x) < 3x^2 - 8$;
 $4 - x^2 - 3x^2 + 8 < 0$; $12 - 4x^2 < 0$; $x^2 - 3 > 0$;
 $(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) > 0$.

$x \in (-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$. Ответ: $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; +\infty)$.

130.2. $2x^2 - 6 < (3-x)(x+3)$; $2x^2 - 6 - 9 + x^2 < 0$; $3x^2 - 15 < 0$;
 $(x - \sqrt{5})(x + \sqrt{5}) < 0$. $x \in (-\sqrt{5}; \sqrt{5})$. Ответ: $(-\sqrt{5}; \sqrt{5})$.

131.1. $\frac{x^2}{2} \leq \frac{6x-2}{9}$;



$9x^2 - 12x + 4 \leq 0$; $(3x-2)^2 \leq 0$; $x = \frac{2}{3}$. Ответ: $\frac{2}{3}$.

131.2. $\frac{12x-9}{8} < \frac{x^2}{2}$; $4x^2 - 12x + 9 > 0$; $(2x-3)^2 > 0$;

$x \in (-\infty; \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$. Ответ: $(-\infty; \frac{1}{2}) \cup (\frac{1}{2}; +\infty)$.

132.1. $\frac{-20}{(x+4)(3-10x)} > 0$; $(x+4)(10x-3) > 0$; $x \in (-\infty; -4) \cup (0,3; +\infty)$.

Ответ: $(-\infty; -4) \cup (0,3; +\infty)$.

132.2. $\frac{14}{(10x+5)(1-x)} < 0$; $(x-1)(10x+5) > 0$; $x \in (-\infty; -0,5) \cup (1; +\infty)$.

Ответ: $(-\infty; -0,5) \cup (1; +\infty)$.

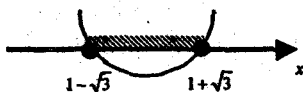
133.1. $x^2 - 2x \leq 2$; $x^2 - 2x - 2 \leq 0$. Нули: $x^2 - 2x - 2 = 0$; $\frac{D}{4} = 1 + 2 = 3$,

$x_1 = 1 - \sqrt{3}$; $x_2 = 1 + \sqrt{3}$.

$(x - 1 + \sqrt{3})(x - 1 - \sqrt{3}) \leq 0$.

$x \in [1 - \sqrt{3}; 1 + \sqrt{3}]$, но $x > 0$.

Ответ: $[0; 1 + \sqrt{3}]$.



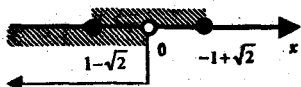
133.2. $x^2 + 2x \leq 1$; $x^2 + 2x - 1 \leq 0$. Нули: $x^2 + 2x - 1 = 0$; $D = 4 - 4 \cdot (-1) = 8$,

$x_1 = \frac{-2 - 2\sqrt{2}}{2} = -1 - \sqrt{2}$;

$x_2 = \frac{-2 + 2\sqrt{2}}{2} = -1 + \sqrt{2}$.

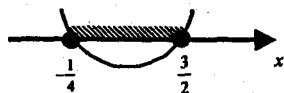
$(x + 1 - \sqrt{2})(x + 1 + \sqrt{2}) \leq 0$. $x \in [-1 - \sqrt{2}; -1 + \sqrt{2}]$, но $x < 0$.

т. о. $x \in [-1 - \sqrt{2}; 0)$. Ответ: $x \in [-1 - \sqrt{2}; 0)$.



134.1. $0,8x^2 \leq x+0,3$; $8x^2-10x-3 \leq 0$. Нули: $8x^2-10x-3=0$;

$$\frac{D}{4} = 25 - 8 \cdot (-3) = 49, \quad x_1 = \frac{5-7}{8} = -\frac{2}{8} = -\frac{1}{4}; \quad x_2 = \frac{5+7}{8} = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}.$$



$$(x + \frac{1}{4})(x - \frac{3}{2}) \leq 0.$$

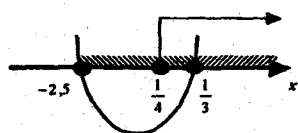
$$x \in [-\frac{1}{4}; \frac{3}{2}], \text{ но } x \in [1\frac{1}{3}; 2].$$

т. о. $x \in [1\frac{1}{3}; 1\frac{1}{2}]$. Ответ: $[1\frac{1}{3}; 1\frac{1}{2}]$.

134.2. $0,6x^2 \leq 0,5-1,3x$; $6x^2+13x-5 \leq 0$.

Нули: $6x^2+13x-5=0$; $D=169+120=289$,

$$x_1 = \frac{-13-17}{12} = -\frac{30}{12} = -\frac{5}{2} = -2,5; \quad x_2 = \frac{-13+17}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}.$$



$$(x+2,5)(x-\frac{1}{3}) \leq 0. \quad x \in [-2,5; \frac{1}{3}].$$

$$\text{но } x \in [\frac{1}{4}; 1], \text{ и т. к. } -2,5 < \frac{1}{4} < \frac{1}{3} < 1,$$

то $x \in [\frac{1}{4}; \frac{1}{3}]$. Ответ: $[\frac{1}{4}; \frac{1}{3}]$.

135.1. $x^2 - 1\frac{2}{3}x - \frac{2}{3} < 0$; $3x^2 - 5x - 2 < 0$; $D = 25 + 24 = 49$;

$$(x-2)\left(x+\frac{1}{3}\right) < 0. \quad \begin{cases} x \in \left(-\frac{1}{3}; 2\right) \\ x \in \left[-1; -\frac{1}{4}\right] \end{cases} \Rightarrow x \in \left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{4}\right). \text{ Ответ: } \left(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{4}\right).$$

135.2. $x^2 + \frac{2}{3}x - 2\frac{2}{3} < 0$; $3x^2 + 2x - 8 < 0$; $(x - \frac{4}{3})(x+2) < 0$;

$$\begin{cases} x \in \left(-2; 1\frac{1}{3}\right) \\ x \in \left[-1\frac{1}{2}; 0\right] \end{cases} \Rightarrow x \in \left[-1\frac{1}{2}; 0\right]. \quad \text{Ответ: } \left[-1\frac{1}{2}; 0\right].$$

136.1. $\frac{1}{2}x^2 - x + 1 > 0, \Rightarrow x^2 - 2x + 2 > 0$, всегда, т.к. $D < 0, a = 1 > 0$.

136.2. $-\frac{1}{2}x^2 + x - 2 < 0$, т.к. $D = 1 - 4 < 0, a = -\frac{1}{2} < 0$.

$$137.1. x^2 > x - 2; x^2 - x + 2 > 0; D = 1 - 8 < 0.$$

$$137.2. x - 1 < x^2; x^2 - x + 1 > 0; D = 1 - 4 < 0.$$

$$138.1. -x^2 + \frac{2}{3}x - \frac{1}{9} = -(x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}) = -(x - \frac{1}{3})^2 \leq 0.$$

$$138.2. -3x^2 + 2x - \frac{1}{3} > 0.$$

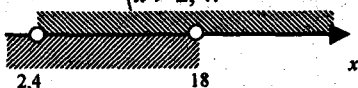
$$-3x^2 + 2x - \frac{1}{3} = -3\left(x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9}\right) = -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2. \quad -3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 \leq 0$$

$$139.1. \begin{cases} 1 - \frac{1-x}{2} < 4 - \frac{5+5x}{3}, \\ 2 - \frac{x+8}{4} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6 - 3 + 3x < 24 - 10 - 10x, \\ 8 - x - 8 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

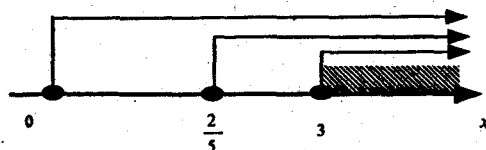
$$\Leftrightarrow \begin{cases} 13x < 11, \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{11}{13} \\ x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow x < 0. \quad \text{Ответ: } (-\infty; 0).$$

$$139.2. \begin{cases} 2 - \frac{3+2x}{3} > 1 - \frac{x+6}{2}, \\ 3 - \frac{x}{4} < x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12 - 2(3+2x) > 6 - 3(x+6), \\ 12 - x < 4x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 12 - 6 - 4x > 6 - 3x - 18, \\ -x - 4x < -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 18, \\ x > 2,4. \end{cases} \quad x \in (2,4; 18). \quad \text{Ответ: } (2,4; 18).$$

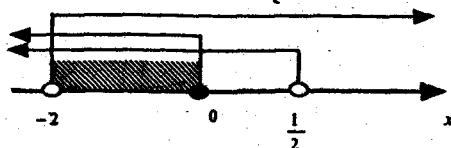


$$140.1. \begin{cases} \frac{x}{3} \geq 0, \\ 1 - 3x \leq 2x - 1, \\ 3 - x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0, \\ 5x \geq 2, \\ x > 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0, \\ x \geq \frac{2}{5}, \\ x > 3. \end{cases} \quad \text{Ответ: } (3; +\infty).$$



$$140.2. \begin{cases} \frac{x}{2} \leq 0, \\ 2 - x > 0, \\ 2 - x \geq 2x + 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0, \\ x < 2, \\ 3x \leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0, \\ x < 2, \\ x \leq \frac{1}{3}. \end{cases} \quad x \leq 0. \quad \text{Ответ: } (-\infty; 0].$$

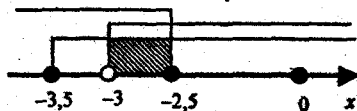
$$141.1. \begin{cases} 3x-4 < x-3, \\ 5x \leq 0, \\ \frac{x}{2} > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x < 1, \\ x \leq 0, \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{2}, \\ x \leq 0, \\ x > -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < x \leq 0,$$



Ответ: $(-2; 0]$.

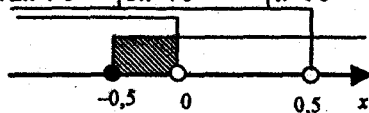
$$141.2. \begin{cases} 3x \leq 0, \\ \frac{x}{3} > -1, \\ -4x > 1-3x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq 0, \\ x > -3, \\ x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < x < -1. \text{ Ответ: } (-3; -1).$$

$$142.1. \begin{cases} 5x+12 \leq 3x+7, \\ x < 2x+3, \\ 2x+7 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x-3x \leq 7-12, \\ x-2x < 3, \\ 2x \geq -7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x \leq -5, \\ x > -3, \\ x \geq -3.5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{5}{2}, \\ x > -3, \\ x \geq -3.5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

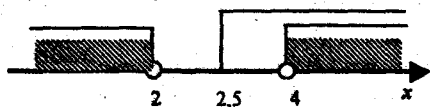


Ответ: $(-3; -2.5]$.

$$142.2. \begin{cases} 2x+1 \geq 0 \\ x > 3x-1 \\ 5x+6 < 2x+6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -0.5, \\ 2x < 1, \\ 3x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -0.5, \\ x < 0.5, \\ x < 0 \end{cases} \text{ Ответ: } [-0.5; 0).$$



$$143.1. \begin{cases} x^2 - 6x + 8 > 0, \\ 5 - 2x \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 4, \\ x < 2 \\ x \geq 2.5 \end{cases} \Leftrightarrow x > 4. \text{ Ответ: } (4; +\infty).$$



$$143.2. \begin{cases} 2x^2 - 7x + 5 \leq 0, \\ 2 - x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 7x + 5 \leq 0, \\ x < 2. \end{cases}$$

Нули: $2x^2 - 7x + 5 = 0$; $D = 49 - 4 \cdot 2 \cdot 5 = 49 - 40 = 9$,

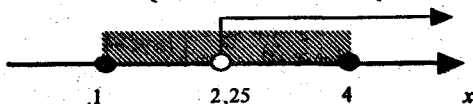
$$x_1 = \frac{7-3}{4} = \frac{4}{4} = 1; \quad x_2 = \frac{7+3}{4} = \frac{10}{4} = 2,5.$$

$$\begin{cases} (x-1)(x-2,5) \leq 0 \\ x < 2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 \leq x \leq 2,5, \\ x < 2. \end{cases} \quad x \in [1; 2). \quad \text{Ответ: } [1; 2).$$

$$144.1. \begin{cases} x^2 - 10x + 9 \leq 0, \\ 10 - 3x < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x-9) \leq 0, \\ x > \frac{10}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [1; 9] \\ x > \frac{10}{3} \end{cases}$$

$$x \in \left(\frac{10}{3}; 9\right]. \quad \text{Ответ: } \left(3\frac{1}{3}; 9\right].$$

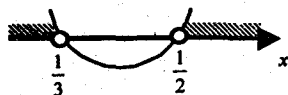
$$144.2. \begin{cases} x^2 - 5x + 4 \leq 0, \\ 9 - 4x < 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)(x-4) \leq 0, \\ x > \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in [1; 4] \\ x > \frac{9}{4} \end{cases} \Leftrightarrow x \in \left(\frac{9}{4}; 4\right]$$



Ответ: $(2,25; 4]$.

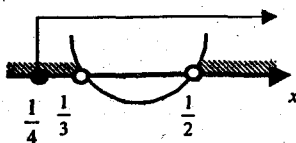
$$145.1. \begin{cases} 6x^2 - 5x + 1 > 0, \\ 4x - 1 \geq 0; \end{cases} \quad \text{найдем нули квадратного трехчлена:}$$

$$6x^2 - 5x + 1 > 0. \quad \text{Нули: } 6x^2 - 5x + 1 = 0; D = 25 - 24 = 1, \quad x_1 = \frac{5-1}{12} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3};$$



$$x_2 = \frac{5+1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}.$$

$$(x - \frac{1}{3})(x - \frac{1}{2}) > 0. \quad x \in (-\infty; \frac{1}{3}) \cup (\frac{1}{2}; +\infty).$$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x < \frac{1}{3}, \\ x > \frac{1}{2}, \\ x \geq \frac{1}{4}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{4} \leq x < \frac{1}{3}, \\ x > \frac{1}{2}. \end{cases}$$

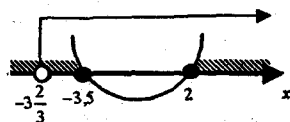
$$\Rightarrow \left[\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right). \quad \text{Ответ: } \left[\frac{1}{4}; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{2}; +\infty\right).$$

$$145.2. \begin{cases} 2x^2 + 3x - 14 \geq 0, \\ 3x + 11 > 0. \end{cases} \begin{cases} x \leq -3,5 \\ x \geq 2. \\ x > -\frac{11}{3}. \end{cases} \quad x \in \left(-\frac{11}{3}; -3,5\right] \cup [2; +\infty).$$

Нули: $2x^2 + 3x - 14 = 0$; $D = 9 + 8 \cdot 14 = 9 + 112 = 121$,

$$x_1 = \frac{-3 - 11}{4} = -\frac{14}{4} = -3,5;$$

$$x_2 = \frac{-3 + 11}{4} = \frac{8}{4} = 2.$$



$$(x + 3,5)(x - 2) \geq 0. \quad x \in (-\infty; -3,5] \cup [2; +\infty).$$

Ответ: $\left[-\frac{2}{3}; -3,5\right] \cup [2; +\infty).$

$$146.1. \begin{cases} \frac{1}{9}x^2 \leq 1, \\ x^2 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 \leq 9, \\ x^2 > 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 9 \leq 0, \\ x^2 - 4 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x-3)(x+3) \leq 0, \\ (x-2)(x+2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 3, \\ x < -2 \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq 3, \\ x < -2, \\ -3 \leq x \leq 3, \\ x > 2 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x < -2, \\ 2 < x \leq 3. \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-3; -2) \cup (2; 3]. \text{ Ответ: } [-3; -2) \cup (2; 3].$$

$$146.2. \begin{cases} \frac{1}{4}x^2 \leq 1, \\ x^2 > 1; \end{cases} \begin{cases} x^2 \leq 4, \\ x^2 > 1; \end{cases} \begin{cases} x^2 - 4 \leq 0, \\ x^2 - 1 > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-2)(x+2) \leq 0, \\ (x-1)(x+1) > 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \leq x \leq 2, \\ x < -1 \\ x > 1. \end{cases}$$

Ответ: $[-2; -1) \cup (1; 2].$

$$147.1. \begin{cases} 4x^2 - 1 \leq 0, \\ x^2 > 0; \end{cases} \quad x^2 - \frac{1}{4} \leq 0, \quad \left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x + \frac{1}{2}\right) \leq 0, \quad \begin{cases} -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ x \neq 0. \end{cases}$$

$$x \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right].$$

Ответ: $\left[-\frac{1}{2}; 0\right) \cup \left(0; \frac{1}{2}\right].$

$$147.2. \begin{cases} (x-1)^2 > 0, \\ 169-x^2 \geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 > 0, \\ 13^2-x^2 \geq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 > 0, \\ x^2-13^2 \leq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 > 0, \\ (x-13)(x+13) \leq 0; \end{cases}$$

$$1) y=(x-13)(x+13); \quad D(y)=(-\infty; +\infty).$$

$$2) \text{ Нули функции: } (x-13)(x+13)=0;$$

$$x-13=0; x=13 \text{ или } x+13=0; x=-13.$$

$$3) x \in [-13; 13]. \text{ Т.к. } (x-1)^2 > 0. x \in [-13; 1) \cup (1; 13]$$



Ответ: $[-13; 1) \cup (1; 13]$.

$$148.1. (\sqrt{6} + \sqrt{10})^2 = 6 + 2\sqrt{6} \cdot \sqrt{10} + 10 = 16 + 2\sqrt{60}.$$

$$(\sqrt{5} + \sqrt{11})^2 = 5 + 2\sqrt{5} \cdot \sqrt{11} + 11 = 16 + 2\sqrt{55}.$$

$$\text{Т. к. } \sqrt{60} > \sqrt{55}, \text{ то } 16 + 2\sqrt{60} > 16 + 2\sqrt{55}, \text{ Ответ: } \sqrt{6} + \sqrt{10} > \sqrt{5} + \sqrt{11}$$

$$148.2. (\sqrt{3} + \sqrt{6})^2 = 3 + 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} + 6 = 9 + 2\sqrt{18};$$

$$(\sqrt{2} + \sqrt{7})^2 = 2 + 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{7} + 7 = 9 + 2\sqrt{14}.$$

$$\text{Т.к. } \sqrt{18} > \sqrt{14}, \text{ то } 9 + 2\sqrt{18} > 9 + 2\sqrt{14}, \text{ Ответ: } \sqrt{3} + \sqrt{6} > \sqrt{2} + \sqrt{7}.$$

$$149.1. (2 + \sqrt{11})^2 = 4 + 4\sqrt{11} + 11 = 15 + 2\sqrt{44}.$$

$$(\sqrt{5} + \sqrt{10})^2 = 5 + 2\sqrt{50} + 10 = 15 + 2\sqrt{50}. \text{ Т.к. } 44 < 50,$$

$$\text{то } \sqrt{44} < \sqrt{50}, \text{ то } 15 + 2\sqrt{44} < 15 + 2\sqrt{50}. \text{ Ответ: } 2 + \sqrt{11} < \sqrt{5} + \sqrt{10}$$

$$149.2. (\sqrt{6} + \sqrt{10})^2 = 6 + 2\sqrt{60} + 10 = 16 + 2\sqrt{60} = 16 + \sqrt{240}.$$

$$(3 + \sqrt{7})^2 = 9 + 6\sqrt{7} + 7 = 16 + \sqrt{36 \cdot 7} = 16 + \sqrt{36 \cdot 7} = 16 + \sqrt{252}$$

$$\text{Т.к. } \sqrt{240} < \sqrt{252}, \text{ значит, } 16 + \sqrt{240} < 16 + \sqrt{252}.$$

$$\text{Ответ: } \sqrt{6} + \sqrt{10} < 3 + \sqrt{7}.$$

$$150.1. \sqrt{26} + \sqrt{24} \vee 10; 50 + 2\sqrt{26 \cdot 24} \vee 100; \sqrt{26 \cdot 24} \vee 25;$$

$$25^2 - 1 = 26 \cdot 24 < 25^2 \Rightarrow \sqrt{26} + \sqrt{24} < 10. \text{ Ответ: } \sqrt{26} + \sqrt{24} < 10$$

$$150.2. \sqrt{50} + \sqrt{48} \vee 14; 98 + 2\sqrt{50 \cdot 48} \vee 196;$$

$$\sqrt{2400} < 49 = \sqrt{2401}. \text{ Ответ: } \sqrt{50} + \sqrt{48} < 14$$

$$151.1. x + \frac{1}{3}x^2 \geq 0, x^2 + 3x \geq 0. x(x+3) \geq 0$$

$$x \in [-\infty; -3] \cup [0; +\infty).$$

$$\text{Ответ: при } x \in [-\infty; -3] \cup [0; +\infty)$$



$$151.2. x - \frac{1}{4}x^2 \geq 0 \quad x^2 - 4x \leq 0.$$

$$x(x-4) \leq 0. \quad x \in [0; 4].$$



Ответ: выражение $\sqrt{x - \frac{1}{4}x^2}$ имеет смысл при $x \in [0; 4]$.

$$152.1. 3 - 2x - x^2 \geq 0:$$

$$x^2 + 2x - 3 \leq 0. (x+3)(x-1) \leq 0. \quad x \in [-3; 1]$$

Ответ: $[-3; 1]$.



$$152.2. 10 + 3x - x^2 \geq 0. \quad x^2 - 3x - 10 \leq 0.$$

$$(x-5)(x+2) \leq 0. \quad x \in [-2; 5]. \quad \text{Ответ: } [-2; 5].$$



$$153.1. x^2 + \frac{7}{12}x + \frac{1}{12} < 0; \quad 12x^2 + 7x + 1 < 0.$$

$$\text{Нули: } 12x^2 + 7x + 1 = 0; \quad D = 49 - 48 = 1.$$

$$x_1 = \frac{-7-1}{24} = -\frac{8}{24} = -\frac{1}{3};$$

$$x_2 = \frac{-7+1}{24} = -\frac{6}{24} = -\frac{1}{4}. \quad (x + \frac{1}{3})(x + \frac{1}{4}) < 0. \quad x \in (-\frac{1}{3}; -\frac{1}{4})$$



Ответ: выражение не имеет смысла при x , принадлежащих интервалу $(-\frac{1}{3}; -\frac{1}{4})$.

$$153.2. x^2 + \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} < 0. \quad \text{Нули: } 6x^2 + 5x + 1 = 0; \quad D = 25 - 24 = 1,$$

$$x_1 = \frac{-5-1}{12} = -\frac{6}{12} = -\frac{1}{2}; \quad x_2 = \frac{-5+1}{12} = -\frac{4}{12} = -\frac{1}{3}.$$



$$(x + \frac{1}{2})(x + \frac{1}{3}) < 0. \quad x \in (-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}).$$

Ответ: выражение не имеет смысла при x , принадлежащих интервалу $(-\frac{1}{2}; -\frac{1}{3})$.

154.1. $2x^2 - x + 1 \geq 0$. Нули: $2x^2 - x + 1 = 0$; $D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 1 = 1 - 8 = -7$
 $D < 0$; значит парабола не имеет общих точек с осью x , т. о. $y > 0$ всегда. Ответ: область определения функции: $(-\infty; +\infty)$.

$$154.2. 3x^2 - 4x + 2 \geq 0. \quad \text{Нули: } 3x^2 - 4x + 2 = 0; \quad \frac{D}{4} = (-2)^2 - 3 \cdot 2 = 4 - 6 = -2;$$

$\frac{D}{4} < 0$, значит парабола не имеет общих точек с осью x , т. о. $y > 0$ всегда.

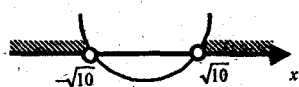
Ответ: область определения функции: $(-\infty; +\infty)$.

155.1. $\frac{1}{4}x^2 + 2x + 4 > 0$. $x^2 + 8x + 16 > 0$, $(x+4)^2 > 0$, всегда, кроме $x = -4$

Ответ: область определения $(-\infty; -4) \cup (-4; +\infty)$.

155.2. $9 - 2x + \frac{1}{9}x^2 > 0$. $x^2 - 18x + 81 > 0$, $(x-9)^2 > 0$, всегда, кроме $x = 9$

Ответ: область определения $(-\infty; 9) \cup (9; +\infty)$.



156.1. $\frac{2}{5}x^2 - 4 > 0$.

$x^2 > 10$, $(x - \sqrt{10})(x + \sqrt{10}) > 0$.

$x \in (-\infty; -\sqrt{10}) \cup (\sqrt{10}; +\infty)$.

Ответ: выражение имеет смысл при $x \in (-\infty; -\sqrt{10}) \cup (\sqrt{10}; +\infty)$.



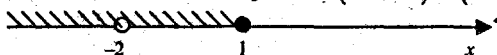
156.2. $2 - (1/3)x^2 > 0$. $x^2 < 6$,

$(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{6}) < 0$. $x \in (-\sqrt{6}; \sqrt{6})$

смысл при $x \in (-\sqrt{6}; \sqrt{6})$

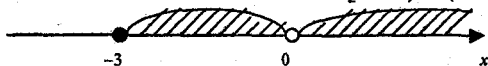
157.1. $\begin{cases} 1-x \geq 0, \\ x+2 \neq 0. \end{cases} \begin{cases} x \leq 1, \\ x \neq -2. \end{cases} x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1]$.

Ответ: выражение имеет смысл при: $x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 1]$.



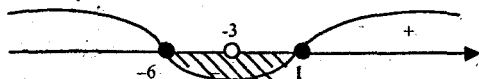
157.2. $\begin{cases} x+3 \geq 0, \\ 2x \neq 0. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq -3, \\ x \neq 0. \end{cases} x \in [-3; 0) \cup (0; +\infty)$

Ответ: выражение имеет смысл при: $x \in [-3; 0) \cup (0; +\infty)$



158.1. $\begin{cases} 6-5x-x^2 \geq 0, \\ x+3 \neq 0. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2+5x-6 \leq 0, \\ x \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+6)(x-1) \leq 0, \\ x \neq -3 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq x \leq 1, \\ x \neq -3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \leq x < -3, \\ -3 < x \leq 1. \end{cases}$ Ответ: $x \in [-6; -3) \cup (-3; 1]$.

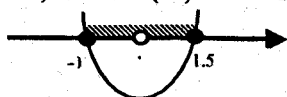


158.2. $\begin{cases} 3+x-2x^2 \geq 0, \\ x-1 \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2-x-3 \leq 0, \\ x \neq 1. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)(x-1.5) \leq 0, \\ x \neq 1 \end{cases}$

$x \in [-1; 1) \cup (1; 1.5]$. $2x^2 - x - 3 \leq 0$. Нули. $2x^2 - x - 3 = 0$, $D = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-3) = 1 + 24 = 25$.

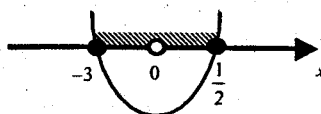
$$x_1 = \frac{1-5}{4} = -\frac{4}{4} = -1;$$

$$x_2 = \frac{1+5}{4} = \frac{6}{4} = 1,5.$$



$(x+1)(x-1.5) \leq 0$. $x \in [-1; 1.5]$. Ответ: $x \in [-1; 1) \cup (1; 1.5]$

$$159.1. \begin{cases} 3-5x-2x^2 \geq 0, \\ 10x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2+5x-3 \leq 0, \\ 10x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x \leq \frac{1}{2}, \\ x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3 \leq x < 0, \\ 0 < x \leq \frac{1}{2} \end{cases}$$



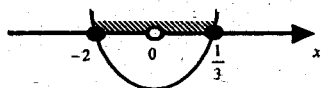
$2x^2+5x-3 \leq 0$. Нули: $2x^2+5x-3=0$,
 $D=25-4 \cdot 2 \cdot (-3)=25+24=49$.

$$x_1 = \frac{-5-7}{4} = \frac{-12}{4} = -3;$$

$$x_2 = \frac{-5+7}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}. \quad (x+3)(x-\frac{1}{2}) \leq 0.$$

Ответ: область определения функции - $[-3; 0) \cup (0; \frac{1}{2}]$.

$$159.2. \begin{cases} 2-5x-3x^2 \geq 0, \\ x^2 \neq 0. \end{cases} \quad 3x^2+5x-2 \leq 0. \quad 3x^2+5x-2=0:$$



$D=25-4 \cdot 3 \cdot (-2)=25+24=49$.

$$x_1 = \frac{-5-7}{6} = \frac{-12}{6} = -2;$$

$$x_2 = \frac{-5+7}{6} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}. \quad (x+2)(x-\frac{1}{3}) \leq 0. \quad \begin{cases} 3x^2+5x-2 \leq 0, \\ x \neq 0. \end{cases}$$

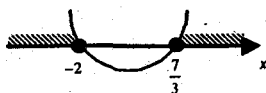
$$\begin{cases} -2 \leq x \leq \frac{1}{3} \\ x \neq 0 \end{cases} \quad x \in [-2; 0) \cup (0; \frac{1}{3}]. \quad \text{Ответ: } [-2; 0) \cup (0; \frac{1}{3}].$$

$$160.1. \begin{cases} 3x^2-x-14 \geq 0, \\ 2x+5 \neq 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2-x-14 \geq 0, \\ x \neq -2.5. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -2 \\ x \geq 2\frac{1}{3} \\ x \neq -2,5 \end{cases}$$

$x \in (-\infty; -2,5) \cup (-2,5; -2] \cup (2\frac{1}{3}; +\infty)$. $3x^2-x-14 \geq 0$. Нули: $3x^2-x-14=0$.

$$D=1-4 \cdot 3 \cdot (-14)=1+168=169, x_1 = \frac{1-13}{6} = \frac{-12}{6} = -2; x_2 = \frac{1+13}{6} = \frac{14}{6} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

$$(x+2)\left(x-\frac{7}{3}\right) \geq 0. x \in (-\infty; -2] \cup \left[\frac{7}{3}; +\infty\right).$$

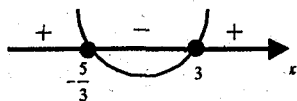


$$\text{Ответ: } (-\infty; -2,5) \cup (-2,5; -2] \cup \left[2\frac{1}{3}; +\infty\right)$$

$$160.2. \begin{cases} 3x^2 - 4x - 15 \geq 0, \\ 7 - 2x \neq 0, \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x^2 - 4x - 15 \geq 0, \\ x \neq 3, 5. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -\frac{5}{3} \\ x \geq 3 \\ x \neq 3, 5 \end{cases}$$

$$x \in (-\infty; -\frac{5}{3}] \cup [3; 3,5) \cup (3,5; +\infty). 3x^2 - 4x - 15 \geq 0; \text{ Нули: } 3x^2 - 4x - 15 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 4 - 3(-15) = 49,$$



$$x_1 = \frac{2-7}{3} = -\frac{5}{3} = -1\frac{2}{3};$$

$$x_2 = \frac{2+7}{3} = \frac{9}{3} = 3. (x + \frac{5}{3})(x - 3) \geq 0. x \in (-\infty; -\frac{5}{3}] \cup [3; +\infty).$$

$$\text{Ответ: } \left(-\infty; -1\frac{2}{3}\right] \cup [3; 3,5) \cup [3,5; +\infty).$$

$$161.1. y = \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{x + 1}; \begin{cases} x^2 + x + 1 \geq 0 \\ x \neq -1 \end{cases}$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 < 0 \Rightarrow x^2 + x + 1 > 0 \text{ при всех } x. \text{ Ответ: } x \neq -1$$

$$161.2. y = \frac{\sqrt{x^2 - x + 1}}{x - 1}; \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 - x + 1 \geq 0 \end{cases}$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 < 0 \Rightarrow x^2 - x + 1 > 0 \text{ при всех } x. \text{ Ответ: } x \neq 1.$$

$$162.1. y = \frac{\sqrt{x^2 + 1}}{x^2 - 1}; \begin{cases} x^2 + 1 \geq 0 \\ x \neq \pm 1 \end{cases}; x^2 + 1 > 0 \text{ при всех } x. \text{ Ответ: } x \neq \pm 1.$$

$$162.2. \begin{cases} x^2 + 2 \geq 0 \\ x \neq \pm 2 \end{cases} x^2 + 2 > 0 \text{ при всех } x. \text{ Ответ: } x \neq \pm 2.$$

$$163.1. a_1 = -10,2, a_2 = -9,5; d = a_2 - a_1 = -9,5 - (-10,2) = 0,7; a_n = -10,2 + 0,7(n-1) = -10,2 + 0,7n - 0,7 = 0,7n - 10,9 > 0.$$

$$n > 15\frac{4}{7}, \Rightarrow n = 16, \text{ т.к. } n - \text{ натуральное.}$$

$$a_{16} = a_1 + d \cdot 15 = -10,2 + 0,7 \cdot 15 = -10,2 + 10,5 = 0,3. \text{ Ответ: } a_{16} = 0,3$$

$$163.2. a_1=12,5, a_2=11,2. d=11,2-12,5=-1,3;$$

$$a_n=12,5-1,3(n-1)=12,5-1,3n+1,3=13,8-1,3n. 13,8-1,3n<0.$$

$$13,8-1,3n<0; 1,3n>13,8, n>\frac{138}{13}; n>10\frac{8}{13}, \Rightarrow n=11, \text{ т.к. } n - \text{ натуральное.}$$

$$a_{11}=12,5-1,3\cdot 10=-0,5. \text{ Ответ: } -0,5.$$

$$164.1. a_1=96,4; a_2=91,8. d=a_2-a_1=91,8-96,4=-4,6.$$

$$a_n=96,4-4,6(n-1)=96,4-4,6n+4,6=101-4,6n>0.$$

$$-4,6n>-101; n<\frac{101}{4,6}; n<21\frac{44}{46}; n<21\frac{22}{23} \Rightarrow n=21, \text{ т.к. } n - \text{ натуральное.}$$

Ответ: в арифметической прогрессии 21 положительный член

$$164.2. a_1=-38,5; a_2=-35,8. d=a_2-a_1=-35,8-(-38,5)=2,7.$$

$$a_n=-38,5+2,7(n-1)=-38,5+2,7n-2,7=-41,2+2,7n<0.$$

$$2,7n<41,2; n<\frac{412}{27}; n<15\frac{7}{27} \Rightarrow n=15, \text{ т.к. } n - \text{ натуральное.}$$

Ответ: в данной арифметической прогрессии 15 отрицательных членов.

$$165.1. d=a_2-a_1=21,4-22,7=-1,3;$$

$$a_n=22,7-1,3(n-1)=22,7-1,3n+1,3=24-1,3n>0.$$

$$n<18\frac{6}{13}, \Rightarrow n\leq 18, \text{ т.к. } n - \text{ натуральное.}$$

$$a_{18}=22,7-1,3\cdot 17=0,6; a_{19}=22,7-1,3\cdot 18=-0,7.$$

$$|0,6|=0,6, \text{ а } |-0,7|=0,7. \text{ Ответ: } a_{18}=0,6.$$

$$165.2. d=a_2-a_1=-14,4-(-15,1)=-14,4+15,1=0,7;$$

$$a_n=-15,1+0,7(n-1)=-15,1+0,7n-0,7=-15,8+0,7n<0.$$

$$0,7n<15,8; n<22\frac{4}{7}, \Rightarrow n\leq 22, \text{ т.к. } n - \text{ натуральное.}$$

$$a_{22}=-15,8+0,7\cdot 22=-15,8+15,4=-0,4;$$

$$a_{23}=-15,8+0,7\cdot 23=-15,8+16,1=0,3. |-0,4|=0,4, \text{ а } |0,3|=0,3.$$

$$\text{Ответ: } a_{23}=0,3.$$

$$166.1. d=a_2-a_1=-6,3-(-7,1)=-6,3+7,1=0,8;$$

$$a_n=-7,1+0,8(n-1)=-7,1+0,8n-0,8=-7,9+0,8n<0.$$

$$0,8n<7,9; n<\frac{79}{8}; n<9\frac{7}{8}, \Rightarrow n\leq 9, \text{ т.к. } n - \text{ натуральное.}$$

$$a_9=-7,9+0,8\cdot 9=-7,9+7,2=-0,7.$$

$$S_9=\frac{a_1+a_9}{2}\cdot 9=\frac{-7,1-0,7}{2}\cdot 9=\frac{-7,8}{2}\cdot 9=-35,1. \text{ Ответ: } -35,1.$$

$$166.2. d=a_2-a_1=5,8-6,3=-0,5.$$

$$a_n=6,3-0,5(n-1)=6,3-0,5(n-1)=6,8-0,5n>0. 6,8-0,5n>0; 0,5n<6,8.$$

$$n<13\frac{3}{5}, \Rightarrow n\leq 13, \text{ т.к. } n - \text{ натуральное. } a_{13}=6,8-0,5\cdot 13=6,8-6,5=0,3.$$

$$S_{13} = \frac{a_1 + a_{13}}{2} \cdot 13 = \frac{6,3 + 0,3}{2} \cdot 13 = \frac{6,6}{2} \cdot 13 = 3,3 \cdot 13 = 42,9. \text{ Ответ: } 42,9$$

$$167.1. d = a_2 - a_1 = 19,3 - 24,1 = -4,8.$$

$$a_n = 24,1 - 4,8(n-1) = 24,1 - 4,8n + 4,8 = 28,9 - 4,8n > 0. -4,8n > -28,9;$$

$$n < \frac{289}{4,8}; n < 6 \frac{1}{48}, \Rightarrow n \leq 6, \text{ т.к. } n - \text{натуральное.}$$

$$a_6 = 28,9 - 4,8 \cdot 6 = 28,9 - 28,8 = 0,1.$$

$$S_6 = \frac{a_1 + a_6}{2} \cdot 6 = (a_1 + a_6) \cdot 3 = (24,1 + 0,1) \cdot 3 = 72,6. \text{ Ответ } 72,6.$$

$$167.2. d = a_2 - a_1 = -8,3 + 9,6 = 1,3.$$

$$a_n = -9,6 + 1,3(n-1) = -9,6 + 1,3n - 1,3 = -10,9 + 1,3 \cdot n < 0.$$

$$1,3n < 10,9; n < 8 \frac{5}{13}, \Rightarrow n \leq 8, \text{ т.к. } n - \text{натуральное.}$$

$$a_8 = -10,9 + 1,3 \cdot 8 = -10,9 + 10,4 = -0,5. S_8 = \frac{a_1 + a_8}{2} \cdot 8 = (a_1 + a_8) \cdot 4 = (-9,6 - 0,5) \cdot 4 = -10,1 \cdot 4 = -40,4. \text{ Ответ: } -40,4.$$

$$168.1. a_1 = 1 \text{ и } d = 1.$$

$$S_n = \frac{2 \cdot 1 + (n-1)}{2} \cdot n = \frac{n(n+1)}{2}, \text{ т.к. } S_n > 120, \text{ то } \frac{n(n+1)}{2} > 120;$$

$$n(n+1) > 240; n^2 + n - 240 > 0. (n+16)(n-15) > 0.$$



$$n \in (-\infty; -16) \cup (15; +\infty), \Rightarrow n \leq 16, \text{ т.к. } n - \text{натуральное.}$$

Ответ: для получения суммы последовательных натуральных чисел, большей 120, надо сложить 16 и более чисел.

$$168.2. a_1 = 1, d = 1, S_n = \frac{2 \cdot 1 + (n-1)}{2} \cdot n = \frac{2 + (n-1)}{2} \cdot n = \frac{(n+1) \cdot n}{2},$$

$$\text{т.к. } S_n > 105, \text{ то } n + n - 210 > 0, (n+15)(n-14) > 0 \Rightarrow n = 15. \text{ Ответ: } 15.$$



$$169.1. a_1 = 1, d = 2. S_n = \frac{2 \cdot 1 + 2(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2(1+n-1)}{2} \cdot n = n^2,$$

$$\text{т.к. } S_n < 400, \text{ то } n \in (-20; 20), \Rightarrow n \in [1; 19], \text{ т.к. } n - \text{натуральное, } n^2 < 400.$$

Ответ: 19 последовательных нечетных чисел, начиная с 1.

$$169.2. S_n = \frac{2 \cdot 1 + 2(n-1)}{2} \cdot n = \frac{2(1+n-1)}{2} \cdot n = n^2,$$

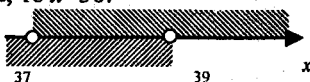
$$\text{т.к. } S_n > 90, \text{ то } n^2 > 900; |n| > 30; n < -30 \text{ или } n > 30, \Rightarrow n \geq 31,$$

т.к n – натуральное. Ответ. необходимо сложить 31 последовательное нечетное число, начиная с 1.

170.1. Пусть задуманное целое число равно x
Составим систему неравенств.

$$\begin{cases} \frac{x+3}{5} > 8, \\ \frac{x-7}{4} < 8; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+3 > 40, \\ x-7 < 32; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 37, \\ x < 39; \end{cases} \Rightarrow 37 < x < 39,$$

но т. к. $x \in \mathbb{Z}$, то $x=38$.



Ответ: 38.

170.2. Пусть x – задуманное целое число. Составим систему

$$\begin{cases} \frac{x-4}{9} < 5, \\ \frac{x+8}{11} > 5; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-4 < 45, \\ x+8 > 55; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 49, \\ x > 47; \end{cases} \Rightarrow 47 < x < 49, \text{ но т. к. } x \in \mathbb{Z}, \text{ то } x=48.$$



Ответ: 48.

171.1. Пусть боковая сторона равнобедренного треугольника равна x . Составим систему.

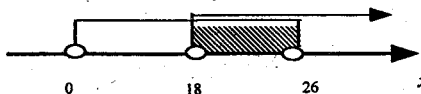
$$\begin{cases} 21 < 2x, \\ x+x+21 < 55 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 10,5, \\ 2x < 34 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 10,5, \\ x < 17 \end{cases} \Leftrightarrow 10,5 < x < 17.$$



Ответ: $10,5 < x < 17$.

171.2. Пусть основание равнобедренного треугольника – x дм, т. к. сторона треугольника меньше суммы 2-х других сторон, то $0 < x < 26$.

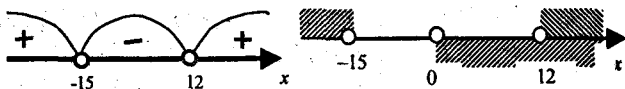
Составим систему. $\begin{cases} x+13+13 > 44, \\ 0 < x < 26. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 18, \\ x < 26. \end{cases}$



Ответ: $x \in (18; 26)$.

172.1. Пусть длина меньшей стороны прямоугольника – x см. Составим систему неравенств.

$$\begin{cases} x(x+3) > 180, \\ x > 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 + 3x - 180 > 0, \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+15)(x-12) > 0 \\ x > 0 \end{cases}$$

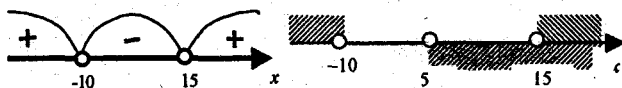


$$\begin{cases} x \in (-\infty; -15) \cup (12; +\infty) \\ x > 0. \end{cases} \quad x > 12 \Rightarrow x + 3 > 15 \quad \text{Ответ: большая сто-}$$

рона прямоугольника может иметь длину, большую 15 см

172.2. Пусть длина большего катета прямоугольного треугольни-
ка — x см. Составим систему неравенств.

$$\begin{cases} \frac{x(x-5)}{2} > 75, \\ x-5 > 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 5x - 150 > 0, \\ x > 5. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+10)(x-15) > 0 \\ x > 5. \end{cases}$$



$$\begin{cases} x \in (-\infty; -10) \cup (15; +\infty) \\ x > 5. \end{cases} \quad x > 15. \quad \text{Ответ: больший катет заданного}$$

треугольника может иметь длину, большую 15 см.

173.1. Пусть длина большего катета прямоугольного треугольни-
ка — x см. Составим систему неравенств.

$$\begin{cases} \frac{x(x-2)}{2} < 60, \\ x-2 > 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 120 < 0, \\ x > 2. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+10)(x-12) < 0 \\ x > 2. \end{cases}$$

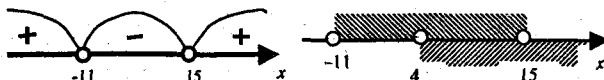


$$\begin{cases} x \in (-10; 12) \\ x > 2. \end{cases} \quad x \in (2; 12). \quad \text{Ответ: больший катет заданного тре-}$$

угольника может иметь длину, большую 2 см, но меньшую 12 см

173.2. Пусть большая сторона треугольника равна x . Составим
систему уравнений.

$$\begin{cases} x(x-4) < 165, \\ x-4 > 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 - 4x - 165 < 0, \\ x > 4. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x+11)(x-15) < 0 \\ x > 4. \end{cases}$$



$$\begin{cases} x \in (-11; 15) \\ x > 4. \end{cases} \quad x \in (4; 15). \quad \text{Ответ: большая сторона прямоугольни-}$$

ка может иметь длину, большую 4 см, но меньшую 15 см.

ФУНКЦИИ И ГРАФИКИ

174.1. $y = \frac{3-x}{2}$. $y = -0,5x + 1,5$.

x	0	1
y	1,5	1

$y = -0,5x + 1,5$ – График – прямая.

Из графика видно, что $0 \leq y \leq 1,5$ при $0 \leq x \leq 3$. Ответ: при $x \in [0; 3]$.

174.2. $y = \frac{2x+6}{3}$. $y = \frac{2}{3}x + 2$.

График – прямая.

x	0	-3
y	2	0

Из графика видно, что $0 \leq y \leq 4$ при $x \in [-3; 3]$.

Ответ: неравенство $0 \leq y \leq 4$ верно при всех $-3 \leq x \leq 3$.

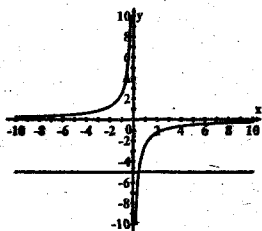
175.1. $y = \frac{1,5}{x}$. График – гипербола, ветви

в I и III координатных четвертях.

x	-1,5	-1	1	1,5
y	-1	-1,5	1,5	1

По рисунку видно, что $y < 3$, при $x \in (-\infty; 0) \cup (0,5; +\infty)$.

Ответ: $y < 3$, при $x \in (-\infty; 0) \cup (0,5; +\infty)$.



175.2. $y = -\frac{2,5}{x}$. График – гипербола, ветви во II и IV координатных четвертях.

x	-2,5	-1	1	2,5
y	1	2,5	-2,5	-1

$$\begin{cases} y > -5 \\ y = -\frac{2,5}{x}; -\frac{2,5}{x} > -5; \frac{2,5}{x} < 5; \frac{2,5}{x} - 5 < 0; \end{cases}$$

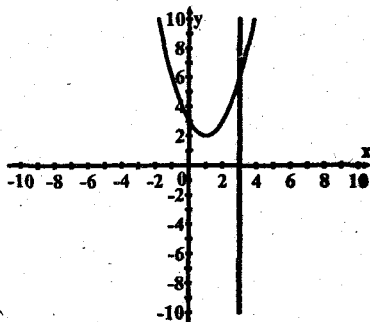
$$\frac{2,5-5x}{x} < 0; \frac{5x-2,5}{x} > 0; x \in (-\infty; 0) \cup (0,5; +\infty).$$



Ответ: $y > -5$ при $x < 0$ или $x > 0,5$.

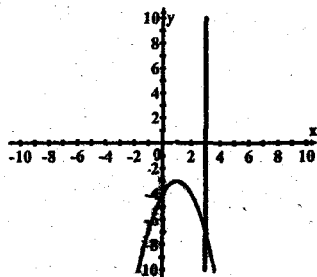
176.1. $y \in [2; 6]$. $y = x^2 - 2x + 3$

x	0	-1	1	-2	2
y	3	6	2	11	3



176.2. $y \in [-7; -3]$. $y = -x^2 + 2x - 4$

x	0	1	-1	2	-2
y	-4	-3	-7	-4	-12



177.1. $y = 2x^2 + 4x - 2,5$.

График – парабола, ветви вверх.

Вершина: $x_0 = \frac{-4}{4} = -1$,

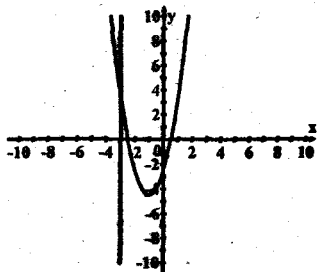
$y_0 = y(-1) = 2 \cdot (-1)^2 + 4 \cdot (-1) - 2,5 =$
 $= 2 - 4 - 2,5 = -4,5$.

x	-1	0	1
y	-4,5	-2,5	3,5

Найдем значения y , если $-3 \leq x \leq 0$.

$y(-3) = 2 \cdot (-3)^2 + 4 \cdot (-3) - 2,5 =$
 $= 18 - 12 - 2,5 = 3,5$. $y(0) = -2,5$;

$y(-1) = -4,5$.



Из графика видно, что если $-3 \leq x \leq 0$, то $-4,5 \leq y \leq 3,5$.

Ответ: если $-3 \leq x \leq 0$, то $-4,5 \leq y \leq 3,5$.

177.2. $y = -2x^2 - 8x - 3,5$.

График – парабола, ветви вниз.

x	1
y	-13,5

Найдем значения y при $x \in [-3; 0]$.

$y(-3) = 2,5$; $y(-2) = 4,5$;

$y(0) = -3,5$

Из графика видно, что если

$x \in [-3; 0]$, то $y \in [-3,5; 4,5]$.

Ответ: если $x \in [-3; 0]$,

то $y \in [-3,5; 4,5]$.

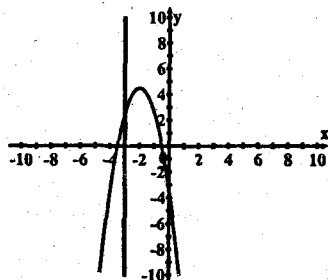
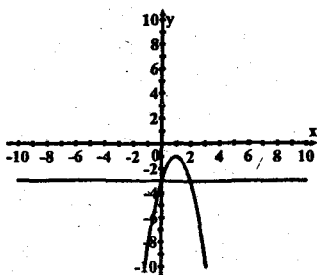
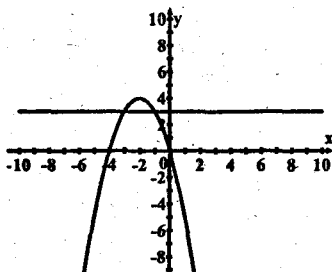
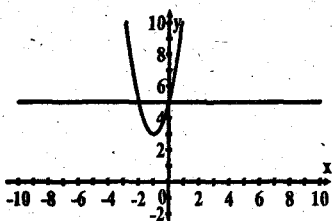
178.1. $y = -2x^2 + 4x - 3$

x	0	1	2	-1	3
y	-3	-1	-3	-9	-9

$$x_0 = \frac{-4}{2(-2)} = 1$$

$$y_0 = -1$$

$$x \in (0; 2)$$



178.2. $y = 2x^2 + 4x + 5$

x	0	-1	-2	1	-3
y	5	3	5	11	11

$$x_0 = \frac{-4}{2 \cdot 2} = -1$$

$$y_0 = 3$$

$$x \in (-\infty; -2) \cup (0; +\infty).$$

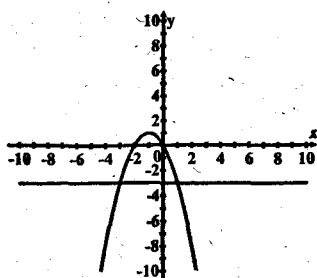
179.1. $y = -x^2 - 4x$

x	-2	0	-4	1	-5
y	4	0	0	-5	-5

$$x_0 = \frac{4}{2(-1)} = -2$$

$$y_0 = 4$$

$$x \in (-\infty; -3) \cup (-1; +\infty).$$



$$179.2. y = -x^2 - 2x$$

x	-1	0	-2	1	-3
y	1	0	0	-3	-3

$$x_0 = \frac{2}{2(-1)} = -1$$

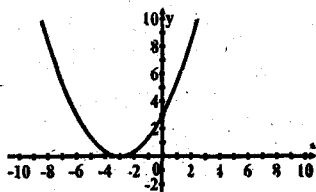
$$y_0 = 1$$

$$x \in (-3; 1).$$

$$180.1. y = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 3.$$

График – парабола, ветви вверх.

$$\text{Вершина: } x_0 = \frac{-2}{2 \cdot \frac{1}{3}} = -3;$$



$$y_0 = y(-3) = \frac{1}{3} \cdot 9 - 6 + 3 = 0. A(-3; 0) - \text{вершина параболы}$$

x	-3	0	3
y	0	3	12

т. к. ветви вверх, то $y \geq y_0 = 0$.

Ответ: область значений функции – промежуток $[0; +\infty)$

$$180.2. y = \frac{1}{4}x^2 + x - 1.$$

График – парабола, ветви вверх.

$$\text{Вершина: } x_0 = \frac{-1}{2 \cdot \frac{1}{4}} = -\frac{4}{2} = -2;$$

$$y_0 = y(-2) = \frac{1}{4} \cdot 4 - 2 - 1 = -2.$$

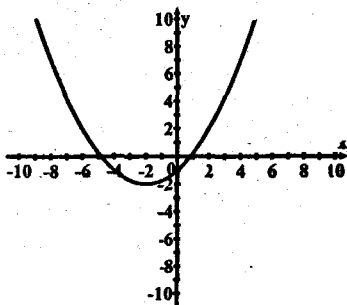
x	-2	0	2
y	-2	1	2

т. к. ветви вверх, то $y \geq y_0 = -2$.

Ответ: область значений функции $y \geq -2$.

$$181.1. y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x - \frac{1}{2}.$$

График – парабола, ветви вниз.

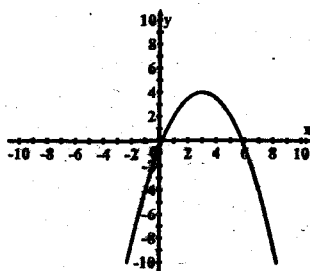


$$\text{Вершина: } x_0 = \frac{-3}{2 \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)} = 3;$$

$$y_0 = -\frac{9}{2} + 9 - \frac{1}{2} = -5 + 9 = 4.$$

x	1	3	5
y	2	4	2

т. к. ветви вниз, то $y \leq y_0 = 4$.



Ответ: область значений функции $(-\infty; 4]$.

$$181.2. y = -\frac{1}{4}x^2 - x + \frac{1}{2}.$$

График – парабола, ветви вверх.

$$\text{Вершина: } x_0 = \frac{1}{2 \cdot \frac{1}{4}} = \frac{4}{2} = 2;$$

$$y_0 = \frac{1}{4} \cdot 2^2 - 2 + \frac{1}{2} = -1 + \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}.$$

x	1	2	3
y	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$

т. к. ветви вверх, то $y \geq y_0 = -\frac{1}{2}$.

Ответ: $y \in \left[-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

182.1.

$$y = \frac{x^2 - 4}{2 - x} = \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = -x - 2;$$

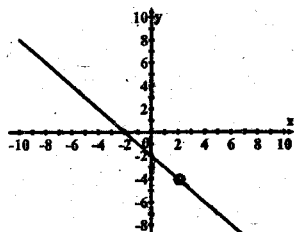
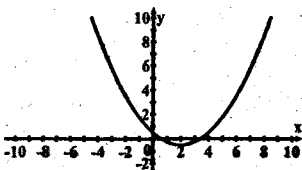
$$y = -x - 2.$$

График – прямая, $x \neq 2$.

x	0	-2
y	-2	0

Т.о. график – прямая $y = -x - 2$ без точки $(2; -4)$.

ОДЗ: $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$



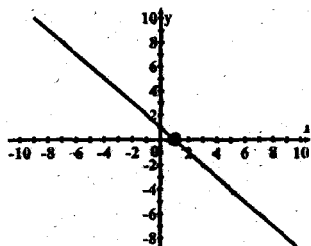
182.2.

$$y = \frac{x^2 - 2x + 1}{1 - x} = \frac{(x-1)^2}{-(x-1)} =$$

$$-(x-1) = -x+1, x \neq 1. y = -x+1.$$

Т. о. график – прямая $y = 1 - x$ без точки $(1; 0)$.

x	0	1
y	1	0



Ответ: область определения функции $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$

$$183.1. y = \frac{x-4}{x^2-4x} = \frac{x-4}{x(x-4)} = \frac{1}{x},$$

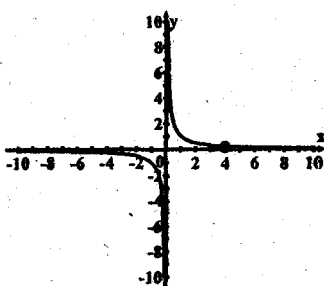
$$x \neq 0; 4.$$

$y = \frac{1}{x}$. График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях.

Т.о. график – гипербола $\frac{1}{x} = y$ без

точки $(4; \frac{1}{4})$.

x	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
y	-1	-2	2	1



Ответ: $(-\infty; 0) \cup (0; 4) \cup (4; +\infty)$.

$$183.2. y = \frac{x+2}{2x+x^2} = \frac{x+2}{x(2+x)} = \frac{1}{x},$$

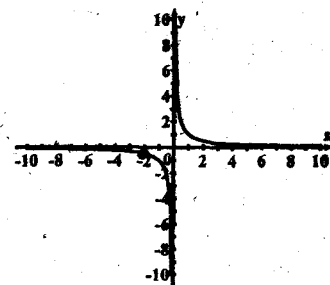
$$x \neq 0; -2.$$

$y = \frac{1}{x}$ – График гипербола, ветви в I и III координатных четвертях.

Т.о. график – гипербола $\frac{1}{x} = y$ без

точки $(-2; -\frac{1}{2})$.

x	-1	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1
y	-1	-2	2	1

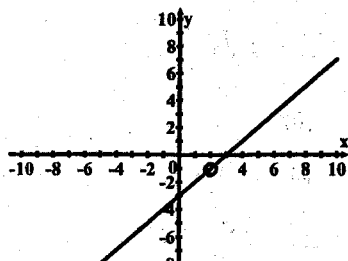


Ответ: $(-\infty; -2) \cup (-2; 0) \cup (0; +\infty)$ – область определения функции.

184.1.

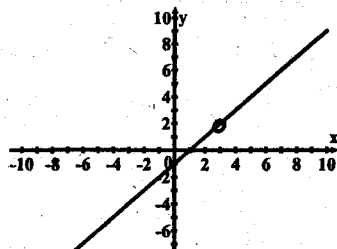
$$y = \frac{x^2 - 5x + 6}{x - 2};$$

$$y = \frac{(x-2)(x-3)}{(x-2)}; \quad y = x-3, \quad x \neq 2.$$



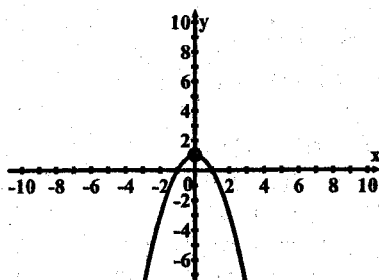
184.2.

$$y = \frac{x^2 - 4x + 3}{x - 3}; \quad y = \frac{(x-3)(x-1)}{x-3}; \quad y = x-1, \quad x \neq 3.$$



185.1.

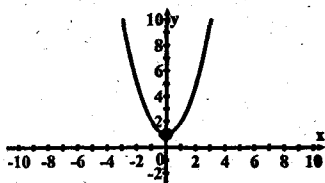
$$y = \frac{x - x^3}{x}; \quad y = 1 - x^2, \quad x \neq 0.$$



185.2.

$$y = \frac{x+x^3}{x}$$

$$y = 1+x^2, x \neq 0$$



186.1. Точки A и C лежат на оси x , т. е. $y=0$.

$$\frac{x^2-5}{x^2+5} = 0 \Leftrightarrow x^2-5=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{5}, \text{ т. к. } A \text{ левее } C,$$

то $A(-\sqrt{5}; 0)$, $C(\sqrt{5}; 0)$.

$$y(0) = \frac{0-5}{0+2} = -2,5. \text{ Т.о. } B(0; -2,5).$$

Ответ: $A(-\sqrt{5}; 0)$; $B(0; -2,5)$; $C(\sqrt{5}; 0)$.

186.2. Точки A и C лежат на оси x , значит, $y=0$. $\frac{2-x^2}{x^2+1} = 0$.

$2-x^2=0$, т.е. $x=\pm\sqrt{2}$, т. к. A левее C , то $A(-\sqrt{2}; 0)$, $C(\sqrt{2}; 0)$.

$$y(0) = \frac{2-0}{0+1} = \frac{2}{1} = 2. \text{ } B(0; 2).$$

Ответ: $A(-\sqrt{2}; 0)$; $B(0; 2)$; $C(\sqrt{2}; 0)$.

187.1. Точки A и C графика функции $y=x^3-x^2-4x+4$ лежат на оси x , значит $y=0$.

$$(x^3-x^2)-(4x-4)=0; x^2(x-1)-4(x-1)=0, (x-1)(x^2-4)=0;$$

$$(x-1)(x-2)(x+2)=0; x-1=0 \text{ или } x-2=0 \text{ или } x+2=0; x=1 \text{ } x=2 \text{ } x=-2.$$

Т. к. A левее O , то $A(-2; 0)$,

C дальше всех вправо от O , т. е. $C(2; 0)$.

$$y(0)=4. \text{ Т.е. } B(0; 4).$$

Ответ: $A(-2; 0)$; $B(0; 4)$; $C(2; 0)$.

187.2. Точки M и N графика функции $y=-x^3-2x^2+x+2$ лежат на оси x , значит $y=0$.

$$-x^3-2x^2+x+2=0; (x^3-x)+(2x^2-2)=0;$$

$$x(x^2-1)+2(x^2-1)=0, (x^2-1)(x+2)=0; (x-1)(x+1)(x+2)=0;$$

$$x-1=0 \text{ или } x+1=0 \text{ или } x+2=0; x=1 \text{ } x=-1 \text{ } x=-2.$$

Т. к. M левее N , а N левее O , то $M(-2; 0)$ и $N(-1; 0)$.

$$y(0)=2. \text{ Т.е. } K(0; 2). \text{ Ответ: } M(-2; 0); N(-1; 0); K(0; 2).$$

188.1. Точки A и C графика функции $y = -9x^4 + 10x^2 - 1$ лежат на оси x , значит $y=0$.

$$-9x^4 + 10x^2 - 1 = 0; 9x^4 - 10x^2 + 1 = 0. D = 100 - 36 = 64,$$

$$x^2 = \frac{10-8}{18} = \frac{1}{9}, \quad x^2 = \frac{10+8}{18} = 1. \quad x_{1,2} = \pm \frac{1}{3}, \quad x_{3,4} = \pm 1.$$

Т. к. A – самая левая точка, то $A(-1; 0)$, т. к. C – правее нуля, но левее правой точки, то $C(\frac{1}{3}; 0)$. $y(0) = -1$, т. е. $B(0; -1)$.

Ответ: $A(-1; 0)$; $B(0; -1)$; $C(\frac{1}{3}; 0)$.

188.2. Точки M и L лежат на оси x , значит $y=0$. $4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$;

$$x^2 = \frac{5-3}{8} = \frac{1}{4}, \quad x_{1,2} = \pm \frac{1}{2}; \quad x^2 = \frac{5+3}{8} = 1, \quad x_{3,4} = \pm 1.$$

Т. к. $|L| = |M|$ и они самые крайние, но разных знаков, то $M(1; 0)$. $L(-1; 0)$. $y(0) = 1$, т. о. $K(0; 1)$.

Ответ: $K(0; 1)$; $L(-1; 0)$; $M(1; 0)$.

189.1. $y = x^2 + 3x + c > 0$;

$$D = 9 - 4c < 0 \Rightarrow c > \frac{9}{4}. \quad \text{Ответ: } c > \frac{9}{4}.$$

189.2. $y = -x^2 + 2x + c < 0$; $\frac{D}{4} = 1 + c < 0 \Rightarrow c < -1$. Ответ: $c < -1$.

190.1. $y = 2x^2 + ax + 8$. График – парабола, ветви вверх ($2 > 0$). $2x^2 + ax + 8 = 0$.

$$D = a^2 - 4 \cdot 2 \cdot 8 = a^2 - 64. D < 0: a^2 - 64 < 0; (a-8)(a+8) < 0.$$



Т. о. $D < 0$ при $a \in (-8; 8)$, а, значит, заданная функция принимает положительные значения при $a \in (-8; 8)$.

Ответ: $y > 0$ при $a \in (-8; 8)$.

190.2. $y = -x^2 + bx - 9$. График – парабола, ветви вниз ($a = -1, -1 < 0$).

$$D = b^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-9) = b^2 - 36.$$

Найдем значения b , при которых $b^2 - 36 < 0$: $b^2 - 36 < 0 (b-6)(b+6) < 0$.

Решим методом интервалов.



Т.о. $D < 0$ при $b \in (-6; 6)$, а, значит, заданная функция принимает отрицательные значения при $b \in (-6; 6)$.

Ответ: $y < 0$ при $b \in (-6; 6)$.

191.1. $y = kx + b$, $k = -0,4$.

$y = -0,4x + b$. $y(-2,5) = 2,6$.

$2,6 = -0,4 \cdot (-2,5) + b$. $b = 1,6$.

$y = -0,4x + 1,6$.

График – прямая.

x	-1	0
y	2	1,6

191.2. $y = kx + b$, $k = \frac{1}{2}$.

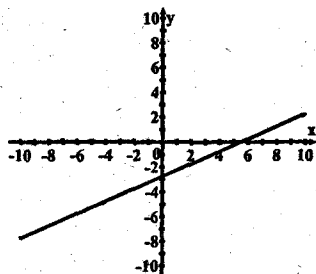
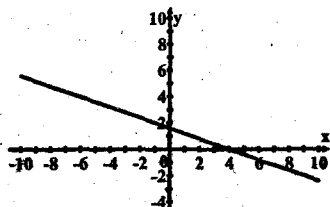
$y = \frac{1}{2}x + b$; $y(1,5) = -2$.

$-2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} + b$.

$b = -2 \frac{3}{4}$. $y = \frac{1}{2}x - 2 \frac{3}{4}$.

График – прямая.

x	1,5	3,5
y	-2	-1



192.1. $y = ax^2$.

$y(-1) = \frac{1}{4}$, $\frac{1}{4} = a \cdot (-1)^2$, $a = \frac{1}{4}$. $y = \frac{1}{4}x^2$.

192.2. $y = ax^2$.

$y(-1) = \frac{1}{3}$. В $(-1; \frac{1}{3})$, $\frac{1}{3} = a \cdot (-1)^2$, $a = \frac{1}{3}$. $y = \frac{1}{3}x^2$.

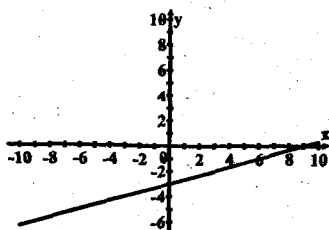
193.1. Т. к. вершина: $A(0; -1)$, $y = a(x-0)^2 - 1$, $y = ax^2 - 1$.

$y(-2) = 7$. $7 = a \cdot (-2)^2 - 1$; $8 = 4a$, $a = 2$. $y = 2x^2 - 1$.

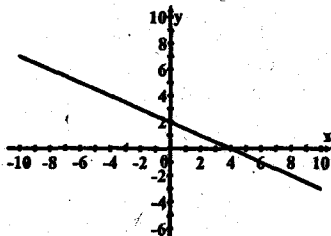
193.2. Т. к. вершина в точке $A(0; 2)$, то $y = a(x-0)^2 + 2$ или $y = ax^2 + 2$.

$y(2) = -6$. $-6 = a \cdot 2^2 + 2$, $4a = -8$; $a = -2$. $y = -2x^2 + 2$.

194.1. $\begin{cases} -7 = -12k + b \\ 2 = 15k + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 27k = 9 \\ b = 2 - 15k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{3} \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow y = \frac{1}{3}x - 3$

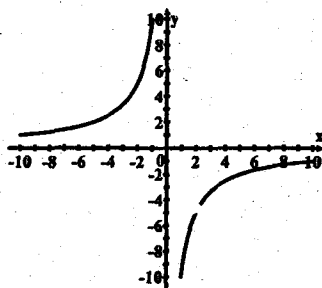


$$194.2. \begin{cases} -3 = 10k + b \\ 12 = -20k + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 30k = -15 \\ b = 12 + 20k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = -\frac{1}{2} \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + 2$$



$$195.1. y = \frac{k}{x}, y(-5\sqrt{2}) = \sqrt{2}, \sqrt{2} = \frac{k}{-5\sqrt{2}}, k = -10, y = \frac{-10}{x}$$

x	-2	-1	1	2
y	5	10	-10	-5

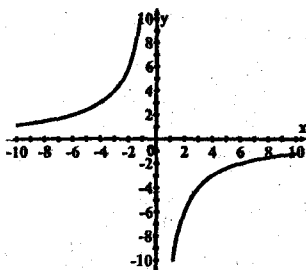


Ответ: при $k = -10$.

$$195.2. y = \frac{k}{x}, y(-4\sqrt{3}) = \sqrt{3}, \sqrt{3} = \frac{k}{-4\sqrt{3}}, k = -12.$$

$$\text{Т.о. } y = \frac{-12}{x}.$$

x	-4	2	2	4
y	3	6	-6	-3



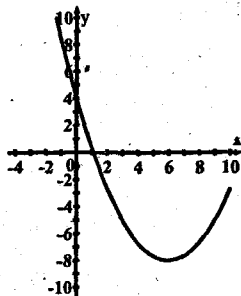
196.1. $y = ax^2 - 4x + 4$, $y(3) = -5$.

$-5 = a \cdot 3^2 - 4 \cdot 3 + 4$, $9a - 12 + 4 = -5$,

$a = \frac{1}{3}$. Т.о. $y = \frac{1}{3}x^2 - 4x + 4$. $x_0 = \frac{4}{2 \cdot \frac{1}{3}} = 6$,

а $y_0 = y(6) = \frac{1}{3} \cdot 36 - 4 \cdot 6 + 4 = -8$.

x	3	6	9
y	-5	-8	-5



196.2. $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + \frac{1}{2}$. График – парабола, ветви вверх $y(-1) = -2$.

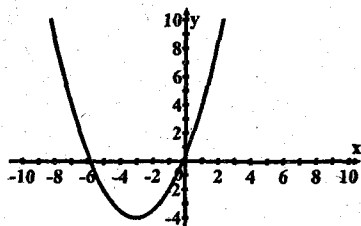
$-2 = \frac{1}{2} \cdot (-1)^2 + b \cdot (-1) + \frac{1}{2}$; $-2 = \frac{1}{2} - b + \frac{1}{2}$; $-2 - 1 = -b$; $b = 3$.

Т.о. $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + \frac{1}{2}$

Вершина: $x_0 = \frac{-3}{2 \cdot \frac{1}{2}} = -3$;

$y_0 = \frac{1}{2} \cdot 9 - 9 + \frac{1}{2} = -4$.

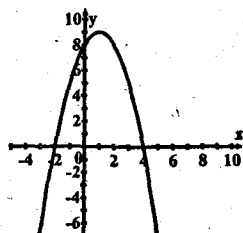
x	-5	-3	-1
y	-2	-4	-2



197.1. $y = -x^2 + px + q$, $y(-2) = 0$, $y(0) = 8$.

Составим систему.

$\begin{cases} 0 = -4 - 2p + q, \\ 8 = 0 + p \cdot 0 + q; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2p + q = 4, \\ q = 8; \end{cases} \Leftrightarrow$



$$\begin{cases} -2p+8=4, \\ q=8; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p=2, \\ q=8. \end{cases}$$

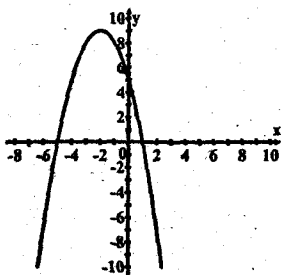
Т. о. $y = -x^2 + 2x + 8$. График параболы, ветви вниз.

Вершина: $x_0 = \frac{-2}{-2} = 1$;

$y_0 = y(1) = -1 + 2 + 8 = 9$.

x	0	1	2
y	8	9	8

197.2. Если параболы $y = -x^2 + px + q$, $y(0) = 5$, $y(-5) = 0$.



Составим систему.

$$\begin{cases} 0 = -25 - 5p + q, \\ 5 = q; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} -25 - 5p + q = 0, \\ q = 5; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p = -4, \\ q = 5. \end{cases}$$

Т. о. $y = -x^2 - 4x + 5$.

Вершина: $x_0 = \frac{4}{-2} = -2$;

$y_0 = y(-2) = -4 + 8 + 5 = 9$;

x	-3	-2	-1
y	8	9	8

198.1. $y = \begin{cases} 3+2x, & x < 0, \\ 3-2x, & x \geq 0. \end{cases}$

1) $y = 3 + 2x$.

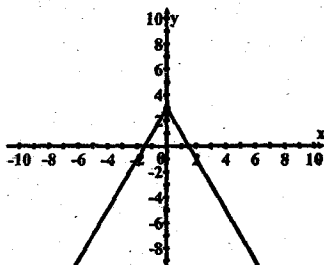
График – прямая.

x	-1	-2
y	1	-1

2) $y = 3 - 2x$.

График – прямая.

x	0	1
y	3	1



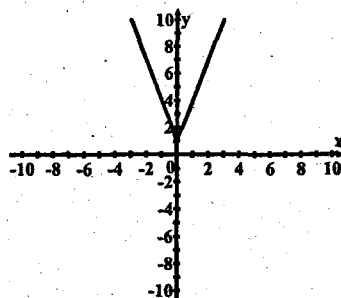
$$198.2. y = \begin{cases} 1-3x, & x < 0, \\ 1+3x, & x \geq 0. \end{cases}$$

$$y = 1 - 3x, x < 0.$$

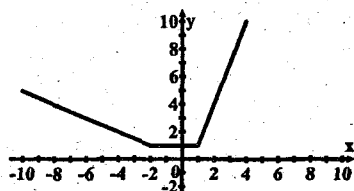
x	-2	-1
y	7	4

$$y = 1 + 3x, x \geq 0.$$

x	0	1
y	1	4



$$199.1. y = \begin{cases} -\frac{x}{2}, & x < -2, \\ 1, & -2 \leq x < 1, \\ 3x - 2, & x \geq 1. \end{cases}$$



1) $y = -\frac{x}{2}$. График – прямая.

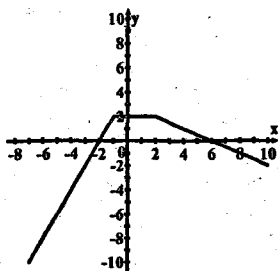
x	-4	-6
y	2	3

2) $y = 1$. График – прямая, параллельная оси x . Строим часть данной прямой, удовлетворяющую условию $-2 \leq x < 1$.

3) $y = 3x - 2$. График – прямая.

x	1	2
y	1	4

$$199.2. y = \begin{cases} 2x + 4, & x < -1, \\ 2, & -1 \leq x < 2, \\ 3 - \frac{x}{2}, & x \geq 2. \end{cases}$$



1) $y = 2x + 4$, $y = 2$, $y = 3 - \frac{x}{2}$,

графики – прямые.

а) $y=2x+4$ при $x<-1$

x	-2	-3
y	0	-2

б) $y=2$ при $-1 \leq x < 2$. График — прямая, параллельная оси X

в) $y = -\frac{x}{2} + 3$ при $x \geq 2$.

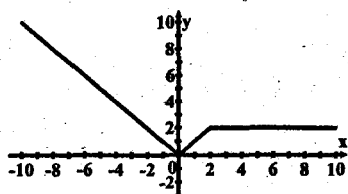
x	2	4
y	2	1

200.1. $y = \begin{cases} |x|, & x < 2, \\ 2, & x \geq 2. \end{cases}$

1) $y=|x|$ при $x < 2$.

x	-1	0	1
y	1	0	1

2) $y=2$ при $x \geq 2$. График — прямая, параллельная оси X .

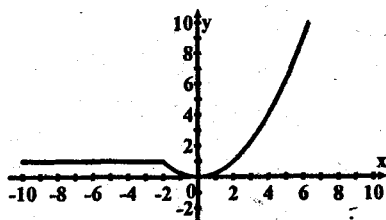


200.2. $y = \begin{cases} 1, & x < -2, \\ \frac{1}{4}x^2, & x \geq -2. \end{cases}$

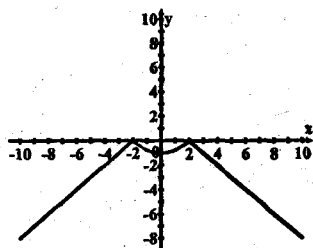
1) $y=1$ при $x < -2$. График — прямая, параллельная оси X

2) $y = \frac{1}{4}x^2$. График — парабола.

x	-2	0	2
y	1	0	1



$$201.1. y = \begin{cases} \frac{1}{4}x^2 - 1, & x \in [-2; 2] \\ 2 - x, & x \in (2; \infty) \\ x + 2, & x \in (-\infty; -2) \end{cases}$$

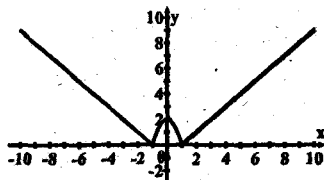


$\frac{1}{4}x^2 - 1$ – график – парабола;

$2 - x; x + 2$ – графики – прямые.

201.2.

$$y = \begin{cases} 2 - 2x^2, & x \in [-1; 1] \\ x - 1, & x \in (1; \infty) \\ -x - 1, & x \in (-\infty; -1) \end{cases}$$

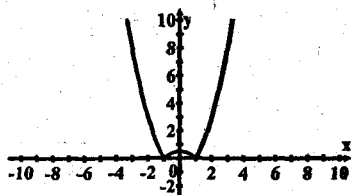


$2 - 2x^2$ – график – парабола.

$-x - 1; x - 1$ – графики – прямые.

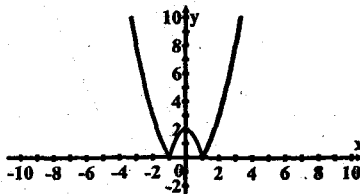
$$202.1. y = \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{1}{2}x^2, & x \in [-1; 1] \\ x^2 - 1, & x \in (-\infty; 1) \cup (1; \infty) \end{cases}$$

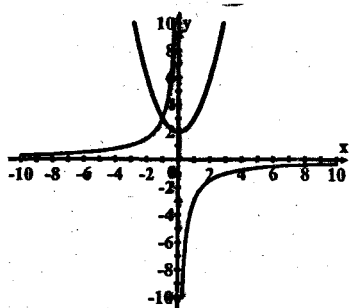
$\frac{1}{2} - \frac{1}{2}x^2; x^2 - 1$ – графики – параболы.



$$202.2. y = \begin{cases} 2 - 2x^2, & x \in [-1; 1] \\ x^2 - 1, & x \in (-\infty; 1) \cup (1; \infty) \end{cases}$$

$x^2 - 1; 2 - 2x^2$ – графики – параболы.





203.1. $\begin{cases} xy+3=0, \\ y=x^2+2 \end{cases}$

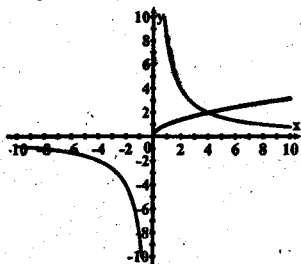
$xy+3=0, y=-\frac{3}{x}$ – гипербола

x	-3	-1	1	3
y	1	3	-3	-1

$y=x^2+2$ – парабола

x	-1	0	1
y	3	2	3

Из рисунка видно, что точка пересечения $(-1; 3)$. Ответ: $(-1; 3)$.



203.2. $\begin{cases} y=\sqrt{x}, \\ xy-8=0. \end{cases}$

а) $y=\sqrt{x}$.

x	0	1	4
y	0	1	2

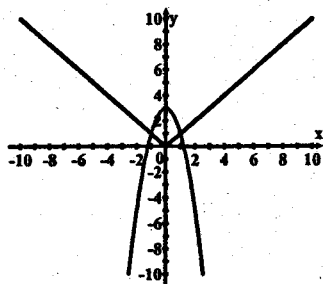
б) $y=\frac{8}{x}, x \neq 0$.

График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях. Из рисунка видно, что $(4; 2)$ – точка пересечения.

Проверка: $\begin{cases} 2=\sqrt{4}, \\ 4 \cdot 2 - 8 = 0; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2=2, \\ 0=0. \end{cases}$

x	1	2	4	8
y	8	4	2	1

Ответ: $(4; 2)$.



204.1. $\begin{cases} y=|x|, \\ y+2x^2=3; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=|x|, \\ y=-2x^2+3. \end{cases}$

а) $y=|x|$.

x	-1	0	1
y	1	0	1

б) $y=-2x^2+3$.

График – парабола, ветви вниз. Вершина: $x_0=0$, а $y_0=y(0)=3$.

x	-1	0	1
y	1	3	1

Из рисунка видно, что точки пересечения $(-1; 1)$ и $(1; 1)$.
Проверим:

$$\text{а) } (-1; 1) \begin{cases} 1 = |-1|, \\ 1 = -2 \cdot 1^2 + 3; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 = 1, \\ 1 = 1. \end{cases}$$

$$\text{б) } (1; 1) \begin{cases} 1 = |1|, \\ 1 = -2 \cdot 1^2 + 3; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 1 = 1, \\ 1 = 1. \end{cases}$$

Ответ: $(-1; 1), (1; 1)$.

$$204.2. \begin{cases} xy + 4 = 0, \\ y = (x-1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{4}{x}, \\ y = (x-1)^2. \end{cases}$$

$$y = -\frac{4}{x}$$

График – гипербола, ветви во II и IV четвертях.

$$y = -\frac{4}{x}$$

x	-2	-1	1	2
y	2	4	-4	-2

$$y = (x-1)^2$$

x	0	1	2
y	1	0	1

Из рисунка видно, что точка пересечения: $(-1; 4)$.

$$\text{Проверка: } \begin{cases} 4 = (-1-1)^2 \\ 4 = -\frac{4}{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4 = 4, \\ 4 = 4. \end{cases}$$

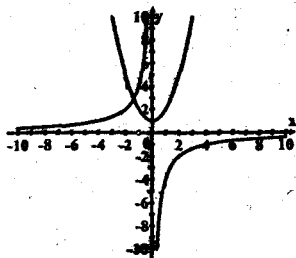
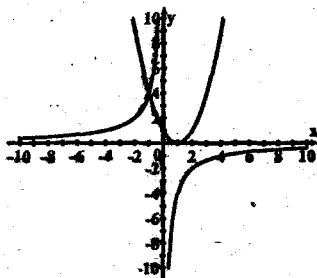
Ответ: $(-1; 4)$.

$$205.1. \begin{cases} xy = -4, \\ y - x^2 = 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -\frac{4}{x}, \\ y = x^2 + 1. \end{cases}$$

а) $y = -\frac{4}{x}$. График – гипербола, вет-

ви во II и IV четвертях.

б) $y = x^2 + 1$. График – парабола, ветви вверх.



$$y = -\frac{4}{x}$$

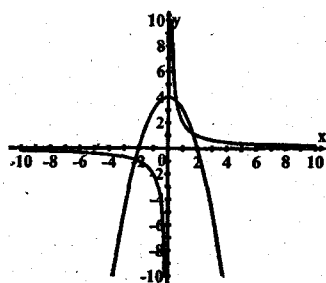
x	-2	-1	1	2
y	2	4	-4	-2

$$y = x^2 + 1$$

x	-1	0	1
y	2	1	2

Ответ: система уравнений имеет одно решение, исходя из рисунка.

205.2.



$$\begin{cases} xy = 2, \\ y + x^2 = 4; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = \frac{2}{x}, \\ y = -x^2 + 4. \end{cases}$$

а) $y = \frac{2}{x}$. График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях.

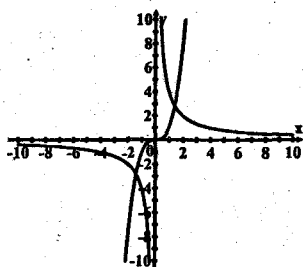
x	-2	-1	1	2
y	-1	-2	2	1

б) $y = -x^2 + 4$. График – парабола, ветви вниз.

x	-1	0	1
y	3	4	3

Из рисунка видно, что система имеет 3 решения.

Ответ: три решения.



$$206.1. \begin{cases} y = x^3, \\ yx = 4; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^3, \\ y = \frac{4}{x}. \end{cases}$$

а) $y = x^3$. График – кубическая парабола.

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

б) $y = 4/x$. График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях.

$y = 4/x$.

x	-2	-1	1	2
y	-2	-4	4	2

Из рисунка видно, что система имеет 2 решения.

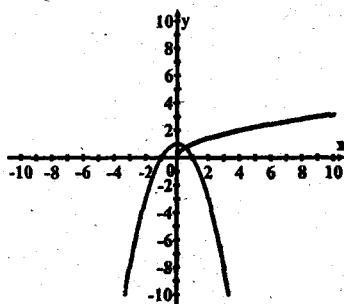
Ответ: два решения.

206.2. $\begin{cases} y = \sqrt{x}, \\ y = 1 - x^2. \end{cases}$ ОДЗ: $x \geq 0$ а) $y = \sqrt{x}$

x	0	1	4
y	0	1	2

б) $y = 1 - x^2$. График – парабола, ветви вниз.

x	-1	0	1
y	0	1	0



Исходя из рисунка система имеет 1 решение.

Ответ: одно решение.

207.1. $\sqrt{x} - 8 + 1,5x = 0$. ОДЗ: $x \geq 0$.

$\sqrt{x} = -1,5x + 8$. $y = \sqrt{x}$ и $y = -1,5x + 8$.

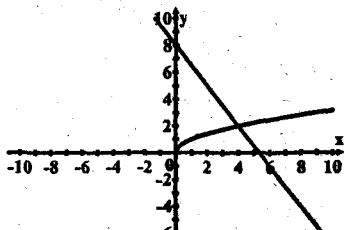
а) $y = \sqrt{x}$.

x	0	1	4
y	0	1	2

б) $y = -1,5x + 8$. График – прямая.

x	0	2	4
y	8	5	2

Исходя из рисунка: пересечение в точке (4; 2).



Ответ: $x = 4$.

207.2. $x^2 + \sqrt{x} - 2 = 0$. ОДЗ: $x \geq 0$.

$x^2 - 2 = -\sqrt{x}$.

$y = x^2 - 2$ и $y = -\sqrt{x}$.

а) $y = x^2 - 2$.

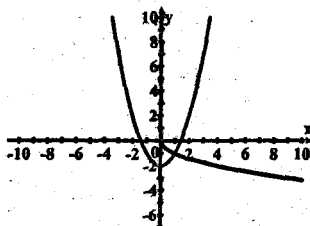
График – парабола, ветви вверх.

x	-1	0	1
y	-1	-2	-1

б) $y = -\sqrt{x}$.

x	0	1	4
y	0	-1	-2

По рисунку видно, что графики функций пересекаются в точке $(1; -1)$.



Ответ: $x = 1$.

208.1. $x^3 - x^2 + 2x - 1 = 0$.

$x^3 = x^2 - 2x + 1$, $x^3 = (x-1)^2$. $y = x^3$ и $y = (x-1)^2$.

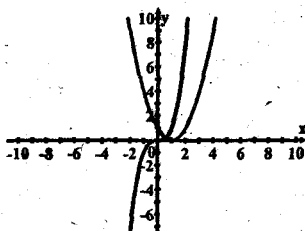
а) $y = x^3$. График – кубическая парабола.

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

б) $y = (x-1)^2$. График – парабола, ветви вверх.

x	0	1	2
y	1	0	1

Т. к. графики пересекаются в одной точке ($x \in (0; 1)$), то уравнение имеет одно решение.



Ответ: 0; 1.

$$208.2. x^3 + x^2 + 6x + 9 = 0$$

$$x^3 = -x^2 - 6x - 9,$$

$$x^3 = -(x+3)^2. y = x^3 \text{ и } y = -(x+3)^2.$$

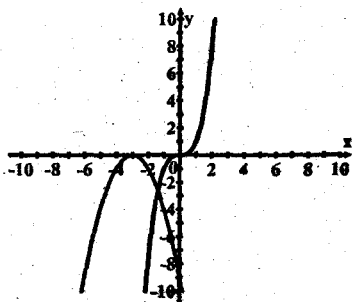
а) $y = x^3$. График – кубическая парабола.

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

б) $y = -(x+3)^2$. График – парабола, ветви вниз.

x	-4	-3	-2
y	-1	0	-1

Т. к. графики пересекаются в одной точке ($x \in (-2; -1)$), то уравнение имеет одно решение.



Ответ: -2; -1.

$$209.1. \frac{8}{x} + x^2 = 0. \frac{8}{x} = -x^2.$$

$$y = -x^2, y = \frac{8}{x}.$$

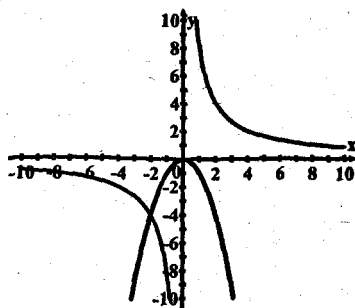
а) $y = -x^2$. График – парабола, ветви вниз.

x	-1	0	1
y	-1	0	-1

$$б) y = \frac{8}{x}.$$

График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях.

x	-4	-2	2	4
y	-2	-4	4	2



Из рисунка: $x = -2$.

Ответ: -2 .

209.2. $\sqrt{x} - x^2 = 0$; $\sqrt{x} = x^2$.

а) $y = x^2$.

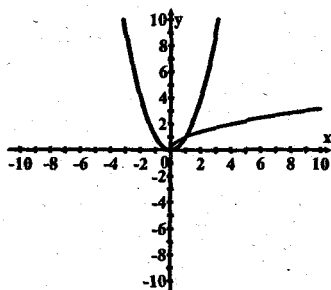
График – парабола, ветви вверх.

x	-1	0	1
y	1	0	1

б) $y = \sqrt{x}$.

x	0	1	4
y	0	1	2

Исходя из рисунка: графики пересекаются в точке $x = 1$.



Ответ: 1.

210.1. $\frac{3}{x} = 2x - x^2$. $y = \frac{3}{x}$ и $y = 2x - x^2$.

а) $y = \frac{3}{x}$. График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях

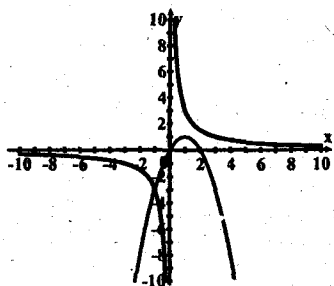
x	-3	-1	1	3
y	-1	-3	3	1

б) $y=2x-x^2$. График – парабола, ветви вниз

Вершина: $x_0 = \frac{-2}{-2} = 1$, а $y_0 = y(1) = 2 \cdot 1 - 1 = 1$.

x	0	1	2
y	0	1	0

Из рисунка: графики пересекаются в точке $x = -1$



Ответ: -1.

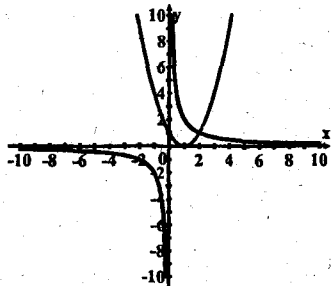
210.2. $\frac{2}{x} = (x-1)^2$. $y = \frac{2}{x}$ и $y = (x-1)^2$

а) $y = \frac{2}{x}$.

График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях

б) $y = (x-1)^2$.

График – парабола, ветви вверх.



$$y = \frac{2}{x}$$

x	1	-1	2	-2
y	2	-2	1	-1

$$y = (x-1)^2.$$

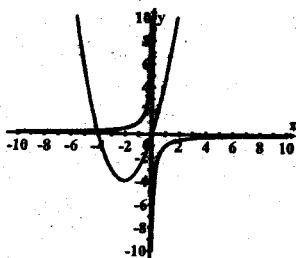
x	0	1	2
y	1	0	1

Из рисунка: графики пересекаются в точке $x=2$.

Ответ: 2.

$$211.1. x^2 + 4x + \frac{1}{x} = 0$$

$$x^2 + 4x = -\frac{1}{x}$$



а) $y = x^2 + 4x$ – парабола, ветви вверх.

x	0	-2	-4
y	0	-4	0

б) $y = -\frac{1}{x}$ – гипербола, ветви во II и IV координатных четвертях.

Из рисунка видно, что уравнение имеет один корень.

Ответ: один корень.

$$211.2. \frac{3}{x} - x^2 - 4x = 0.$$

$$\frac{3}{x} = x^2 + 4x. \quad y = \frac{3}{x} \text{ и } y = x^2 + 4x.$$

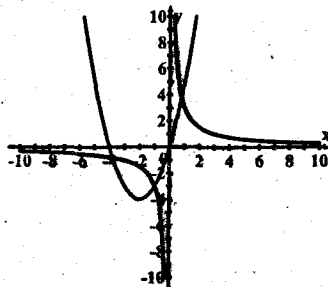
а) $y = \frac{3}{x}$.

График – гипербола, ветви в I и III координатных четвертях ($k=3, 3>0$).

x	-3	-1	1	3
y	-1	-3	3	1

б) $y = x^2 + 4x$. График – парабола, ветви вверх.

x	-3	-2	-1
y	-3	-4	-3



Из рисунка видно, что уравнение имеет 3 корня, т. к. графики пересекаются в 3 точках.

Ответ: уравнение имеет три корня.

212.1. $x^2 + 2x - 4 = \frac{3}{x}$. $y = -x^2 - 2x + 4$ и $y = -\frac{3}{x}$

а) $y = -x^2 - 2x + 4$. График – парабола, ветви вниз.

Вершина:

$$x_0 = \frac{2}{-2} = -1; y_0 = y(-1) = -(-1)^2 - 2(-1) + 4 = -1 + 2 + 4 = 5,$$

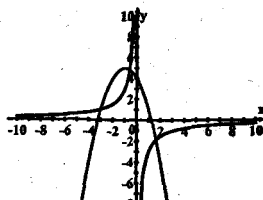
x	-2	-1	0
y	4	5	4

б) $y = -\frac{3}{x}$.

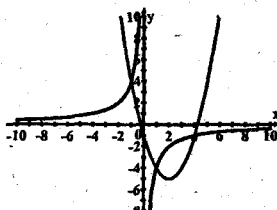
График – гипербола, ветви во II и IV координатных четвертях.

x	-3	-1	1	3
y	1	3	-3	-1

По рисунку видно, что графики данных функций пересекаются в трех точках, т. о. уравнение имеет 3 корня.



212.2. $x^2 - 4x - 1 - \frac{4}{x}$



а) $y = x^2 - 4x - 1$. График – парабола, ветви вверх.

$x_0 = \frac{4}{2} = 2$; $y_0 = -5$.

x	2	0	4
y	-5	-1	-1

б) $y = -\frac{4}{x}$.

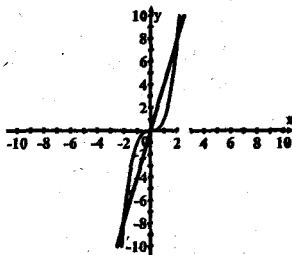
График – гипербола, ветви во II и IV координатных четвертях.

x	-4	1	-2	2
y	1	-4	2	-2

Из рисунка видно, что графики функций имеют три точки пересечения.

Ответ: уравнение имеет три корня.

213.1. $y = x^3$ и $y = 4x$.



а) $y = x^3$. График – кубическая парабола.

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

б) $y = 4x$. График – прямая.

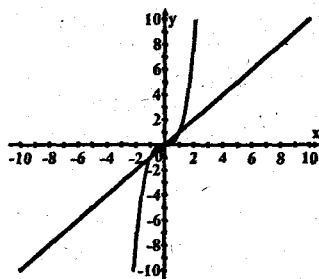
x	0	1
y	0	4

Исходя из рисунка:

$x^3 > 4x$ при $x \in (-2; 0) \cup (2; +\infty)$.

Ответ: $x \in (-2; 0) \cup (2; +\infty)$

213.2. $y = x^3$ и $y = x$.



а) $y = x^3$ График – кубическая парабола.

x	-2	-1	0	1	2
y	-8	-1	0	1	8

б) $y = x$. График – прямая.

x	0	1
y	0	1

Исходя из рисунка: $x > x^3$ при $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$

Ответ: $x \in (-\infty; -1) \cup (0; 1)$

214.1. а) за 5 мин. проехал 3 км, т. о. 1 км проехал за $\frac{5}{3}$ мин.

б) 3 км за 15 минут, а $15 \text{ (мин)} = \frac{1}{4}$ ч., т.о. $V = 3 \cdot 4 = 12 \text{ км/ч}$

214.2. а) за 45 минут – 3 км, т.о. 1 км – за 15 мин.

б) 3 км за 30 минут $\Rightarrow 6 \text{ км/ч}$.

215.1. а) на третьей 50-метровке

б) быстрее всего пловец проплыл первую 50-метровку — за 25 с, значит, его скорость была: $V = \frac{50}{25} = 2 \text{ м/с.} = 120 \text{ м/мин.}$

Ответ: а) на третьей; б) 120 м/мин.

215.2. а) Первый рейс — за 40 мин, второй — за 50 мин, третий за 50 мин, четвертый — за 30 мин. Значит, в четвертом рейсе паром плыл быстрее всего.

б) Время возвращения: $100 - 50 = 50 \text{ мин} = \frac{5}{6} \text{ ч.}$

Скорость: $V = \frac{8}{\frac{5}{6}} = 9,6 \text{ км/ч.}$

Ответ: а) в четвертом; б) 9,6 км/ч.

216.1. а) 50 см; б) в первый раз 25 (см/мин); во второй раз 2,5 (см/мин).

Ответ: в 10 раз.

216.2. а) 30 м;

б) в первый раз 5 м/10 с; во второй раз 10 м/10 с.

Ответ: в 2 раза.

217.1. а) через 20 мин.

б) катер за 85 мин, теплоход за 105 мин, значит, катер быстрее на 20 мин. в) катер; $\frac{30}{\frac{4}{6}} = 45 \text{ км/ч.}$

217.2. а) 65 мин. б) турист; 35 мин.

в) метеоролог; 3 км/ч от поселка к станции.

ЗАДАЧИ

218.1. Обозначим длину прямоугольного участка x м, а ширину y м, составим систему.

$$\begin{cases} x - 40 = y + 30, \\ xy = (x - 40)(y + 30); \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 40 = y + 30, \\ xy = (y + 30)(y + 30); \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = y + 70, \\ (y + 70)y = (y + 30)^2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y + 70, \\ y^2 + 70y = y^2 + 60y + 900; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = y + 70, \\ 10y = 900; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 160, \\ y = 90. \end{cases}$$

Т.о., длина выделенного участка равна 160 метров, а ширина – 90 метров, сторона квадратного участка: $160 - 40 = 120$ (м).

Ответ: 120 м.

218.2. Обозначим длину квадратного участка x м, тогда длина прямоугольного участка $x+12$ м, а ширина $x-10$ м.

$$(x+12)(x-10)=x^2.$$

$x^2+12x-10x-120=x^2$; $2x=120$; $x=60$. Т.о., сторона квадратного участка равна 60 метров.

Ответ: 60 м.

219.1. Обозначим длину первоначального участка – x м. Составим уравнение.

$$(x+10)(x-8)-x(x-10)=400; \quad x^2+2x-80-x^2+10x=400; \quad 12x=480; \quad x=40$$

Если $x=40$, то $(x+10)(x-8)=50 \cdot 32=1600$.

Ответ: площадь нового участка 1600 м^2 .

219.2. Пусть длина исходного участка x км, а ширина – y м. Составим систему.

$$\begin{cases} x - y = 25, \\ (x+5)(y+4) - xy = 300; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 + y, \\ (30 + y)(y + 4) - (25 + y)y = 300; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 25 + y, \\ y^2 + 34y + 120 - 25y - y^2 = 300; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 25 + y, \\ 9y = 180; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45, \\ y = 20. \end{cases}$$

$$(x+5)(y+4)=50 \cdot 24=1200.$$

Ответ: площадь образовавшегося строительного участка равна 1200 м^2 .

220.1. Предположим, заднее колесо сделало x оборотов. Составим уравнение.

$$3(x+20)=4,5x \Leftrightarrow 3x+60=4,5x \Leftrightarrow -1,5x=-60 \Leftrightarrow x=40$$

$$4,5x=4,5 \cdot 40=180.$$

Ответ: карета проехала расстояние в 180 метров.

220.2. Пусть длина окружности переднего колеса равна x м.

$$300x = 200(x + 1,6).$$

$$300x = 200(x + 1,6) \Leftrightarrow 300x = 200x + 320 \Leftrightarrow 100x = 320 \Leftrightarrow x = 3,2.$$

$$300x = 960.$$

Ответ: повозка проехала 960 метров.

221.1. Пусть в коробке лежат x одинаковых пачек печенья, а в коробку может поместиться y одинаковых пачек.

$$\begin{cases} x - 7 = \frac{1}{4}y, \\ x + \frac{3}{4}x = y + 1; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x - 28 = y, \\ 4x + 3x = 4y + 4; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4x - 28, \\ 7x = 4(4x - 28) + 4; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = 4x - 28, \\ 7x = 16x - 112 + 4; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 4x - 28, \\ -9x = -108; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 12, \\ y = 20. \end{cases}$$

Ответ: в коробке лежит 12 пачек печенья.

221.2. Предположим, в ведре было x литров воды.

$$x + 2 = \frac{2}{3}\left(\frac{1}{2}x + 7\right); \quad x + 2 = \frac{1}{3}x + \frac{14}{3};$$

$$3x + 6 = x + 14; \quad 2x = 8; \quad x = 4. \text{ Т.о., в ведре было 4 л воды.}$$

Ответ 4 литра.

222.1. Пусть токарь должен был работать x дней, тогда:

$$39(x - 6) - 24x = 21.$$

$$39(x - 6) - 24x = 21; \quad 39x - 234 - 24x = 21; \quad x = 17.$$

$$\text{Если } x = 17, \text{ то } 39(x - 6) = 39(17 - 6) = 39 \cdot 11 = 429.$$

Ответ: токарь изготовил 429 деталей.

222.2. Обозначим x – количество дней работы по плану, тогда фактически получилось $(x - 3)$ дня.

$$26(x - 3) - 19x = 20.$$

$$26(x - 3) - 19x = 20; \quad 26x - 78 - 19x = 20; \quad 7x = 98; \quad x = 14.$$

$$\text{Если } x = 14, \text{ то } 26(x - 3) = 26 \cdot 11 = 286.$$

Ответ: слесарь изготовил 286 втулок.

223.1. Обозначим x – количество деталей, которые нужно сделать по плану за 1 день, тогда:

$$20x - 13(x + 70) = 140.$$

$$20x - 13x - 910 = 140; \quad 7x = 1050; \quad x = 150.$$

$$\text{Если } x = 150, \text{ то } 20x = 20 \cdot 150 = 3000.$$

Ответ: бригада должна изготовить 3000 деталей.

223.2. Предположим, по плану нужно сделать x стульев в день, тогда: $10x - 7(x + 20) = 58$. $10x - 7x - 140 = 58$; $3x = 198$; $x = 66$.

$$\text{Если } x = 66, \text{ то } 10x = 10 \cdot 66 = 660.$$

Ответ: бригада должна была изготовить 660 стульев.

224.1. Предположим, до встречи с первым, второй велосипедист проехал x км, тогда:

$$\frac{3}{4}(36-x) - \frac{3}{4}x = 5; \quad 108 - 3x - 3x = 20, \quad 6x = 88, \quad x = 14\frac{2}{3}$$

Если $x = 14\frac{2}{3}$, то $18 - x = 18 - 14\frac{2}{3} = 3\frac{1}{3}$.

Ответ: встреча произошла на расстоянии $3\frac{1}{3}$ км от пункта В.

224.2. Обозначим скорость пешехода x км/ч и пройденное расстояние до встречи с велосипедистом y км, тогда:

$$\begin{cases} \frac{y}{x} = 0,6, \\ \frac{12-y}{x+10} = 0,6. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0,6x, \\ 12-y = 0,6(x+10); \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} y = 0,6x, \\ 12-y = 0,6x+6; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0,6x, \\ 12-y = y+6; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 0,6x, \\ -2y = -6; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x = 3 : 0,6, \\ y = 3; \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5, \\ y = 3. \end{cases}$$

Ответ: 3 км.

225.1. Обозначим путь, пройденный туристами в одном направлении x км, тогда: $\frac{x}{10} + \frac{x}{6} + 3 = 5$, $3x + 5x + 90 = 150$, $8x = 60$, $x = 7,5$.

Т.о., максимальное расстояние равно 7,5 км.

Ответ: расстояние равно 7,5 км.

225.2. Обозначим x – весь путь (в одну сторону) рыболова, тогда

$$\frac{x}{8} + \frac{x}{4} + 2 = 5 \Leftrightarrow x + 2x + 16 = 40 \Leftrightarrow 3x = 24 \Leftrightarrow x = 8.$$

Максимальное расстояние равно 8 км.

Ответ: 8 километров.

226.1. Пусть первый пешеход двигался со скоростью x км/ч, а второй – y км/ч, тогда:

$$\begin{cases} 4,5x + 2,5y = 30, \\ 3x + 5y = 30; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9x + 5y = 60, \\ 3x + 5y = 30; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = 30, \\ 5y = 30 - 3x; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 5, \\ 5y = 15; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5, \\ y = 3. \end{cases}$$

Ответ: первый пешеход идет со скоростью 5 км/ч, а второй – со скоростью 3 км/ч.

226.2. Пусть x – скорость велосипедиста, а y – скорость пешехода,

тогда: $\begin{cases} 2,5x + 1,5y = 36, \\ 2x + 3y = 36; \end{cases} \begin{cases} 5x + 3y = 72, \\ 2x + 3y = 36; \end{cases} \begin{cases} 3x = 36, \\ 3y = 36 - 2x; \end{cases} \begin{cases} x = 12, \\ y = 4. \end{cases}$

Ответ: скорость велосипедиста 12 км/ч, а пешехода – 4 км/ч.

227.1. Обозначим расстояние от лагеря до станции x км, тогда:

$$\frac{x}{15} - \frac{1}{2} = \frac{x}{40} + 2, \quad 8x - 60 = 3x + 240; \quad 5x = 300; \quad x = 60. \quad \frac{x}{15} - \frac{1}{2} = \frac{60}{15} - 0,5 = 3,5.$$

Ответ: расстояние от лагеря до станции равно 60 км, а до отправления поезда остается 3,5 ч.

227.2. Пусть расстояние равно x , тогда:

$$\frac{x}{5} - 1 = \frac{x}{10} + \frac{1}{2}, \quad 2x - 10 = x + 5; \quad x = 15. \quad \frac{x}{5} - 1 = \frac{15}{5} - 1 = 3 - 1 = 2.$$

Ответ: расстояние до стадиона равно 15 км; до начала матча осталось 2 ч.

228.1. Предположим, первый печник может сложить печь за x ч, а второй печник за y ч.

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{12}, \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{5}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = -\frac{2}{12} + \frac{1}{5}, \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{5}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{1}{30}, \\ \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = \frac{1}{5}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{1}{30}, \\ \frac{2}{x} = \frac{1}{10}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 30, \\ x = 20; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20, \\ y = 30. \end{cases}$$

Ответ: первый – за 20 часов, а второй – за 30 часов.

228.2. Пусть время работы I бригады – x дней, а II – y дней, тогда:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{8}, \\ \frac{3}{x} + \frac{12}{y} = \frac{3}{4}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{9}{y} = \frac{3}{8}, \\ \frac{3}{x} = \frac{3}{4} - \frac{12}{y}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{y} = \frac{1}{24}, \\ \frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{4}{y}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 24, \\ \frac{1}{x} = \frac{1}{4} - \frac{1}{6}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} y = 24 \\ \frac{1}{x} = \frac{1}{12}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12, \\ y = 24. \end{cases}$$

Ответ: первая бригада может закончить уборку урожая за 12 дней, а вторая – за 24 дня.

229.1. Обозначим время работы I мастера – x , а II – y , тогда:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{6}, \\ \frac{9}{x} + \frac{4}{y} = 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{1}{y}, \\ \frac{9}{6} - \frac{9}{y} + \frac{4}{y} = 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{1}{y}, \\ -\frac{5}{y} = 1 - \frac{9}{6}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{6} - \frac{1}{10}, \\ -\frac{1}{y} = -\frac{3}{30}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{15}, \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{10}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15, \\ y = 10. \end{cases}$$

Ответ: первый мастер может выполнить заказ за 15 часов, а второй – за 10 часов.

229.2. Пусть время всей работы I машины – x мин., а II – y мин., тогда:

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{20}, \\ \frac{25}{x} + \frac{16}{y} = 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{20} - \frac{1}{y}, \\ \frac{25}{20} - \frac{25}{y} + \frac{16}{y} = 1; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{20} - \frac{1}{y}, \\ -\frac{9}{y} = 1 - \frac{5}{4}; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{20} - \frac{1}{y}, \\ -\frac{9}{y} = -\frac{1}{4}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{20} - \frac{1}{36}, \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{36}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{1}{x} = \frac{1}{45}, \\ \frac{1}{y} = \frac{1}{36}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 45, \\ y = 36. \end{cases}$$

Ответ: первая машина может расчистить каток за 45 минут, а вторая – за 36 минут.

230.1. Обозначим количество учащихся в первой школе x , тогда.

$$1,1x + 1,2(1500 - x) = 1720; 1,1x + 1800 - 1,2x = 1720;$$

$$0,1x = 80; x = 800. 1500 - x = 700.$$

Ответ: в первой школе первоначально было 800 учащихся, а во второй – 700 учащихся.

230.2. Пусть в первом селе проживало x человек, а во втором – y человек, тогда:

$$\begin{cases} x + y = 900, \\ 0,9x + 0,7y = 740; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 900 - y, \\ 0,9(900 - y) + 0,7y = 740; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x = 900 - y, \\ 810 - 0,2y = 740; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 550, \\ y = 350. \end{cases}$$

Ответ: первоначально в первом селе было 550 жителей, во втором – 350.

231.1. Обозначим количество женщин – x человек, а мужчин – y человек, тогда:

$$\begin{cases} x+y=1100, \\ 1,3x+0,8y=1130; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1100-y, \\ 1,3(1100-y)+0,8y=1130; \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x=1100-y, \\ 1430-0,5y=1130; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1100-y, \\ -0,5y=-300; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=500, \\ y=600. \end{cases}$$

$$1,3x=650, \text{ а } 0,8y=480.$$

Ответ: в этом году в пансионате отдыхали 650 женщин и 480 мужчин.

231.2. Пусть в I-ой партии было x депутатов, тогда:

$$1,12x-0,8(60-x)=56; 1,12x+48-0,8x=56; 0,32x=8 \quad x=25.$$

$$60-x=60-25=35, 1,12x=28 \text{ и } 0,8(60-x)=0,8 \cdot 35=28.$$

Ответ: после выборов в городской думе оказалось по 28 депутатов от каждой партии.

232.1. Предположим, за Володина — x голосов, тогда:

$$\text{Володин} - x; \text{ Борисов} - 4\left(\frac{2}{3}x + x\right); \text{ Алексеев} - \frac{2}{3}x;$$

$$x + \frac{20}{3}x + \frac{2}{3}x - 100\%; \quad x_1 = -24; \quad y = \frac{20}{3}x \cdot 100 \cdot \frac{3}{25x} = 80$$

Ответ: 80%.

232.2. Предположим, за Григорьева — x голосов;

$$\text{Григорьев} - x; \text{ Дмитриев} - x_1 = -24; \text{ Елисеев} - \frac{120}{x+3};$$

$$12x + x + \frac{x}{3} - 100\%; \quad 12x - y\%; \quad \frac{120}{x}$$

Ответ: 90%.

233.1. Предположим, участок горизонтального пути составляет x км, а наклонного y км, тогда:

$$\frac{x}{12} + \frac{y}{8} = 1, \quad \Leftrightarrow \quad x_1 = -15; \quad x_2 = 12$$

$$\frac{x}{12} + \frac{y}{15} = \frac{23}{30};$$

$$\frac{20}{x} - \frac{20}{x+1} = 1 \quad \begin{cases} x = 6, \\ y = 4. \end{cases}$$

$$x-y=10 \text{ км.}$$

Ответ: расстояние от поселка до озера равно 10 км.

233.2. Пусть путь в гору — x км, а под гору — y км, тогда на обратном пути будет наоборот. Составим систему.

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 1\frac{2}{3}, \\ \frac{x}{6} + \frac{y}{3} = 2\frac{1}{3}; \end{cases} \Leftrightarrow \frac{80}{x} - \frac{80}{x+10} = \frac{4}{15} \cdot \frac{D}{4}$$

$$\begin{cases} y = 10 - 2x, \\ -3x = -6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ y = 6. \end{cases}$$

Ответ: 8 километров.

234.1. Предположим, за 1 час грузчики предполагали разгрузить

$$x \text{ ящиков, тогда: } \frac{160}{x} - \frac{160}{x+12} = 3.$$

$$160(x+12) - 160x = 3x(x+12); 160x + 1920 - 160x = 3x^2 + 36x;$$

$$x^2 + 12x - 640 = 0; \frac{D}{4} = 36 + 640 = 676 = 26^2,$$

$$x_1 = 20; x_2 = -32, \text{ но } x > 0. x(x+12) = 20 \cdot 32 = 640, x+12 = 32$$

Ответ: грузчики разгружали по 32 ящика в час.

234.2. Пусть x стр. в день машинистка фактически набирала, тогда:

$$200x - 200(x-5) = 2x(x-5); 100x - 100x + 500 = x^2 - 5x; x^2 - 5x - 500 = 0,$$

$$D = 25 + 2000 = 2025 = 45^2; x_1 = -20; x_2 = 25, \text{ но } x > 0.$$

$$x(x-5) = 25 \cdot 20 = 500.$$

Ответ: машинистка печатала по 25 страниц в день.

235.1. Обозначим x л горючего в час — расход 2-го трактора, тогда $(x-1)$ л. — 1-го трактора. Составим уравнение:

$$\frac{84}{x-1} - \frac{84}{x} = 2; x^2 - x = 42x - 42x + 42; x^2 - x - 42 = 0;$$

$$x_1 = \frac{1-13}{2} = -6, \text{ но } x > 0. x_2 = \frac{1+13}{2} = 7. x-1 = 6.$$

Ответ: 6л. — первый трактор; 7л. — второй трактор.

235.2. Пусть x костюмов в день изготовляло 2-ое ателье, тогда 1-ое ателье изготовляло $(x+2)$ костюма в день.

$$\frac{126}{x} - \frac{126}{x+2} = 4; 63x + 126 - 63x = 2x^2 + 4x;$$

$$2x^2 + 4x - 126 = 0; x^2 + 2x - 63 = 0; x_1 = -9, \text{ но } x > 0. x_2 = 7.$$

Ответ: 9 костюмов — первое ателье; 7 костюмов — второе ателье.

236.1. Пусть x — по плану должна шить швея за 1 день, тогда:

$$60(x+2) - 56x = 4x(x+2); 60x + 120 - 56x = 4x^2 + 8x;$$

$$4x^2 + 4x - 120 = 0; x^2 + x - 30 = 0; x_1 = -6, x_2 = 5, \text{ но } x > 0.$$

$$x+2 = 7.$$

Ответ: швеяшила 7 сумок в день.

236.2. Пусть по плану надо обрабатывать x деталей за час, тогда:

$$\frac{80}{x} - \frac{84}{x+2} = 1; 80(x+2) - 84x = x(x+2); 80x + 160 - 84x = x^2 + 2x;$$

$$x^2 + 6x - 160 = 0; \frac{D}{4} = 9 + 160 = 169 = 13^2,$$

$$x_1 = -3 - 13 = -16; x_2 = -3 + 13 = 10, \text{ но } x > 0.$$

$$x+2=12 \text{ и } x(x+2)=120 \neq 0.$$

Ответ: токарь обрабатывал 12 деталей в час.

237.1. Пусть по плану надо делать x деталей в день, тогда:

$$\frac{216}{x} - 3 - \frac{232 - 3x}{x+8} = 1; 216(x+8) - 232x + 3x^2 = 4x(x+8);$$

$$x^2 + 48x - 1728 = 0; \frac{D}{4} = 24^2 + 1728 = 2304.$$

$$x_1 = -72; x_2 = 24, \text{ но } x > 0. x+8=32; x(x+8)=24 \cdot 32 \neq 0.$$

Ответ: бригада стала изготавливать в день 32 детали.

237.2. Пусть надо изготавливать по плану x машин в час, тогда:

$$\frac{160}{x} - \left(\frac{155 - 2x}{x+3} + 2 \right) = 1; 160(x+3) - (155 - 2x)x = 3x(x+3);$$

$$160x + 480 - 155x + 2x^2 = 3x^2 + 9x; x^2 + 4x - 480 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 2^2 + 480 = 484 = 22^2,$$

$$x_2 = 20. x_1 = -24, \text{ но } x > 0. \Rightarrow x = 20.$$

Ответ: по плану на заводе должны выпускать по 20 автомобилей в час.

238.1. Обозначим скорость второго велосипедиста x км/ч.

$$\frac{120}{x} - \frac{120}{x+3} = 2; \frac{60}{x} - \frac{60}{x+3} = 1; 60(x+3) - 60x = x(x+3);$$

$$60x + 180 - 60x = x^2 + 3x; x^2 + 3x - 180 = 0;$$

$$D = 9 + 4 \cdot 180 = 9 + 720 = 729, x_1 = -15; x_2 = 12, \text{ но } x > 0.$$

$$(x+3)=15, x(x+3)=12 \cdot 15=180.$$

Ответ: скорость первого велосипедиста – 15 км/ч, а скорость второго – 12 км/ч.

238.2. Предположим, II-ой пешеход идет со скоростью x км/ч, то-

$$\text{гда: } \frac{20}{x} - \frac{20}{x+1} = 1; 20(x+1) - 20x = x(x+1);$$

$$20x+20-20x=x^2+x; x^2+x-20=0; x_1=-5; x_2=4, \text{ но } x>0.$$

$$v(x+1)-4 \cdot 5=20, x+1=5.$$

Ответ: скорости пешеходов равны 5 км/ч и 4 км/ч.

239.1. Пусть велосипедист ехал со скоростью x км/ч, тогда:

$$\frac{48}{x-3} = \frac{4}{5} + \frac{48}{x}; 48 \cdot 5x = 4x(x-3) + 48 \cdot 5 \cdot (x-3);$$

$$240x = 4x^2 - 12x + 240x - 720; 4x^2 - 12x - 720 = 0; x^2 - 3x - 180 = 0;$$

$$D=9+720=729. x_1=-12; x_2=15, \text{ но } x>0.$$

$$\text{Если } x=15, \text{ то } x(x-3)=15 \cdot 12=180.$$

Ответ: велосипедист ехал со скоростью 15 км/ч.

239.2. Пусть скорость поезда по расписанию x км/ч, тогда:

$$\frac{80}{x} - \frac{80}{x+10} = \frac{4}{15};$$

$$20 \cdot 15(x+10) - 20 \cdot 15 \cdot x = x(x+10); 300x + 3000 - 300x = x^2 + 10x;$$

$$x^2 + 10x - 3000 = 0; \frac{D}{4} = 25 + 3000 = 3025,$$

$$x_1 = -60; x_2 = 50, \text{ но } x>0. 15x(x+10) = 15 \cdot 50 \cdot 60 = 45000.$$

Ответ: поезд должен двигаться по расписанию со скоростью 50 км/ч.

240.1. Обозначим скорость автобуса – x км/ч, тогда:

$$\frac{25}{x} - \left(\frac{25}{1,2x} + \frac{1}{30} \right) = \frac{1}{20}; 300 - 250 = x; x = 50. 1,2x = 60.$$

Ответ: скорость автомобиля 60 км/ч, а скорость автобуса 50 км/ч.

240.2. Обозначим скорость второго автомобиля x км/ч, тогда

$$\frac{80}{x} - \frac{80}{1,5x} = \frac{1}{3}; \frac{80 \cdot 3x}{x} - \frac{80 \cdot 3x}{1,5x} = \frac{3x}{3}; 240 - 160 = x; x = 80. 1,5x = 120.$$

Ответ: скорость второго автомобиля равна 80 км/ч, первого – 120 км/ч.

241.1. Пусть скорость грузового автомобиля – x км/ч, тогда:

$$\frac{30}{x} - \frac{30}{x+20} = \frac{1}{4}; 120(x+20) - 120x = x(x+20);$$

$$120x + 2400 - 120x = x^2 + 20x; x^2 + 20x - 2400 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 100 + 2400 = 2500 = 50^2, x_1 = -60; x_2 = 40, \text{ но } x>0.$$

$$\text{Если } x=40, \text{ то } x+20=60.$$

Ответ: скорость легкового автомобиля равна 60 км/ч.

241.2. Пусть скорость второго пешехода x км/ч.

$$\frac{4}{x-1} - \frac{4}{x} = \frac{1}{5}. 20x - 20(x-1) = x(x-1); 20x - 20x + 20 = x^2 - x; x^2 - x - 20 = 0;$$

$$D=1+80=81=9^2; x_1=-4; x_2=5, \text{ но } x>0.$$

Ответ. скорость второго пешехода равна 5 км/ч.

242.1. Пусть скорость пешехода, идущего из В в А равна x , тогда:

$$18x+x(x+1)=20(x+1); 18x+x^2+x-20x-20=0;$$

$$x^2-x-20=0; x_1=-4; x_2=5, \text{ но } x>0.$$

$$x-1=6$$

Ответ скорость движения одного пешехода равна 6 км/ч, а скорость другого – 5 км/ч.

242.2. Пусть скорость пешехода, идущего из В в А равна x , тогда:

$$\frac{10}{x} - \frac{24}{x+8} = \frac{1}{2};$$

$$20(x-8)-48x=x(x+8);$$

$$20x-160-48x=x^2+8x; x^2+8x+28x-160=0; x^2+36x-160=0;$$

$$\frac{D}{4} = 18^2 + 160 = 484 = 22^2$$

$$x_1=-40; x_2=4; \text{ но } x>0.$$

$$x-8=12.$$

Ответ скорость велосипедиста равна 12 км/ч, а скорость пешехода – 4 км/ч.

243.1. Предположим, до остановки автобус двигался со скоростью x км/ч, тогда: –

$$\frac{40}{x} - \frac{40}{x+20} = \frac{1}{6}; 240(x+20)-240x=x^2+20x;$$

$$240x+4800-240x=x^2+20x; x^2+20x-4800=0;$$

$$\frac{D}{4} = 100 + 4800 = 4900 = 70^2,$$

$$x_1=-80; x_2=60; \text{ но } x>0.$$

Ответ Первую половину пути автобус проехал со скоростью 60 км/ч.

243.2. Пусть первую половину пути лыжник проехал со скоростью x км/ч, тогда:

$$\frac{5}{x} - \frac{5}{x+10} = \frac{1}{4};$$

$$20(x-10)-20x=x(x+10); 20x+200-20x=x^2+10x;$$

$$x^2+10x-200=0; x_1=-20; x_2=10, \text{ но } x>0.$$

Ответ первоначальная скорость лыжника равна 10 км/ч.

244.1. Обозначим скорость течения реки x км/ч, тогда

$$15(8-x)+15(8+x)=4(8+x)(8-x);$$

$$15 \cdot 8 - 15x + 15 \cdot 8 + 15x = 4 \cdot 64 - 4x^2; 4x^2 - 4 \cdot 64 + 240 = 0;$$

$$x^2 - 64 + 60 = 0; x^2 = 4; x = \pm 2, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: скорость течения реки равна 2 км/ч.

244.2. Пусть собственная скорость лодки x км/ч, тогда:

$$\frac{45}{x+2} + \frac{45}{x-2} = 14; 45(x-2) + 45(x+2) = 14(x^2 - 4);$$

$$45x - 90 + 45x + 90 = 14x^2 - 56; 14x^2 - 90x - 56 = 0;$$

$$7x^2 - 45x - 28 = 0; D = 45^2 - 4 \cdot 7 \cdot (-28) = 2025 + 784 = 2809,$$

$$x_1 = \frac{45 - 53}{14} = -\frac{4}{7}; x_2 = \frac{45 + 53}{14} = 7, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: собственная скорость лодки равна 7 км/ч.

245.1. Пусть скорость течения $-x$ км/ч, тогда:

$$\frac{20}{20+x} + \frac{20}{20-x} + \frac{5}{12} = 2,5; \frac{20}{20+x} + \frac{20}{20-x} = 2\frac{6}{12} - \frac{5}{12};$$

$$12 \cdot 20(20-x) + 12 \cdot 20(20+x) = 25(20-x)(20+x);$$

$$4 \cdot 12(20-x) + 4 \cdot 12(20+x) = 5(400 - x^2);$$

$$48(20-x+20+x) = 5(400 - x^2);$$

$$48 \cdot 8 = 400 - x^2;$$

$$x^2 = 16; x = \pm 4, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: скорость течения реки равна 4 км/ч.

245.2. Пусть собственная скорость лодки равна x км/ч, тогда:

$$\frac{21}{x+2} + \frac{21}{x-2} + \frac{2}{5} = 4; \frac{21}{x+2} + \frac{21}{x-2} = \frac{18}{5};$$

$$35(x-2) + 35(x+2) = 6(x^2 - 4);$$

$$35(x-2+x+2) = 6x^2 - 24;$$

$$70x = 6x^2 - 24;$$

$$3x^2 - 35x - 12 = 0;$$

$$D = 35^2 + 12^2 = 1225 + 144 = 1369 = 37^2;$$

$$x_1 = \frac{35 - 37}{6} = -\frac{1}{3}; x_2 = \frac{72}{6} = 12, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: собственная скорость лодки равна 12 км/ч.

246.1. Пусть скорость I-ого велосипедиста $-x$ км/ч, а II-го $-y$ км/ч, тогда:

$$\begin{cases} x+y=27, \\ \frac{27}{x}-\frac{27}{y}=\frac{9}{20}, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=27, \\ \frac{3}{x}-\frac{3}{y}=\frac{1}{20}, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=27-y, \\ \frac{3}{27-y}-\frac{3}{y}=\frac{1}{20}. \end{cases}$$

$$60y-60(27-y)=y(27-y); 60y-1620+60y=27y-y^2;$$

$$y^2+93y-1620=0; D=93^2+4\cdot 1620=8649+6480=15129,$$

$$y_1=\frac{-93-123}{2}=-108;$$

$$y_2=\frac{-93+123}{2}=15, \text{ но } y>0.$$

Ответ: скорости велосипедистов равны 12 км/ч и 15 км/ч.

246.2. Пусть скорость I-го туриста — x км/ч,

а II-го туриста — y км/ч,

тогда:

$$\begin{cases} x+y=50, \\ \frac{50}{y}-\frac{50}{x}=\frac{5}{6}, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=50-y, \\ \frac{10}{y}-\frac{10}{50-y}=\frac{1}{6}, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x=50-y, \\ 60(50-y)-60y=y(50-y), \Leftrightarrow \\ xy \neq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=50-y, \\ 3000-60y-60y-50y+y^2=0, \Leftrightarrow \\ xy \neq 0; \end{cases} \begin{cases} x=50-y, \\ y^2-170y+3000=0, \\ xy \neq 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=50-y, \\ \begin{cases} y=20, \\ y=150, \\ xy \neq 0; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=30, \\ y=20, \\ x=-100, \\ y=150. \end{cases}$$

но $x>0$.

Ответ: туристы двигались со скоростью 30 км/ч и 20 км/ч.

247.1. Пусть скорость I-ого пешехода — x км/ч, а второго — y км/ч,

тогда:

$$\begin{cases} 2,5x+2,5y=25, \\ \frac{25}{y}-\frac{25}{x}=\frac{25}{12}, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=10, \\ \frac{1}{y}-\frac{1}{x}=\frac{1}{12}, \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x=10-y, \\ \frac{1}{y} - \frac{1}{10-y} = \frac{1}{12}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10-y, \\ 12(10-y) - 12y = y(10-y), \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} x=10-y, \\ 120-12y-12y=10y-y^2, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=10-y, \\ y^2-34y+120=0, \end{cases}$$

по т. Виета $\begin{cases} x=10-y, \\ y=4, \\ y=30, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=6, \\ y=4, \\ x=-20, \\ y=30. \end{cases}$

Ответ: пешеходы двигались со скоростью 6 км/ч и 4 км/ч соответственно.

247.2. Пусть скорость I-ого велосипедиста — x км/ч, а II-ого — y км/ч, тогда:

$$\begin{cases} 1,5x + 1,5y = 45, \\ \frac{45}{y} - \frac{45}{x} = 2\frac{1}{4}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y=30, \\ \frac{45}{y} - \frac{45}{x} = \frac{9}{4}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=30-y, \\ \frac{5}{y} - \frac{5}{30-y} = \frac{1}{4}; \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x=30-y, \\ 20(30-y) - 20y = y(30-y); \end{cases} \begin{cases} x=30-y, \\ 600 - 20y - 20y = 30y - y^2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=30-y, \\ y^2 - 70y + 600 = 0; \end{cases} \begin{cases} x=30-y, \\ \begin{cases} y=10, \\ y=60; \end{cases} \end{cases} \begin{cases} x=20, \\ y=10, \\ x=-30, \\ y=60. \end{cases}, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: скорость велосипедистов равны 20 км/ч и 10 км/ч.

248.1. Пусть скорость плота равна x км/ч, тогда:

$$\frac{18}{8+x} + \frac{2}{8-x} = \frac{8}{x}; \quad \frac{9}{8+x} + \frac{1}{8-x} = \frac{4}{x};$$

$$9x(8-x) + x(8+x) = 4(8-x)(8+x); \quad 72x - 9x^2 + 8x + x^2 = 4(64 - x^2);$$

$$20x - 2x^2 - 64 + x^2 = 0; \quad -x^2 + 20x - 64 = 0;$$

$$x^2 - 20x + 64 = 0;$$

$$D=400-256=144, \quad x_1 = \frac{20-12}{2} = 4,$$

$$x_2 = \frac{20+12}{2} = 16, \text{ но если } x=16, \text{ то } 8-x < 0, \text{ т. о. } x=16 \text{ не подходит.}$$

Ответ: скорость течения реки равна 4 км/ч.

248.2. Пусть скорость плота x км/ч, тогда:

$$\frac{30}{18+x} + \frac{8}{18-x} = \frac{4}{x}. \text{ ОДЗ: } x \neq \pm 18, x \neq 0. \quad \frac{30}{18+x} + \frac{8}{18-x} = \frac{4}{x},$$

$$15x(18-x) + 4x(18+x) = 2(18-x)(18+x),$$

$$270x - 15x^2 + 72x + 4x^2 = 648 - 2x^2,$$

$$-11x^2 + 342x = 648 - 2x^2, \quad 9x^2 - 342x + 648 = 0,$$

$$x^2 - 38x + 72 = 0, \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2, \\ x = 36. \end{cases} \quad x \neq 36, \text{ т. к. } 18 - 36 < 0.$$

Ответ: скорость течения реки равна 2 км/ч.

249.1. Предположим, первая копировальная машина выполнит всю работу за x мин. Обозначим всю работу за 1.

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} = \frac{1}{10}, \quad 10(x+15) + 10x = x(x+15), \text{ ОДЗ: } x \neq 0, x \neq -15.$$

$$10x + 150 + 10x = x^2 + 15x, \quad x^2 - 5x - 150 = 0,$$

$$\begin{cases} x = 15, \\ x = -10, \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15, \\ x = -10, \end{cases} \text{ но } x > 0.$$

Ответ: первая машина может выполнить работу за 15 минут, а вторая за 30 минут.

249.2. Предположим, первая копировальная машина может выполнить всю работу за x минут. Обозначим всю работу за 1.

$$\frac{20}{x} + \frac{20}{x+30} = 1; \quad 20(x+30) + 20x = x(x+30);$$

$$20x + 600 + 20x = x^2 + 30x; \quad x^2 - 10x - 600 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 25 + 600 = 625; \quad x_1 = -20; x_2 = 30, \text{ но } x > 0. \quad x + 30 = 60.$$

Ответ: первая машина может выполнить всю работу за 30 минут, а вторая за 1 час.

250.1. Пусть 1 грузовик выполняет всю работу за x , тогда

$$\frac{4}{x} + \frac{4}{x+6} = 1.$$

$$4(x+6) + 4x = x(x+6),$$

$$\text{ОДЗ: } x \neq 0, x \neq -6.$$

$$4x + 24 + 4x = x^2 + 6x, \quad x^2 - 2x - 24 = 0,$$

$$x^2 - 2x + 1 - 25 = 0, \quad (x-1)^2 - 25 = 0,$$

$$(x-6)(x+4)=0, \Leftrightarrow \begin{cases} x=6, \\ x=-4. \end{cases} \text{ но } x > 0.$$

Ответ: первый грузовик перевезет зерно, работая один, за 6 часов, а второй – за 12 часов.

250.2. Обозначим всю работу, выполняемую кранами, за единицу

Пусть время выполнения всей работы 2-м краном – x_2 , тогда.

$$\frac{6}{x-9} + \frac{6}{x} = 1, \quad \frac{6}{x-9} + \frac{6}{x} = 1, \text{ ОДЗ: } x \neq 9, x \neq 0.$$

$$6x + 6x - 54 = x^2 - 9x, \quad x^2 - 21x + 54 = 0, \quad \begin{cases} x = 18, \\ x = 3. \end{cases}$$

но $x \neq 3$, т. к. $3-9 < 0$

Если $x=18$, то $x-9=9$.

Ответ: первый кран, работая один, может разгрузить баржу за 9 часов, а второй за 18 часов.

251.1. Предположим, первый завод, выполнит весь заказ за x дней, работая один, тогда:

$$\frac{24}{x} + \frac{24}{x-4} = 5 \Leftrightarrow 24(x-4) + 24x = 5x(x-4), \text{ ОДЗ: } x \neq 0, x \neq 4$$

$$48x - 96 = 5x^2 - 20x, \Leftrightarrow 5x^2 - 68x + 96 = 0, \quad x(x-4) \neq 0, \quad \begin{cases} x = 1,6 \\ x = 12. \end{cases}$$

$$5x^2 - 68x + 96 = 0, \quad \frac{D}{4} = 34^2 - 5 \cdot 96 = 1156 - 480 = 676;$$

$$x_1 = \frac{34-26}{5} = \frac{8}{5} = 1,6, \quad x_2 = \frac{34+26}{5} = 12.$$

$x \neq 1,6$, т. к. $1,6-4 < 0$.

Ответ: первый завод может выполнить заказ за 8 дней, а второй за 12 дней.

251.2. Обозначим объем заполняемого бака за единицу. Пусть время наполнения бака 1-й трубой равно x мин., тогда:

$$\frac{8}{x} + \frac{8}{x+10} = \frac{2}{3}; \quad \frac{8}{x} + \frac{8}{x+10} = \frac{2}{3} \quad 24(x+10) + 24x = 2x(x+10),$$

ОДЗ: $x > 0$.

$$12x + 120 + 12x = x^2 + 10x, \quad x(x+10) \neq 0,$$

$$x^2 - 14x - 120 = 0, \quad x(x+10) \neq 0;$$

$x = -6$, $x = 20$, но $x > 0$. Если $x = 20$, $x+10 = 30$.

Ответ: первая труба может заполнить бак за 20 минут, а вторая труба – за 30 минут.

252.1. Обозначим всю работу, выполняемую каменщиками за единицу. Пусть время работы 2-ого каменщика — x дней, тогда:

$$\frac{14}{x+6} + \frac{11}{x} = 1,$$

$$14x + 11(x+6) = x(x+6),$$

ОДЗ: $x > 0$.

$$14x + 11x + 66 = x^2 + 6x, \quad x^2 - 19x - 66 = 0,$$

$$\begin{cases} x = -3, \\ x = 22. \end{cases}, \text{ но } x > 0.$$

Если $x=22$, то $x+6=28$.

Ответ: первый каменщик может построить стену за 28 дней, а второй — 22 дня.

252.2. Пусть 1-ая машинистка делает всю работу за x ч., а 2-ая — за y ч., тогда:

$$\frac{15}{x} + \frac{8}{x+7} = 1; \quad 15(x+7) + 8x = x(x+7),$$

$$15x + 105 + 8x = x^2 + 7x,$$

$$\text{ОДЗ: } x > 0. \quad x^2 - 16x - 105 = 0, \quad \begin{cases} x = -5, \\ x = 21. \end{cases}$$

но $x > 0$.

Если $x=21$,

то $x+7=28$.

Ответ: первая машинистка могла бы перепечатать всю рукопись, работая одна, за 21 день, а вторая — за 28 дней.

253.1. Пусть объем бассейна равен единице. Пусть 1-ая труба заполняет бассейн за x ч., а 2-ая — за y ч., тогда:

$$\begin{cases} \frac{4}{x} + \frac{4}{y} = 1, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4y + 4x = xy, \\ x + y = 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4(18-x) + 4x = x(18-x), \\ y = 18-x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 72 - 4x + 4x = 18x - x^2, \\ y = 18-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 18x + 72 = 0, \\ y = 18-x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 6, \\ x = 12, \\ y = 18-x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6, \\ y = 12, \\ x = 12, \\ y = 6. \end{cases}$$

Ответ: одна из труб может наполнить бассейн за 12 часов, а вторая – за 6 часов.

253.2. Обозначим всю работу, которую выполняют машины, за единицу. Пусть 1-ая машина выполняет всю работу за x ч., а 2-ая – за y ч., тогда:

$$\begin{cases} \frac{12}{x} + \frac{12}{y} = 1, \\ \frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12y + 12x = xy, \\ x + y = 50 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12(50 - x) + 12x = x(50 - x), \\ y = 50 - x \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 600 - 12x + 12x = 50x - x^2, \\ y = 50 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 50x + 600 = 0, \\ y = 50 - x \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 20, \\ x = 30, \\ y = 50 - x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 20, \\ y = 30, \\ x = 30, \\ y = 20. \end{cases}$$

Ответ: одна из машин могла бы очистить от снега всю площадь за 20 часов, а другая – за 30 часов.

254.1. Пусть одна сторона прямоугольника равна x см, тогда вторая – $17 - x$ см.

$$x^2 + (17 - x)^2 = 13^2,$$

$$x^2 + (17 - x)^2 = 13^2; x^2 + 289 - 34x + x^2 = 169; 2x^2 - 34x + 120 = 0;$$

$$x^2 - 17x + 60 = 0; x_1 = 5 \text{ или } x_2 = 12.$$

Ответ: стороны прямоугольника равны 5 см и 12 см.

254.2. Обозначим длины катетов прямоугольного треугольника x см и y см.

$$\begin{cases} x + y = 28, \\ x^2 + y^2 = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 - y, \\ (28 - y)^2 + y^2 = 400 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 - y, \\ 784 - 56y + y^2 + y^2 = 400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 - y, \\ 2y^2 - 56y + 384 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 - y, \\ y^2 - 28y + 192 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 28 - y, \\ y = 12, \\ y = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16, \\ y = 12, \\ x = 12, \\ y = 16. \end{cases}$$

Ответ: длины катетов прямоугольного треугольника равны 12 см и 16 см.

255.1. Обозначим длину меньшего из катетов прямоугольного треугольника x см, $x^2 + (x+2)^2 = 10^2$; $x^2 + x^2 + 4x + 4 = 100$; $2x^2 + 4x - 96 = 0$; $x^2 + 2x - 48 = 0$.

$x_1 = -8$ или $x_2 = 6$; но $x > 0$. Если $x = 6$, то $x+2 = 6+2 = 8$.

Ответ: катеты треугольника равны 6 см и 8 см.

255.2. Предположим, меньший катет прямоугольного треугольника равен x см, тогда $x^2 + (x+14)^2 = 26^2$;

$x^2 + x^2 + 28x + 196 = 676$; $2x^2 + 28x - 480 = 0$; $x^2 + 14x - 240 = 0$;

$\frac{D}{4} = 49 + 240 = 289$; $x_1 = -24$ или $x_2 = 10$; но $x > 0$.

Ответ: катеты треугольника равны 10 см и 24 см.

256.1. Предположим, края отверстия находятся на расстоянии x см от краев крышки, тогда:

$$\begin{cases} 15 - 2x > 0, \\ 30 - 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x > -15, \\ -2x > -30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 7,5 \\ x < 15 \end{cases} \Leftrightarrow x < 7,5.$$

$(15-2x)(30-2x) = 100$;

$450 - 60x - 30x + 4x^2 - 100 = 0$;

$4x^2 - 90x + 350 = 0$; $2x^2 - 45x + 175 = 0$;

$D = 45^2 - 4 \cdot 2 \cdot 175 = 2025 - 1400 = 625$;

$x_1 = 5$ или $x_2 = 17,5$, но $x > 0$.

Ответ: края отверстия должны быть на расстоянии 5 см. от краев крышки.

256.2. Обозначим ширину дорожки x м, тогда:

$(4+2x)(5+2x) = 56$; $20 + 10x + 8x + 4x^2 - 56 = 0$; $4x^2 + 18x - 36 = 0$;

$2x^2 + 9x - 18 = 0$; $D = 81 + 4 \cdot 2 \cdot 18 = 81 + 144 = 225$,

$$x_1 = \frac{-9-15}{4} = \frac{-24}{4} = -6; \quad x_2 = \frac{-9+15}{4} = \frac{6}{4} = 1,5, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: ширина дорожки должна быть равна 1,5 метра.

257.1. Обозначим ширину листа жести x см, тогда длина $(x+10)$ см, составим уравнение.

$5x(x-10) = 1000$;

$x^2 - 10x - 200 = 0$; $x_1 = -10$ или $x_2 = 20$, но $x > 0$.

Если $x = 20$, то $x+10 = 20+10 = 30$.

Ответ: размеры листа жести составляют 20 см и 30 см.

257.2. Обозначим ширину листа картона x см, составим уравнение

$5(x-10)(2x-10) = 1500$;

$2x^2 - 20x - 10x + 100 = 300$;

$2x^2 - 30x - 200 = 0$; $x^2 - 15x - 100 = 0$; $x_1 = -5$ или $x_2 = 20$, но $x > 0$.

Если $x = 20$, $2x = 40$.

Ответ: размеры листа картона составляют 20 см и 40 см.

258.1. Пусть на $x\%$ снизилась цена, тогда

I раз цена – $2000 - 20x$

II раз – $(2000 - 20x) - (20x - 0,2x^2)$

$$2000 - 20x - 20x + 0,2x^2 = 1805;$$

$$0,2x^2 - 40x + 195 = 0;$$

$$x^2 - 200x + 975 = 0;$$

$$x_1 = 5, x_2 = 195, \text{ но } x < 100.$$

Ответ: на 5%.

258.2. Предположим, цена товара дважды повышалась на $x\%$, составим уравнение.

$$6000 + 60x + 60x + 0,6x^2 = 6615; 2000 + 20x + 20x + 0,2x^2 = 2205;$$

$$0,2x^2 + 40x - 205 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 400 + 0,2 \cdot 205.$$

$$x_1 = \frac{-41}{0,2} = -205; x_2 = \frac{1}{0,2} = 5, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: каждый раз цена товара повышалась на 5%.

259.1. Пусть собственная скорость катера равна x км/ч, а скорость течения реки – y км/ч, составим систему уравнений.

$$\begin{cases} \frac{60}{x+y} + \frac{64}{x-y} = 7, \\ \frac{80}{x+y} + \frac{48}{x-y} = 7. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{x+y} = a, \\ \frac{1}{x-y} = b. \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 60a + 64b = 7, \\ 80a + 48b = 7. \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} 20a - 16b = 0, \\ 60a + 64b = 7. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 60a - 48b = 0, \\ 60a + 64b = 7. \end{cases} \Leftrightarrow 112b = 7.$$

$$\begin{cases} b = \frac{1}{16}, \\ a = \frac{1}{20}. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = 20, \\ x-y = 16. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 18, \\ y = 2. \end{cases}$$

Ответ: собственная скорость катера равна 18 км/ч, а скорость течения реки – 2 км/ч.

259.2. Пусть скорость лодки по течению – x км/ч, а против – y км/ч, тогда

$$\begin{cases} \frac{16}{x} + \frac{16}{y} = 3, \\ \frac{8}{x} + \frac{12}{y} = 2. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{16}{x} + \frac{16}{y} = 3, \\ \frac{16}{x} + \frac{24}{y} = 4. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{16}{x} + \frac{16}{y} = 3, \\ -\frac{8}{y} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{16}{x} = 1, \\ y = 8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16, \\ y = 8. \end{cases}$$

$$\frac{x+y}{2} = 12 \text{ км/ч}, \quad \frac{x-y}{2} = 4 \text{ км/ч}.$$

Ответ: собственная скорость катера равна 12 км/ч, течения реки – 4 км/ч.

260.1. Обозначим время прохождения первым лыжником круга трассы за x мин, тогда второго лыжника – за $(x+2)$ мин. Составим уравнение:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+2} = 1, \quad 60x + 120 - 60x = x^2 + 2x,$$

ОДЗ: $x \neq 0, x \neq -2$.

$$x^2 + 2x - 120 = 0, \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10, \\ x = -12. \end{cases}, \text{ но } x > 0.$$

Ответ: первый лыжник проходит круг за 10 минут, а второй – за 12 минут.

260.2. Предположим, первый кат проходит круг за x мин, тогда второй кат – за $(x+5)$ мин. Составим уравнение:

$$\frac{60}{x} - \frac{60}{x+5} = 1; \quad 60(x+5) - 60x = x(x+5); \quad \text{ОДЗ: } x \neq 0, x \neq -5.$$

$$60x + 300 - 60x = x^2 + 5x; \quad x^2 + 5x - 300 = 0; \quad D = 25 + 1200 = 1225,$$

$$x_1 = \frac{-5-35}{2} = -20; \quad x_2 = \frac{-5+35}{2} = 15, \text{ но } x > 0.$$

Если $x=15$, то $x+5=15+5=20$.

Ответ: первый кат проходит круг за 15 минут, а второй за 20 минут.

261.1. Обозначим длину пути на подъеме x км., а скорость на подъеме y км/ч.

$$\text{ОДЗ: } \begin{cases} x > 0 \\ x < 9. \\ y > 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{9-x}{y+3} = 2, \\ \frac{9-x}{y} + \frac{x}{y+3} = 2,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{9-x}{y+3} = 2, \\ \frac{x}{y} + \frac{9-x}{y+3} + \frac{9-x}{y} + \frac{x}{y+3} = 4,5 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{9-x}{y+3} = 2, \\ \frac{9}{y} + \frac{9}{y+3} = 4,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{9-x}{y+3} = 2, \\ \frac{2}{y} + \frac{2}{y+3} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{9-x}{y+3} = 2, \\ y = -2, \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x}{-2} + (9-x) = 2, \\ y = -2, \\ \frac{x}{3} + \frac{9-x}{6} = 2, \\ y = 3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - 18 + 2x = -4, \\ y = -2, \\ 2x + 9 - x = 12, \\ y = 3. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{14}{3}, \\ y = -2, \\ x = 3, \\ y = 3. \end{cases}$$

не подходит, т. к. $y > 0$. $y+3=6$.

Ответ: длина подъема со стороны поселка равна 3 км, скорость пешехода на подъеме равна 3 км/ч, а на спуске — 6 км/ч.

261.2. Обозначим длину пути на спуске от лагеря до поселка x км.
 y — скорость на подъеме.

$$\begin{cases} \frac{x}{y+2} + \frac{10-x}{y} = 2,8, \\ \frac{10-x}{y+2} + \frac{x}{y} = 2\frac{8}{15}, \end{cases}; \frac{x}{y+2} + \frac{10-x}{y} + \frac{10-x}{y+2} + \frac{x}{y} = 5\frac{1}{3}.$$

$$\frac{10}{y+2} + \frac{10}{y} = \frac{16}{3}; \frac{5}{y+2} + \frac{5}{y} = \frac{8}{3}; \text{ОДЗ: } x \neq -2, y \neq 0.$$

$$3 \cdot 5y + 3 \cdot 5(y+2) = 8y(y+2); 15y + 15y + 30 = 8y^2 + 16y,$$

$$8y^2 - 14y - 30 = 0; 4y^2 - 7y - 15 = 0; D = 49 + 16 \cdot 15 = 289.$$

$$y_1 = \frac{7-17}{8} = -\frac{10}{8} = -\frac{5}{4}; y_2 = \frac{7+17}{8} = \frac{24}{8} = 3, \text{ но } y > 0. \begin{cases} y = 3, \\ x = 4. \end{cases}$$

Ответ: длина спуска со стороны лагеря равна 4 км, скорость туристов на спуске равна 5 км/ч, а скорость на подъеме — 3 км/ч.

$$262.1. a_1 = 25, d = 1. S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n = 196.$$

$$196 = \frac{2 \cdot 25 + n - 1}{2} \cdot n; 392 = 50n + n^2 - n; n^2 + 49n - 392 = 0;$$

$$D = 49^2 + 4 \cdot 392 = 2401 + 1568 = 3969.$$

$$n_1 = \frac{-49 - 63}{2} = -56; n_2 = \frac{-49 + 63}{2} = \frac{14}{2} = 7, \text{ но } n \in \mathbb{N}.$$

Ответ: надо сложить 7 чисел.

$$262.2. a_1=32, d=1. 170 = \frac{2 \cdot 32 + n - 1}{2} \cdot n;$$

$$340 = 64n + n^2 - n; n^2 + 63n - 340 = 0; D = 63^2 + 4 \cdot 340;$$

$$n_1 = \frac{-63 - 73}{2} = -68; n_2 = \frac{-63 + 73}{2} = 5, \text{ но } n \in \mathbb{N}.$$

Ответ: надо сложить 5 чисел.

$$263.1. a_1=11, d=2.$$

$$96 = \frac{2 \cdot 11 + 2(n-1)}{2} \cdot n; 96 = (11+n-1) \cdot n; n^2 + 10n - 96 = 0;$$

$$\frac{D}{4} = 25 + 96 = 121 \quad n_1 = -5 - 11 = -16, n_2 = -5 + 11 = 6, \text{ но } n \in \mathbb{N}.$$

Ответ: надо сложить 6 чисел.

$$263.2. a_1=20, d=2.$$

$$120 = \frac{2 \cdot 20 + 2(n-1)}{2} \cdot n; 120 = (20+n-1) \cdot n; n^2 + 19n - 120 = 0;$$

$$D = 19^2 + 4 \cdot 120 = 361 + 480 = 841$$

$$n_1 = \frac{-19 - 29}{2} = -24; n_2 = \frac{-19 + 29}{2} = 5, \text{ но } n \in \mathbb{N}.$$

Ответ: надо сложить 5 чисел.

264.1. Есть арифметическая прогрессия из 7 членов

$$a_1=6, \text{ а } a_9=-3,6.$$

$$-3,6 = 6 + d \cdot 8; 8d = -9,6; d = -1,2.$$

$$a_2 = 6 - 1,2 = 4,8; a_3 = 4,8 - 1,2 = 3,6; a_4 = 3,6 - 1,2 = 2,4; a_5 = 2,4 - 1,2 = 1,2.$$

$$a_6 = 1,2 - 1,2 = 0; a_7 = 0 - 1,2 = -1,2; a_8 = -1,2 - 1,2 = -2,4;$$

Ответ: 6; 4,8; 3,6; 2,4; 1,2; 0; -1,2; -2,4; -3,6.

264.2. Есть арифметическая прогрессия из 7 членов

$$a_1=-8,8, \text{ а } a_7=2. a_7=a_1+6d;$$

$$d = \frac{2 - (-8,8)}{6} = \frac{10,8}{6} = 1,8.$$

$$a_2 = -8,8 + 1,8 = -7; a_3 = -7 + 1,8 = -5,2; a_4 = -5,2 + 1,8 = -3,4.$$

$$a_5 = -3,4 + 1,8 = -1,6; a_6 = -1,6 + 1,8 = 0,2.$$

Ответ: -8,8; -7; -5,2; -3,4; -1,6; 0,2; 2.

$$265.1. a_1 = 2\frac{1}{3}, d = -\frac{2}{9}$$

$$-1 = 2\frac{1}{3} - \frac{2}{9}(n-1); -9 = 21 - 2n + 2; 2n = 32; n = 16.$$

Г. о. $a_n = -1$.

Ответ: является.

$$265.2. a_1 = -2\frac{1}{2}, d = \frac{3}{4}. 3 = -2\frac{1}{2} + \frac{3}{4}(n-1), 12 = -10 + 3(n-1).$$

$$n = \frac{22}{3} + 1, n = 8\frac{1}{3}. \text{ Но } n \in \{1, 2, \dots\}, \text{ т. о. число } 3 \text{ не является членом}$$

заданной арифметической прогрессии.

$$266.1. a_3 = -5, a_5 = 2, 4. a_3 = a_1 + 2d, a_5 = a_1 + 4d.$$

$$a_5 = a_3 + 2d, 2, 4 = -5 + 2d, d = 3, 7. a_1 = -5 - 7, 4 = -12, 4.$$

$$S_{15} = \frac{2 \cdot (-12, 4) + 3, 7 \cdot 14}{2} \cdot 15 = (-12, 4 + 3, 7 \cdot 7) \cdot 15 =$$

$$= (-12, 4 + 25, 9) \cdot 15 = 202, 5. \text{ Ответ: } S_{15} = 202, 5.$$

$$266.2. a_4 = 3, a_6 = -1, 2.$$

Надо найти сумму первых двенадцати ее членов.

По формуле $a_n = a_1 + d(n-1)$, получим:

$$a_6 = a_1 + 5d, a_4 = a_1 + 3d. a_6 = a_4 + 2d,$$

$$-1, 2 = 3 + 2d, d = -2, 1. a_1 = 3 + 6, 3 = 9, 3.$$

$$S_{12} = \frac{2 \cdot 9, 3 + (-2, 1) \cdot 11}{2} \cdot 12 = (18, 6 - 23, 1) \cdot 6 = -27$$

Ответ: сумма двенадцати членов арифметической прогрессии равна -27.

267.1. Есть геометрическая прогрессия из 6 членов

$$b_1 = 2 \text{ и } b_6 = -18\sqrt{3}.$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}, b_6 = b_1 q^5, b_1 q^5 = -18\sqrt{3},$$

$$2 q^5 = -18\sqrt{3}, q^5 = -9\sqrt{3}, q = -\sqrt{3}.$$

$$b_2 = 2 \cdot (-\sqrt{3}) = -2\sqrt{3};$$

$$b_3 = -2\sqrt{3} \cdot (-\sqrt{3}) = 6;$$

$$b_4 = 6 \cdot (-\sqrt{3}) = -6\sqrt{3};$$

$$b_5 = -6\sqrt{3} \cdot (-\sqrt{3}) = 18.$$

Ответ: $-2\sqrt{3}; 6; -6\sqrt{3}; 18.$

267.2. Имеется геометрическая прогрессия из 6 членов $b_1 = 3$ и

$$b_6 = -12\sqrt{2}, b_n = b_1 \cdot q^{n-1}. b_6 = b_1 q^5, -12\sqrt{2} = 3 \cdot q^5; -4\sqrt{2} = q^5, q = \sqrt{2}$$

$$b_2 = 3 \cdot (-\sqrt{2}) = -3\sqrt{2}; b_3 = -3\sqrt{2} \cdot (-\sqrt{2}) = 6;$$

$$b_4 = 6 \cdot (-\sqrt{2}) = -6\sqrt{2};$$

$$b_5 = -6\sqrt{2} \cdot (-2) = 12.$$

Ответ: $-3\sqrt{2}; 6; -6\sqrt{2}; 12.$

268.1. Имеется геометрическая прогрессия из 5 членов

$$b_1 = -2, b_5 = -32 \text{ и } n=5. b_n = b_1 \cdot q^{n-1}.$$

$$-32 = -2 \cdot q^4; q^4 = 16; q = \pm 2.$$

$$\text{Если } q=2, \text{ то } b_2 = -4, b_3 = -8, b_4 = -16.$$

$$\text{Если } q=-2, \text{ то } b_2 = b_1 \cdot q = -2 \cdot (-2) = 4, b_3 = -8; b_4 = 16.$$

Ответ: 4; -8; 16 или -4; -8; -16.

268.2. Имеется геометрическая прогрессия из 7 членов

$$b_1 = 1, b_7 = 64.$$

$$b_7 = b_1 \cdot q^6, 64 = q^6; \text{ или } q = \pm 2.$$

$$\text{Если } q=2, \text{ то } b_2=2, b_3=4, b_4=8, b_5=16, b_6=32.$$

$$\text{Если } q=-2, \text{ то } b_2=-2, b_3=4, b_4=-8, b_5=16, b_6=-32.$$

Ответ: -2; 4; -8; 16; -32 или 2; 4; 8; 16; 32.

$$269.1. S_n = b_1 + b_2 + b_3 + b_4 = -40, q = -3.$$

Подставим условие в формулу S_n

$$\frac{b_1((-3)^4 - 1)}{-3 - 1} = -40, b_1(81 - 1) = -40 \cdot (-4); b_1 = 2.$$

$$S_8 = \frac{b_1 \cdot (q^8 - 1)}{q - 1}; \frac{2 \cdot ((-3)^8 - 1)}{-3 - 1} = \frac{2 \cdot 6560}{-4} = -3280.$$

Ответ: -3280.

$$269.2. \text{Подставим } q = -4. S_3 = \frac{b_1(q^3 - 1)}{q - 1}, 39 = \frac{b_1((-4)^3 - 1)}{-4 - 1}.$$

$$39 \cdot (-5) = b_1 \cdot (-64 - 1); b_1 = \frac{-39 \cdot 5}{-65}; b_1 = 3.$$

$$\text{Тогда } S_6 = \frac{b_1(q^6 - 1)}{q - 1}; \frac{3 \cdot ((-4)^6 - 1)}{-4 - 1} = \frac{3 \cdot 4095}{-5} = -2457.$$

Ответ: -2457.

$$270.1. \begin{cases} b_1 q = 6, \\ b_1 q^3 = 24; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 q = 6, \\ 6 \cdot q^2 = 24; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{6}{q}, \\ q^2 = 4; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = \frac{6}{q}, \\ q = -2, \\ q = 2; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = -3, \\ q = -2, \\ b_1 = 3, \\ q = 2. \end{cases}$$

$$\text{Если } b_1 = 3 \text{ и } q_1 = 2, \text{ то } S_8 = \frac{b_1(q^8 - 1)}{q - 1} = \frac{3((2)^8 - 1)}{2 - 1} = 3 \cdot (256 - 1) = 765.$$

$$\text{Если } b_1 = -3 \text{ и } q_1 = -2, \text{ то } S_8 = \frac{b_1(q^8 - 1)}{q - 1} = \frac{-3((-2)^8 - 1)}{-2 - 1} = 256 - 1 = 255$$

Ответ: 765 или 255.

270.2. $b_3=54$, а $b_5=6$.

$$\begin{cases} b_1 \cdot q^2 = 54, \\ b_1 \cdot q^4 = 6; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 \cdot q^2 = 54, \\ q^2 = \frac{6}{54}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 486, \\ q = -\frac{1}{3}, \\ q = \frac{1}{3}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b_1 = 486, \\ q = -\frac{1}{3}; \\ b_1 = 486, \\ q = \frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\text{Если } b_1=486 \text{ и } q=\frac{1}{3}, \text{ то } S_6 = \frac{486 \left(\left(\frac{1}{3} \right)^6 - 1 \right)}{\frac{1}{3} - 1} = 486 \cdot \left(-\frac{728}{729} \right) \cdot \left(-\frac{3}{2} \right) = 728.$$

$$\text{Если } b_1=486 \text{ и } q=-\frac{1}{3}, \text{ то } S_6 = \frac{486 \left(\left(-\frac{1}{3} \right)^6 - 1 \right)}{-\frac{1}{3} - 1} =$$

$$= 486 \cdot \left(-\frac{728}{729} \right) \cdot \left(-\frac{3}{4} \right) = 364.$$

Ответ: 728 или 364.